ETH-Aufnahmeprüfung Herbst 2016

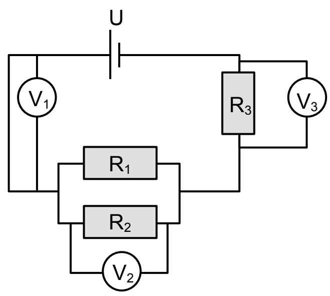
Physik

Aufgabe 1 [5 pt + 5 pt]: zwei unabhängige Teilaufgaben

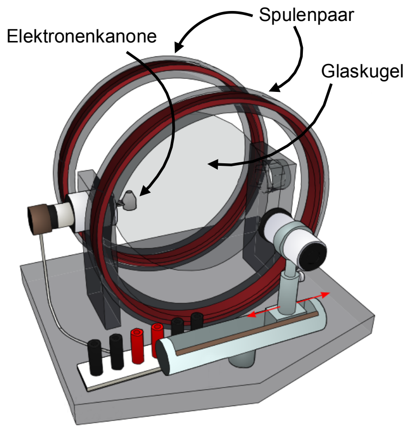
a) Ein Gegenstand G kann rot oder blau leuchten. Er wird vor einer Sammellinse so platziert, dass sein reelles Bild B im roten Lichtbereich gleich gross wie G ist.
Wegen der Dispersion ist die Brennweite der Sammellinse für blaues Licht 2% kleiner als für rotes Licht (chromatische Aberration). Wie gross ist der Abbildungsmassstab im blauen Lichtbereich?

b) Berechnen Sie die Werte, die von den drei Voltmetern angegeben werden. Die elektrischen Leitungen sind als widerstandslos zu betrachten.

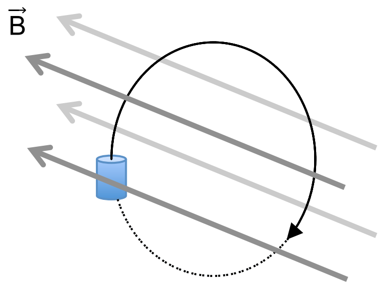
Angaben:
- Spannungsquelle: $U = 10$ V
- Widerstände: $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 16\ \Omega$



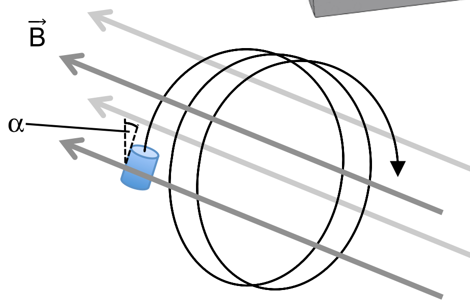
Aufgabe 2 [10 pt]



Ein Fadenstrahlrohr besteht im wesentlichen aus einer vakuumierten[1] Glaskugel, in der sich eine nach oben gerichtete Elektronenkanone befindet. Die Glaskugel liegt zwischen zwei Spulen, welche ein homogenes, horizontal gerichtetes Magnetfeld $\vec{B}$ in der Glaskugel verursachen[2]. Wird die Elektronenkanone eingeschaltet, so folgen die austretenden Elektronen einer perfekten Kreisbahn mit einem Durchmesser d = 6 cm. Von der Wirkung der Gravitationskraft soll abgesehen werden.
Nun wird die Elektronenkanone um α = 10° nach vorne geneigt, so dass die Elektronenbahn einer zylindrischen Spirale (Helix) entspricht.



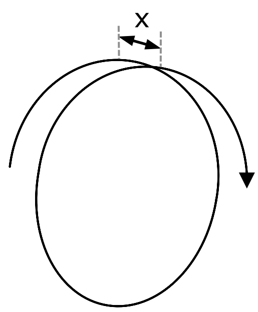
α = 0°: kreisförmige Bahn



α = 10°: helixförmige Bahn

a) Erklären Sie kurz, wie die helixförmige Bahn zustande kommt.

b) Bestimmen Sie den Abstand x zwischen zwei Hochpunkten der Helix.



[1] In der Tat befindet sich in der Glaskugel noch ein Restgas, so dass die Elektronenbahn sichtbar wird. Für die Lösung der Aufgabe soll man aber von einem perfekten Vakuum ausgehen.
[2] Das B-Feld ist nach hinten gerichtet.

Aufgabe 3 [7 pt]

Ein Zug ist mit einer Geschwindigkeit v_0 = 180 km/h auf einer geradlinigen, horizontalen Strecke unterwegs. Wegen einem Notfall muss der Zug eine Vollbremsung vornehmen und kommt nach 250 m zum Stillstand. Die Geschwindigkeitsabnahme ist entlang des ganzen Bremswegs konstant.

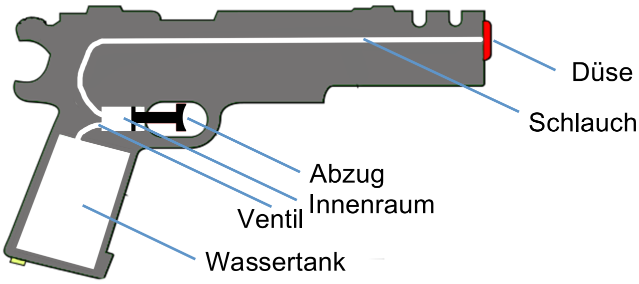
Eine quaderförmige, horizontal gelagerte Kiste (Kantenlänge der quadratischen Grundfläche L = 1 m) soll beim Bremsvorgang weder rutschen noch kippen.

a) Bestimmen Sie den minimalen Haftreibungskoeffizienten zwischen Boden und Kiste.

b) Bestimmen Sie die maximale Höhe der Kiste unter der Annahme, dass die Gewichtsverteilung homogen sei.

Aufgabe 4 [7 pt]

Funktionsweise einer einfachen Wasserpistole: durch den Abzugs wird das Wasser im Innenraum durch den Schlauch zur Düse gepumpt; dabei ist das untere Ventil (Verbindung des Innenraums mit dem Wassertank) geschlossen.



Angaben zur Wasserpistole:
- Volumen Innenraum: $V = 1.2\ \text{cm}^3$
- Durchmesser Düse: $d = 0.8\ \text{mm}$

Bei einer solchen Wasserpistole, die vollständig mit Wasser gefüllt ist (Wassertank, Innenraum, Schlauch), wird durch den Abzug bei konstanter Fingerbewegung der Innenraum innerhalb von 0.4 s vollständig geleert.

a) Bestimmen Sie die Mündungsgeschwindigkeit des Wassers bei der Düse.

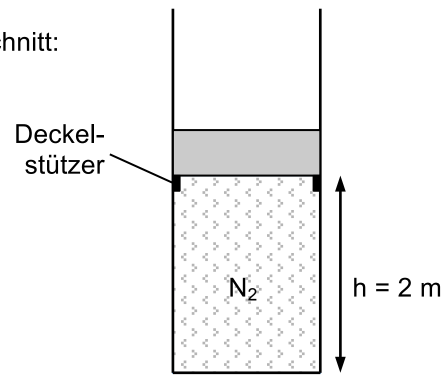
b) Bestimmen Sie die horizontale Reichweite des Wassers, wenn von einer Höhe von 1.5 m mit einem Elevationswinkel $\alpha = 20°$ geschossen wird. (Falls Sie die Teilaufgabe a) nicht lösen konnten, rechnen Sie im Teil b) mit einer Mündungsgeschwindigkeit von 5.3 m/s.)

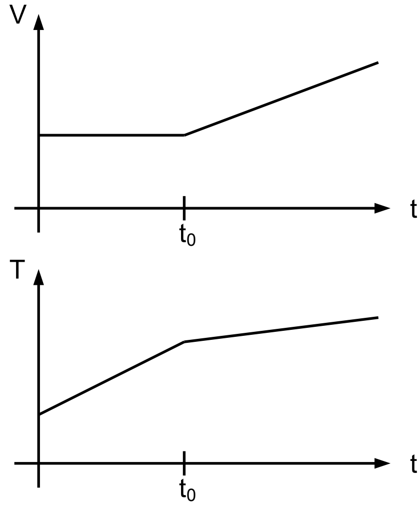
Von allen Arten von Reibungen wird abgesehen; der unwesentliche Höhenunterschied zwischen Innenraum und Düse soll man ebenfalls vernachlässigen.

Aufgabe 5 [10 pt]

50 Liter Stickstoff N_2 befinden sich in einem zylindrischen Behälter, wobei die Gastemperatur ϑ_1 = 20°C und der Druck p_1 = 1.1 bar sind. Der Luftdruck ausserhalb des Behälters beträgt p_{Luft} = 1 bar.
Mittels einer internen Heizung wird dem Gas konstant Wärme zugeführt. Nach einiger Zeit beginnt sich der dicht verschliessende, reibungsfrei bewegliche Deckel (m_{Deckel} = 100 kg) zu heben. Vergleiche hierzu das Volumen-Zeit-Diagramm und das Temperatur-Zeit-Diagramm.

Querschnitt:





a) Erklären Sie, warum die Kurve im T-t-Diagramm aus zwei unterschiedlich steilen Geraden besteht. Die Erklärung soll sowohl mathematisch als auch physikalisch erfolgen.

b) Die Heizung hat eine Leistung von 150 W. Bestimmen Sie t_0.

Annahmen:
- Stickstoff verhält sich wie ein ideales Gas.
- Der Behälter wird beim Heizvorgang nicht erwärmt.

Lösungen Physik – Herbst 2016

Die Note N berechnet sich für die Punktzahl p gemäss der Formel $N = 1 + \frac{p}{8}$, wobei auf halbe Noten zu runden ist (Viertelnote aufrunden).

Lösung 1.a)

Rotes Licht: Da $G = B_{rot}$ gilt: $g = 2 \cdot f_{rot}$ **[1 pt]**

Blaues Licht:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{f_{blau}} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{b_{blau}} \\ \frac{1}{0.98 \cdot f_{rot}} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{b_{blau}} \\ \frac{2}{0.98 \cdot g} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{b_{blau}} \end{aligned}\right\}$$ **[2 pt]**

Es folgt:

$$b_{blau} = \left(\frac{2}{0.98 \cdot g} - \frac{1}{g} \right)^{-1} = \left(\frac{1.02}{0.98 \cdot g} \right)^{-1} = \frac{49}{51} g$$ **[1 pt]**

Abbildungsmassstab: $\frac{B_{blau}}{G} = \frac{b_{blau}}{g} = \frac{49}{51} \approx 0.961$ **[1 pt]**

Lösung 1.b)

Das erste Voltmeter misst 0 V. **[1 pt]**

Ersatzwiderstand: R_1 und R_2 sind parallel geschaltet, R_3 in Serie dazu:

$$R_{tot} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} + R_3 = 20\ \Omega$$

Gesamtstromstärke: $I = \frac{U}{R_{tot}} = 0.5\ \text{A}$ **[2 pt]**

Das dritte Voltmeter misst $U_3 = R_3 \cdot I = 8\ \text{V}$ **[1 pt]**

Das zweite Voltmeter misst $U_2 = U - U_3 = 2\ \text{V}$ **[1 pt]**

Lösung 2.a)

Die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen wird in zwei Komponenten zerlegt:

- die zum Feld senkrecht stehende Komponente sorgt dafür, dass die Elektronen nach wie vor eine Kreisbewegung durchführen (Lorentzkraft = Zentripetalkraft);
- die Komponente in Feldrichtung sorgt für die Translation in Windungsrichtung.

[3 pt]

Lösung 2.b)

Winkelabhängigkeit der Geschwindigkeitskomponenten:

- die zum Feld senkrecht stehende Komponente: $v_{\perp} = v \cdot \cos(\alpha)$
- die Komponente in Feldrichtung: $v_{\parallel} = v \cdot \sin(\alpha)$ **[1 pt]**

Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Radius: die Lorentzkraft steht stets senkrecht zu $v_{\perp}$ und zum B-Feld; sie entspricht also der Zentripetalkraft.

$$F_L = F_Z$$
$$qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{r'}$$
$$r'qB = mv_{\perp}$$

[2 pt]

Der neue Kreisradius ist somit: $r' = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \cdot \cos(\alpha)}{qB} = r \cdot \cos(\alpha)$ **[1 pt]**

Umlaufzeit: $T = \frac{2\pi r'}{v_{\perp}} = \frac{2\pi r \cdot \cos(\alpha)}{v \cdot \cos(\alpha)} = \frac{2\pi r}{v}$ **[1 pt]**

Abstand x: $x = v_{\parallel} \cdot T = v \cdot \sin(\alpha) \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \cdot \sin(\alpha) \approx 0.0327\,\text{m}$ **[2 pt]**

Lösung 3

Bestimmung der Verzögerung z.B. mit der Formel $v^2 = v_0^{\ 2} + 2a \cdot \Delta s$, wobei v = 0 m/s und $\Delta s = 250\,m$:

$$a = -\frac{v_0^{\ 2}}{2 \cdot \Delta s} = -5\,\frac{m}{s^2}$$ **[1 pt]**

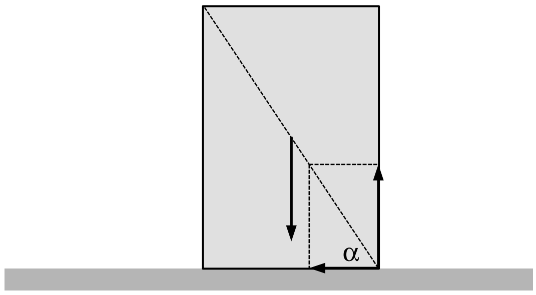
Alternative: Gleichungssystem mit (I) $v_0 = -at$

(II) $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \Rightarrow \quad s = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^{\ 2}}{a}$

a) Haftreibungskoeffizient: $m \cdot |a| = F_{HR,max} = \mu_H \cdot F_N = \mu_H \cdot F_G = \mu_H \cdot m \cdot g$ **[1 pt]**

$$\Rightarrow \quad \mu_H = \frac{|a|}{g} = \frac{5}{9.81} \approx 0.510$$ **[1 pt]**

b) Maximale Höhe: Die Wirkungslinie der resultierenden Kraft zwischen F_N und $F_{HR} = m|a|$ geht durch den Schwerpunkt.



[2pt]

$$\frac{h}{L} = \tan(\alpha) = \frac{F_N}{F_{HR}}$$ **[1pt]**

Es folgt: $h = L \cdot \frac{F_N}{F_{HR}} = L \cdot \frac{mg}{m|a|} = 1\,m \cdot \frac{9.81}{5} = 1.962\ m$ **[1pt]**

Lösung 4.a)
Bestimmung der Mündungsgeschwindigkeit:

– Leerungsgeschwindigkeit des Innenraums: $w = \frac{V}{t} = \frac{1.2\,\text{cm}^3}{0.4\,\text{s}} = 3 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ **[1 pt]**

– Wegen der Inkompressibilität des Wassers ist w auch der Volumenstrom durch die Düse.

– Mündungsgeschwindigkeit bei der Düse: $v = \frac{w}{A} = \frac{w}{\pi r^2} = \frac{3 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3/\text{s}}{\pi\left(0.4 \cdot 10^{-3}\,\text{m}\right)^2} = 5.968\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[1 pt]**

Lösung 4.b)
Schiefer Wurf mit Elevationswinkel α = 20°:

– horizontale Bewegung: $x = v \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ **[1 pt]**

– vertikale Bewegung: $y = v \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$ **[1 pt]**

– Bestimmung der Fallzeit:

$y = -1.5\,\text{m} \quad \Rightarrow \quad -1.5\,\text{m} = v \cdot \sin(20°) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$ **[1 pt]**

$\Rightarrow \quad 4.905 \cdot t^2 - 2.041\,\text{s} \cdot t - 1.5\,\text{s}^2 = 0$

$\Rightarrow \quad t_1 = 0.799\,\text{s} \quad \left(t_2 = -0.383\,\text{s}\right)$ **[1 pt]**

– Reichweite: $x = v \cdot \cos(\alpha) \cdot t_1 = 4.481\,\text{m}$ **[1 pt]**

Lösung 4.b) mit v = 5.3 m/s
Schiefer Wurf mit Elevationswinkel α = 20°:

– horizontale Bewegung: $x = v \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ **[1 pt]**

– vertikale Bewegung: $y = v \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$ **[1 pt]**

– Bestimmung der Fallzeit:

$y = -1.5\,\text{m} \quad \Rightarrow \quad -1.5\,\text{m} = v \cdot \sin(20°) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$ **[1 pt]**

$\Rightarrow \quad 4.905 \cdot t^2 - 1.813\,\text{s} \cdot t - 1.5\,\text{s}^2 = 0$

$\Rightarrow \quad t_1 = 0.768\,\text{s} \quad \left(t_2 = -0.398\,\text{s}\right)$ **[1 pt]**

– Reichweite: $x = v \cdot \cos(\alpha) \cdot t_1 = 3.825\,\text{m}$ **[1 pt]**

Lösung 5.a)

Mathematisch: Von t = 0 s bis t_0 wird die Wärme bei konstantem Volumen zugeführt ($\Delta Q = c_V m \Delta T$), ab t_0 mit konstantem Druck ($\Delta Q = c_p m \Delta T$).

Da $\Delta Q \sim \Delta t$ gilt: – bis t_0: $\Delta T = \dfrac{\Delta Q}{c_V m} \sim \dfrac{1}{c_V}\Delta t$

– ab t_0: $\Delta T = \dfrac{\Delta Q}{c_p m} \sim \dfrac{1}{c_p}\Delta t$

Da $c_p > c_V$ ist, ist die Gerade bis t_0 steiler als ab t_0. **[2 pt]**

Physikalisch: bis t_0 geht die zugeführte Wärme vollständig in die Erhöhung der inneren Energie über (konkret: Erhöhung der Temperatur); ab t_0 wird ein Teil der zugeführten Wärme für die Volumenänderungsarbeit aufgewendet, die Temperatur kann also weniger schnell ansteigen. **[2 pt]**

Lösung 5.b)

Gasvolumen: $V_1 = 50\,\text{l} = 0.05\,\text{m}^3$

Gasmenge: $n = \dfrac{p_1 V_1}{R T_1} = \dfrac{110'000\,\text{Pa} \cdot 0.05\,\text{m}^3}{8.3145 \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293.15\,\text{K}} = 2.2565\,\text{mol}$ **[1 pt]**

Deckeldruck: $p = \dfrac{F_{G,Deckel}}{A} = \dfrac{m_{Deckel} \cdot g}{\dfrac{V}{h}} \approx 39'240\,\text{Pa}$ **[1 pt]**

Temperatur, bei welcher Innendruck p_2 und Gesamtaussendruck $p_{Luft} + p_{Deckel}$ im Gleichgewicht sind:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = T_1 \frac{p_{Luft} + p_{Deckel}}{p_1} \approx 293.15\,\text{K} \frac{139'240\,\text{Pa}}{110'000\,\text{Pa}} \approx 371.07\,\text{K}$$ **[1 pt]**

Wärmezufuhr bei konstantem Volumen:

$Q = n C_V \Delta T$, wobei $C_V = \dfrac{C_p}{\chi} = \dfrac{29.1}{1.401} \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 20.771 \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ **[1 pt]**

$\left(\text{oder } C_V = C_p - R = 20.786 \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)$

$$\begin{aligned} Q &= n C_V (T_2 - T_1) \\ &= 2.2565\,\text{mol} \cdot 20.771 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (371.07\,\text{K} - 293.15\,\text{K}) \\ &= 3652.1\,\text{J} \end{aligned}$$ **[1 pt]**

Zeit t_0: $t_0 = \dfrac{Q}{P} = \dfrac{3652.1\,\text{J}}{150\,\text{W}} = 24.35\,\text{s}$ **[1 pt]**