

**Institut für Geodäsie und
Photogrammetrie**
an der Eidgenössischen
Technischen Hochschule
Zürich

Mitteilungen Nr.

89

**Das Relief der Urschweiz
von Franz Ludwig Pfyffer (1716-1802):
3D-Rekonstruktion, Analyse und Interpretation**

Jana Niederöst

Zürich, 2005

Diss. ETH No. 16077

**Das Relief der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer (1716-1802):
3D-Rekonstruktion, Analyse und Interpretation**

Abhandlung
zur Erlangung des Titels

Doktorin der technischen Wissenschaften

der

Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich

vorgelegt von

Jana Niederöst
Ingenieurin der Geodäsie und Kartographie
der Slowakischen Technischen Universität Bratislava
geboren am 31. Januar 1972

Angenommen auf Auftrag von:

Prof. Dr. Armin Grün, Referent
Prof. Dr. Lorenz Hurni, Korreferent
Dr. Andreas Bürgi, Korreferent
Madlena Cavelti Hammer, lic. phil. II, Korreferentin

2005

IGP Mitteilung Nr. 89

Niederöst, Jana

Das Relief der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer (1716-1802):
3D-Rekonstruktion, Analyse und Interpretation

Copyright © 2005

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
ETH Hönggerberg
8093 Zürich

Alle Rechte vorbehalten

ISBN 3-906467-56-2

ISSN 0252-9335

Zusammenfassung

Das in vierzigjähriger Arbeit geschaffene und heute im Gletschergarten Museum in Luzern ausgestellte Relief der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer von Wyher (1716-1802) ist ein Meilenstein auf dem Weg zu einer anschaulichen Landschaftsdarstellung und somit einer der Ausgangspunkte der modernen Kartographie. Dieses 6,7 m x 3,9 m grosse Werk mit dem verwinkelten Vierwaldstätter See im Zentrum entstand anhand von eigenen Vermessungen seines Luzerner Erbauers. Im unerforschten Alpenraum des 18. Jahrhunderts ist das 1786 fertiggestellte Relief zu einem „virtuellen Flug“ über das ausgedehnte Gelände geworden, zu einer internationalen Berühmtheit, von unzähligen namhaften Persönlichkeiten besucht und in zeitgenössischen Reiseberichten begeistert beschrieben. Nach der Jahrhundertwende wurde das Relief durch die Fortschritte in der Geodäsie und Kartographie in den Hintergrund gedrängt und das Interesse daran nahm allmählich ab. Seine vielfältigen Interpretationen, die weit über den topographischen Aspekt hinaus in politische, militärische und ästhetische Bereiche gehen, sind in ihrer ganzen Breite noch nie aufgezeigt und dokumentiert worden.

Da beinahe alle schriftlichen Primärquellen zum Relief und dessen Schöpfer als verloren gelten, wird in der vorliegenden Arbeit das topographische Werk Pfyffers als Quelle behandelt. Mit den modernen Mitteln der Photogrammetrie und Bildverarbeitung wird ein präzises, massstabsgetreues 3D-Computermodell der Relieflandschaft erstellt. Im zweiten Schritt erfolgt die Entwicklung von Verfahren zur kartographischen Genauigkeitsanalyse. Durch die Anwendung dieser Methoden auf das virtuelle Relief sowie auf die zugehörigen Altkarten können neue Informationen zur Entstehungsgeschichte des Reliefs gewonnen werden. Anschliessend wird die Vermessungsweise von Pfyffer rekonstruiert, und seine Leistung wird in den komplexen Zusammenhängen der vermessungstechnischen und gesellschaftlichen Entwicklung jener Zeit gewürdigt.

Zur digitalen 3D-Rekonstruktion des Reliefs der Urschweiz kommt das Verfahren der photogrammetrischen Stereoauswertung zum Einsatz. Das Objekt wird mit einer analogen sowie mit einer CCD-Kamera flächendeckend aufgenommen. Aufgrund der hohen Genauigkeitsanforderungen erfolgen die Phototriangulation sowie die Messung eines digitalen Höhenmodells (DHM) manuell an einem Analytischen Plotter. Wie die eingehenden Untersuchungen der Leistungsfähigkeit von automatischen Matching-Algorithmen zeigen, führen letztere zu vielen groben Fehlern und einem mittleren Höhenfehler, der weit über der Genauigkeit der manuellen Messung liegt. Das generierte DHM in einem interpolierten regelmässigen Rasterformat besteht aus etwa 256'000 Punkten und besitzt eine geschätzte Genauigkeit von 0,78 mm. Die mit einer hohen Auflösung gescannten analogen Bilder werden rechnerisch entzerrt und zu einem Mosaik zusammengesetzt. Durch die Überlagerung des DHMs mit dem Orthobild ergibt sich ein interaktives photorealistisches Modell, welches aus verschiedenen Blickwinkeln betrachtet und in Echtzeit navigiert werden kann. Das virtuelle Relief kann einerseits als digitale Sicherheitsdokumentation im Falle grösserer Beschädigungen bei der Restaurie-

rung beigezogen werden. Andererseits stellt es eine Basis für die weiteren umfassenden Messungen dar, die nun anstatt unmittelbar am detailreichen Original effektiv und komfortabel am Computer getätigt werden können.

Im zweiten Hauptteil werden zunächst die grundlegenden Methoden zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs in einer einheitlichen Terminologie zusammengestellt und evaluiert. Es zeigt sich, dass die wenigen in der Literatur dokumentierten Ansätze sich auf Karten beschränken; vergleichbare Untersuchungen im dreidimensionalen Raum liegen bis jetzt keine vor. Die wichtigsten beschriebenen Methoden basieren auf einer Koordinatentransformation zwischen den homologen Punkten in einer alten Aufnahme und in der modernen Karte. Dabei liegt das Schwergewicht der vorliegenden Arbeit – über die einfache Punkttransformation hinaus – in der Ableitung der metrischen Parameter einer Altkarte bzw. eines Reliefs. Insbesondere soll die 3D-Affintransformation erwähnt werden, bei welcher die Massstäbe, Rotationswinkel und Scherungen erstmals isoliert werden und deren Bedeutung aufgezeigt wird. Anschliessend wird ein Forschungsansatz zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs hergeleitet und als benutzerfreundliche Software implementiert. Die Analyse beginnt mit der Vorbereitung von Eingangsdaten und der Definition von identischen Punkten. Nach einer geeigneten Transformation erfolgt die Georeferenzierung der alten Aufnahmen, bevor die Verzerrungsgitter erstellt werden. Zum Schluss wird mit einem neuen Verfahren die Genauigkeit der flächenförmigen Karten- bzw. Reliefobjekte ermittelt.

Der dritte Hauptteil der vorliegenden Arbeit befasst sich mit der Interpretation der durch die Genauigkeitsanalyse erzielten Ergebnisse. Unter Berücksichtigung der 10 erhalten gebliebenen Briefe von Pfyffer an den Genfer Physiker und Geodäten Jacques-Barthélemy Micheli du Crest (1690-1766) wird Pfyffers Vorgehen bei den Winkel-, Distanz- und Höhenmessungen rekonstruiert. Zur Landesaufnahme griff Pfyffer auf das Verfahren der Triangulation zurück. Er richtete seine Werke mittels einer Kompassnadel aus, die zu jener Zeit um etwa 14,75 Grad von der geographischen Nordrichtung abwich. Daraus lässt sich auf den bisher unbekanntem Beginn seiner Vermessungen schliessen (um 1747). Die mittleren Restfehler in X- und Y-Richtung betragen beim Relief sowie bei seinen zwei Übersichtskarten etwa 480 m. Am besten ist die Landschaft um die Stadt Luzern abgebildet, in den abgelegenen Gebieten nimmt die geometrische Qualität von Pfyffers Werken ab. Zur Höhenbestimmung setzte Pfyffer sowohl das Barometer als auch trigonometrische Verfahren ein. Die Meereshöhe seines Ausgangshorizonts – des Vierwaldstätter Sees – ermittelte er mit einer hervorragenden Genauigkeit von 6 m. Interessant ist auch die korrekte Benennung und präzise Vermessung einiger Gipfel der Berner Alpen (innerhalb 20 m), womit er zur Bewältigung einer der grössten wissenschaftlichen Herausforderungen in der Schweiz des 18. Jahrhunderts beitrug. Zum Schluss wird die vermessungstechnische Leistung Pfyffers mit dem damaligen „State of the Art“ in Europa verglichen. Es wird aufgezeigt, dass sich seine Grundrisserfassung mit den Arbeiten aus anderen Gebieten und Ländern durchaus messen kann. Seine Pioniertat waren die flächendeckenden Höhenmessungen. Mit dem Relief der Urschweiz sowie mit der *Carte en Perspective du Nord au Midi* (1786) leitete Pfyffer die neue Ära der kartographischen Höhenvermittlung ein.

Summary

The subject of this thesis is one of the most spectacular relief models in history, a large three-dimensional representation of Central Switzerland constructed by Franz Ludwig Pfyffer von Wyher (1716-1802). This masterpiece measures 6.7 m x 3.9 m and is on a scale of about 1:11500. Pfyffer finished it in 1786 using his own measurements, which he took over a period of 40 years, decades before the first Swiss national triangulation system was established. In the eighteenth century, the relief was a novelty, offering observers a “virtual flight” over a mountainous region that was still unexplored at that time. Contemporary travel writers from all over Europe described their fascination with the model. However, with the appearance of new, more precise maps at the turn of the century, opinions on the topographic quality of the relief started to change: the model was considered merely as a piece of craftwork and was practically forgotten. The manifold possible implications of the relief – not only its topographic, but also its cultural, political, military and aesthetic aspects – have not yet been investigated.

Due to the scarcity of written documentation, this study is based on information derived from Pfyffer’s topographic work. First, a precise true-scaled 3D computer model of Pfyffer’s Relief was created with the help of photogrammetry and image processing procedures. Next, methods for the quantitative analysis of early cartographic works were developed. These methods were then applied to the computer model of Pfyffer’s Relief and related maps of the region, so that new information regarding the process of the relief creation could be extracted. Finally, Pfyffer’s achievement is compared with that of his contemporaries.

In order to produce a 3D computer model of Pfyffer’s Relief, image-based object reconstruction techniques were applied. From a construction platform fixed at a height of 185 cm above the relief, two sets of images (analogue and digital) were taken, both providing stereo overlap for the whole object. As high accuracy was required and automated image-matching did not bring the expected performance, the phototriangulation and digital elevation model (DEM) measurements were carried out manually on an analytical plotter. The final product of the DEM generation was a regular raster with a grid width of 1 cm and an estimated accuracy of 0.78 mm. The analogue images were scanned at a high resolution, orthorectified and combined to form an orthomosaic. The orthomosaic was then superimposed on the DEM to produce an interactive photorealistic 3D model of the object, which could be used to help reconstruct the physical model in case of damage. The accuracy analysis described below was based on this computer model, as it is much easier and more effective to take measurements on the screen than directly from the complex relief surface.

In the second section of the thesis, fundamental methods for accuracy assessment of old maps and models are described in standard terminology and evaluated. There are only few publications dealing with this topic and those that exist merely analyse old maps: there are no such

studies of three-dimensional works. The presented methods are based on a coordinate transformation between identical points in the analysed object and in the modern map. The main focus of this study – beyond the transformation of points – was to determine the metric parameters of a historical map or model. In particular, the 3D affine transformation should be noted. This is the first time that scales, rotation angles and shear values have been isolated and their significance analysed. A new approach for the whole process of accuracy analysis in early cartographic works was developed and implemented in a user-friendly software. The analysis starts with the preparation of input data and the definition of identical points. After the appropriate coordinate transformation, the map or model is georeferenced and a distortion grid is calculated. Finally, a new technique is used to determine the accuracy of polygonal map or relief features.

The third part of the thesis interprets the results achieved by the accuracy analysis. Based on ten of Pfyffer's letters to the famous Swiss scientist Micheli du Crest (1690-1766), Pfyffer's methods for angle, distance and height measurements were reconstructed. It can be concluded that he defined a mesh of large triangles, which he surveyed precisely by triangulation. He oriented his cartographic products using a compass. The orientation angle corresponds with the magnetic north pole, which differed from the geographic one by approximately 14.75 degrees at that time. Thus, the starting date of Pfyffer's surveying can be estimated as about 1747. The planar accuracy of both Pfyffer's Relief and two of his middle-scale maps is roughly 480 m (standard deviation in X- and Y-direction). It is most precise for the area around the city of Lucerne, whereas the geometric quality decreases in more distant regions. Pfyffer's principal instrument for measuring heights was the barometer. He chose Lake Lucerne as a zero horizon for his height measurements and estimated its height above sea level with an excellent accuracy of 6 m. Other remarkable achievements include his height measurements in the Bernese Alps. Applying trigonometric measurements he succeeded in precisely determining the heights of the Eiger, Mönch, Jungfrau, Finsteraarhorn, Wetterhorn, Schreckhorn and Gross Fieschhorn (height error < 20 m), thus solving one of the great scientific problems in the eighteenth century in Switzerland. Finally, the geodetic achievements of Pfyffer were compared with state-of-the-art techniques in Europe at that time. It is shown that his work is comparable with the maps of other regions and countries. His major contribution to progress was systematic height measurement throughout a given area, which marked the start of a new era in cartographic height representation.

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Geschichtlicher Hintergrund und Datenerfassung

Kapitel 1 Einleitung und Zielsetzungen	3
1.1 Einleitung	3
1.2 Zielsetzungen.....	5
1.3 Aufbau der Arbeit.....	6
Kapitel 2 Franz Ludwig Pfyffer und sein Relief der Urschweiz	7
2.1 Aus dem Leben von Franz Ludwig Pfyffer.....	8
2.2 Das Pilatusrelief und das Relief der Urschweiz	10
2.3 Die Bedeutung und Auswirkungen des Reliefs der Urschweiz.....	12
2.4 Die Nachgeschichte	14
2.5 Andere alte Reliefs Europas	15
Kapitel 3 Erstellung eines Computermodells des Reliefs der Urschweiz	20
3.1 Bildgebende Verfahren der 3D-Objektrekonstruktion	21
3.1.1 Photogrammetrische Stereoauswertung	21
3.1.2 Laserscanning	24
3.2 Datenerhebung und -Prozessierung	25
3.2.1 Bildaufnahme	26
3.2.2 Passpunktbestimmung	29
3.2.3 Scannen der analogen Aufnahmen	31
3.2.4 Kamerakalibrierung	31
3.2.5 Phototriangulation	34
3.3 Ableitung der photogrammetrischen Produkte.....	35
3.3.1 Digitales Höhenmodell.....	35
3.3.2 Orthobild	38
3.3.3 Vektordaten	40
3.3.4 Untersuchung der automatischen Verfahren zur DHM-Generierung	42
3.4 Visualisierung.....	48
3.5 Beurteilung der Ergebnisse.....	53

Teil II: Kartographiegeschichtliche Genauigkeitsanalyse

Kapitel 4 Methoden zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs	57
4.1 Masstab- und Genauigkeitsbestimmung von Altkarten	57
4.1.1 Vergleichsstrecken-Verfahren.....	58
4.1.2 Vergleichspunkt-Verfahren	61
4.2 Untersuchungen von alten Reliefs.....	79
4.2.1 Räumliche Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation).....	80

4.2.2	Räumliche 9-Parameter Transformation	85
4.2.3	3D-Affintransformation.....	86
4.3	Einfluss der Kartenabbildung auf die Genauigkeitsanalyse.....	93
4.3.1	Moderne Kartenwerke	93
4.3.2	Altkarten und Reliefs.....	94
4.4	Weitere Methoden und Forschungsbedarf.....	94
4.4.1	Datenerfassung für die Genauigkeitsanalysen	95
4.4.2	Visualisierung von Genauigkeitsanalysen.....	95
4.4.3	Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs.....	96
4.4.4	Vergleich von linien- und flächenförmigen Objekten.....	96
Kapitel 5	Genauigkeitsanalyse des Reliefs und der zugehörigen Altkarten.....	97
5.1	Forschungsansatz.....	97
5.2	Die entwickelte Software	99
5.3	Vorbereitung der Eingangsdaten	100
5.3.1	Historische Kartenwerke als Untersuchungsobjekte.....	100
5.3.2	Moderne Kartenwerke als Referenzdaten	104
5.3.3	Verwendete Datensätze	105
5.4	Definition der identischen Punkte	107
5.5	Transformation der identischen Punkte.....	111
5.6	Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs.....	116
5.7	Erstellung von Verzerrungsgittern	122
5.7.1	Verzerrungsgitter im modernen Koordinatensystem	122
5.7.2	Verzerrungsgitter im lokalen Koordinatensystem der Altkarte bzw. des Reliefs	126
5.7.3	Interpolation der Isodeformaten	127
5.8	Untersuchung der flächenförmigen Karten- bzw. Reliefobjekte.....	128
5.9	Vergleich der Höhenmodelle.....	131
5.10	Beurteilung der Ergebnisse.....	131
Teil III: Interpretation und Schlussfolgerungen		
Kapitel 6	Rekonstruktion der Vermessungsweise von Franz Ludwig Pfyffer	135
6.1	Vorbereitung einer Vermessung.....	137
6.2	Triangulation und Detailaufnahme.....	140
6.2.1	Winkelmessung	142
6.2.2	Basismessung	145
6.3	Höhenmessungen.....	149
6.4	Astronomische Messungen.....	151
6.5	Von der Vermessung zum Relief	154
6.5.1	Kartenunterlagen für den Reliefbau	154
6.5.2	Konstruktion des Reliefs	155
6.5.3	Pfyffers Landschaftszeichnungen im Prozess der Relieferstellung	158
6.6	Rückschlüsse aus der Genauigkeitsanalyse.....	164
6.6.1	Interpretation der Genauigkeit in der Planimetrie.....	166
6.6.2	Die Orientierung von Pfyffers Werken	170
6.6.3	<i>Plan du Canton de Zug</i>	173
6.6.4	Zur Darstellung der Innerschweizer Seen	174
6.6.5	Genauigkeit von Pfyffers Höhenmessungen	176
6.6.6	Höhengenauigkeit des Reliefs der Urschweiz: Einfluss des Modellbaus	181
6.7	Pfyffers Werk im zeitgenössischen Vergleich	184

6.7.1 Europäische Karten des 18. Jahrhunderts.....	185
6.7.2 Höheninformation in Landesaufnahmen des 18. Jahrhunderts	189
6.7.3 Würdigung und Bedeutung von Pfyffers geodätischen Leistung.....	190
Kapitel 7 Schlussfolgerungen und Ausblick	195
7.1 Erreichung der Ziele und Gesamtbeurteilung.....	195
7.2 Neue Erkenntnisse	196
7.2.1 Vermessungsverfahren und -instrumente von Pfyffer.....	196
7.2.2 Zeitlicher und räumlicher Verlauf der Reliefentstehung.....	197
7.2.3 Der Massstab des Reliefs der Urschweiz	197
7.2.4 Lagegenauigkeit von Pfyffers Werken.....	198
7.2.5 Pfyffers Pioniertat: Flächendeckende Höhenmessungen	199
7.3 Ausblick.....	199
Literaturverzeichnis.....	201
Lebenslauf.....	209
Dank.....	211
Anhang A:	
Verwendete alte Einheiten	a-1
Anhang B:	
Das Relief der Urschweiz und die zeitgenössischen Karten: Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse.....	b-1
B1. Das Relief der Urschweiz von F. L. Pfyffer	b-3
B2. <i>Carte originale du Général Pfyffer</i>	b-7
B3. Fragment einer Manuskriptkarte von F. L. Pfyffer	b-11
B4. <i>Plan du Canton de Zug</i> von F. L. Pfyffer.....	b-15
B5. <i>Carte en Perspective du Nord au Midi</i> von J. J. Clausner	b-19
B6. <i>Atlas Suisse</i> von J. R. Meyer, J. H. Weiss und J. E. Müller	b-23
Anhang C:	
DiGrid: Die entwickelte Software zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs	c-1
C1. Transformation der identischen Punkte	c-3
C2. Berechnung von Verzerrungsgittern	c-5
C3. Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs	c-7

Teil I:

Geschichtlicher Hintergrund und Datenerfassung

Kapitel 1

Einleitung und Zielsetzungen

1.1 Einleitung

Das Relief der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer von Wyher (1716-1802) ist ein Kulturgut von besonderer Bedeutung für die schweizerische Kartographie. Erstmals wurde das Prinzip der dreidimensionalen Landschaftsdarstellung in einer für diese Zeit beachtlichen Vollständigkeit und Genauigkeit auf ein grosses Gebiet angewendet (Abb. 1-1). Mit seinem anschaulichen Werk weckte Pfyffer bei den zeitgenössischen Kartenmachern neues Interesse an der exakteren Wiedergabe der Terraingestalt. Seine systematische, flächendeckende Vermessung und Modellierung der dritten Dimension, ein Novum im Zeitalter der vereinzelt Höhenangaben, „Maulwurfhügel“ und raupenförmigen Schraffen, förderte zunächst das Experimentieren mit der damals noch unvertrauten Raumerfahrung und später wohl die Entwicklung der licht- und schattenplastischen Karten. Das Relief stellt somit eine wichtige Zwischenstufe auf dem Weg zur modernen Reliefkartographie dar, mit welcher sich die Schweiz dank der einzigartigen Schattierung der Geländeformen internationale Beachtung verschaffte.



Abb. 1-1: Ansicht des Reliefs der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer. Das 6,7 x 3,9 m² grosse Werk bildet im Massstab von etwa 1:11'500 den Vierwaldstätter See mit den Kantonen Luzern, Zug, Ob- und Nidwalden sowie angrenzende Gebiete von Uri, Schwyz und Bern ab. Die Abbildung zeigt Teile des Zuger und Vierwaldstätter Sees.

Nicht weniger ausserordentlich als der kartographiegeschichtliche Wert des Reliefs der Urschweiz ist dessen kulturelle und gesellschaftliche Bedeutung. Die zahlreichen Berichte von begeisterten Reisenden aus allen Teilen Europas bestätigen die Aufmerksamkeit, welche das Relief lange vor seiner Fertigstellung im Jahre 1786 erregte. Zum ersten Mal bot sich die Gelegenheit, eine weiträumige, durch viele Berge und Täler gegliederte Landschaft aus der Vogelperspektive zu betrachten. Das Erlebnis, auf die Alpen herabzuschauen und mit dem Fernglas das Detail geniessen zu können, war damals etwas Neuartiges und Faszinierendes. Darüber hinaus verstanden die Besucher Pfyffers Werk nicht nur als eine Naturabbildung, sondern auch als patriotischen Akt, eine Darstellung der Innerschweizer Gesellschaft.

Doch das Relief der Urschweiz und dessen Erbauer gehören zu den fast vergessenen Kapiteln der Schweizer Kartographiegeschichte. Die vielen Facetten des Reliefs – von einer topographischen bis zu einer geheimen, vielleicht sogar militärischen – sind in ihrer ganzen Breite bis heute noch nie erforscht und dokumentiert worden. Auffallend sind vor allem die fehlenden geometrischen Untersuchungen. Das Relief ist eine plastische Abbildung des Terrains, welche ohne zuverlässige Kartenwerke, jedoch mit dem Ziel höchstmöglicher Genauigkeit auf der Basis von Pfyffers Vermessungen erstellt wurde. Daher wäre es angebracht, das Relief mit einer modernen Karte zu vergleichen und auf seine geometrischen Eigenschaften einzugehen. Die in der kartographiegeschichtlichen Forschung entwickelten Methoden befassen sich aber ausschliesslich mit der Genauigkeitsanalyse der alten Karten; vergleichbare Untersuchungen im dreidimensionalen Raum liegen bis jetzt keine vor. Ausserdem stellt sich eine methodische Frage der primären Datenerfassung: Wie sollen die zur Analyse nötigen räumlichen Koordinaten aus einem 26 m² grossen Relief präzise, effizient und fehlerfrei ausgemessen werden?

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist also zunächst, ein Instrument zu finden, welches komplexe quantitative Analysen ermöglicht. Die Grundlage dazu bildet eine massstabtreue digitale Abbildung des Reliefs der Urschweiz: ein Computermodell. Ist es einmal erstellt, verwandelt sich das Problem der Erfassung beliebiger Reliefelemente in eine einfache Operation am Bildschirm – die Messungen sind dreidimensional, genau, effizient und vollständig. Das virtuelle Relief in der optimalen Softwareumgebung stellt das gesuchte leistungsfähige Werkzeug zur Genauigkeitsanalyse dar. An diesem Punkt setzen die weiteren Untersuchungen der vorliegenden Arbeit an: Das rekonstruierte Computermodell soll einer geodätisch-topographischen Beurteilung unterzogen werden. Die Entwicklung der analytischen Verfahren zum zwei- und dreidimensionalen Vergleich topographisch unterschiedlicher Datensätze hat dabei deren allgemeine Anwendbarkeit zum Ziel. Besonderer Wert soll darauf gelegt werden, das Relief sowie die anderen auffindbaren Werke von Franz Ludwig Pfyffer im zeitgenössischen vermessungstechnischen, kartographischen und gesellschaftlichen Umfeld zu betrachten. Aus der Analyse werden Rückschlüsse auf den Wissensstand sowie Vermessungs- und Modellierungsverfahren Pfyffers erwartet. Da nahezu alle schriftlichen Quellen zur Entstehung des Reliefs als verloren gelten, ist die geodätisch-topographische Analyse der einzig mögliche Weg, Einblicke in dieses bis jetzt unerforschte Thema zu gewinnen.

Diese Untersuchungen wurden im Rahmen des interdisziplinär angelegten Projektes „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ durchgeführt, welches der Entstehung, Geschichte und Bedeutung des Reliefs und dessen Erbauer gewidmet ist. Die Ergebnisse werden demnächst in einer wissenschaftlich fundierten, dabei auch für interessierte Laien verständlichen Monographie veröffentlicht. Die vom Literaturhistoriker und Projektpartner Dr. Andreas Bürgi verfasste Schlusspublikation [Bürgi, 2006] greift in deren vermessungstechnischem Teil auf die Resultate der vorliegenden Arbeit zurück. Das Projekt wurde durch den Schwei-

zerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung sowie durch diverse weitere Institutionen (Kulturgüterschutz des Kantons Luzern, Zuger Kulturstiftung Landis & Gyr, Bundesamt für Landestopographie, ETH Zürich) finanziell unterstützt.

1.2 Zielsetzungen

Die Zielsetzungen dieser Arbeit sind vielfältig und bewegen sich auf einer technischen und auf einer geschichtlichen Ebene:

1. Auf der technischen Ebene sind drei Ziele zu erreichen:
 - Erstellung eines Computermodells des Reliefs der Urschweiz. Das rekonstruierte Modell soll als digitale Sicherheitsdokumentation des wertvollen Originals sowie als Basis für die weiteren Analysen dienen.
 - Entwicklung von Verfahren zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs. Der Schwerpunkt liegt in der Herleitung und Implementierung neuer Ansätze für Genauigkeitsuntersuchungen im dreidimensionalen Raum. Die grundlegenden sowie die neu entwickelten Methoden sollen dabei ein kompaktes Werk für die Genauigkeitsanalysen in der Kartographiegeschichte liefern, welches nicht nur für die Experten aus dem Ingenieurbereich, sondern auch in einem interdisziplinären Rahmen verständlich und direkt einsetzbar ist. Durch die Anwendung der entwickelten Verfahren auf die untersuchten topographischen Werke werden deren Genauigkeiten sowie weitere metrische Parameter gewonnen. Für die kartographiegeschichtliche Forschung ist dabei von Bedeutung, dass nicht nur die Landesaufnahmen als Ganzes, sondern auch einzelne Regionen derselben auf ihre geometrische Qualität untersucht werden.
 - Integration der panoramaartigen topographischen Skizzen aus der Hand von Franz Ludwig Pfyffer in die quantitative Analyse. Es soll ein Versuch gewagt werden, seine Standorte bei der topographischen Aufnahme mit Hilfe der dreidimensionalen Modelle zu bestimmen. Unter Berücksichtigung der sich aus der jeweiligen Aufnahmeposition ergebenden virtuellen Ansicht soll auf das Abbildungsmodell der Landschaftsskizzen geschlossen werden. Die Untersuchung dient zur Abklärung der bis jetzt unbekannt Funktion von Pfyffers Aquarellen.
2. Um die vermessungstechnische Leistung von Franz Ludwig Pfyffer in ihrer historischen Bedeutung verstehen zu können, werden auf der geschichtlichen Ebene folgende Ziele gesetzt:
 - Analyse des Stands der Vermessung und der Genauigkeit der europäischen Karten im 18. Jahrhundert. Dieser breit gefasste Rahmen bietet die Möglichkeit, die von Pfyffer erzielten Resultate in der vermessungstechnischen, kartographischen sowie gesellschaftlichen und politischen Entwicklung jener Zeit zu würdigen.
 - Kartographiegeschichtliche Interpretation der numerischen Ergebnisse. Die in der früheren Literatur enthaltenen Behauptungen über die geringe geometrische Qualität des Reliefs der Urschweiz sollen überprüft werden. Da die spärlichen direkten Quellen kaum einen Aufschluss über die Reliefentstehung geben können, sollen aus der quantitativen Analyse Rückschlüsse auf die zeitliche und räumliche Abfolge von Pfyffers Arbeiten gezogen werden.

- Untersuchung der erhalten gebliebenen schriftlichen Quellen zur Vermessungsweise von Franz Ludwig Pfyffer. Davon werden neue Erkenntnisse über Messverfahren und Instrumente erwartet, welche vor der ersten Landesvermessung und somit vor dem Aufbau der schweizerischen geodätischen Grundlagen angewendet wurden.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist in drei Teile gegliedert. Teil I schildert den geschichtlichen Hintergrund und widmet sich der Erhebung von Grundlagedaten. Die Entwicklung der Verfahren zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs wird in Teil II behandelt. Teil III schliesslich beinhaltet die kartographiegeschichtliche Interpretation der Ergebnisse, Schlussfolgerungen und Ausblick.

In Teil I werden im Anschluss an die Einleitung das Hauptobjekt der Untersuchung, das Relief der Urschweiz und dessen Erbauer, Franz Ludwig Pfyffer präsentiert (Kapitel 2). Der letzte Abschnitt dieses Kapitels gibt einen Überblick über andere alte Reliefs Europas mit Schwergewicht auf den frühesten Werken. Im Vordergrund stehen dabei die Fragen, warum und wie diese Modelle entstanden sind und wie sie verwendet und wahrgenommen wurden. In Kapitel 3 wird nach einer kurzen Übersicht über die bildgebenden Techniken zur 3D-Objektrekonstruktion über die gesamte Auswertekette der Erstellung eines Computermodells des Reliefs der Urschweiz berichtet.

Teil II beginnt mit der Beschreibung und Evaluierung der grundlegenden Ansätze zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs (Kapitel 4). Es wird aufgezeigt, worin der Forschungsbedarf für die vorliegende Arbeit besteht. Anschliessend wird in Kapitel 5 der neue Ansatz zur Genauigkeitsanalyse der zwei- und dreidimensionalen Datensätze hergeleitet und auf das Relief der Urschweiz und die zugehörigen Altkarten angewendet. Die innovativen Entwicklungen liegen vor allem im Bereich der computergestützten Datenerfassung, Georeferenzierung, Einbindung von Genauigkeitsanalysen für flächenförmige Objekte sowie in vielfältigen Visualisierungsprodukten für jeden Schritt der quantitativen Untersuchungen.

In Teil III wird aufbauend auf den Rückschlüssen aus der Genauigkeitsanalyse auf die Rekonstruktion der Vermessungsweise Pfyffers im Detail eingegangen (Kapitel 6). Dies ist der zentrale Teil der vorliegenden Arbeit: Hier werden die von Pfyffer erzielten Ergebnisse unter Berücksichtigung der gesellschaftlichen Entwicklung sowie der wissenschaftlichen Voraussetzungen und Möglichkeiten aus dem vermessungstechnischen Blickwinkel beurteilt und die neu gewonnenen Erkenntnisse präsentiert. Zum Schluss enthält Kapitel 7 eine kritische Evaluation der Forschungsarbeiten, die im Rahmen dieser Dissertation ausgeführt worden sind, sowie einen Ausblick auf zukünftige Entwicklungen.

Das Literaturverzeichnis beinhaltet eine vollständige Aufzählung der Veröffentlichungen, auf welche bei der vorliegenden Arbeit zurückgegriffen wurde. Im Anhang A befindet sich eine Zusammenstellung der verwendeten alten Einheiten. Anhang B zeigt die Rechen- und Visualisierungsergebnisse der Genauigkeitsanalyse des Reliefs und aller untersuchten zeitgenössischen Karten auf. Zur Komplettierung der Arbeit wird im Anhang C die entwickelte Software DiGrid präsentiert.

Kapitel 2

Franz Ludwig Pfyffer und sein Relief der Urschweiz

In der Wohnung des Hrn. General Pfyffers von Wyer ist eine der sehenswürdigsten Sachen der Stadt Luzern anzutreffen; nämlich, die topographische Vorstellung eines grossen Theils der Eidgenossenschaft, so von ihm selbst mit vieler Mühe und Kunst verfertiget worden, und von Kennern auf das Höchste bewundert wird. Es bestehet aus einem Modell in erhabner Arbeit; das meiste ist von Wachs, die Berge von Stein; alles hat die Farben der Natur. Die Buchen- und Fichtenwälder sind sehr kenntlich von einander unterschieden, wie dann auch die Vorflächen jeden Bergs, und seine ganze Gestalt genau angegeben wird. Er hat selbst auf den Plätzen die Plane aufgenommen, die Höhe der Berge gemessen, und alles in gehöriger Proportion aufgetragen. Das Ganze ist darinnen auch bis auf das Kleinste richtig, und enthält nicht nur alle Berge, Seen, Flüsse, Städte, Dörfer und Wälder, sondern auch jede Hütte, Loch, Brücke, Pfad; ja sogar jedes Kreuz wird genau und deutlich vorgestellt. Seine Höhe nimmt er von der Oberfläche des Luzerner Sees; sie begreift in sich den ganzen Pilatusberg, einen Theil vom Kanton Unterwalden, den Rigi, und alle andere Gebürge am See; die Stadt Luzern, die Vogteyen Kriens und Ebiken; das Reussthal, einen Theil der Kantonen Bern, Uri, Schweiz, Unterwalden und Zug; hievon ist 1781 eine Erklärung zu Paris herausgekommen, und nun wird solche auch in Kupfer gestochen [Holzhalb/Leu 1788].

Mit diesen Worten beschrieb Hans Jakob Holzhalb (1720-1807) in seinem Ergänzungsband zum berühmten schweizerischen Lexikon des Staatsmanns und Zürcher Bürgermeisters Hans Jacob Leu (1689-1768) das Relief der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer von Wyher (1716-1802). Wer war General Pfyffer, unter welchen gesellschaftlichen Bedingungen und warum schuf er dieses Dokument von einzigartiger Aussagekraft? Und welche Bedeutung und Auswirkungen hatte es für Luzern, für die Region und für die Schweiz? Da das topographische Werk von Pfyffer im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht, widmet sich dieses Kapitel den historischen Zusammenhängen der Reliefentstehung und der Persönlichkeit des Luzerner Reliefbauers. Die Schilderung stützt sich auf die zwei bisher ausführlichsten Abhandlungen zu diesem Thema [Weber, 1912; Ottiger, 1973]. Zudem konnte auf zwei neuere, im Rahmen des Projektes „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ veröffentlichte Publikationen [Bürgi, 1998; Cavelti Hammer, 1998] zurückgegriffen werden. Nicht zuletzt seien als Quelle die projektinternen Unterlagen und Manuskripte genannt, die in die bereits erwähnte Monographie über Franz Ludwig Pfyffer [Bürgi, 2006] einfließen. Um zu verdeutlichen, dass Pfyffer mit seinem Werk an eine lange Tradition des europäischen Reliefbaus anschliessen konnte und gleichzeitig in dieser Entwicklung neue Impulse setzte, werden zum Schluss dieses Kapitels andere alte Reliefs aus verschiedenen Ländern und Jahrhunderten vorgestellt. Es wird den Fragen nachgegangen, welche Motivation bei deren Entstehung im Vordergrund stand, welches ihr Verwendungszweck war und wie sie gebaut und wahrgenommen wurden.

2.1 Aus dem Leben von Franz Ludwig Pfyffer

Franz Ludwig Pfyffer von Wyher (Abb. 2-1) wurde am 19. Mai 1716 in eine angesehene Luzerner Familie geboren. Der familiären Tradition folgend verliess er im Alter von zehn Jahren das Elternhaus und trat in die Kadettenschule der Garde in Paris ein, um sich auf eine Offizierslaufbahn vorzubereiten. Der Name Pfyffer genoss seit dem Anfang des 16. Jahrhunderts am französischen Hof einen hervorragenden Ruf; zahlreiche Vorfahren und Verwandte von Franz Ludwig hatten in Frankreich gedient. Der Lebensstil von Pfyffer blieb zeitlebens von französischer Schule geprägt, auch sprach und schrieb er französisch. Während seiner Dienstzeit in Paris kam er zum ersten Mal mit der Form der Reliefdarstellung in Berührung. Die von König Louis XIV angelegte und kontinuierlich ausgebaute Sammlung der Festungsmodelle, welche zur Planung von Angriff und Verteidigung sowie zur Projektierung von repräsentativen Bauten erstellt wurden, weckte bei Pfyffer grosses Interesse. Er liess sich in Paris in der Modellierkunst unterrichten. Wohl schon damals reifte in ihm der Plan, seine Heimat, die Urschweiz, auf ähnlich anschauliche Weise dreidimensional darzustellen.



Abb. 2-1: Franz Ludwig Pfyffer von Wyher (1716-1802). Links Kupferstich von Christian von Mechel (Basel, 1786) nach einem Ölgemälde von Joseph Reinhardt. Rechts der Generalleutnant mit seinem Relief, Ölgemälde von Joseph Reinhardt, 1802. © Gletschergarten-Museum Luzern.

Pfyffers Offizierskarriere verlief ausserordentlich erfolgreich. Bereits als Zwanzigjähriger stand er als Hauptmann der Gardekompanie vor, die in mehreren Feldzügen der französischen Krone im aktiven Kriegsdienst eingesetzt wurde. Bei der Belagerung und Einnahme der Festungen im polnischen Thronfolgekrieg (1733-1735) sowie im österreichischen Erbfolgekrieg (1740-1748) profitierte Pfyffer vom Können der französischen Ingenieure und Artilleristen und lernte Grundlagen der praktischen Vermessung kennen. Die Kriegsjahre brachten ihm Auszeichnung und Beförderung. Im Jahr 1742 wurde Pfyffer der Ludwigsorden für militärische Verdienste verliehen, 1745 folgte die Ernennung zum Brigadier. Nach

vierzigjähriger Offizierslaufbahn wurde er 1768 mit dem zweithöchsten Militärgrad bei der französischen Armee, mit dem Rang des Generalleutnants, ausgezeichnet. Diese für einen Schweizer nicht ganz gewöhnliche Würde brachte ihm eine jährliche Pension von 15'000 Livres. Trotz dieser Anerkennung geben die neuesten Untersuchungen von Pfyffers Korrespondenz Hinweise darauf, dass er sich für militärische Angelegenheiten weniger als bisher angenommen interessierte [Bürgi, 2006]. Viel eher liess er ab und zu seine Kompanie auf die Schlachtfelder ziehen, während er in Paris oder in Luzern weilte und Kontakte knüpfte. Ein Jahr nachdem er zum „General“ – wie er seither allgemein titulierte wurde – avanciert war, verliess er seinen Dienst am französischen Hof und kehrte nach Luzern zurück. Mit seiner Frau Marie Josse d'Hemel aus Argenteuil bei Paris, die er 1741 heiratete, sowie mit den beiden Töchtern bewohnte er zwei Häuser am Mühleplatz. Zudem war er Schlossherr auf dem Wasserschloss Wyher, dem Sommersitz der Familie Pfyffer.

Die Kontakte zu seiner Heimatstadt pflegte Pfyffer während seiner ganzen militärischen Karriere. Als Besitzer einer Kompanie reiste er beinahe jedes Jahr von Paris nach Luzern, um neue Garderekruten anzuwerben. Den Urlaub verbrachte er ebenfalls regelmässig in der Schweiz. Im gleichen Jahr, als der junge Pfyffer das Kommando über seine Kompanie übernahm (1736), gelangte er als Mitglied in den Grossen Rat der Stadt und Republik Luzern und wurde zum Stadttammann ernannt. Zwischen 1739 und 1742 amtierte er als Stadtrichter von Luzern, 1753 wurde er Mitglied des Kleinen Rates und noch 1798, kurz vor dem Niedergang des Ancien Régime, hatte er Einsitz im Geheimen Rat genommen, der für die innere und äussere Sicherheit von Stadt und Land zuständig war.

Für Pfyffers Vermessungen für das Relief der Urschweiz war insbesondere ein Amt, welches er in Luzern bekleidete, von grosser Bedeutung. Als in Frankreich ausgebildeter Ingenieur leitete er zwischen 1759 und 1764 den Neubau der ersten befestigten Strasse im Kanton, derjenigen nach Basel. Für seine Ingenieurleistung erhielt er 1'200 Gulden, eine ausserordentliche Belohnung für die damalige Zeit. Im Jahre 1766 wurde Pfyffer mit dem Plan und der Ausführung der Arbeiten zur Verbauung des wilden Renggbachs beauftragt, der zu jener Zeit bei Unwettern regelmässig über die Ufer trat und in der Stadt Luzern grossen Schaden anrichtete. Unter Pfyffers Leitung wurde eine gross angelegte Gewässerkorrektur im Bereich des Renggbachs vorgenommen, die als eine der frühesten Arbeiten solcher Art gilt. Es ist wohl kein Zufall, dass sich gerade dieses, dem General dank seiner Ingenieurleistung bestens vertraute Gebiet, als der am genauesten abgebildete Relieftteil erwies (siehe Kapitel 6.6.1).

Als pensionierter General des französischen Königs betrachtete Pfyffer aus zunächst noch sicherer Distanz die Französische Revolution und später auch den Einmarsch der Revolutionsstruppen in der Schweiz. Seine Pensionszahlungen blieben aus. Zudem gehörte er zu denjenigen Luzernern, die gezwungen wurden, eine Kontributionszahlung von 5'000 Gulden an die Besatzer abzuliefern. Wie er sich mit dem Untergang der Rechtsverhältnisse und der Kultur der alten Eidgenossenschaft zurechtgefunden hatte, ist nicht überliefert. In zeitgenössischen Reiseberichten erscheint Pfyffer als ein freundlicher und liebeswürdiger, wenn auch wohl eher nüchterner Mensch, der den zahlreichen Besuchern das Relief der Urschweiz stets geduldig vorführte und erklärte. Der Schweizer Naturforscher und Bergsteiger Horace Bénédict de Saussure (1740-1799), der in Gesellschaft des Generals mehrmals Ausflüge in die Umgebung von Luzern machte, schätzte ihn als eine aussergewöhnliche Persönlichkeit, begabt mit auffallender Schaffenslust und Stärke. In wissenschaftlichen Fragen war Pfyffer ein aufgeklärter und unabhängiger Geist. Es war vor allem seine Arbeit als Vermesser und Reliefbauer, die ihn zu einem der Pioniere der Aufklärung in der Schweiz machte.

2.2 Das Pilatusrelief und das Relief der Urschweiz

Zwischen den Feldzügen immer wieder in Luzern, schaffte es Pfyffer, sich neben der Anwerbung neuer Gardisten und den Diensten für die Stadt Luzern seiner grössten Leidenschaft zu widmen – der Vermessung. Sein erstes Relief, welches die Gegend um den Pilatus von Hergiswald bis Alpnach abbildete, verfertigte Pfyffer aus Wachs und Pappdeckeln im Jahre 1750. Das *7,5 x 5,5 Schuh grosse und 1,5 bis 2 Schuh hohe* Pilatusrelief (etwa 2,25 m x 1,65 m, in der Höhe 0,45 bis 0,60 m)¹ wurde in einem extra dafür bestimmten Zimmer in Pfyffers Haus am Mühleplatz ausgestellt. *Niemand hatte vor ihm den Berg so oft bestiegen, bis in die verborgensten Winkel und auf die höchsten Gipfel erforscht, so dass er selbst die kleinsten Jägersteige vormerken konnte. Oftmals musste er durch seine Begleiter am Seil gehalten und in die Abgründe hinunter gelassen werden*, schrieb der Zürcher Geographieprofessor Leonhard Meister (1741-1811) [Zitate aus Weber, 1912]. Während die Zeitgenossen das einzigartige Kunstwerk bewunderten, war der unermüdliche General in seinen Gedanken bereits viel weiter, denn er wollte die gesamte, bis zu dem Zeitpunkt von keinem anderen vermessene Urschweiz in der anschaulichen Reliefform darstellen.

Die Tatsache, dass das Pilatusrelief nicht aufgefunden worden war, liess bisher vermuten, dass Pfyffer seinen Erstling später in das Relief der Urschweiz integrierte. Doch aus den für die vorliegende Arbeit durchgeführten Untersuchungen geht hervor, dass dies nicht der Fall sein kann. Die zwei im Pilatusrelief abgebildeten Ortschaften Hergiswald und Alpnach liegen im Gelände etwa 9,5 km voneinander entfernt. Bei der überlieferten Reliefgrösse musste deren grösstmögliche Distanz in Pfyffers Modell etwa 2,2 m bzw. 1,6 m betragen (je nach Ausrichtung des Werks), was auf einen grossen Massstab von 1:4'000 bis 1:6'000 schliessen lässt. Zusätzlich dazu musste das Pilatusrelief bei einer Höhe von 0,45 bis 0,60 m stark überhöht sein. Das Relief der Urschweiz hingegen weist einen deutlich kleineren, in der Lage und Höhe beinahe einheitlichen Massstab von etwa 1:11'500 auf; die kleine Überhöhung wird auf ungewollte Fehler bei der Vermessung zurückgeführt (siehe Kapitel 6.6.5). Es ist jedoch sehr wahrscheinlich, dass beide Reliefs auf der gleichen, von Pfyffer angelegten Triangulation beruhen.

Sowohl die neue Quellenforschung [Bürgi, 2006] als auch die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse weisen darauf hin, dass Pfyffer bereits Ende der Vierzigerjahre (vor 1750 und nicht erst 1762, wie in den älteren Veröffentlichungen immer wieder genannt) mit seinen Feldarbeiten begann. Ausschliesslich und systematisch konnte er sich dieser Tätigkeit jedoch erst nach seinem Abschied aus französischen Diensten (1769) widmen. Wie und mit welchen Instrumenten er dabei voringing, war das Hauptthema der vorliegenden Forschung. Die Vermessungsweise von Pfyffer ist von der Vorbereitung und Rekognoszierung über die Triangulation, Detail- und Höhenmessung bis zu den astronomischen Beobachtungen in den Kapiteln 6.1 – 6.4 rekonstruiert. Mit den neuen Erkenntnissen zur Entstehungsgeschichte des Reliefs, welche dank der Genauigkeitsanalyse gewonnen werden konnten, befasst sich Kapitel 6.6.

Nach der abgeschlossenen (Teil-)Vermessung im Gelände übertrug Pfyffer seine graphischen und numerischen Unterlagen zuerst auf eine Karte. Erst nachdem er mit dieser ebenen Darstellung zufrieden war, machte er sich daran, das Relief zu bauen. Die im Jahre 2000 beendete Restaurierung des Reliefs der Urschweiz erlaubte es, das beeindruckende Innenle-

¹ Die Umrechnung wurde mit einer ungefähren Länge von 0,3 m für einen Schuh durchgeführt. Dies ist der Mittelwert zwischen der Schuh-Länge in französischen Einheiten, die Pfyffer verwendete (0,32484 m) und dem damals geltenden Luzerner Mass (0,2842 m), vgl. Anhang A.

ben des Werks und die wieder staubfreie und verschiedenfarbige Oberfläche zu betrachten. Anders als die späteren Reliefbauer benutzte Pfyffer für die Umsetzung ins Relief nicht Gips, sondern diverse Materialien, die er in seinem Haushalt vorfand. Als Vorbilder dienten ihm neben den erwähnten französischen Festungsreliefs die plastischen Darstellungen der Weihnachtsskrippen, besonders aus Tirol und Italien, die zum Teil richtige Berge zeigten. Diese Krippenkunst erreichte in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts ihren Höhepunkt [Cavelti Hammer, 1998]. Die Relieflandschaft ist aus 136 Einzelelementen mit dem Ausmass von insgesamt 6,7 m x 3,9 m gebaut. Auf dieser Fläche liegt das Gelände zwischen Bremgarten, Titlis, Sarner- und Ägerisee, modelliert aus Holzlatten, Holzkohleresten und Ziegelstücken. Der maximale Höhenunterschied des Reliefs beträgt etwa 30 cm, von 1,5 cm im nördlichen Flachland bis rund 32 cm im gebirgigen Süden. Die Oberfläche ist mit einer Gips-Sand-Masse gestaltet und mit einer dünnen Schicht eingefärbten Bienenwaxes überzogen. Am eindrucksvollsten wirken die Details: Die Wälder sind aus Wachskrümeln modelliert und in hellen und dunklen Grüntönen bemalt, die Häuser ragen als fingerförmige rote Hügelchen aus der Oberfläche heraus. Die Wege sind durch von Nagel zu Nagel gespannte Schnüre und die Bäche und Flüsse durch wellenförmig gedrehte Drähte veranschaulicht. Weitere Informationen zu Pfyffers Vorgehen, welches in der Geschichte des Reliefbaus einmalig ist, sind in Kapitel 6.5 zu finden.

Das Relief der Urschweiz wurde 1786 vollendet. Bereits lange vor seiner Fertigstellung reisten unzählige Besucher aus ganz Europa nach Luzern, um dieses Novum mit eigenen Augen anzuschauen. Das Relief befand sich wahrscheinlich im heutigen Casino am Löwengraben, dem damaligen Stadtpalais der Familie Pfyffer. Rund um das Relief wurden Stufen eingerichtet, um dem Betrachter einen steileren Blick aus der Vogelperspektive zu ermöglichen. Das Luzerner Wochenblatt von 1784 berichtet von einer ausgeklügelten Vorrichtung, welche es erlaubte, das Kunstwerk zum Schutz vor Staub mit einer Decke zu überziehen. Sie diente auch zur Darstellung des Tageslaufs von Sonnenaufgang bis zur Dämmerung [Weber, 1912]. Die Wände des Reliefraums waren mit Landschaftsbildern und Darstellungen aus der Schweizer Geschichte geschmückt.

Es bleibt die Frage, warum der so vielseitig beschäftigte Pfyffer beinahe 40 Jahre der Vermessung und Modellierung der Innerschweizer Landschaft gewidmet hat. Was hat ihn dazu bewogen, die anstrengenden Bergbesteigungen auf sich zu nehmen, die damals als ausgesprochen verdächtig geltenden Vermessungsarbeiten durchzuführen, über so lange Zeit an diesem Reliefmodell zu bauen und das Unternehmen sogar selber zu finanzieren? Die Geschichtsquellen bieten leider keine exakte Antwort dazu. Der militärisch-praktische Aspekt des Reliefs ist jedoch unübersehbar: der handliche Mosaikaufbau, die zuverlässig markierten und in solider Militär-Ingenieurtechnik festgenagelten Verkehrswege, der Anspruch auf höchst mögliche geometrische Genauigkeit. Vermutlich war es Pfyffers Absicht, die Urschweiz für die Armee und die Obrigkeit modellhaft darzustellen. In den Jahren des Niedergangs des Ancien Régime wurde das Relief tatsächlich zum Instrument des militärischen Kalküls. Der französische Kommandant in der Innerschweiz, Claude Jacques Lecourbe, verschaffte sich durch das Studium des Pfyffer-Reliefs 1799 entscheidende Geländekenntnisse gegenüber dem von Italien her vorstossenden russischen General Suworow. Noch 1805, drei Jahre nach dem Tod des Luzerner Modellbauers, plante Napoleon, das Relief zu kaufen. Seine Beweggründe dafür waren zwar nicht mehr strategische, da er inzwischen auf bessere Karten der Innerschweiz zurückgreifen konnte, doch wollte er verhindern, dass das Werk einer anderen europäischen Grossmacht in die Hände fiel [Wolf, 1879]. Es wäre aber verfehlt, das Relief als rein militärisches Machtinstrument zu betrachten. Wie im folgenden Kapitel festgehalten wird, wurde das farbige plastische Modell vielmehr als Ausdruck der Fas-

zination für die alpine Landschaft und sogar als Abbild der Innerschweizer Gesellschaft interpretiert.

2.3 Die Bedeutung und Auswirkungen des Reliefs der Urschweiz

Das Relief der Urschweiz wurde in der Zeit gebaut, als der Raum noch als ein weitgehend unerforschtes Phänomen galt. Die wachsende Zahl der Reisenden, die in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts eben erst mit der Erkundung der Welt begonnen hatten, hatte dank des Pfyffer-Reliefs die einmalige Gelegenheit, einen ungewohnten Überblick über eine Berglandschaft zu geniessen. So weilte der italienische Physiker Alessandro Volta (1745-1827) im Jahre 1777 drei Stunden lang vor dem Relief und bezeugte seine Bewunderung in seinen Schriften. Auf der anderen Seite übten eben die zahlreichen Details, die buchstäblich unter die Lupe genommen werden konnten, eine Anziehungskraft auf die Besucher aus, wie es Leonhard Meister 1782 in seinen *Kleinen Reisen* darlegte: *Kann man es à vue d'oiseau durch ein Vergrösserungsglass ansehen, so ist es, als sähe man wie Zeus vom Olymp auf die Erdgebirge hinunter. Alle Vorteile der geographischen Karte, der Perspektive und der Malerei sind in dem Pfyfferischen Werk vereinigt* [Weber, 1912]. Zu den weiteren namhaften Persönlichkeiten, für die das Relief der Urschweiz eine Reise nach Luzern Wert war, gehörten der deutsche Dichter Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832), der englische Historiker William Coxe (1747-1828), der französische Schriftsteller Louis-Sébastien Mercier (1740-1814), der russische Autor Nikolaj Karamsin (1766-1826), der preussische Arzt und Reisechriftsteller Johann Gottfried Ebel (1764-1830) und viele andere.

Die Beachtung aller Schichten des Adels und der Wissenschaft, aber auch des einfachen Volks musste für Pfyffer eine Genugtuung bedeuten. Es war doch dieselbe Gesellschaft, vertreten durch die Obrigkeiten und die misstrauischen Bauern, die ihm selber den Überblick über die Innerschweizer Hoheitsgebiete vorenthalten wollte. Seine Vermessungen wurden als ausgesprochen unabhängigkeits- und freiheitsbedrohlich angesehen. Die überlieferten zeitgenössischen Geschichten, wonach der General angeblich zweimal als Spion verhaftet wurde und seine Arbeit auch mal bei Mondschein durchführen musste, sind zwar nicht belegt und die letztere ist sogar vermessungstechnisch unmöglich, doch sie haben einen wahren Kern (vgl. dazu Kapitel 6.1). Pfyffers Plan, die ganze Schweiz in einem Relief abzubilden, scheiterte am Widerstand Berns und Zürichs. Für die erste topographische Gesamtaufnahme des Landes, den zwischen 1796 und 1802 herausgegebenen *Atlas Suisse* von Johann Rudolf Meyer (1739-1813), Johann Heinrich Weiss (1758-1826) und Joachim Eugen Müller (1752-1833), musste die Schweiz neue politische und gesellschaftliche Verhältnisse abwarten. Interessanterweise erschien dieses Werk – durch die Arbeit von Pfyffer angeregt – zunächst in Form eines Reliefs, erst später wurden die Kartenblätter gestochen.

Über die topographische Darstellung hinaus bildet das Relief der Urschweiz eine Kulturlandschaft ab. So nahm Pfyffer seine Aufgabe auch wahr: Er wollte nicht nur die imposante, damals unerreichbare Bergbarriere präsentieren; sein Interesse gehörte auch den Menschen, die in diesem Raum lebten. Diesen anthropologischen Charakter seiner Arbeit bezeugen die vielen im Relief abgebildeten Siedlungen, Wege und sogar einsame Kreuze im Gebirge sowie Pfyffers Anstrengungen für die korrekte Benennung der Ortschaften und Gipfel. Auch die bildhafte Darstellung der Orte mit einem historischen Symbolgehalt, etwa der Rütliwiese, haben viele Besucher geschätzt. Sie würdigten das Relief als eine patriotische Tat, als ein Werk, in welchem die Innerschweizer Landschaft eng mit der Geschichte und der Kultur ihrer Bewohner verknüpft war.

Auch als topographisches Werk hatte das Relief der Urschweiz direkte Auswirkungen auf die Nachwelt. Bereits vor der Fertigstellung wurde das Relief im Jahr 1777 vom Berner Künstler Balthasar Anton Dunker (1746-1807) als Vogelschaukarte gezeichnet. Sie erschien später in den *Tableaux de la Suisse* des Schweizer Historikers Beat Fidel Anton von Zurlauben (1720-1799) in zwei Blättern, als Kupferstich und als Konturkarte mit Nomenklatur (Abb. 2-2). Interessant ist, dass gemäss dem Kartentitel Dunker nicht nach der Vorlage des Reliefs, sondern nach den „geometrischen Zeichnungen“ von Pfyffer gearbeitet habe. Auf diese Kartenwerke, Pfyffers Unterlagen für den Reliefbau, wird in Kapitel 6.5.1 eingegangen. Als das Relief der Urschweiz fertiggestellt war, erstellte der Zuger Kupferstecher Jakob Joseph Clausner (1744-1797) – ebenfalls nach der Vorlage von Pfyffers Kartenmaterial – eine Karte der Innerschweiz, die bis zum Erscheinen des erwähnten *Atlas Suisse* die massgebliche Karte des Gebiets blieb. Clausners *Carte en Perspective du Nord au Midi*, 1786, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingehend untersucht (vgl. Anhang B5), denn sie stellt ein einzigartiges kartographiehistorisches Dokument dar: Wie keine andere Karte jener Zeit gibt sie die von Pfyffer vermessenen Höhen zahlreicher Gipfel und Ortschaften als Zahlen an. Anlässlich der Fertigstellung des Reliefs wurde zudem eine weitere Karte herausgegeben, ein handkolorierter Kupferstich in Vogelschauperspektive von Christian von Mechel (1737-1818, Abb. 2-3). Im Gegensatz zum Werk von Dunker bildet diese Karte den gesamten Kanton Luzern ab, inklusive dessen nördlichen Teil mit den drei Mittellandseen. Diese Tatsache entspricht dem raumzeitlichen Vorgehen und dem aufgeklärten Zeitgeist von Pfyffer, der sich zuerst in das schwierige Südgebirge wagte und erst später die flachen Gegenden im Norden hinzufügte.



Abb. 2-2: Die Vogelschaukarte *Plan perspectif d'une grande partie des cantons de Lucerne ...* von Balthasar Anton Dunker, nach der Originalkarte von Pfyffer 1777 gezeichnet und von Née und Masquelier als Kupferstich graviert (links). Rechts das Beilageblatt als Konturdarstellung mit der Nomenklatur. Aus [Sammlung Ryhiner, 2003].

Ein weiteres, wenig bekanntes Verdienst von Pfyffer ist die Einleitung einer neuen Ära der Alpenpanoramen. Im Jahr 1790 platzierte Pfyffer einen *vielgerühmten und -bestaunten* Alpenzeiger auf der alten Hofbrücke in Luzern. Leider existiert dieses *halbkreisförmige Brett, auf welchem alle vom Standort sichtbaren Berge eingezeichnet waren und die Entfernung von Luzern aus angegeben war* nicht mehr [Zitate aus Ottiger, 1973]. Die Konstruktion solcher Panoramen, die sich heute auf vielen Aussichtspunkten befinden, war damals ein absolutes Novum [Cavelti Hammer, 1998]. Erst durch das Werk von Hans Conrad Escher von der Linth (1767-1823), Johann Gottfried Ebel (1764-1830) sowie von anderen Wissenschaftlern wurde diese Art der Geländedarstellung weltberühmt. Durch seine lebenslange Arbeit förderte der General nicht nur die Erforschung der Alpen und die Entwicklung der schweize-

rischen Relieftradition, sondern auch die Panoramakunst, und nicht zuletzt stand er am Beginn des Luzerner Tourismus.



Abb. 2-3: Die Vogelschaukarte *Vue perspective de la partie la plus élevée du centre de la Suisse ...* von Christian von Mechel, Basel 1786. Aus [Sammlung Ryhiner, 2003].

2.4 Die Nachgeschichte

Etwa ab 1810 begannen die Meinungen über das Relief der Urschweiz zu kippen, die allgemeine Begeisterung nahm allmählich ab. Es waren vor allem Spezialisten auf dem Gebiet der Topographie, die angesichts der neu entwickelten Präzisionsmessverfahren und Instrumente sowie der kürzlich herausgegebenen Kartenwerke das Relief als geometrisch ungenau und veraltet angesehen haben. *Das Fortschrittsdenken des 19. Jahrhunderts hatte es [das Relief] entzaubert, ihm erschien es als zwar respektables, aber von den topographischen Leistungen der Gegenwart endgültig überholtes Zeugnis der Kartographiegeschichte* [Bürgi, 1998]. Einige dieser früheren Behauptungen wurden bis weit ins 20. Jahrhundert hinein übernommen; noch 1981 schreibt Imhof: *Dieses recht holperig gestaltete Detail ist es ja wohl, das dem Ganzen den Stempel einer gewissen altertümlichen Primitivität aufdrückt.* Doch die Schaulustigen schienen sich an den Zweifeln der Wissenschaft nicht zu stören und strömten weiterhin nach Luzern, wo der Besuch des Reliefs der Urschweiz zu einer beliebten Schlechtwettervariante geworden war.

Im Gegensatz zur Entstehung des Reliefs ist dessen Nachgeschichte lückenlos dokumentiert². Der 1802 verstorbene Franz Ludwig Pfyffer vermachte das Werk seinem Schwiegersohn Jost Bernhard Pfyffer. In die Zeit seiner Verfügung über das Relief fällt die erwähnte Verhandlung mit der französischen Regierung, das Relief zu verkaufen, und zwar im Austausch gegen die zwischen 1797 und 1802 nicht mehr ausbezahlten Pensionsgelder des Generals. Glücklicherweise kam der Vertrag nicht zustande, und das Relief blieb bei der Familie. Nachdem es Jost Bernhard Pfyffer-Segesser 1865 der Korporation Luzern schenkte, gelangte das Werk als Ausstellungsobjekt in die Bürgerbibliothek. Im Jahr 1873 wurde das Relief leihweise Josef Wilhelm Amrein-Troller übergeben, der es im neueröffneten Gletschergarten in Luzern ausstellen liess. In diesem Museum befindet sich das Relief bis heute.

² Die Urkunden und Verträge werden im Luzerner Staatsarchiv aufbewahrt.

Im Jahre 2000 wurde es restauriert und in Übereinstimmung mit den modernsten museumsdidaktischen Erkenntnissen in einem neuen – im Gletschergarten nach einer Umplatzierung in Winter 1904/1905 bereits dritten – Raum ausgestellt.

Die Zeit hat am über 200 Jahre alten Werk Spuren hinterlassen. Einem Kenner der Inner-schweizer Landschaft und Geschichte fallen gleich die rot gefärbten Eisenbahnlinien auf, die erst ein Jahrhundert nach dem Bau des Reliefs hinzugefügt worden sein müssen. Analog zu den weissen Strassenverbindungen markierten diese festgenagelten Spannfäden das damals aktuellste und modernste Transportmittel. Aber auch die heutigen Farben sind mit denjenigen zu Pfyffers Zeit kaum vergleichbar. Die in den Reiseberichten immer wieder erwähnte Unterscheidung zwischen den helleren Laub- und dunkleren Nadelwäldern ist nicht mehr erkennbar, die einmal verschiedenfarbigen Gesteinsarten erscheinen heute in einem einheitlichen Braun. Abgesehen von einem Alterungsprozess gehen diese Veränderungen auf die zahlreichen Reinigungen und Übermalungen zurück. Mehr über die Spuren von wiederholten Restaurationen, die sich auf das Relief als Quelle für die numerischen Untersuchungen auswirken, kann in Kapitel 6.5.2 nachgelesen werden.

2.5 Andere alte Reliefs Europas

Das Relief der Urschweiz steht in der europäischen Kartographiegeschichte nicht allein. Wie bereits erwähnt wurde, bedeuteten die im Auftrag vom französischen König Louis XIV erstellten Festungsmodelle eine unmittelbare Inspiration für das Werk von Franz Ludwig Pfyffer (Abb. 2-4). Aus der Korrespondenz des damaligen Kriegministers Louvois (1641-1691) sowie des Militäringenieurs Sébastien Vauban (1633-1707) geht hervor, dass die ersten zwischen 1668 und 1680 gebauten und heute nicht mehr auffindbaren französischen Reliefs als Entscheidungsgrundlage für den Bau der neuen Festungen entstanden sind [Warmoes, 2003, 2004]. Die Kenntnis der Topographie war erforderlich, um die geplante Anlage optimal in die Umgebung hinein bauen und somit ihre Verteidigung bestmöglich gewährleisten zu können. In den folgenden 20 Jahren änderten sich die Beweggründe für den Reliefbau in Frankreich. Die Modelle wurden nicht mehr zur Unterstützung der neuen Befestigungsarbeiten erstellt, sondern sie entstanden erst Jahre danach als Erinnerung an den früheren Festungsaufbau, als Ausdruck der Territorialherrschaft und Macht. Nach 1700, als Louis XIV die Reliefsammlung in die Galerie Bord-de-l'Eau im Louvre verlegte, sind die Modelle zum Prestigeobjekt, zum Instrument der königlichen Propaganda geworden. 1777 folgte eine weitere Umplatzierung der inzwischen ausgebauten Sammlung in das Hôtel des Invalides, wo sich das Musée des Plans-Reliefs heute befindet. Im 19. Jahrhundert, als der Reliefbau in ganz Europa den Perfektionsgrad erreichte, setzte sich in Frankreich vor allem Napoleon I für eine modellhafte Darstellung der militärischen Einrichtungen und der umliegenden Landschaft ein. Auf sein Geheiss sind unter anderem die 130 bzw. 150 m² grossen Reliefs von Brest und Cherbourg entstanden. Die 1668 eingeleitete Ära der französischen „Plans-Reliefs“ ging 1870 mit neuen Militärstrategien sowie Entwicklungen in der Kartographie zu Ende. In dieser Zeit wurden 260 Reliefs gebaut, meistens im Massstab 1 Fuss für 100 Toisen (etwa 1:600, siehe Anhang A).



Abb. 2-4: Ein Teil des grossen Festungsmodells von Briançon (1731-1736) aus der im Musée des Plans-Reliefs in Paris aufbewahrten Sammlung. Diese Modelle regten Pfyffer an, seine Heimat ebenfalls im Relief darzustellen. © Gletschergarten-Museum Luzern.

Die französischen Reliefs basieren auf den topographischen Grundlagen, welche die damit beauftragten Militäringenieure extra für diesen Zweck erarbeiteten. Eine Verbindung zu den damals bereits fortgeschrittenen Triangulationsarbeiten der ersten systematischen Landesvermessung unter den vier Generationen der Familie Cassini (vgl. Kapitel 6.7.1a) scheint nicht zu existieren. Im Gelände wurden die verschiedenen strategischen Objekte mit einem Farbcode versehen, und manchmal wurden sogar Aquarelle geschaffen, um die Landschaft besser im Relief wiedergeben zu können. Dies ist eine weitere interessante Parallele zur Vorgehensweise von Franz Ludwig Pfyffer (vgl. Kapitel 6.5.3). Die französischen Festungsmodelle sind, so wie das Relief der Urschweiz auch, auf mehreren zusammengesetzten Grundplatten aus Holz aufgebaut. Die Modellierung der Terrainformen erfolgte mittels einer Masse aus feinem Sand und Leim. Zur Darstellung der Felder, Wiesen und Wälder diente eingefärbte Seide, das Gewässer ist mit Ölfarben bemalt. Die Gebäude sind als kleine Holzblöcke veranschaulicht, deren Wände mit einem gravierten oder bemalten Papier beklebt wurden, um die entsprechenden Baumaterialien zu imitieren [Warmoes, 2003]. Der Einfluss der französischen Modellbauer auf das Werk von Franz Ludwig Pfyffer ist unübersehbar: Auf die Grundprinzipien dieser Modellerschule zurückgreifend passte Pfyffer das Bauverfahren seinen Rahmenbedingungen und Möglichkeiten an, verfeinerte und entwickelte es weiter.

Um den Beginn des europäischen Reliefbaus aufzuzeichnen, muss zunächst kurz auf den vieldeutigen Begriff „Relief“ eingegangen werden. In der vorliegenden Arbeit wird als Relief eine verkleinerte dreidimensionale Abbildung des Geländes verstanden. Es lässt eine Betrachtung aus allen Blickrichtungen zu und liefert einen natürlichen Raumeindruck. Als Synonym dazu wird hier auch der Begriff „Modell“ verwendet. Die Erdoberflächenformen, die in einem Relief dargestellt sind, können dabei vielfältig sein, von den bereits angesprochenen Festungen bis zu Städten, Landschaften und Gebirgen. Im Sinne dieser breiten Definition eines Reliefs sind die ersten Objekte dieser Art bereits im Mittelalter entstanden. Die

Malereien aus dem 14. Jahrhundert zeigen häufig Heilige, die in ihren Händen Stadtmodelle halten [Marino, 2004]. Da kein Beleg für die Existenz dieser frühen Reliefs vorliegt, steht nicht fest, ob sie nur ein symbolisches Element darstellten oder auch zu einem praktischen Zweck dienten. Zu den ältesten erhaltenen dreidimensionalen Geländeaufnahmen zählen die fünf Holzmodelle der bayerischen Residenzstädte von Jakob Sandtner, die in den Jahren 1568 bis 1574 im Auftrag von Herzog Albrecht V angefertigt wurden (Bayerisches Nationalmuseum, München). Das etwa 2 m x 2 m grosse Sandtner'sche Modell von München wurde an der Fachhochschule München auf seine Lagegenauigkeit untersucht [Quitt, 1996]. Dafür wurden 117 Punkte des Modells photogrammetrisch ausgemessen und mit den gleichen Punkten aus dem Uraufnahmeblatt der Stadt (1809) verglichen. Nach einer Ähnlichkeitstransformation (Kapitel 4.1.2.1) in verschiedenen Punktkombinationen ergab sich eine durchschnittliche Punktabweichung von nur ± 5 mm und maximal 15 mm. Im Modellmassstab von etwa 1:710 entspricht dies rund 3,6 m bzw. 10,6 m im Gelände, was auf eine gründliche Vermessung von Sandtner schliessen lässt. Diese Genauigkeiten dürfen jedoch nicht als Abweichungen gegenüber der heutigen Realität interpretiert werden, weil bei der zitierten Berechnung angenommen wurde, dass das Uraufnahmeblatt von München fehlerfrei ist, obwohl es im Vergleich mit der modernen Karte ebenfalls Unstimmigkeiten aufweist.

Eines der frühesten Landschaftsmodelle ist das Relief vom Wetterstein aus dem 16. Jahrhundert. Das 60 cm x 160 cm grosse Modell aus Holz, Ton, Textilien und Draht bildet das Berggebiet an der Grenze zwischen Bayern und Tirol im Massstab von etwa 1:10'000 ab (Abb. 2-5). Kürzlich eingeleitete Untersuchungen werden zeigen, ob die Vermutung zutrifft, dass die Autorschaft des Wetterstein-Reliefs dem Maler und Feldhauptmann des Stadtfähnleins Paul Dax (1503-1561) zugeschrieben werden kann. Paul Dax, 1554 zum Hofmaler ernannt, zeichnete bei seinen Geländebegehungen Skizzen und Karten der Tiroler Grenzgebiete, die in ihrer Gestaltungstechnik und Beschriftung eine auffallende Ähnlichkeit mit dem Wetterstein-Relief aufweisen. Interessant ist ein Literaturhinweis, nach welchem Dax *zu mehr Verständnis eine Ansicht erhebt von Lehm gestrichen und ausgeführt* bauen wollte [Gärtner, 2004]. Ist bei dem erwähnten dreidimensionalen Objekt tatsächlich das Wetterstein-Relief gemeint, so würde es bedeuten, dass einer der Beweggründe für Daxs Unternehmen war, mit dieser anschaulichen Form der Landschaftsdarstellung die Herstellung der planaren Karten zu erleichtern. Da das im Österreichischen Alpenverein-Museum in Innsbruck ausgestellte Relief ein Grenzgebiet abbildet, liegt es nahe, dass es von der Obrigkeit auch als visuelles Hilfsmittel zum Überblicken des eigenen Territoriums verwendet wurde.

Die bedeutendsten venezianischen Festungsmodelle wurden von der für die Planung und Realisierung der Verteidigung verantwortlichen Behörde „Proveditori alle Fortezze“ im 16. und 17. Jahrhundert in Auftrag gegeben [Manno, 2004]. Sie sind heute noch im Museo Storico Navale in Venedig aufbewahrt. Der Reliefbau hat in Italien eine lange Tradition; die Modelle wurden vom Mittelalter bis zum Fall der Republik im Jahre 1797 für verschiedene Zwecke erstellt. Ähnlich wie bei den französischen „Plans-Reliefs“ standen zu Beginn die Bedürfnisse der Artillerie beim Festungsaufbau im Vordergrund, wobei sich später die Motivation für die Relieferstellung verlagerte: Die Modelle dienten zur Erhaltung der Erinnerung vor dem Abbruch der einst prächtigen und bedeutenden Festungen. Sie sind dann häufig in den Sammlungen gelandet und wurden als Machtinstrument den wenigen Fremden präsentiert, die sie anschauen durften [Viganò, 2004]. Eine entscheidende Funktion der italienischen Stadt- und Festungsmodelle war deren Integration in den Prozess des Städtebaus. Bis zur Mitte des 17. Jahrhunderts waren die Maquettes aus Holz und anderen Materialien Träger von Projektentwürfen, sie standen im Mittelpunkt der Diskussionen über die verschiedenen Verteidigungskonzepte und es wurden sogar Städte nach der Vorlage der Reliefs konzipiert und verändert [Marino, 2004].

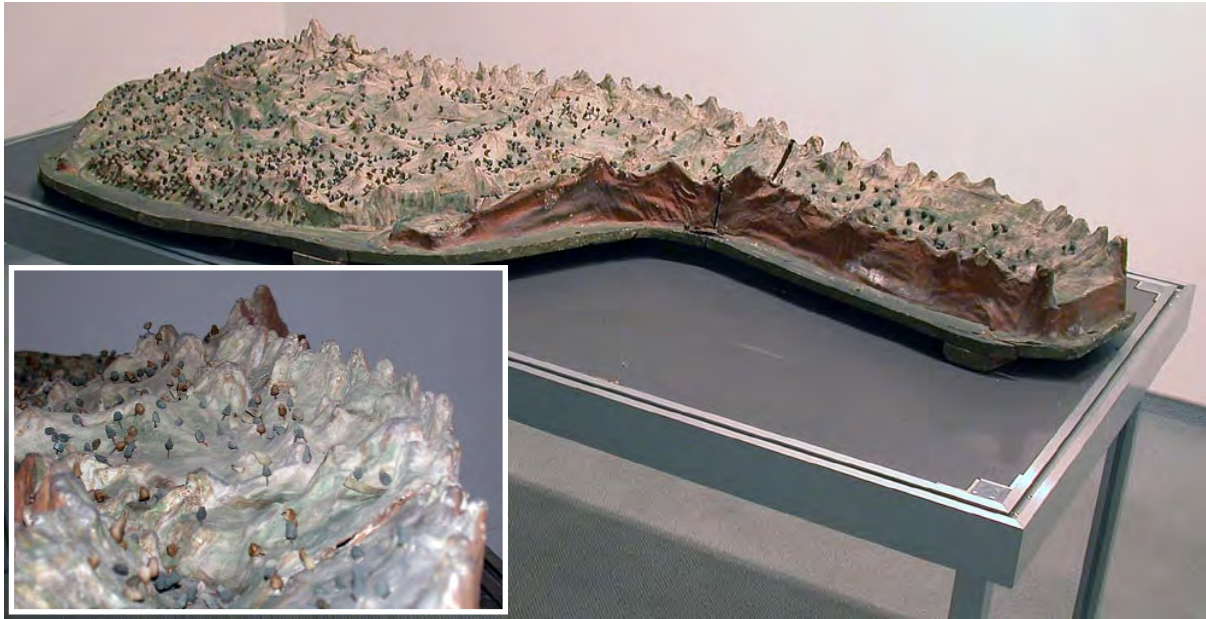


Abb. 2-5: Das 60 cm x 160 cm grosse Relief vom Wetterstein aus dem 16. Jahrhundert. Das Modell im Massstab von rund 1:10'000 ist aus Holz, Textilien, Ton und Draht gefertigt und mit Ortsnamen beschriftet. Die Abbildung unten links zeigt eine Detailansicht des Reliefs von der Tiroler Seite aus betrachtet. © Österreichisches Alpenverein-Museum Innsbruck.

Die Geschichte des Reliefbaus in der Schweiz ist – topographiebedingt – vor allem die Geschichte der dreidimensionalen Darstellungen der Berglandschaften. Der Anstoss für diese lange, in [Imhof, 1981] ausführlich dokumentierte Entwicklung wurde durch das Werk von Franz Ludwig Pfyffer gegeben. Doch auch hierzulande reichen die Anfänge der Relieferstellung bis ins Mittelalter zurück. Ein Beweis dafür ist das im Schweizerischen Landesmuseum in Zürich ausgestellte, kaum bekannte und wenig erforschte Modell der Stadt Zürich aus dem ersten Viertel des 17. Jahrhunderts. Dieses 1,4 m x 1,6 m grosse Holzmodell wurde wahrscheinlich um 1627 von Hans Ulrich Bachofen (Lebensdaten unbekannt) erstellt und vom Maler, Vermesser und Kartographen Hans Conrad Gyger (1599-1674) koloriert. Das Modell zeigt das mittelalterliche Bild der Stadt und der umliegenden Hügel im grossen Massstab von etwa 1:3'500. Da der Bau dieses Werks in die Zeit der langdauernden Vorarbeiten für die neue Zürcher Befestigung fällt, diente es wahrscheinlich als Planungsgrundlage für dieses kostspielige Unternehmen. Dies war jedoch sicherlich nicht der einzige Verwendungszweck des farbigen Modells. Das Stadtzentrum mit den Befestigungsmauern und Bastionen stellt nämlich nur einen kleinen Teil des Gesamtwerks dar; vielmehr zeigt es die Felder, Wiesen, Häuser, Wegverbindungen und sogar einzelne Grundstücke. Das Relief entstand möglicherweise im Zusammenhang mit der 1667 fertiggestellten grossen Reliefkarte des Kantons Zürich von Hans Conrad Gyger (vgl. Kapitel 6.7.1f). Die Gyger-Karte unterlag aufgrund ihrer militärischen Bedeutung einer Geheimhaltung und konnte leider keinen Einfluss auf die zeitgenössische Kartographie ausüben. Das letztere trifft wohl auch auf das Relief – eher ein Landschafts- als Stadtmodell – von Bachofen und Gyger zu.

So wie das Werk von Pfyffer sind die meisten späteren schweizerischen Gebirgsreliefs aus Privatinitiative von Naturforschern, Alpinisten oder Bergfreunden entstanden. Etwa gleich alt wie das Relief der Urschweiz – jedoch viel später begonnen – sind die Bergmodelle von Charles-François Exchaquet (1746-1792). Anhand seiner eigenen Messungen verfertigte Exchaquet zwischen 1786 und 1791 mehrere Reliefs des Mont Blanc sowie ein Relief vom St. Gotthard als Urmodelle aus Ton, die anschliessend durch einen Holzbildhauer aus Mas-

sivholz geschnitzt und bemalt wurden. Ähnlich wie das Wetterstein-Relief ist das Montblanc-Relief im Massstab von 1:15'000 mit kleinen Zetteln versehen, welche die verschiedenen Örtlichkeiten bezeichnen. Neben diesen Modellen erstellte Exchaquet ein kleinmassstäbiges Taschenrelief der Umgebung vom Genfer See aus Porzellan. Die Reliefs von Exchaquet sind in den Städtischen Sammlungen für Geschichte und Kultur in Görlitz zu sehen [Imhof, 2001]. Zu Beginn des 19. Jahrhunderts modellierte der Engelberger Zimmermannmeister und Topograph Joachim Eugen Müller (1752-1833) mehrere Gipsreliefs der Schweizer Alpen, z.B. das im Schweizerischen Alpen Museum in Bern ausgestellte Modell der Berner und Walliser Alpen im Massstab von etwa 1:120'000. Von den späteren Schweizer Reliefbauern seien hier nur die zwei grossen Meister dieser Kunst erwähnt, der Geologieprofessor Albert Heim (1849-1937) und der Ingenieur und Topograph Xaver Imfeld (1853-1909). Beide setzten sich für den Einsatz des Reliefs als didaktisches Mittel in den Schulen ein. Die schweizerischen Erziehungsdirektoren empfahlen offiziell Imfelds Reliefs des Pilatus, der Rigi und des Berner Oberlandes als Anschauungshilfen für den Schulunterricht [Cavelti Hammer, 2004 sowie Cavelti Hammer et al., 1997]. Die meisten erhalten gebliebenen Schweizer Reliefs sind im Schweizerischen Alpen Museum in Bern aufbewahrt.

Wie die Ausführungen in diesem Kapitel zeigen, waren die Motivationen für den Reliefbau in Europa vielfältig. Das Relief in seinen verschiedenen Formen war einst Hilfsmittel für den Bau von militärischen Einrichtungen, Symbol der aristokratischen Macht, Instrument der Stadtplanung, Gegenstand der Pädagogik, Objekt der Wissenschaft oder einfach ein visuelles Mittel zur Betrachtung der Landschaft. Durch die technischen Entwicklungen des 19. Jahrhunderts boten sich neue Verwendungszwecke an. Die Reliefs, vor allem diejenigen von markanten Bergen, wurden vervielfältigt und als Souvenirs den Touristen angepriesen. Ein entscheidender Beweggrund für die Reliefherstellung, welcher in dieser Zusammenfassung nicht fehlen sollte, war jedoch vom Anfang an die Faszination für Raum und Landschaft, Freude an der Natur und den Bergen. Die Begeisterung, welche die alten Reliefs zu jener Zeit bei den Betrachtern hervorriefen, kann mit der heutigen Faszination für virtuelle Modelle aller Art verglichen werden. Die Landschaften im Computer sind zum Bestandteil unseres Weltbilds geworden, je realitätsnäher desto besser, bis die Grenze zwischen Realität und Virtualität verschwindet. Aus diesem Blickwinkel kann insbesondere das grosse Relief der Urschweiz als virtueller Flug in der Zeit der Aufklärung und somit als Vorläufer der dreidimensionalen Darstellungen im digitalen Zeitalter verstanden werden. Die vorliegende Forschung spannt einen Bogen zwischen dem Historischen und Modernen: Das photogrammetrisch rekonstruierte 3D-Modell des Reliefs der Urschweiz (Kapitel 3) erlaubt es nicht nur, dieses Meisterwerk für die nächsten Generationen auch in digitaler Form zu erhalten. Es dient vor allem der Ableitung von neuen Informationen zur Entstehungsgeschichte des Originals (Kapitel 6).

Kapitel 3

Erstellung eines 3D-Computermodells des Reliefs der Urschweiz

Die Erstellung eines dreidimensionalen digitalen Modells des Reliefs der Urschweiz verfolgt zwei Ziele. Zum einen soll das virtuelle Relief der Sicherheitsdokumentation des heutigen Objektzustands dienen und im Falle grösserer Schäden eine Wiederherstellung ermöglichen. Die digitalen Daten werden beim Kulturgüterschutz des Kantons Luzern, der die vorliegende Forschung mitfinanziert hat, archiviert. Neben den Dokumentationszwecken soll das Computermodell eine Basis für die bisher erste quantitative Beurteilung der Reliefgenauigkeit bilden. Da es schwierig oder gar unmöglich ist, die topographische Qualität eines so grossen und detailreichen Werkes unmittelbar am Objekt zu untersuchen, bietet dieser indirekte Weg eine zweckmässige Alternative: Die zur Analyse nötigen umfassenden Messungen können nun in der dreidimensionalen digitalen Abbildung des Originals getätigt werden. Zudem liegt der Vorteil eines Computermodells in einer ganzen Reihe von Visualisierungsprodukten, welche sich als Quellenmaterial zur Dokumentation oder zur Ableitung neuer Informationen einsetzen lassen.

Aus den gesteckten Forschungszielen ergeben sich die Anforderungen an die Form und Qualität des 3D-Modells des Reliefs der Urschweiz. Da das rekonstruierte digitale Modell die Grundlage für alle weiteren Berechnungen darstellt, muss es massstabsgetreu und präzise sein. Sowohl für die Dokumentation als auch für Genauigkeitsanalyse ist es ausserdem nötig, dass nicht nur die dreidimensionale Reliefoberfläche, sondern auch die entsprechende Bildinformation in ausreichender Auflösung im Computer vorliegt. Weiterhin ist ein strukturierter Datensatz der wichtigsten punkt- und linienförmigen Reliefelemente zur Unterstützung von Analyseverfahren wünschenswert. Die angestrebte Höhenabweichung s_z des Computermodells vom „echten“ Relief, die nicht überschritten werden soll, liegt bei 1 mm. Im Reliefmassstab von rund 1:11'500 beträgt dieser Wert 11,5 m, was im Vergleich mit den Mess- und Modellierungsfehlern Pfyffers einer übergeordneten Genauigkeit entspricht³. Für die Zwecke der Sicherheitsdokumentation ist diese Genauigkeitsanforderung auch genügend.

Die formulierten Anforderungen schränken die Anzahl der Messverfahren ein, welche zur 3D-Rekonstruktion des Reliefs der Urschweiz eingesetzt werden können: Das verwendete Verfahren muss bilderzeugend und ausreichend genau sein. Die Grösse, die komplexe Oberfläche sowie der historische Wert des Reliefs setzen ausserdem eine berührungslose Rekonstruktionsmethode voraus. Für die Erstellung eines Computermodells des Reliefs der Urschweiz stehen somit zwei potenzielle Verfahren – Photogrammetrie und Laserscanning – zur Verfügung. Ein Überblick über diese Methoden mit Schwergewicht auf der eingesetzten photogrammetrischen Stereoauswertung ist in Kapitel 3.1 gegeben. Detaillierte Beschrei-

³ Diese anfängliche Vermutung hat sich im Verlaufe der Untersuchungen bestätigt. Der mittlere Restfehler des Reliefs in der Höhe beträgt 114 m (10,0 mm im Relief), vgl. Kapitel 6.6 und Anhang B1.

bungen dazu lassen sich in den einschlägigen photogrammetrischen Lehr- und Fachbüchern nachlesen [z.B. Luhmann 2003; Grün, 2000; Kraus, 1982, 1996]. Die darauf folgenden Kapitel 3.2 bis 3.4 berichten über die gesamte Prozesskette der Reliefrekonstruktion und in Kapitel 3.5 werden die dabei erzielten Ergebnisse zusammengefasst und beurteilt.

3.1 Bildgebende Verfahren der 3D-Objektrekonstruktion

Durch den Gebrauch von modernen Rechnern haben sich in den letzten Jahrzehnten neue Disziplinen entwickelt, die sich mit der Bestimmung der Lage und Form von Objekten befassen. Diese Disziplinen wie Machine Vision, Computer Vision oder Robot Vision finden in der industriellen Messtechnik, Medizin, Biomechanik, Materialwissenschaft, Navigation, Architektur, Denkmalschutz, Film- und Computerspielindustrie und vielen anderen Bereichen Anwendung. Als berührungslose, bildgebende und weitgehend automatisierte Mess- und Prozessierungstechniken greifen sie alle auf das Prinzip der Photogrammetrie zurück. Photogrammetrie ist ein Verfahren, bei welchem die Messungen nicht direkt am Objekt, sondern indirekt auf den Bildern des Objektes vorgenommen werden. Durch manuelle oder automatische Bildmessung und -Interpretation wird die Lage, Form und inhaltliche Beschreibung des aufgenommenen Objektes abgeleitet. Die Auswertung eines einzelnen Photos, z.B. die in Kapitel 4.1.2.5 erwähnte Entzerrung, wird als Einzelbildauswertung bezeichnet. Werden die spezifischen Beziehungen ausgenutzt, die bei zwei unterschiedlichen Aufnahmen desselben Objektes auftreten, so wird das Verfahren Stereophotogrammetrie genannt. Die letztere Methode, die bei der Erstellung des Computermodells des Reliefs der Urschweiz zum Einsatz kam, wird in Kapitel 3.1.1 behandelt. Im Anschluss daran wird kurz auf das im weiteren Sinne bilderzeugende Verfahren des Laserscannings eingegangen (Kapitel 3.1.2). Hierbei wird die dreidimensionale Objektoberfläche durch die Abtastung mit einem Laserstrahl gewonnen. Diese Methode wurde im Rahmen des hier vorgestellten Projekts nicht angewendet, doch bei Berücksichtigung der neuesten Entwicklungen stellt sie eine Alternative zur photogrammetrischen Aufnahme des Reliefs dar.

3.1.1 Photogrammetrische Stereoauswertung

Photogrammetrie ist innerhalb der geodätischen Wissenschaften gewachsen und fand traditionell vor allem bei der Vermessung der Erdoberfläche und ihrer Darstellung in topographischen Karten Anwendung. Ihre grosse Verbreitung bewirkte die Einführung des stereoskopischen Messprinzips, nach welchem die 3D-Position eines Objektpunktes durch den räumlichen Vorwärtsschnitt der korrespondierenden Bildpunkte bestimmt wird (Abb. 3-1 links). Für die vorliegende Arbeit mit dem kartographiegeschichtlichen Hintergrund ist dabei interessant, dass zu den Vordenkern der Photogrammetrie Pfyffers Bewunderer und Zeitgenosse im Raum Luzern zählt: der damals bedeutende, international anerkannte Wissenschaftler Moritz Anton Capperer (1685-1769). Seinem 1726 entstandenen Werk *Pilati montis Historia* legte Capperer eine Karte des Pilatusmassivs bei, die er aus zwei handgezeichneten Perspektivansichten erstellte. *Alle bisher gebrauchte Methodes sind en égard diser Lauter pfuschwerk. Nur ein wort davon zu sagen, so wird solche durch hilff zweyer prospectus, die in gar wenig zeit können gemacht werden, zu wegen gebracht. Ich flattiere mich dass disess die Letzte invention seye, die man zum Landverzeichnen erdenken könne*, beschrieb Capperer sein Verfahren in einem Brief an die Luzerner Regierung [Wolf, 1879]. Obwohl weitere Angaben zu seiner Vorgehensweise fehlen und nach [Fülscher, 1996] sogar Zweifel an der „photogrammetrischen“ Konstruktion der Pilatuskarte auftauchen, ist es doch wahrscheinlich, dass

sich der Luzerner Wissenschaftler zumindest theoretisch mit der damals noch unbekanntenen Vermessungsmethode befasste. Allerdings erhielten die frühen Überlegungen und praktischen Versuche mit der Perspektive erst durch die Erfindung der Photographie ernsthafte Bedeutung.

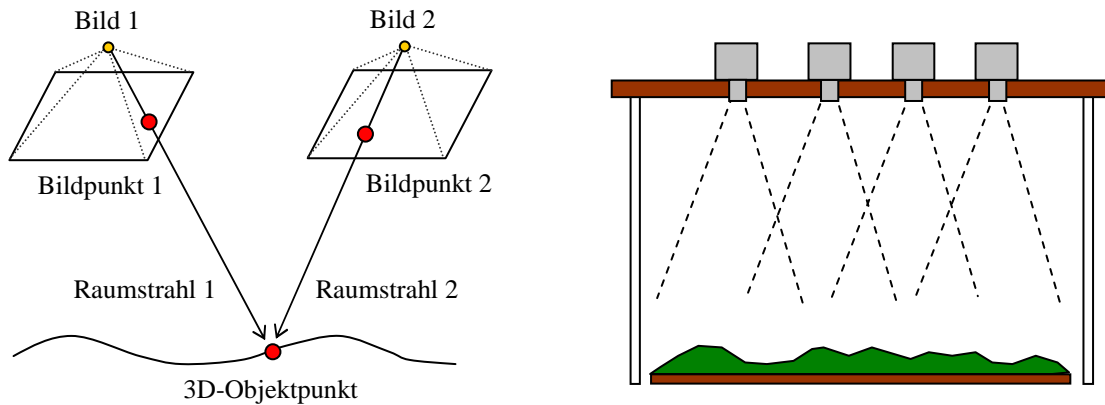


Abb. 3-1: Das Prinzip der photogrammetrischen Stereoauswertung (links) und die schematische Darstellung der photogrammetrischen Aufnahme des Reliefs der Urschweiz (rechts). Die Voraussetzung für eine Stereoauswertung ist die Abbildung jedes Objektpunktes in wenigstens zwei unterschiedlichen Aufnahmen.

Die Hauptkomponenten des photogrammetrischen Prozesses sind Aufnahme und Auswertung. Wurden die Bilder von der Erdoberfläche aus aufgenommen, wird das Verfahren als terrestrische Photogrammetrie bezeichnet; stammen die Aufnahmen aus einem Luftfahrzeug, spricht man von Luftbildphotogrammetrie. Die Aufnahme des Reliefs der Urschweiz kann dabei als eine Kombination von beiden betrachtet werden: Die Bilderhebung ähnelte einem Flug über die Relieflandschaft, wurde aber von einem über das Relief aufgebauten Gerüst aus durchgeführt (Abb. 3-1 rechts). Die stereoskopische Auswertung der Bildpaare erfolgt dann in einem geeigneten optischen Gerät oder im Computer. Die Bedeutung der Stereoaufnahme liegt in der Möglichkeit, die Oberflächen durch visuelles Aufsetzen einer räumlichen Messmarke zu erfassen. Als Ergebnis liegt ein virtuelles Modell des aufgenommenen Objektes vor, welches für eine photorealistische Darstellung zusätzlich mit einer Textur überlagert werden kann.

Das eingesetzte Verfahren der photogrammetrischen Rekonstruktion des Reliefs der Urschweiz lässt sich in drei Teilbereiche gliedern: Datenerhebung und -Prozessierung, Ableitung der photogrammetrischen Produkte und Visualisierung (Abb. 3-2). Die einzelnen Arbeitsschritte werden im Folgenden kurz beschrieben.

(a) Datenerhebung und -Prozessierung

- **Bildaufnahme.** Das Relief wird unter Einsatz von analogen metrischen Kameras für terrestrische Photogrammetrie sowie von CCD-Kameras flächendeckend aufgenommen. Die Aufnahmen müssen sorgfältig geplant und durchgeführt werden, denn die Qualität der im weiteren Projektverlauf erzielten Ergebnisse hängt direkt davon ab. Die Projektplanung besteht vor allem aus der Wahl der geeigneten Kameraobjektive und aus der Bestimmung der Aufnahmehöhen sowie Längs- und Querüberdeckung der Bilder (mindestens 60% und 20%, um die Stereoauswertung zu ermöglichen). Die Bildakquisition erfolgt mit der Simulation eines Flugs über das Relief.

- **Passpunktbestimmung.** Um einen metrischen Bezug zwischen dem Relief und dessen Abbildung in den aufgenommenen Bildern herstellen zu können, werden mehrere Referenzpunkte (Passpunkte) am Relief trigonometrisch gemessen.
- **Scannen der Bilder.** Für eine spätere Bearbeitung im Computer werden die analogen Bilder in einer ausreichenden Auflösung digitalisiert.
- **Kamerakalibrierung.** Sie dient zur Bestimmung der Parameter der benutzten Kamera. Für diesen Zweck wird ein bekanntes Testfeld vor und nach der Reliefaufnahme aufgenommen. Da die Koordinaten der Zielmarken, aus welchen das Testfeld besteht, vorhin sehr genau vermessen wurden, lassen sich in einem Rechenprozess die Kamerakonstante, Verzeichnung und weitere Parameter der Kamera errechnen. Diese nun exakt festgelegten Kameraparameter erhöhen die Genauigkeit der aus Bildern abgeleiteten photogrammetrischen Produkte.
- **Phototriangulation.** In diesem Schritt werden korrespondierende Punkte in mehreren sich überlappenden Aufnahmen gemessen. Dabei können sowohl manuelle Verfahren als auch automatische Messtechniken der Bildanalyse zum Einsatz kommen. Danach werden die Bilder in einem Ausgleichungsprozess rechnerisch miteinander verknüpft. Als numerisches Ergebnis der Phototriangulation liegen unter anderem die Koordinaten der Projektionszentren sowie die Rotationswinkel aller Aufnahmen vor.

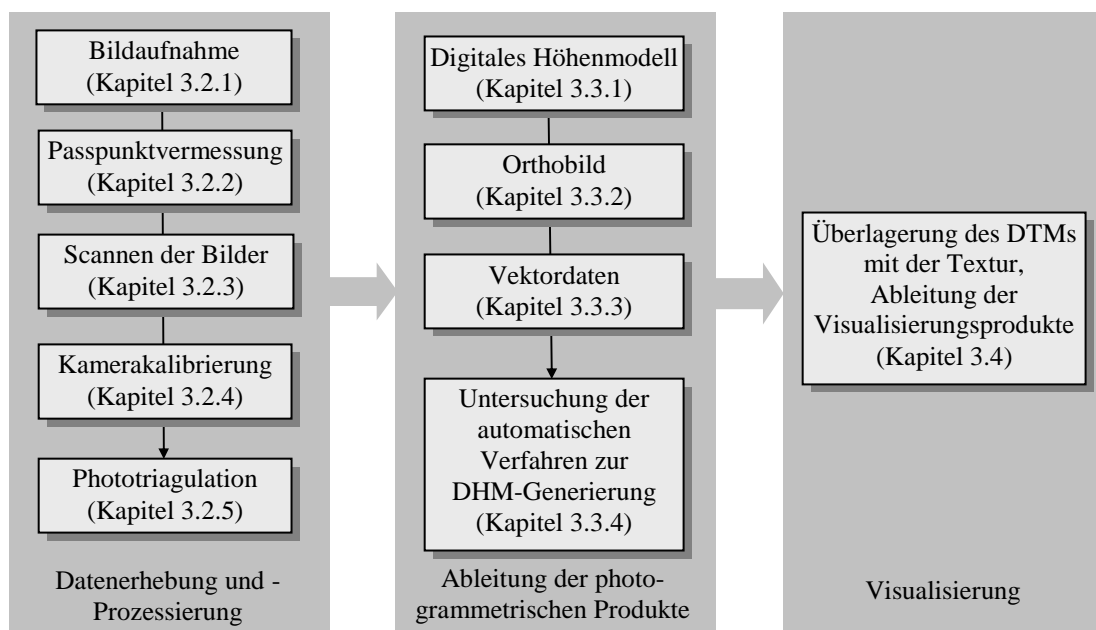


Abb. 3-2: Übersicht des eingesetzten Verfahrens zur 3D-Rekonstruktion des Reliefs der Urschweiz.

(b) Ableitung der photogrammetrischen Produkte

- **Digitales Höhenmodell (DHM).** Das massstabsgetreue DHM kann durch manuelle Messungen im Stereoraum oder mit automatischen Verfahren der digitalen Bildverarbeitung gewonnen werden. Die eingesetzte Methode muss gewährleisten, dass die Genauigkeit des abgeleiteten virtuellen Modells den Projektanforderungen entspricht.
- **Orthobild.** Das Orthobild entsteht durch differentielle Entzerrung und automatische Anpassung nachbarschaftlicher Bilder nach Geometrie und Radiometrie. Im Gegensatz zum photographischen Bild verfügt das Orthobild über eine orthogonale Geo-

metrie (analog einer Karte). Das Orthobild ist ein wichtiger Bestandteil der Sicherheitsdokumentation und eine Basis für die Beurteilung der Lagegenauigkeit (abhängig von der Höhengenaugigkeit) der Reliefobjekte.

- Dreidimensionale Kartierung der Reliefobjekte. Die räumliche Lage bzw. der Verlauf von wichtigsten Reliefmerkmalen (Wege, Flüsse, Seeufer, Siedlungen, Berggipfel usw.) wird durch manuelle Messung im Stereomodell bestimmt. Dadurch entsteht ein strukturierter Vektordatensatz, der die Qualität des DHMs verbessert und zum Vergleich mit den Daten der heutigen Landesvermessung dient.
- Untersuchung der automatischen Verfahren zur DHM-Generierung. In diesem Projektschritt wird die Leistungsfähigkeit von mehreren kommerziellen Systemen zur automatischen Generierung eines DHMs des Reliefs überprüft.

(c) Visualisierung

Zur Präsentation der Ergebnisse werden Visualisierungsprodukte des virtuellen Reliefs der Urschweiz erstellt. Dafür wird das DHM mit dem Orthobild im Computer überlagert. Das Resultat ist eine photorealistische und massstabsgetreue dreidimensionale Abbildung des Originals, welche in folgenden Formen dargestellt werden kann:

- Interaktives 3D-Modell, das Basisprodukt der Visualisierung. In speziellen Computerprogrammen kann es in Echtzeit betrachtet und navigiert werden. Neben den diversen geometrischen Operationen (Verschiebung, Drehung, Zoom) lässt sich die Beleuchtung, Farbgebung und vieles mehr durch den Benutzer einstellen.
- Überfliegungen. Es sind dies Bildsequenzen einer im interaktiven 3D-Modell vordefinierten Route, welche als Videodatei gespeichert wurden.
- Statische 3D-Ansichten. Darunter werden Abbildungen des virtuellen Modells von gewählten Blickwinkeln verstanden.
- Anaglyphenbilder. Sie ermöglichen eine Stereodarstellung durch Überlagerung zweier Bilder in komplementären Farben. Ein Anaglyphenbild wird mit Hilfe einer gleich gefärbten Brille stereoskopisch betrachtet.

3.1.2 Laserscanning

Im Vergleich zur Photogrammetrie ist das Laserscanning ein relativ junges Verfahren. Die ersten Prototypen der Laserscanner wurden um 1980 für den Einsatz im Flugzeug entwickelt, um digitale Höhenmodelle des Geländes zu erfassen. Zunehmend etabliert sich Laserscanning auch als eine geodätische Messtechnik für terrestrische Anwendungen. Der Vorteil dieser Methode liegt in der Aufnahme grossflächiger und detailreicher Objekte in kurzer Zeit. Das Ergebnis sind Punktwolken mit einer hohen Punktdichte, die für jeden Punkt 3D-Koordinaten sowie die Intensität des reflektierten Laserstrahls beinhalten. Das Intensitätsbild ähnelt einem photographischen Graustufenbild. Es liefert jedoch nur Reflexionswerte im Wellenlängenbereich des verwendeten Lasers und besitzt eine Panoramabild-Geometrie. Heutzutage sind auch Systeme auf dem Markt, welche neben dem eigentlichen Scanner auch mit Komponenten zur digitalen Bilderfassung (d.h. mit einer CCD-Kamera) ausgestattet

sind. Damit ist die gemeinsame Registrierung der Geometrie und der hochaufgelösten Farbtextur möglich.

Die Aufnahme der Objekte geschieht über einen Laserstrahl, der zur sequenziellen Abtastung grösserer Bereiche mittels bewegender Spiegel abgelenkt wird. Dadurch können Profile, spezielle Objektausschnitte oder 360°-Scans aufgenommen werden. Die gemessenen Winkel und Distanzen resultieren in räumlichen Polarkoordinaten, welche danach in die 3D-Punktkoordinaten in einem kartesischen Koordinatensystem umgerechnet werden. Die Genauigkeit der Punktlage ist vor allem vom Winkel- und Distanzmessverfahren abhängig und erstreckt sich von wenigen Millimetern bis hin zu einigen Zentimetern. Der Nachteil der Methode ist der Editieraufwand für die Ausdünnung und Strukturierung der grossen Datenmengen sowie für die Eliminierung der fehlerhaft registrierten Punkte. Ausserdem müssen grössere Objekte von mehreren Standpunkten aus erfasst und nachträglich manuell oder automatisch in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert werden. Mehr zu den neuen Entwicklungen im Bereich des terrestrischen Laserscannings kann z.B. in [Grün und Kahmen, 2003 und Luhmann, 2004] nachgelesen werden.

Zum Zeitpunkt der Tests, der Aufnahmeplanung und der eigentlichen Aufnahme des Reliefs der Urschweiz (1999/2000) gab es noch einige technische und praktische Probleme, die dazu führten, dass auf eine Relieferfassung mit dem Laserscanner verzichtet wurde. So war die Aufnahme einer photorealistischen Textur mittels Laserscanning noch nicht möglich, die Softwaresysteme konnten die grossen Datenmengen kaum bewältigen und die Editierung der Punktwolken war eine manuelle und zeitaufwändige Aufgabe. Heutzutage wäre Laserscanning – nach einer eingehenden Überprüfung des geeigneten Systems – eine sinnvolle Alternative zur photogrammetrischen Reliefrekonstruktion.

3.2 Datenerhebung und -Prozessierung

Am Anfang der photogrammetrischen Arbeiten im Juli 1999 war das Relief der Urschweiz aufgrund der komplexen Restaurierung in Teile zerlegt und eine Aufnahme des gesamten Werks war nicht möglich. Deswegen wurde beschlossen, im Rahmen eines Pilotprojekts eine Arbeitsmethodik vorzubereiten, die nach dem Abschluss der Restaurierung eine zügige Erfassung der gesamten Oberfläche erlaubt. Bei der ersten Bildakquisition wurde die erwünschte Bildqualität infolge von Problemen mit der Beleuchtung nicht erreicht. Um später qualitativ gute Reliefaufnahmen gewährleisten zu können, folgte eine zweite Aufnahme eines kleinen Reliefteils. Die Daten aus diesem Pilotprojekt lieferten eine Basis für die erste wissenschaftliche Auseinandersetzung mit dem virtuellen Relief. Neben der Optimierung der Datenerhebung konnten sowohl manuelle als auch automatische Methoden der photogrammetrischen Rekonstruktion getestet werden. Gleichzeitig diente das kleine Computermodell als Testdatensatz zur Entwicklung von Verfahren der Genauigkeitsanalyse.

Das wichtigste Ergebnis des Pilotprojekts war die Erkenntnis, dass mit automatischen Verfahren die gewünschte Genauigkeit des 3D-Modells nicht erhalten wird. Spätere eingehende Tests mit drei verschiedenen kommerziellen Systemen bestätigten dies. Der Einsatz der automatischen Matchingalgorithmen führte zu vielen groben Fehlern und einem mittleren Höhenfehler von 2-6 mm (je nach Testgebiet und System). Dabei liegt die theoretische Genauigkeit, die von manuellen Messungen erwartet werden kann, bei 0,28 mm (0,015% der Aufnahmehöhe über dem Relief). Der Grund dafür, dass die automatische Bildmessung kein effektives Matching zulässt, ist auf das sehr komplexe Objekt mit vielen Diskontinuitäten sowie auf die störenden Reflexionen von der glänzenden Reliefoberfläche zurückzuführen.

Da insbesondere für den Analyseteil des Projektes ein sehr präzises DHM benötigt wird, wurde auf automatische Verfahren verzichtet. Die Ergebnisse der umfangreichen Untersuchungen zur automatischen DHM-Generierung sind in Kapitel 3.3.4 zusammengefasst.

Wie bereits in Kapitel 2.4 erwähnt wurde, befindet sich das Relief der Urschweiz nach der Restaurierung an einem neuen Ort im Untergeschoss des Gletschergarten Museums. Der Raum, in welchem das Relief nun auf einem Tisch rund 65 cm über dem Boden liegt, ist eng und hat keine natürliche Lichtquelle. Diese Rahmenbedingungen machten sowohl die Bildakquisition als auch die Passpunktvermessung zu einer technischen Herausforderung. Zudem musste die erstmalige Gesamtaufnahme des Reliefs gleich zum Erfolg führen; eine eventuelle Wiederholung zu einem späteren Zeitpunkt wäre sehr ungünstig gewesen, da nach dem Abschluss der photogrammetrischen Arbeiten eine zusätzliche, besonders glänzende Schicht auf die Reliefoberfläche aufgetragen wurde. Dies ist gut für die Präsentationszwecke, wäre jedoch nachteilig für die photogrammetrische Auswertung. Bereits die Oberfläche ohne diese zusätzliche Glanzschicht verursachte Reflexionen, die als weisse Flecken in den Bildern erscheinen und sowohl die manuelle als auch die automatische Bildmessung erschweren.

3.2.1 Bildaufnahme

Die photogrammetrische Aufnahme des Reliefs erfolgte am 28.-30. November 2000. Um sicherzustellen, dass die Aufnahmen die gewünschte Qualität für die Auswertung aufweisen, wurde die Bildakquisition mit zwei Kameras durchgeführt. Beide Blöcke bedecken die gesamte Relieffläche stereoskopisch und ermöglichen somit eine voneinander unabhängige photogrammetrische 3D-Rekonstruktion. Infolge der tiefen Decke lag die maximal mögliche Aufnahmehöhe bei rund 185 cm über dem Relief. Auf dieser Höhe wurde ein Gerüst aufgebaut, aus welchem 87 analoge sowie 50 digitale, senkrecht nach unten ausgerichtete Farbbilder aufgenommen wurden (Tabelle 3-1 und Abb. 3-3). Um eine Scharfabbildung zu gewährleisten, wurde im Rahmen der Aufnahmeplanung die Schärfentiefe der beiden Bildsensoren bestimmt. Diese lässt sich durch den Durchmesser des Zerstreuungskreises u für den vordersten und hintersten Objektpunkt wie folgt ausdrücken (abgeleitet von Basisformeln nach [Grün, 2000]):

$$u_v = \frac{a - a_v}{a_v} \cdot \frac{f^2}{k \cdot (a - f)} \quad u_h = -\frac{a - a_h}{a_h} \cdot \frac{f^2}{k \cdot (a - f)} \quad (3.1)$$

mit	u_v	Zerstreuungskreis (Unschärfekreis) des vordersten Objektpunktes
	u_h	Zerstreuungskreis (Unschärfekreis) des hintersten Objektpunktes
	a	mittlere Objektdistanz
	a_v	Objektdistanz zum vordersten Punkt
	a_h	Objektdistanz zum hintersten Punkt
	f	Brennweite des Objektivs
	k	Blendenzahl

Die zur Berechnung nötigen Objektdistanzen a , a_v und a_h ergeben sich aus

$$a = h_g - h_M \quad a_v = h_g - h_H \quad a_h = h_g - h_T \quad (3.2)$$

mit	h_g	Aufnahmehöhe über dem Objekt, hier ca. 185 cm
	h_M	mittlere Objekthöhe, beim Relief der Urschweiz ca. 12 cm

- h_H Höhe des höchsten Objektpunktes, beim Relief der Urschweiz ca. 32 cm
 h_T Höhe des tiefsten Objektpunktes, beim Relief der Urschweiz ca. 1,5 cm

Für die Blendenöffnung $k = 11$ und die Brennweite der analogen Kamera $f = 80$ mm liegt der Durchmesser des Zerstreuungskreises u_v und u_h bei $46 \mu\text{m}$ für den vordersten bzw. bei $20 \mu\text{m}$ für den hintersten Reliefpunkt. Das menschliche Auge kann einen Punkt als scharf abgebildet betrachten, wenn der Durchmesser des Zerstreuungskreises die Grösse von etwa $20 \mu\text{m}$ nicht überschreitet. Um die Zerstreuung in einem tolerierbaren Rahmen zu halten, wurde im bergigen Relieftteil die Schärfentiefe durch Verkleinern der Blendenöffnung vergrössert ($k = 16$ bzw. 21), was zu geringerer Lichtintensität und somit zu längeren Belichtungszeiten führte. Bei den digitalen Aufnahmen mit einer kleinen Objektivbrennweite $f = 28$ mm stellte die Schärfentiefe kein Problem dar. Der Durchmesser des Zerstreuungskreises lag bis zur Blendenöffnung $k = 8$ unter der kritischen Grösse von etwa einem Pixel ($9 \mu\text{m}$).

	Analoge Kamera Rollei 6006 Metric	Digitale Kamera Kodak/Nikon DCS460 C
Objektivbrennweite	80 mm	28 mm
Anzahl Bilder	87	50
Bildformat	$6 \times 6 \text{ cm}^2$	3060 x 2048 Pixel $27,5 \times 18,4 \text{ mm}^2$
Masstab / Pixelgrösse des Sensors	ca. 1:23	ca. 1:65 / $9 \mu\text{m}$
Anzahl Streifen / Anzahl Bilder pro Streifen	4 Streifen mit je 13 Bildern + 35 Bilder im Berggebiet ⁴	5 Streifen mit je 10 Bildern
Längs- und Querüber- deckung der benachb. Bilder	60% 35%	60% 35%

Tabelle 3-1: Bild- und Projektcharakteristika.

⁴ Um die Anzahl der Bilder zu optimieren, wurden nur 4 ganze Streifen mit je 13 Bildern aufgenommen. In den südlichen, gebirgigen Relieftteilen würde dies jedoch Lücken in der Stereoabdeckung verursachen. Deshalb wurden zusätzlich 3 kurze Zwischenstreifen mit je 5 Bildern plus weitere 20 Bilder aufgenommen (Abb. 3-3).

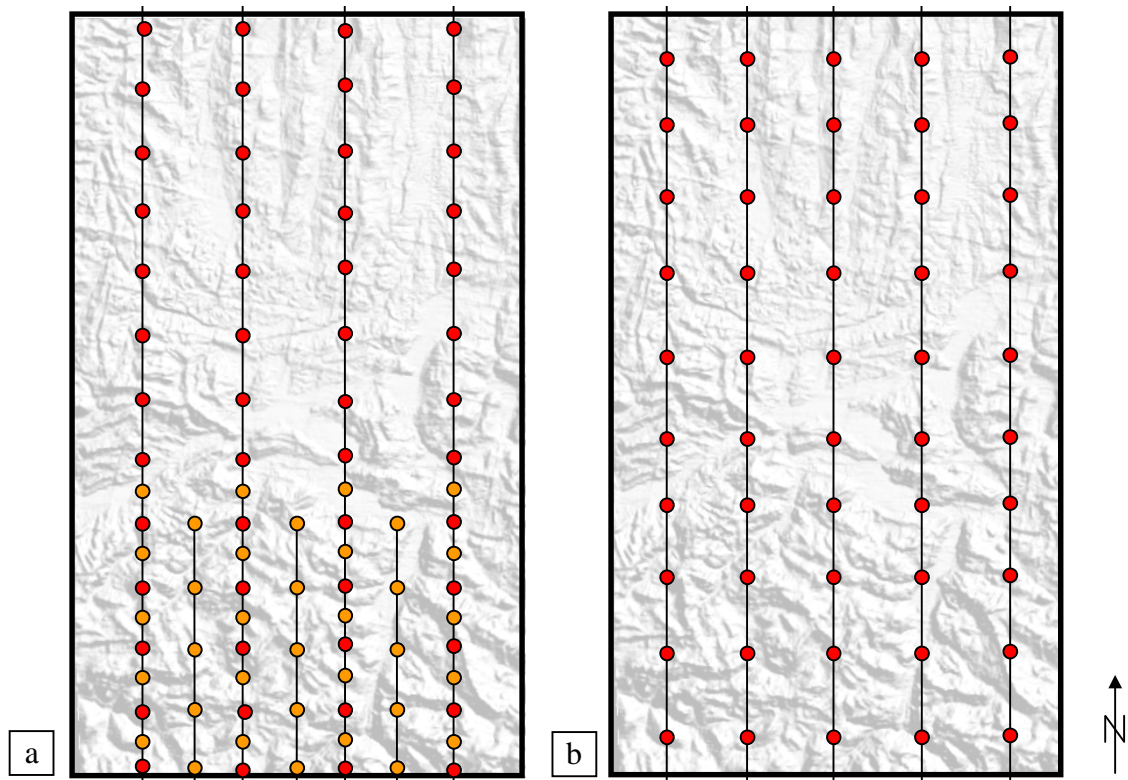


Abb. 3-3: (a) Aufnahmesituation bei der analogen Kamera (4 Streifen mit je 13 Bildern plus 35 zusätzliche Bilder im südlichen Gebirge), (b) Aufnahmesituation bei der digitalen Kamera (5 Streifen mit je 10 Bildern).

Um die spiegelnde Reflexion zu vermeiden, erfolgte die Beleuchtung indirekt durch starke Scheinwerfer in Kombination mit Diffusionsschirmen. Die Kamera wurde auf einem speziellen Wagen befestigt, welcher durch die Lücke in der Aufnahmeplattform verschoben werden konnte. In jeder Position wurden mehrere Bilder mit unterschiedlichen Einstellungen aufgenommen. Als Filmmaterial für die analoge Kamera dienten Diafilme für künstliches Licht (Kodak Ektachrome 64T, ISO 64/19°), die bei den Testaufnahmen bessere Farbqualität lieferten als die empfindlicheren Filme (Kodak Ektachrome 160T, ISO 160/23°). Abb. 3-4 zeigt die Bildakquisition im Reliefraum des Museums und Abb. 3-5 eines der aufgenommenen analogen Bilder.

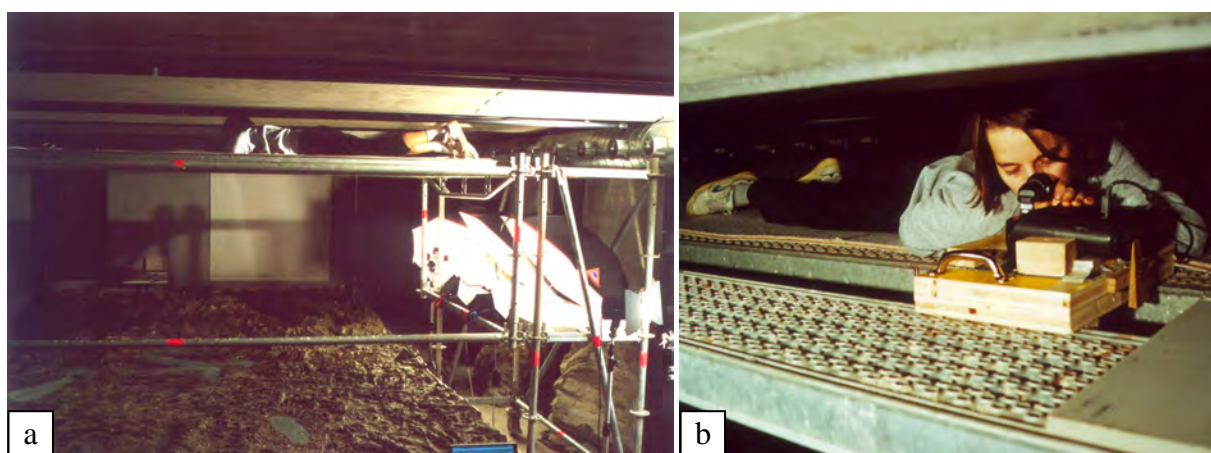


Abb. 3-4: Photogrammetrische Aufnahme des Reliefs der Urschweiz. (a) Aufnahmeplattform und Diffusionsschirme für die indirekte Beleuchtung, (b) Detailansicht mit dem Wagen zur Befestigung der Kamera.



Abb. 3-5: Ausschnitt aus einem analogen Bild des Reliefs der Urschweiz (gescannt). Die Abbildung zeigt einen Teil des Urner Sees sowie Altdorf mit den Passstrassen Richtung Surenen, Gotthard und Klausen.

Im Gegensatz zu den früheren Versuchen im Rahmen des Pilotprojekts sind sowohl die analogen als auch die digitalen Bilder des gesamten Reliefs regelmässig belichtet, scharf und gut aufgelöst. Die analogen Bilder zeichnen sich jedoch durch bessere Auflösung sowie durch bessere radiometrische Eigenschaften aus; die Farbwiedergabe des Reliefs ist trotz Nachverarbeitung der digitalen Aufnahmen natürlicher. Zudem ist der Resteffekt der störenden Reflexion bei den analogen Bildern kleiner. Aus diesen Gründen – abgesehen von der bereits erwähnten grösseren Genauigkeit der manuellen Auswertungsverfahren – wurden die analogen Bilder als Basis für die weitere Verarbeitung gewählt.

3.2.2 Passpunktbestimmung

Vor der Bildaufnahme wurden 40 kleine Zielmarken temporär auf die Reliefoberfläche aufgeklebt und ihre räumliche Lage wurde mit einem Theodolit-Messsystem sehr präzise bestimmt. Diese sogenannten Passpunkte dienen zur Einrichtung eines metrischen Bezugs zwischen den Aufnahmen und dem photographierten Objekt. Dadurch erhält das erstellte Computermodell einen Massstab und eine Ausrichtung im gewählten Koordinatensystem. Die Passpunkte müssen in den photographischen Aufnahmen abgebildet und gut erkennbar sein.

Bei der Passpunktbestimmung kam das Industriemesssystem Axyz von Leica mit zwei Präzisionstheodoliten Wild T2000 und Wild T2002 zum Einsatz. Die auf der Reliefoberfläche markierten Punkte wurden durch den räumlichen Vorwärtschnitt von zwei Stationen aus doppelt aufgenommen. Um steilere Visuren und somit bessere Anzielbedingungen zu erreichen, wurde der Instrumentenhorizont der Theodoliten so hoch wie möglich eingerichtet (ca. 2 m, Abb. 3-6a). Zur Massstabsfixierung erfolgte die Messung der Basislatten von bekannter Länge, die zuvor mit übergeordneter Genauigkeit industriell bestimmt wurde. Die Passpunktvermessung wurde durch zwei Beobachter innerhalb von etwa sechs Stunden durchgeführt. In diesem Zeitraum musste die Position der Industriestative stabil bleiben, was durch den Raumboden aus grobem Beton gewährleistet war.

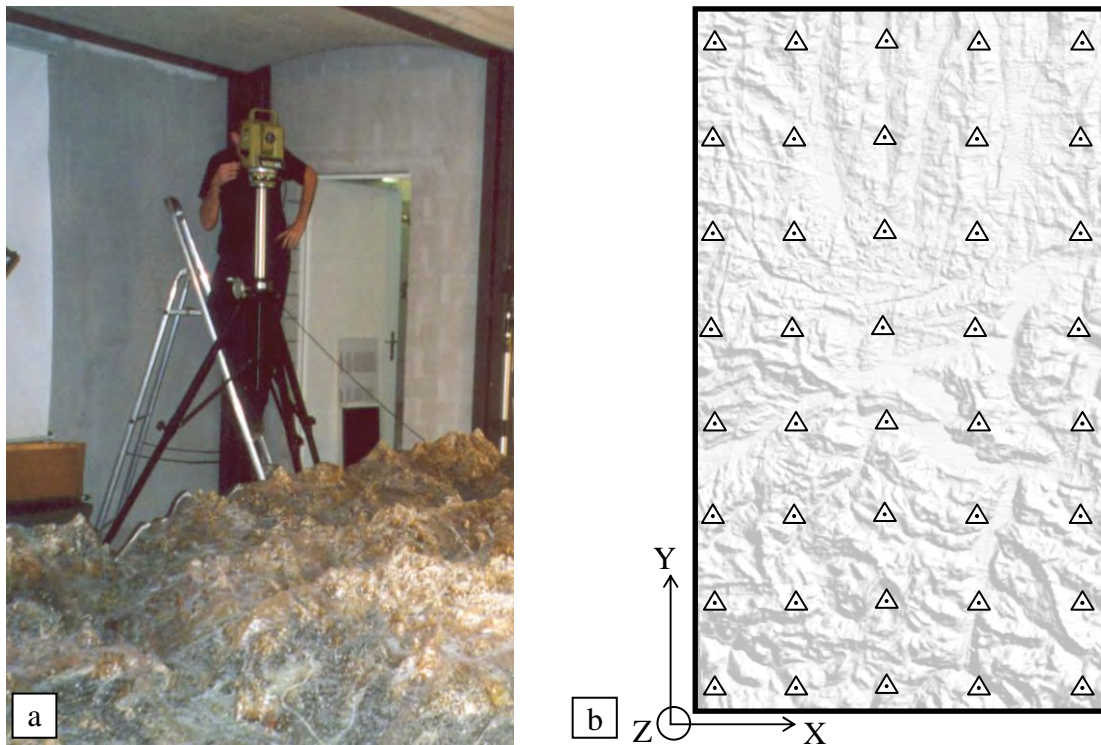


Abb. 3-6: (a) Passpunktvermessung mit einem Theodolit, (b) Die Verteilung der 40 Passpunkte und das lokale Koordinatensystem.

Die Passpunktmarkierungen bestanden aus weissen 10 mm x 10 mm grossen Klebeetiketten, welche mit konzentrischen schwarz-weißen Kreisen von einem Durchmesser von 0,2 bis 3 mm versehen wurden. Diese Abmessungen ergaben sich aus der Aufnahmeplanung. Hierbei wurde auf die optimale Eignung der Passpunkte sowohl für die Koordinatenbestimmung als auch für die photogrammetrische Auswertung geachtet: Die Grösse und Form der Zielmarken mussten sicherstellen, dass sich die Punkte mit einem Theodolit genau anzielen lassen und ihre Abbildung in den Aufnahmen eine präzise Bildmessung ermöglicht. Zusätzlich wurde jede Etiketle einzeln nummeriert, um die Punktsuche mit dem Fernrohr zu erleichtern und somit den Messprozess zu beschleunigen. Die räumliche Verteilung der Passpunkte auf der Reliefoberfläche entsprach den Bedürfnissen der Photogrammetrie; die Passpunkte sind in einem regelmässigen Raster angeordnet, so dass eine gute Verknüpfung zwischen benachbarten Streifen gewährleistet ist (Abb. 3-6b).

Die Auswertung der Passpunktvermessung erfolgte mit allen doppelt aufgenommenen Punkten. Dabei sind keine groben Fehler und Widersprüche aufgetreten. Die definitiven Punktkoordinaten wurden durch arithmetische Mittelung der beiden Messungen gewonnen. Das lokale Koordinatensystem wurde so gewählt, dass die Y-Achse entlang der längeren Reliefseite nach Norden ausgerichtet ist, die X-Achse nach Osten verläuft und die Höhe $Z = 0$ der Fläche des Holztisches entspricht (Abb. 3-6b). Die aus den Aufnahmen abgeleiteten photogrammetrischen Produkte – das digitale Höhenmodell, das Orthobild sowie die dreidimensionalen Vektorelemente – liegen in diesem Koordinatensystem vor. Die Koordinaten der Passpunkte können dem Bericht [Niederöst, 2002] entnommen werden.

Aus der Auswertung der Doppelmessungen haben sich für die Einzelpunkte folgende Standardabweichungen in drei Koordinatenrichtungen ergeben:

$$s_x = 0,045 \text{ mm} \quad s_y = 0,058 \text{ mm} \quad s_z = 0,050 \text{ mm}$$

Der mittlere räumliche Punktfehler (mittlere Lageunsicherheit eines Passpunktes im Raum) beträgt nach

$$s_{xyz} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \quad (3.3)$$

$s_{xyz} = 0,089$ mm. Unter Berücksichtigung der ungünstigen Platzverhältnisse, welche zu flachen Visuren und breitwinkligen Strahlenschnitten führten, entspricht diese Genauigkeit den Erwartungen. Das Ergebnis ist für die photogrammetrische Auswertung ausreichend.

Nach dem Abschluss der photogrammetrischen Arbeiten wurden die nicht mehr nötigen und bei der Visualisierung störenden Punktmarkierungen in einem Bildverarbeitungsprogramm vom digitalen Orthobild entfernt (siehe Kapitel 3.3.2).

3.2.3 Scannen der analogen Aufnahmen

Für eine spätere Bearbeitung im Computer wurden die 87 analogen Farbbilder durch Scannen digitalisiert. Der eingesetzte Präzisionsscanner Vexcel Ultrascan zeichnet sich durch hohe geometrische und radiometrische Genauigkeit sowie Stabilität aus. Damit auch die kleinsten Einzelheiten des Reliefs in den digitalen Aufnahmen erkennbar bleiben, lag die gewählte Auflösung bei 1270 dpi. Dies entspricht einer Pixelgrösse von 20 Mikrometern, was umgerechnet im Bildmassstab zur Pixelgrösse im Relief („Pixelfootprint“) von etwa 0,46 mm führt. Eine gescannte Farbaufnahme (6 cm x 6 cm) beansprucht ca. 27 MB. Für alle 87 Bilder ist also 2,3 GB Speicherplatz nötig.

3.2.4 Kamerakalibrierung

Da in der Photogrammetrie die Lage und Form der Objekte indirekt aus den Bildern abgeleitet wird, hängt die Genauigkeit des erstellten dreidimensionalen Objekts unter anderem von der Qualität der aufgenommenen Bilder ab. Die Voraussetzung für eine präzise 3D-Rekonstruktion ist neben den optimalen geometrischen und radiometrischen Eigenschaften der Aufnahmen (Schärfe, Auflösung, Farbwiedergabe) die Kenntnis der Parameter der eingesetzten Aufnahmekamera. Diese als Parameter der inneren Orientierung bezeichneten Werte werden durch die Kamerakalibrierung gewonnen. Dies geschieht in der Regel unter Laborbedingungen, wobei ein Testfeld von mehreren Standpunkten aus formatfüllend aufgenommen wird. Die Bildkoordinaten der fotografierten signalisierten Zielmarken werden in den Aufnahmen ausgemessen und den bekannten 3D-Koordinaten des Objektpunktfeldes zugeordnet. Anschliessend können in einem Rechenprozess die gesuchten Parameter der inneren Orientierung – Kamerakonstante, Bildhauptpunkt, Verzeichnung und sonstige zusätzliche Parameter – bestimmt werden.

Für die Kalibrierung der beiden Kameras Rollei 6006 sowie DCS460 C wurde ein signalisiertes Referenzfeld von 3 m x 3 m x 0,3 m Grösse aufgenommen (Abb. 3-7a). Dieses musste neu erstellt werden, denn das am Institut vorhandene Testfeld (4,2 m x 2 m x 1,2 m) war für die nötige Fokussierung auf 1,85 m zu gross. Das neue Testfeld war räumlich ausgedehnt und bestand aus zwei massiven Regalen, an welchen in regelmässigen Abständen 81 Zielmarken aufgeklebt wurden. Die gewählte Testfeldtiefe von 30 cm entsprach etwa der maximalen Höhendifferenz des Reliefs der Urschweiz. Die Anzahl und Verteilung der Zielmar-

ken repräsentierte das zu erfassende Objekt ausreichend und erlaubte somit eine genügend genaue Bestimmung der Kameraparameter. Die 3D-Koordinaten der signalisierten Punkte wurden mit einem Theodolit-Messsystem mit der Genauigkeit von 0,07 mm ermittelt. Die Vermessung und Auswertung erfolgte analog dem im vorherigen Kapitel beschriebenen Verfahren der Passpunktbestimmung.

Vor der Testfeldkalibrierung wurde die Fokussierung beider Kameraobjektive auf die Aufnahmedistanz von ca. 1,85 m mit einem Klebeband fixiert. Es folgte die Aufnahme des Testfeldes von fünf Standorten aus (zentrisch, links oben, links unten, rechts oben, rechts unten) bei jeweils drei unterschiedlichen Rotationen um die Aufnahmeachse (0° , 90° , -90°). Durch diese Anordnung der 15 Kalibrierungsbilder wurde die geeignete Strahlenschnittgeometrie für die Eliminierung der systematischen Fehler erzielt. Nach der Aufnahme des Reliefs im Gletschergarten wurde das Testfeld nochmals mit beiden Kameras auf die gleiche Weise photographiert. Aus der Auswertung der Kalibrierungsbilder vor und nach der Reliefaufnahme konnten später Rückschlüsse auf die Kamerastabilität gezogen werden. Abb. 3-7b zeigt einen Ausschnitt eines mit der digitalen Kamera aufgenommenen Bildes.

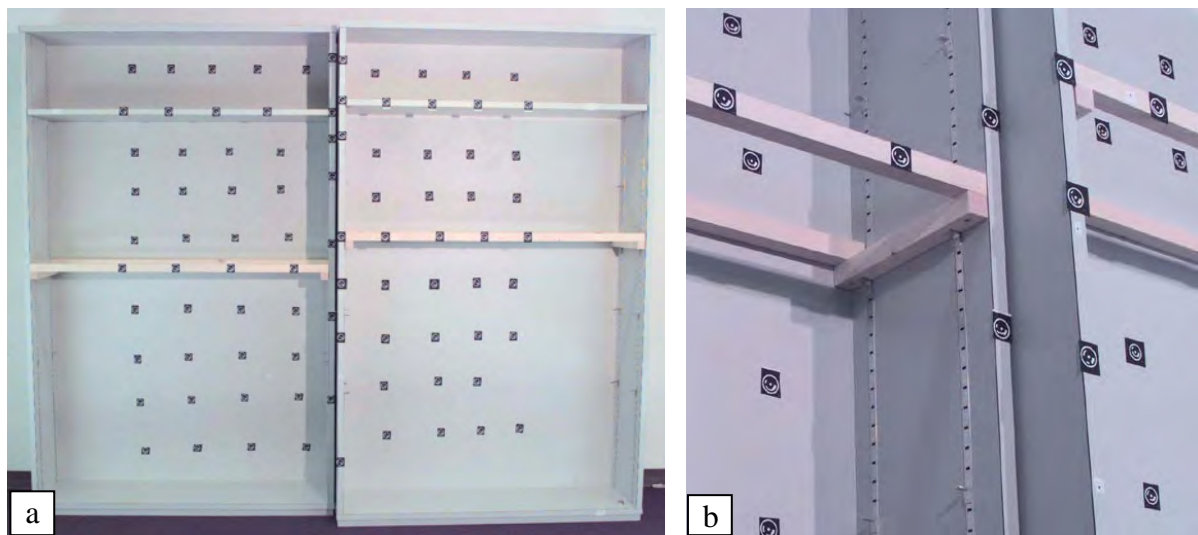


Abb. 3-7: (a) Das zur Testfeldkalibrierung verwendete Referenzfeld, (b) Ausschnitt aus einer Aufnahme zur Kamerakalibrierung.

Die Zielmarken des verwendeten Testfeldes wurden mit einem Code versehen, welcher zu deren automatischen Erkennung in den digitalen Bildern diente [Niederöst und Maas, 1996]. Nach einer Vorverarbeitung wurden die Punktkoordinaten in den mit der digitalen Kamera aufgenommenen Bildern automatisch gemessen. Dank dem Code erfolgte die Zuordnung der entsprechenden Punktnummer ebenfalls automatisch. Die Bildkoordinatenmessung in den analogen Bildern geschah manuell auf einem analytischen Plotter. Es wäre auch möglich gewesen, die analogen Bilder einzuscannen und das gleiche automatische Verfahren der Mustererkennung einzusetzen, doch dies hätte den Arbeitsaufwand nicht wesentlich reduziert.

Aus den gemessenen Bild- und Objektkoordinaten der Zielmarken wurden in einem Rechenprozess die Parameter der inneren Orientierung der beiden Kameras gewonnen. Die Berechnung wurde mit dem institutseigenen Programm zur Bündelausgleichung für die Nahbereichsphotogrammetrie SGAP durchgeführt. Die Datumsfestlegung erfolgte dabei durch eine freie Netzausgleichung. Der Vergleich der separat ausgewerteten Kalibrierungsbilder vor und nach der Reliefaufnahme hat gezeigt, dass die Parameter der analogen Kamera in diesem

Zeitraum stabil blieben; die Unterschiede zwischen den beiden Blöcken „vor“ und „nach“ erwiesen sich als unbedeutend. Für die weiteren Schritte der photogrammetrischen Auswertung wurde auf die vor der Reliefaufnahme ermittelten Kalibrierungswerte zurückgegriffen, da das Zeitintervall zwischen der Kalibrierung und Messkampagne in diesem Fall kürzer war. Für die digitale Kamera liegen nur die Ergebnisse der Kalibrierung vor der Reliefaufnahme vor. In Hinblick auf den späteren Einsatz der analogen Bilder wurde auf die Auswertung des zweiten digitalen Blocks aus Zeitgründen verzichtet.

Die Ergebnisse der Kalibrierung sind für die analoge Kamera in Tabelle 3-2 und für die digitale Kamera in Tabelle 3-3 zusammengefasst. In der Bündelblockausgleichung wurden folgende 10 Parameter der inneren Orientierung nach dem Sensormodell von [Brown, 1971] bestimmt:

- Kamerakonstante c (entspricht ungefähr der Brennweite des Objektivs),
- Verschiebung des Bildhauptpunktes x_p, y_p ,
- Parameter der radial-symmetrischen Objektivverzeichnung k_1, k_2, k_3 ,
- Koeffizienten der Dezentrierverzeichnung p_1 und p_2 ,
- Faktor der unterschiedlichen Bildmassstäbe in x- und y-Richtung sx ,
- Korrektur der Schiefwinkligkeit des Koordinatensystems a .

Parameter	Kalibrierter Wert	Standardabweichung
Kamerakonstante c	83,557 mm	$1,620 \cdot 10^{-2}$ mm
Verschiebung des Bildhauptpunktes x_p	-0,079 mm	$9,570 \cdot 10^{-3}$ mm
Verschiebung des Bildhauptpunktes y_p	-0,025 mm	$9,870 \cdot 10^{-3}$ mm
Parameter der radial-symmetrischen Kameraverzeichnung k_1	$-9,149 \cdot 10^{-6}$	$2,406 \cdot 10^{-7}$
Parameter der radial-symmetrischen Kameraverzeichnung k_2	$-4,011 \cdot 10^{-10}$	$1,730 \cdot 10^{-10}$

Tabelle 3-2: Parameter der inneren Orientierung der analogen Kamera Rolleiflex 6006 zum Zeitpunkt der Aufnahme des Reliefs der Urschweiz. Die restlichen Parameter (k_3, p_1, p_2, sx und a) waren nicht bestimmbar und wurden im Laufe der Einzeliterationen ausgeschaltet.

Parameter	Kalibrierter Wert	Standardabweichung
Kamerakonstante c	28,861 mm	$3,910 \cdot 10^{-3}$ mm
Verschiebung des Bildhauptpunktes x_p	0,070 mm	$1,670 \cdot 10^{-3}$ mm
Verschiebung des Bildhauptpunktes y_p	-0,146 mm	$2,180 \cdot 10^{-3}$ mm
Parameter der radial-symmetrischen Kameraverzeichnung k_1	$-1,486 \cdot 10^{-4}$	$9,889 \cdot 10^{-7}$
Parameter der radial-symmetrischen Kameraverzeichnung k_2	$1,696 \cdot 10^{-7}$	$3,837 \cdot 10^{-9}$
Parameter der Dezentrierverzeichnung p_2	$1,391 \cdot 10^{-5}$	$1,951 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 3-3: Parameter der inneren Orientierung der digitalen Kamera DCS460 C zum Zeitpunkt der Aufnahme des Reliefs der Urschweiz. Die restlichen Parameter (k_3, p_1, p_2, sx und a) waren nicht bestimmbar und wurden im Laufe der Einzeliterationen ausgeschaltet.

Für eine spätere Auswertung der gescannten analogen Aufnahmen in den kommerziellen Softwaresystemen, welche die Eingabe der Koeffizienten k_1 , k_2 und k_3 nicht unterstützen, wurde die radial-symmetrische Objektivverzeichnung in eine in diesen Systemen übliche Form umgerechnet. Dabei wird für den Radius r in regelmässigen Abständen vom Hauptpunkt ein Radialversatz Δr von der Soll-Lage angegeben. Die Verzeichnungswerte Δr für die Radiusstufen r ergeben sich aus [Brown, 1971]:

$$\Delta r = k_1 \cdot r^3 + k_2 \cdot r^5 + k_3 \cdot r^7 \quad (3.4)$$

Tabelle 3-4 zeigt die Ergebnisse der Berechnung für die analoge Kamera Rollei 6006 (mit $k_3 = 0$). Der Vollständigkeit halber werden in der Tabelle 3-5 die Koordinaten der in den analogen Aufnahmen abgebildeten Rahmenmarken angegeben. Die Rahmenmarken, die in einer metrischen Kamera das Bildkoordinatensystem definieren, wurden mit einer industriellen Kalibrierung bestimmt. Ihre Koordinaten wurden dem entsprechenden Kalibrierungsprotokoll entnommen.

Radius r [mm]	Verzeichnung Δr [mm]
0	0
5	-0,0011
10	-0,0092
15	-0,0312
20	-0,0745
25	-0,1469
30	-0,2568
35	-0,4133

Tabelle 3-4: Radial-symmetrische Verzeichnung des Objektivs der analogen Kamera Rollei 6006.

Nr.	x [mm]	y [mm]
1	-24,9989	24,9999
2	0,0007	24,9998
3	25,0005	25,0010
4	24,9995	0,0004
5	-24,9993	-0,0015
6	-25,0002	-25,0005
7	-0,0008	-24,9994
8	24,9985	-24,9988

Tabelle 3-5: Rahmenmarkenkoordinaten der Kamera Rollei 6006 (die Beschriftung „Rollei“ liegt dabei unten links, vgl. Abb. 3-5).

3.2.5 Phototriangulation

Die Phototriangulation dient der Verknüpfung der einzelnen Bilder zu einem Gesamtmodell, in welchem das Objekt dreidimensional rekonstruiert werden kann. Die Bildverknüpfung wird mit Hilfe von identischen (korrespondierenden) Punkten erzielt (Abb. 3-8). Zur Herstellung eines Bezugs zwischen dem virtuellen 3D-Modell und dem fotografierten Objekt wird auf die Passpunkte zurückgegriffen. Nach einer manuellen oder automatischen Bildmessung gehen die gemessenen Bildkoordinaten, die bekannten Koordinaten der Passpunkte sowie die Parameter der inneren Orientierung in eine Bündelblockausgleichung ein. Das Ergebnis der Berechnung sind die Objektkoordinaten aller gemessenen Bildpunkte, die Orientierungsparameter der Bilder und weitere Modellparameter zusammen mit den statistischen Angaben zur Genauigkeit und Zuverlässigkeit.

Die Bildmessungen für die Phototriangulation wurden auf computergesteuerten Auswertegeräten, den sogenannten analytischen Plottern Wild AC3 und Wild S9 manuell durchgeführt (Abb. 3-9 links). Da die Tests im Rahmen des Pilotprojekts gezeigt haben, dass die automatische DHM-Generierung zu vielen groben Fehlern und geringen Genauigkeiten führt (siehe Kapitel 3.3.4), wurde auf die automatischen Matching-Verfahren auch bei der Triangulation verzichtet. Insgesamt 1250 Orientierungs-, Verknüpfungs- und Passpunkte wurden in 87 Bildern (80 Bildpaaren) durch studentische Hilfskräfte gemessen. Da eine genügende Anzahl

gut verteilter markierter Passpunkte zur Verfügung stand, verlief die anschliessende Ausgleichung im institutseigenen Programm BUN ohne Schwierigkeiten. Die Genauigkeit des gesamten Blocks von $s_0 = 7,6 \mu\text{m}$ (Gewichtseinheitsfehler nach (4.88)), entsprechend 0,17 mm im Objektraum, ist für den Zweck des Projektes ausreichend. Das für die weiteren Arbeitsschritte nötige Ergebnis der Phototriangulation, die ausgeglichenen räumlichen Koordinaten der Projektionszentren sowie die Rotationswinkel finden sich in [Niederöst, 2002].

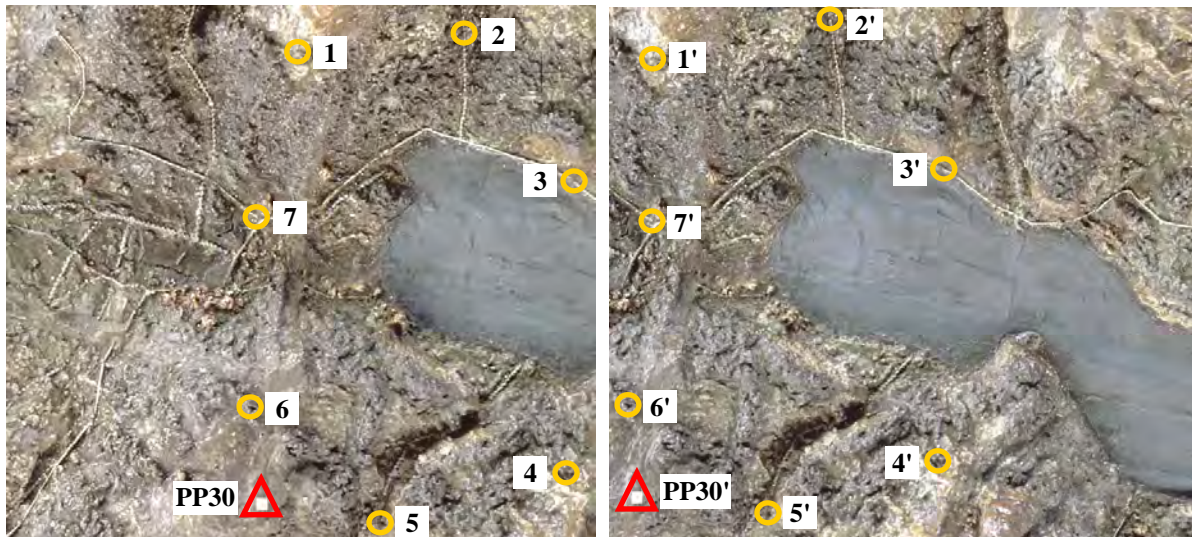


Abb. 3-8: Messung der korrespondierenden Punkte für die Phototriangulation (Reliefausschnitt aus dem Kanton Uri). Das rote Dreieck markiert einen der 40 gemessenen Passpunkte.

3.3 Ableitung der photogrammetrischen Produkte

3.3.1 Digitales Höhenmodell

Unter einem digitalen Höhenmodell (DHM) wird eine Punktwolke verstanden, welche den Gelände- bzw. den Objektoberflächenverlauf beschreibt. Im Standardfall werden die Punkte in einem horizontalen System räumlich verteilt, wobei für jede X, Y-Position die Höhe Z festgelegt wird. Eine der Methoden zur Datenerfassung für das DHM ist die photogrammetrische Stereoauswertung. Dabei werden die dreidimensionalen Koordinaten durch manuelle, automatische oder halbautomatische Messung in den zuvor orientierten Bildpaaren gewonnen. Die Punkterfassung kann in verschiedenen Modi, z.B. als Einzelpunkt-, Gitter- oder Profilmessung erfolgen. Zur Steigerung der morphologischen Richtigkeit der Oberflächenbeschreibung werden zusätzlich zu anderen Erfassungsmodi oft die sogenannten Bruchkanten (Unstetigkeiten der Geländeoberfläche wie Grat- und Tallinien) gemessen. Das Ergebnis der primären Datenerfassung und anschliessenden Verarbeitung ist eine computergerechte Darstellung der Oberfläche, welche für verschiedene Anwendungen zur Verfügung steht.

Aus den bereits erwähnten Gründen erfolgte die Erstellung des digitalen Höhenmodells des Reliefs der Urschweiz durch manuelle Messung auf dem analytischen Plotter. Es wurden Profile mit einem Abstand von 1 cm definiert, die automatisch kontinuierlich abgefahren wurden. Die Wahl des Profilabstands entsprach einem Kompromiss zwischen dem nötigen Arbeitsaufwand und der hinreichend treuen Erfassung der Reliefoberfläche. Entlang des Profils wurden durch manuelles Aufsetzen einer räumlichen Messmarke Geländepunkte mit variabler Punktdichte registriert. Dieser Erfassungsmodus hat den Vorteil, dass der Punktab-

stand in Profilrichtung den Terraineigenschaften angepasst werden kann, d.h. im steilen Gelände werden mehr Punkte registriert als im Flachland. Die Messung erfolgte in 48 Stereomodellen (12 „Hauptmodelle“ innerhalb jedes Streifens, vgl. rote Punkte in Abb. 3-3a), wobei im südlichen, bergigen Reliefteil zur Schliessung kleiner Lücken auch auf die „Zwischenmodelle“ (gelbe Punkte in Abb. 3-3a) zurückgegriffen werden musste. Als Zusatzinformation zur Profilmessung wurden die im Rahmen der Vektordatenerfassung (Kapitel 3.3.3) gewonnenen Grat- und Tallinien sowie die Höhenkoten der Bergspitzen in das DHM integriert. Abb. 3-9 rechts zeigt eine schematische Darstellung der Profil- und Bruchkantenmessung auf dem Hintergrund des digitalen Höhenmodells. Die Anzahl der gemessenen Punkte inklusive Bruchkanten und Überlappungen zwischen den benachbarten Stereomodellen betrug rund 300'000. Die Messungen wurden durch vier Operateure auf zwei analytischen Plottern innerhalb von etwa drei Mannmonaten durchgeführt.

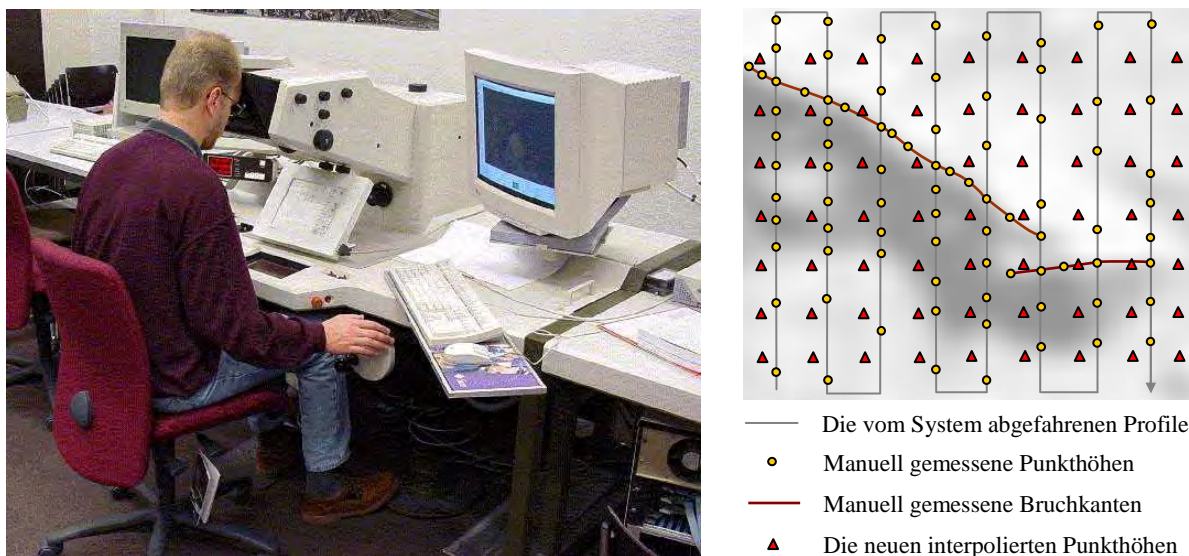


Abb. 3-9: Messung auf dem analytischen Plotter Wild S9 (links). Rechts eine schematische Darstellung der Messung eines digitalen Höhenmodells im Profilmodus. Die Punkte des regelmässigen DHM-Gitters, deren Höhen aus den gemessenen Stützpunkten (gelbe Kreise) interpoliert wurden, sind durch rote Dreiecke gekennzeichnet.

Die Massenpunkt- und Bruchkantenmessung hatte eine unregelmässig aufgebaute Punktwolke zum Resultat. Die Eliminierung einiger Fehler und Ausreisser, welche durch mangelnde Konzentration sowie durch persönliche Messfehler der Operateure verursacht waren, war zu Beginn der DHM-Messungen eine zeitaufwändige und langwierige Arbeit. Die gemessenen Rohdaten konnten in den damals zur Verfügung stehenden Programmen weder visuell überprüft noch interaktiv editiert werden. Durch mehrere Formatkonversionen und Berechnungen wurde eine Schrägansicht oder eine Höhenkurvenabbildung des Modells generiert, in welchen die versehentlich falsch registrierten Punkte sichtbar waren, jedoch ohne genaue Koordinatenangaben. Die Identifikation und Entfernung dieser Ausreisser erfolgte dann durch softwaregestütztes Durchblättern der ursprünglichen Punktkoordinaten in einem grossen Suchfenster. Erfreulicherweise konnte zu einem späteren Zeitpunkt auf ein kommerzielles Softwaresystem (Geomagic Studio, Raindrop Geomagic, Inc.) zurückgegriffen werden, in welchem die Rohdaten unter visueller Kontrolle sowohl manuell als auch automatisch editiert werden konnten. Die automatische Eliminierung der fehlerhaften Punkte basiert auf der Anpassung einer kleinen Fläche 2. Ordnung („Patch“) um jeden 3D-Punkt und auf der anschliessenden Gruppierung aller in dieser Fläche liegenden DHM-Punkte zu einer neuen Oberfläche. Die Grösse des Patches ist benutzerdefiniert; je grösser es ist, desto mehr Punkte werden als Ausreisser interpretiert, was zur Glättung des ursprünglichen 3D-Modells führt.

Um eine unerwünschte Unterdrückung der Einzelheiten zu vermeiden, wurde die automatische Editierung des virtuellen Reliefs mit einem kleinen Glättungsfaktor durchgeführt. Danach wurden die verbleibenden fehlerhaften Punkte manuell aus dem Höhenmodell entfernt.

Die editierte unregelmässige Punktwolke wurde unter Berücksichtigung der Bruchkanteninformation zu einem regelmässigen Gittermodell mit einer Maschenweite von 1 cm umgerechnet. Dieses als Interpolation bezeichnete Verfahren führt zu einem computergerechten DHM-Format, in welchem für jeden Gitterpunkt ein Höhenwert vorliegt (Abb. 3-9 rechts). Ein regelmässig aufgebautes Raster vereinfacht die Erstellung von Folgeprodukten, denn es ist rechnerisch leichter zu organisieren. Es gibt verschiedene Interpolationsmethoden zur Ableitung der repräsentativen Gitterpunkthöhen aus den Höhen der gemessenen, unregelmässig geordneten Stützpunkte. Eine davon ist die in Kapitel 4.1.2.4 erwähnte bilineare Interpolation, bei welcher die neuen Punkthöhen innerhalb einer jeweils aus 4 Punkten bestehenden Masche berechnet werden. In dem zur Generierung eines DHM-Gitters eingesetzten institutseigenen Programmpaket DTMZ werden die Stützpunkte zunächst zu einem Dreiecksnetz vermascht. Die vorhandenen Bruchkanten müssen dabei Dreieckseiten bilden, um die morphologischen Terrainunstetigkeiten in der interpolierten Oberfläche beizubehalten. Anschliessend wird unter Berücksichtigung der Stützpunkthöhen des aktuellen sowie der umliegenden Dreiecke eine kontinuierlich verlaufende Oberfläche generiert („Finite Elemente Interpolation“), in der die gesuchten neuen Punkthöhen liegen. Das aus 256'000 Punkten bestehende regelmässige DHM-Gitter kann in verschiedenen Formen dargestellt werden (z.B. Drahtmodell, schattiertes Modell oder eingefärbte Höhenstufen, Abb. 3-10). Eine Ableitung der Höhenlinien ist ebenfalls möglich.

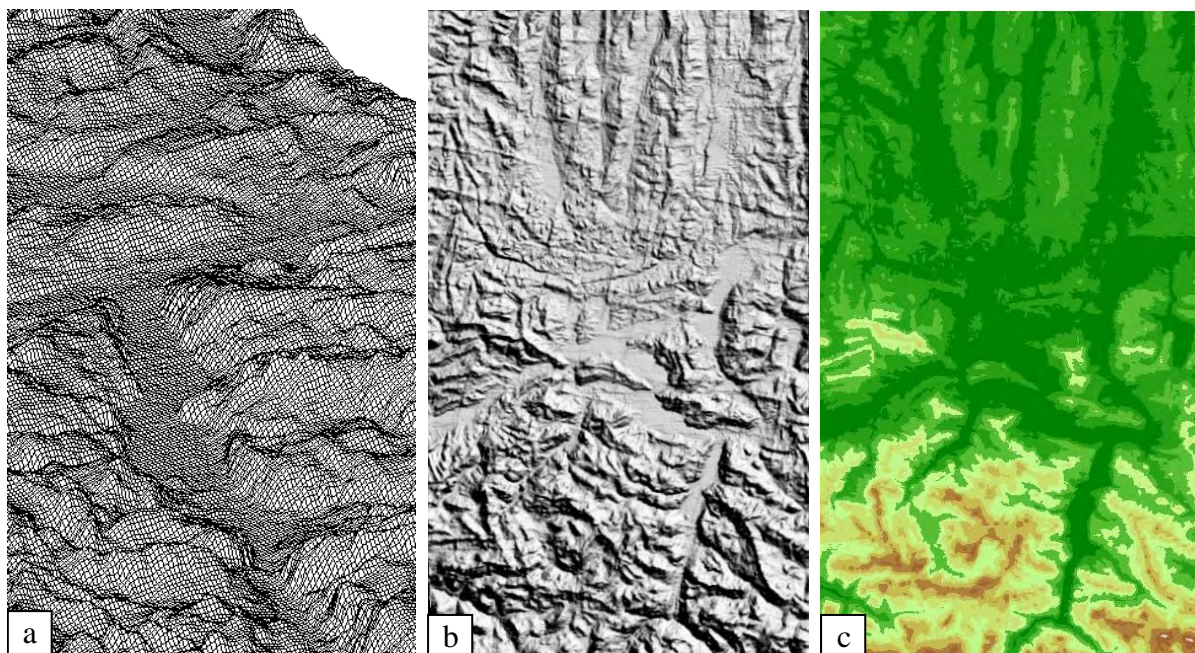


Abb. 3-10: Das digitale Höhenmodell des Reliefs der Urschweiz in verschiedenen Darstellungen: (a) Ausschnitt aus dem Drahtmodell, (b) Schattiertes Modell, (c) Eingefärbte Höhenstufen.

Bei der DHM-Messung wurde die Messmarke grundsätzlich zuoberst auf die Reliefoberfläche aufgesetzt. Eine Ausnahme bildeten die einzeln stehenden Kirchtürme und Häuser, welche im Relief durch umgekehrt eingesteckte, mit Wachs überzogene Nägel von einer Grösse von wenigen Millimetern bis zu etwa 1,5 cm dargestellt sind. Für ihre detaillierte Modellierung müssten sie mit einer grossen Punktdichte abgetastet werden, was weder sinnvoll noch zeitlich möglich war. Andererseits würde eine vereinfachte Registrierung dieser aus der Ober-

fläche herausragenden Objekte Fehler im DHM verursachen. Aus diesen Gründen wurden sie bei der DHM-Messung übersprungen. In der nächsten Umgebung der Einzelhäuser entspricht die resultierende interpolierte Oberfläche folglich dem „Boden“. Später erfolgte im Rahmen der Vektordatenerfassung (Kapitel 3.3.3) eine dreidimensionale Kartierung der obersten Punkte der Kirchtürme, doch diese wurden nicht in das DHM integriert.

Das DHM des Reliefs der Urschweiz liegt in dem durch die Passpunkte definierten lokalen Koordinatensystem vor. Dadurch ist es in allen drei Richtungen dem Original massstabsgetreu. Zur Genauigkeitsbetrachtung wird der Höhenfehler s_z berechnet, welcher aus dem Mess-, Approximations- und Interpolationsfehler zusammengesetzt ist:

$$s_z = \sqrt{\beta^2 + a^2 + i^2} \quad \text{mit} \quad a = k \cdot d \quad (3.5)$$

mit	s_z	Höhenfehler des photogrammetrisch generierten DHMs
	β	Messfehler
	a	Approximationsfehler
	i	Interpolationsfehler
	k	Proportionalitätsfaktor
	d	mittlerer Punktabstand

Der Messfehler β beträgt bei der manuellen Messung der unsignalisierten DHM-Punkte rund 0,015% der Aufnahmehöhe über dem Objekt, was im Fall des Reliefs der Urschweiz (Aufnahmehöhe 185 cm) 0,28 mm entspricht. Der Approximationsfehler $a = k \cdot d$ entsteht durch Geländerauhigkeit zwischen den gemessenen Stützpunkten. Der Proportionalitätsfaktor k liegt dabei im einfachen Gelände bei $k = 0,004$ bzw. $k = 0,01$, im mittleren Gelände bei $k = 0,01$ bzw. $k = 0,02$ und im schwierigen Gelände bei $k = 0,022$ bzw. $k = 0,05$ (nach zwei unterschiedlichen empirischen Untersuchungen [vgl. Maas, 1996]). Für den mittleren Punktabstand d von 1 cm ergibt sich für das Relief der Urschweiz der Approximationsfehler von max. 0,5 mm. Der Interpolationsfehler i entsteht durch Ungenauigkeit der Interpolationsfunktion, z.B. durch unglatten Übergang zwischen den benachbarten Flächenstücken bei der bilinearen Interpolation. Dieser Fehler dürfte bei der eingesetzten Interpolationsmethode im Vergleich mit den restlichen zwei Fehlern unbedeutend klein ausfallen. Somit liegt der Höhenfehler s_z des manuell gemessenen DHMs des Reliefs der Urschweiz nach (3.5) bei 0,78 mm. Die Genauigkeitsanforderung des maximalen Höhenunterschieds (Standardabweichung) zwischen dem generierten DHM und dem Original von 1 mm bleibt also erhalten.

3.3.2 Orthobild

Als Orthobild wird ein in die orthogonale Geometrie umgerechnetes photographisches Bild bezeichnet. Da ein photographisches Bild in der Zentralperspektive vorliegt und im Allgemeinfall geneigt aufgenommen wurde, ergibt sich im unebenen Gelände ein Lageversatz zwischen den Objekten im Bild und den gleichen Objekten in einer Karte (Abb. 3-11). Um diesen Lageversatz zu beseitigen, wird jeder Punkt der ursprünglichen Aufnahme mit Hilfe des DHMs in die Objektkoordinaten abgebildet. Das Ergebnis dieses weitgehend automatisierten, als differenzielle Entzerrung bekannten Verfahrens ist ein neues Bild, welches die Oberfläche in einer Parallelprojektion (analog einer Karte) darstellt. Das Orthobild lässt sich mit den vorhandenen Vektor- und DHM-Daten geometrisch korrekt kombinieren und ermöglicht die fehlerfreie Messung von Distanzen. Ist das photographierte Objekt in mehreren Aufnahmen abgebildet, werden alle Aufnahmen individuell entzerrt und zu einem Gesamt-

mosaik zusammengesetzt. Die Mosaikierung erfordert einen radiometrischen Angleich der benachbarten Orthobilder und wird in der Praxis ebenfalls automatisch durchgeführt.

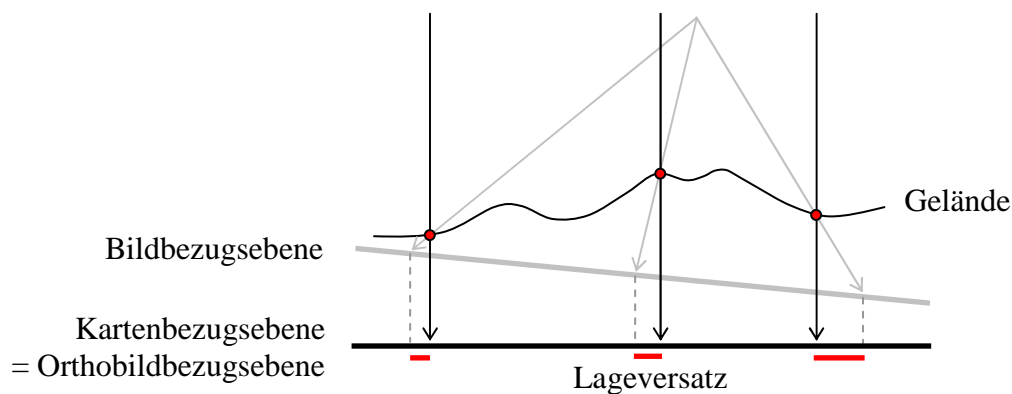


Abb. 3-11: Bild und Orthobild. Aufgrund der Kameraneigung und Höhenunterschiede im Gelände entsteht ein Lageversatz zwischen der Objektabbildung im Bild und in einer Karte. Durch differenzielle Entzerrung wird die zentralperspektivische Aufnahme in die orthogonale (Karten-)Geometrie umgerechnet. Das neue Bild wird als Orthobild bezeichnet.

Die 87 gescannten Aufnahmen des Reliefs der Urschweiz wurden in die digitale photogrammetrische Station DPW 770 SocetSet von BAE Systems eingelesen. Unter Berücksichtigung der aus der Phototriangulation stammenden Orientierung sowie des DHMs erfolgte die differenzielle Entzerrung jeder einzelnen Aufnahme. Die Pixelgröße der Orthobilder wurde dabei gleich wie diejenige der Originalaufnahmen gesetzt (20 Mikrometer), entsprechend 0,4 mm im Objektraum. Die Zusammensetzung und Farbanpassung der entzerrten Bilder resultierte in einem Orthomosaik (oft einfach „Orthobild“ genannt), welches die gesamte Fläche des Reliefs maßstabsgetreu im festgelegten Lokalkoordinatensystem abbildet (Abb. 3-12). Da die ursprünglichen Aufnahmen eine teilweise sehr unterschiedliche Helligkeit besaßen, die bei der Mosaikierung nicht ausreichend angeglichen wurde, musste das Gesamtmosaik in einer Bildverarbeitungssoftware nachträglich verarbeitet werden. Die für die photogrammetrische Auswertung nötigen Zielmarken (Passpunkte) wurden dabei vom Orthobild manuell wegretuschiert, denn sie würden sich störend auf die Visualisierung auswirken. Das Orthobild wurde in mehreren Farbversionen und mit diversen Helligkeits- bzw. Kontrastwerten gespeichert. Da die photographischen Aufnahmen des Reliefs je nach Beleuchtung und Filmmaterial deutliche Unterschiede aufweisen, ist dies für die Präsentation der Ergebnisse sowie für die Sicherheitsdokumentation des Reliefs vorteilhaft.

Im unkomprimierten TIFF-Format beansprucht das Orthobild 306 MB Speicherplatz und seine Gesamtgröße beträgt 13'120 x 7'780 Pixel. Zu den wichtigsten Fehlereinflüssen auf die Genauigkeit eines Orthobildes zählen die Qualität des DHMs sowie die Genauigkeit der Orientierungsparameter und der Bilddigitalisierung. Bei guten Bedingungen, die im Fall des Reliefs der Urschweiz sicherlich zutreffen, liegt die Genauigkeit des Orthobildes bei weniger als 1 Pixel. Die Lage der Reliefobjekte kann dem Orthobild also mit einer Genauigkeit von weniger als 0,4 mm entnommen werden. Dies gilt jedoch nur für die Objekte, die im DHM integriert sind. Die aus der Oberfläche herausragenden Kirchtürme und Einzelhäuser sind im Orthobild radial versetzt und lediglich ihre „Fundamente“ besitzen eine korrekte Lage. Dieser Effekt ist aber dank dem Einsatz einer langbrennweitigen Kamera (80 mm) klein und im Orthobild kaum sichtbar.

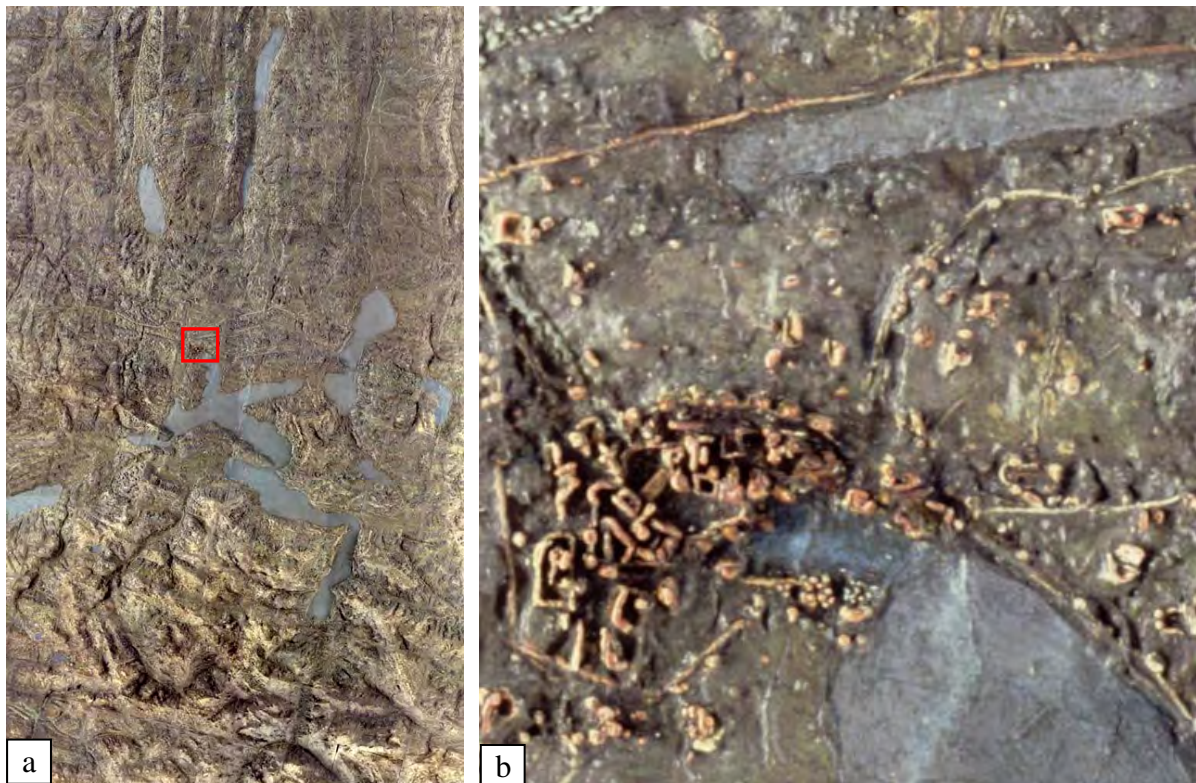


Abb. 3-12: Das digitale Orthobild des Reliefs der Urschweiz: (a) Gesamtansicht, (b) Ausschnitt mit Luzern, Vierwaldstätter- und Rotsee.

3.3.3 Vektordaten

Die dreidimensionale Erfassung der linien- und punktförmigen Reliefelemente verfolgte drei Ziele. Zum einen ist dieser Datensatz ein Bestandteil der Sicherheitsdokumentation des Reliefs, denn er gibt den Verlauf bzw. die Lage der zum Zeitpunkt der Bilderfassung vorhandenen Landschaftsmerkmale exakt und strukturiert wieder. Zweitens wurde ein Teil der 3D-Kartierung – wie bereits erwähnt – in das digitale Höhenmodell integriert. Durch die Einführung der Bruchkanten gewinnt die modellierte Oberfläche an Genauigkeit und morphologischer Qualität. Schliesslich dient der Vektordatensatz zur Genauigkeitsanalyse des Reliefs der Urschweiz. Die Identifikation und Interpretation der Reliefobjekte, vor allem der Kirchtürme und Berggipfel ist in einem dreidimensionalen Stereomodell viel einfacher und genauer als in einem (Ortho)Bild. Für diesen Zweck kann also mit Vorteil auf die kartierten Vektorelemente zurückgegriffen werden (vgl. Kapitel 5.4 sowie Kapitel 5.8).

Zur dreidimensionalen Kartierung wurden manuelle Messungen im Stereomodus eingesetzt. Die Auswertung erfolgte auf einem analytischen Plotter durch Abtastung der gewählten Objekte mit einer räumlichen Messmarke. Die vordefinierte Objektbibliothek bestand aus Wegen, Flüssen, Seeufern, Kirchtürmen sowie aus Bergkämmen, Bergfüssen und Bergspitzen (Tabelle 3-6). Bei der Kartierung wurden grundsätzlich nur die in den photogrammetrischen Aufnahmen sichtbaren Objektteile abgespeichert; zusätzliche Interpretation durch den Operateur wurde vermieden. So kommen im Vektordatensatz häufig vereinzelte Weg- und Flussfragmente zum Vorschein, die sich vor allem an den Übergängen zwischen den benachbarten Relieftteilen sowie beim Strassenverlauf durch die Siedlungen ergeben. Ebenfalls sind in der 3D-Kartierung – so wie im Relief selbst – parallel verlaufende Liniensegmente sichtbar (Abb. 3-13). Da die Vektordaten im gleichen Koordinatensystem wie das DHM und das Or-

thobild vorliegen, lassen sich diese drei Datensätze problemlos überlagern. In die DHM-Berechnung wurden jedoch lediglich die morphologischen Bruchkanten miteinbezogen. Auf eine Integration der Wege, Flüsse, Seeufer und Kirchtürme wurde aufgrund deren komplexer Fragmentstruktur verzichtet, was zu Höhenabweichungen zwischen dem DHM und den Vektorelementen führen kann. Diese Tatsache würde sich negativ auf die Visualisierung auswirken. In diesem Fall ist es aber nicht weiterhin gravierend, da bei der Erstellung der Visualisierungsprodukte eher auf das hochaufgelöste Orthobild als auf die lückenhaften 3D-Vektordaten zurückgegriffen wird (vgl. Kapitel 3.4).

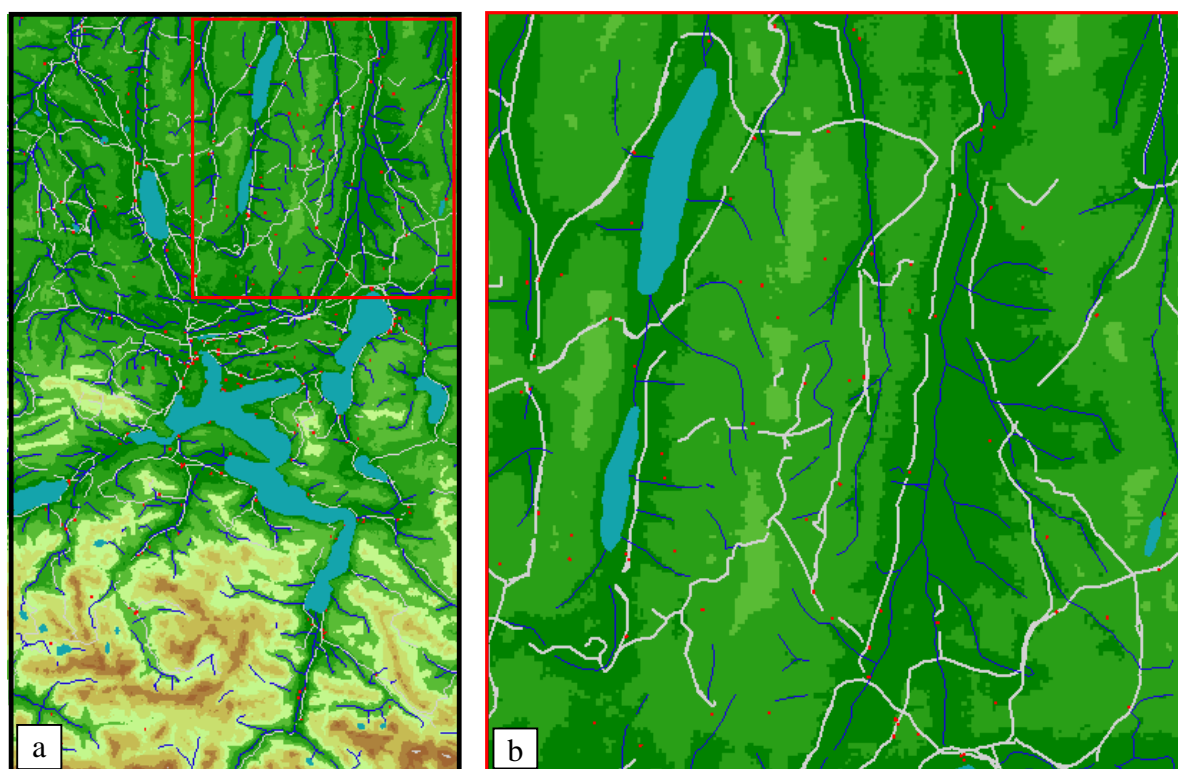


Abb. 3-13: Die extrahierten Vektordaten des Reliefs der Urschweiz auf dem Hintergrund des digitalen Höhenmodells: Seen (hellblau), Wege (grau), Flüsse (dunkelblau) und Kirchtürme (rot). (a) Gesamtansicht, (b) Ausschnitt mit Baldegger- und Hallwiler See.

Objekt	Darstellung im Relief	Art der Karteierung
Wege	Weisse, rote oder braune Schnüre	Linienförmig
Flüsse	Gedrehter Draht, weiss oder hellblau	Linienförmig
Seeufer	Umrandung der blauen Seefläche	Flächenförmig
Kirchtürme	Hohe, mit Wachs überzogene, meistens rot eingefärbte Nägel bzw. Blechstücke	Punktförmig
Bergkämme	Gratlinien	Linienförmig
Bergfüsse	Tallinien	Linienförmig
Bergspitzen	Die höchsten Punkte der markanten Berggipfel	Punktförmig

Tabelle 3-6: Die im Rahmen der 3D-Kartierung extrahierten flächen-, linien- und punktförmigen Reliefobjekte.

Die kartierten 3D-Vektordaten wurden bei der Messung als codierte ASCII-Koordinatenliste ($x, y, z, Code$) sequenziell gespeichert. Für jedes Element wurde ein eindeutiger Code vergeben. Dieses einfache und allgemein lesbare Textformat erwies sich bei der Genauigkeitsanalyse als vorteilhaft. Für die Visualisierung wurden anschliessend die in kommerziellen (GIS-)Systemen gebräuchlichen Formate (SHP, DXF) abgeleitet.

3.3.4 Untersuchung der automatischen Verfahren zur DHM-Generierung

Die Automatisierung der Arbeitsabläufe der bildbasierten Objektrekonstruktion ist seit etwa 30 Jahren eine der grössten Herausforderungen an der Schnittstelle der Photogrammetrie, Bildverarbeitung und Computer Vision. Das Ziel ist, die gesamte Projektkette von Bildeinzug über Triangulation bis zur Ableitung von photogrammetrischen Produkten vollautomatisch am Computer durchführen zu können. Ein hoher Automationsgrad erfordert integrierte Qualitätskontrollen, andauernde Evaluation der Systeme sowie unabhängige numerische Vergleiche der automatisch gewonnenen mit den bestmöglich erzielbaren Ergebnissen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde untersucht, ob der zeitaufwändigste Projektschritt der 3D-Rekonstruktion des Reliefs der Urschweiz – die Generierung eines digitalen Höhenmodells – unter Einsatz von automatischen Verfahren zufriedenstellend hätte erfolgen können.

Die automatische 3D-Oberflächenrekonstruktion beruht auf der Identifizierung und Zuordnung von identischen Objektmerkmalen (Punkte, Kanten, Muster) in zwei oder mehreren Bildern eines Objekts. Dieses Verfahren wird als Image Matching bezeichnet. Nach einer radiometrischen Bildverbesserung in der Vorverarbeitungsphase werden in der Regel die Bildmerkmale in allen beteiligten Bildern unabhängig voneinander extrahiert. Danach folgt der schwierigste Schritt im Matching-Prozess, die automatische Zuordnung der korrespondierenden Merkmale und Eliminierung der Fehlzuordnungen. Die Korrespondenzanalyse wird durch zwei Verfahren entscheidend vereinfacht: Berechnung von Bildpyramiden und Ausnutzen der Epipolargeometrie. Die Bildpyramide ist eine Reihe von Bildern in abgestufter Auflösung; die Merkmalsextraktion und Zuordnung erfolgt zunächst in der grössten Stufe, das Ergebnis geht als Näherungsinformation in die nächst feinere Pyramidenebene ein, wo zusätzliche Merkmale extrahiert und zugeordnet werden. Die Epipolarbilder sind relativ orientierte Bilder, welche die Suche nach dem korrespondierenden Punkt im zweiten Bild erleichtern, da nur noch Bildzeilen und nicht die gesamten Bilder nach dem entsprechenden Merkmal abgesucht werden müssen. Die beschriebene merkmalsbasierte Zuordnung wird in der Praxis mit einer flächenbasierten Feinzuordnung kombiniert. Dabei werden kleine Bildausschnitte mittels einer geometrischen und radiometrischen Transformation iterativ aneinander angepasst. Aus den ermittelten homologen Bildelementen lassen sich dann unter Berücksichtigung der Kalibrierungs- und Orientierungswerte die 3D-Objektkoordinaten ableiten. Das Ergebnis der automatischen DHM-Generierung ist also analog zur manuellen Messung eine räumliche Objektbeschreibung in Form von geordneten oder ungeordneten Koordinatenlisten.

Die automatische Ableitung der 3D-Oberflächen wird heutzutage in einer ganzen Reihe von kommerziellen Systemen, sogenannten digitalen photogrammetrischen Stationen angeboten. Unter guten Bedingungen liegt die Genauigkeit der mit den Matching-Verfahren erzielten Ergebnisse im Subpixelbereich, woraus sich für das Relief der Urschweiz (Scanpixelgrösse 20 Mikrometer und Bildmasstab ca. 1:23) ungefähr 0,4 mm im Objektraum ergibt. Zum Vergleich: Wie in Kapitel 3.3.1 aufgezeigt wurde, liegt die Genauigkeit der manuellen DHM-Messung β bei 0,28 mm. In Gebieten mit schwacher oder repetitiver Textur, im Ge-

lände mit abrupten Gefällswechsels sowie in Oberflächen mit spiegelnden (nicht diffusen) Reflexionen sind die automatischen Zuordnungsalgorithmen äusserst fehleranfällig. Selbst gute Punkte mit charakteristischer Textur können nicht richtig gemessen werden und die automatische Detektion der groben Fehler ist unbefriedigend. Zudem sind die Genauigkeitsindikatoren bei den meisten Systemen unzuverlässig. Der Vorteil der automatischen DHM-Generierung ist die grosse Zeitersparnis im Vergleich mit den aufwändigen manuellen Messungen, vor allem für Anwendungen, bei welchen nicht die Genauigkeit, sondern eine visuelle Ähnlichkeit des virtuellen Modells mit dem Original im Vordergrund steht.

Die ersten Tests der Leistungsfähigkeit der digitalen photogrammetrischen Stationen erfolgten im Rahmen des bereits erwähnten Pilotprojekts. Dabei wurde ein kleiner Relieftteil aus dem Pilatusgebiet bei Luzern (100 cm x 66 cm) mit Höhenwerten zwischen 2 und 18 cm aus einer Höhe von 1 m photogrammetrisch aufgenommen. Die 3 Bilder im Massstab von ca. 1:20 wurden auf einem analytischen Plotter trianguliert. Die aus einer Bündelblockausgleichung gewonnenen Orientierungswerte wurden in die digitale photogrammetrische Station Phodis Version 2.0.0 von Zeiss (heute nicht mehr kommerziell verfügbar) importiert. Die automatische DHM-Generierung in einem der beiden Stereomodelle resultierte in einem regelmässigen Oberflächenraster mit einer Maschenweite von 0,5 cm. Die zum Vergleich nötigen Referenzdaten wurden durch manuelle Messungen von Parallelprofilen mit einem Abstand von 0,3 cm sowie von Bruchkanten auf einem analytischen Plotter gewonnen. Über 8800 automatisch generierte Punkte (ohne nachträgliche Editierung) konnten mit den entsprechenden manuell gemessenen Punkten verglichen werden (Tabelle 3-7). Die Differenzen

$$dZ_i = Z_i(\text{soll}) - Z_i(\text{ist}) = Z_i(\text{manuell}) - Z_i(\text{automatisch}) \quad (3.6)$$

sind zu 71 % positiv, was bedeutet, dass die automatisch abgeleiteten Höhen grossenteils unter der Referenzoberfläche liegen. Dieser Effekt stimmt mit den in der Literatur publizierten Tests [z.B. Grün et al., 2000] nicht überein, wurde aber später bei anderen automatisch abgeleiteten DHMs des Reliefs der Urschweiz bestätigt (vgl. Abb. 3-15 und Abb. 3-16). Der Grund dafür liegt also wahrscheinlich in den besonderen Eigenschaften der Reliefoberfläche, vor allem in den erwähnten Reflexionen sowie in steilen Gefällswechsels selbst im überwiegend flachen Gelände. Im Durchschnitt der Absolutwerte betragen die Höhendifferenzen 2,2 mm und der mittlere Höhenfehler (RMSE, Root Mean Square Error)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum [Z_i(\text{soll}) - Z_i(\text{ist})]^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum [Z_i(\text{manuell}) - Z_i(\text{automatisch})]^2}{n}} \quad (3.7)$$

liegt bei 3,1 mm. Die Tatsache, dass die durch Matching erzielten Ergebnisse die theoretisch zu erwartende Genauigkeit von 0,15 mm (0,015% der Aufnahmehöhe über dem Objekt) um Faktor 20 überschreiten und die maximalen bzw. minimalen Höhenfehler beträchtlich gross sind, führte zur Entscheidung, im Rahmen des Hauptprojekts das gesamte DHM manuell zu messen. Obwohl die Qualität der Pilotprojektbilder nicht einwandfrei war und die Kameraparameter einem älteren Kalibrierungsprotokoll ohne Verzeichnungswerte entnommen wurden, konnte vermutet werden, dass die Resultate der automatischen Matching-Verfahren ähnlich unbefriedigend ausfallen würden. Zudem musste vor allem im südlichen Reliefbereich mit einem wesentlich schwierigeren Terrain gerechnet werden als bei dem im Pilotprojekt ausgewerteten Relieftteil.

System Phodis	
Untersuchter Reliefteil	Mittleres Gelände, max. Höhenunterschied ca. 16 cm (Pilotprojektdatensatz)
Aufnahmehöhe h_g	100 cm
Bildmassstab	ca. 1:20
Kamerakonstante	40 mm
Pixelgrösse beim Scannen	21 μ m
Referenz-DHM	Profile mit einem Abstand von 0,3 cm plus Bruchkanten; theoretische Genauigkeit 0,02 cm (0,015% h_g)
DHM automatisch	Regelmässiges Raster, 0,5 cm Maschenweite, generiert in einem Stereomodell
Anzahl Vergleichspunkte	8891
Durchschnittl. Höhendifferenz	1,2 mm \pm 2,8 mm
Durchschnittliche Höhendifferenz (in Absolutwerten)	2,2 mm
RMSE	3,1 mm
Min. Höhendifferenz	-16,4 mm
Max. Höhendifferenz	45,3 mm
Anzahl Ausreisser (>3 x RMSE)	1,44 %

Tabelle 3-7: Parameter des Pilotprojekts und die Ergebnisse der automatischen DHM-Generierung in der digitalen photogrammetrischen Station Phodis.

Nachdem ein manuell gemessenes DHM der gesamten Reliefoberfläche vorlag, wurden die automatischen Verfahren zur DHM-Generierung nochmals eingehend überprüft. Die Analyse erfolgte im Rahmen einer studentischen Projektarbeit mit dem Ziel, die Genauigkeit, Benutzerfreundlichkeit, Flächenabdeckung und Berechnungsdauer der verschiedenen kommerziellen Matchingalgorithmen zu beurteilen. Die Studentinnen erstellten zahlreiche digitale Oberflächenmodelle von topographisch unterschiedlichen Teilen des Reliefs der Urschweiz und verglichen sie mit den manuell gemessenen Referenzdaten [Keller und Morf, 2003]. Nach der Übernahme der Orientierungswerte, die mit denjenigen der Referenzmessung übereinstimmen mussten, wurde die automatische DHM-Generierung in drei photogrammetrischen Systemen getestet: DPW 770 Socet Set Version 4.4.0 von BAE Systems, Z/I Image Station Version 4.00.00.02 von Z/I Imaging und Virtuoso NT Version 3.3 von SupreSoft. An dieser Stelle werden Ergebnisse aufgeführt, die in zwei repräsentativen Stereomodellen ohne nachträgliche Editierung erzielt wurden: einerseits im flachen nördlichen Reliefteil (Modell 1) und andererseits im gebirgigen Süden (Modell 2, Abb. 3-14). Die entsprechenden Projektcharakteristika für die beiden Modelle sowie die Parameter der eingesetzten analogen Kamera Rollei 6006 können der Tabelle 3-1 bzw. Tabelle 3-2 entnommen werden.

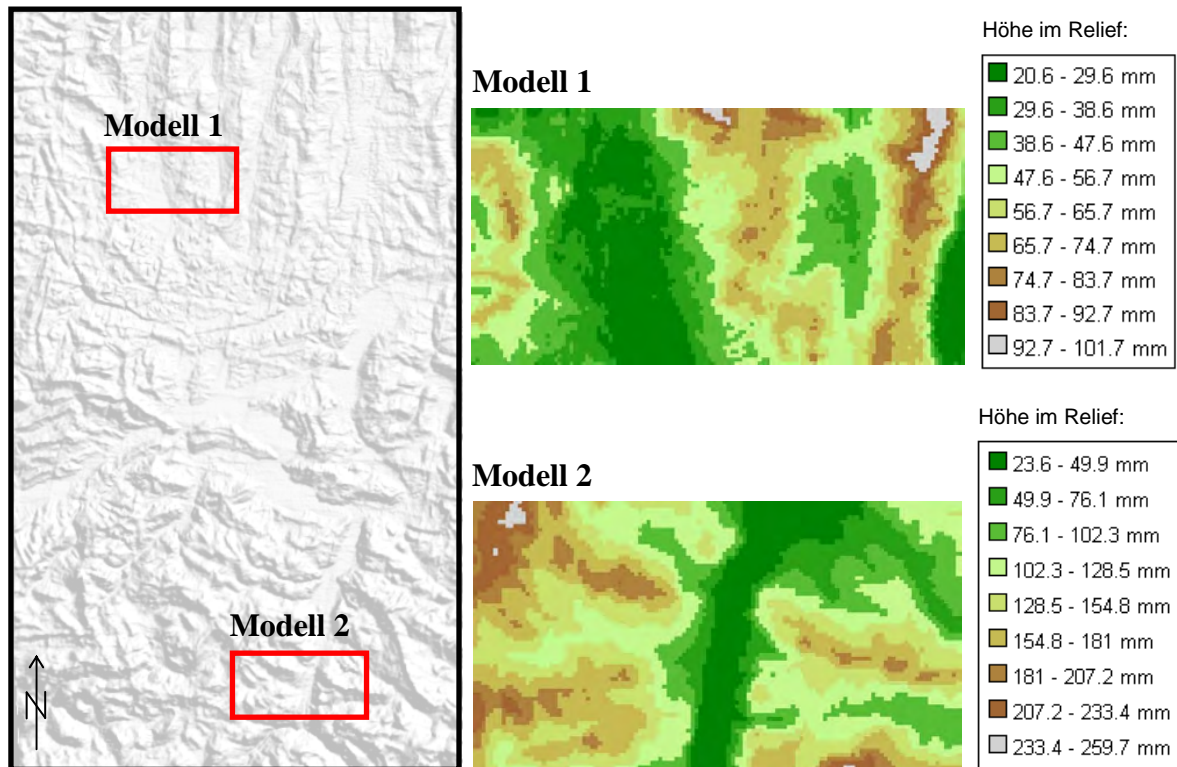
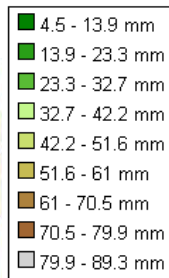
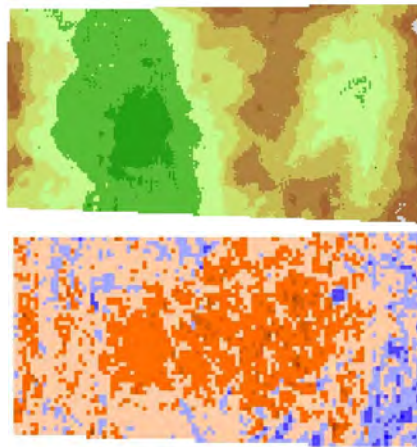


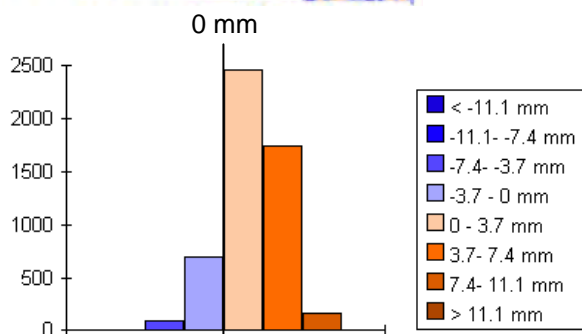
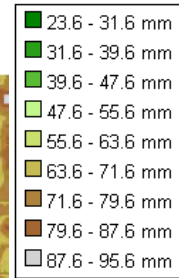
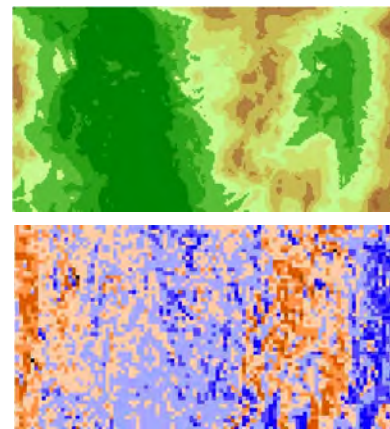
Abb. 3-14: Die zur Untersuchung der automatischen DHM-Generierung herangezogenen zwei Teile des Reliefs der Urschweiz. Beide Modelle bestehen aus je zwei Bildern mit Stereüberlappung.

Bei der Untersuchung hat sich gezeigt, dass das System VirtuoZo die angegebenen Korrekturwerte der radial-symmetrischen Objektivverzeichnung nicht berücksichtigt, was zu grossen systematischen Fehlern in den generierten Oberflächenmodellen führte. Dieses Problem bleibt für die meisten Benutzer unbemerkt, denn die Software wird vorwiegend für die Auswertung von Luftbildern eingesetzt, die mit hochwertigen Kameras mit geringer Verzeichnung aufgenommen werden. Beim Einsatz von Kleinformatkameras im Nahbereich kann sich die Vernachlässigung der Verzeichnung jedoch gravierend auf die Genauigkeit der photogrammetrischen Produkte auswirken. So bewegen sich die entsprechenden Korrekturwerte des hier verwendeten 80-mm Objektivs der Rollei 6006-Kamera bei fast 0,5 mm in den Bildecken; werden sie nicht in die DHM-Berechnung miteinbezogen, kommen beim Vergleich mit den Referenzdaten typische konzentrische Kurven zum Vorschein, die eindeutig auf die Nichtberücksichtigung der Verzeichnung zurückzuführen sind. Die Genauigkeit der mit VirtuoZo generierten 3D-Modelle ist dadurch bis zu 5-mal schlechter als bei den anderen untersuchten Systemen. Da die VirtuoZo-Ergebnisse nicht aussagekräftig sind, werden sie im Weiteren nicht aufgeführt.

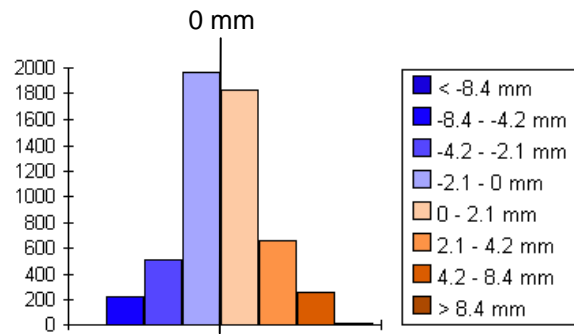
SocetSet



Z/I Image Station



Höhendifferenzen *manuell* - *automatisch*
 Mittlerer Höhenfehler RMSE: **3,7 mm**



Höhendifferenzen *manuell* - *automatisch*
 Mittlerer Höhenfehler RMSE: **2,1 mm**

Abb. 3-15: Modell 1: Die in SocetSet und Z/I Image Station automatisch generierten Oberflächenmodelle und der Vergleich mit der manuellen Referenz (Differenzbilder und Histogramme).

Modell 1: Flaches Gelände, max. Höhenunterschied ca. 8 cm Referenz-DHM: Regelmässiges Raster, 1 cm Maschenweite, geschätzte Genauigkeit 0,78 mm		
System	SocetSet	Z/I Image Station
Parameter des automatisch generierten DHMs	Regelmässiges Raster, 0,5 cm Maschenweite	Regelmässiges Raster, 0,5 cm Maschenweite
Anzahl Vergleichspunkte	5154	5368
Durchschnittliche Höhendifferenz	2,8 mm ± 2,5 mm	0,1 mm ± 2,1 mm
Durchschnittliche Höhendifferenz (Absolutwerte)	3,2 mm	1,5 mm
RMSE	3,7 mm	2,1 mm
Min. Höhendifferenz	-8,3 mm	-10,3 mm
Max. Höhendifferenz	12,0 mm	10,0 mm
Anzahl Ausreisser (>3 x RMSE)	0,08 %	0,33 %

Tabelle 3-8: Ergebnisse der automatischen DHM-Generierung in SocetSet und Z/I Image Station im Modell 1.

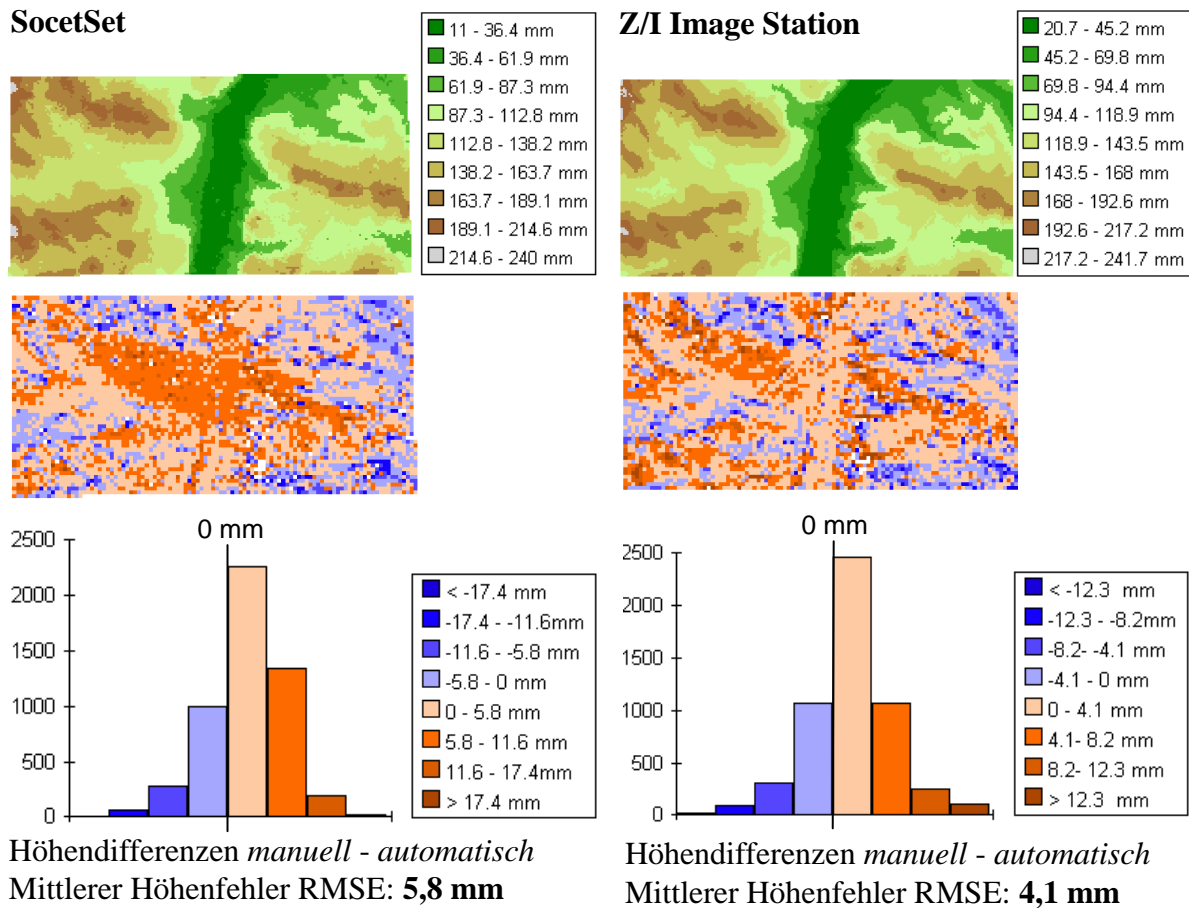


Abb. 3-16: Modell 2: Die in SocetSet und Z/I Image Station automatisch generierten Oberflächenmodelle und der Vergleich mit der manuellen Referenz (Differenzbilder und Histogramme).

Modell 2: Gebirgiges Terrain, max. Höhenunterschied ca. 24 cm Referenz-DHM: Regelmässiges Raster, 1 cm Maschenweite, geschätzte Genauigkeit 0,78 mm		
System	SocetSet	Z/I Image Station
Parameter des automatisch generierten DHMs	Regelmässiges Raster, 0,5 cm Maschenweite	Regelmässiges Raster, 0,5 cm Maschenweite
Anzahl Vergleichspunkte	5238	5439
Durchschnittliche Höhendifferenz	3,2 mm ± 4,9 mm	2,4 mm ± 3,3 mm
Durchschnittliche Höhendifferenz (Absolutwerte)	4,7 mm	3,3 mm
RMSE	5,8 mm	4,1 mm
Min. Höhendifferenz	-71,9 mm	-21,7 mm
Max. Höhendifferenz	31,5 mm	31,9 mm
Anzahl Ausreisser (>3 x RMSE)	0,80 %	0,96 %

Tabelle 3-9: Ergebnisse der automatischen DHM-Generierung in SocetSet und Z/I Image Station im Modell 2.

Die Ergebnisse der automatischen DHM-Generierung in den Systemen SocetSet und Z/I ImageStation sind für das Modell 1 in Abb. 3-15 und Tabelle 3-8 und für das Modell 2 in Abb. 3-16 sowie Tabelle 3-9 zusammengefasst. Da die automatische Extraktion von Bruchkanten in keinem der getesteten Produkte eingebaut ist, erfolgte die Terrainerfassung mit

einer kleineren Maschenweite im Vergleich mit den manuellen Messungen (0,5 cm anstatt 1 cm). Die Tests mit einer noch kleineren Maschenweite (bis zu 1 mm) haben zu keiner Verbesserung der erzielten Genauigkeit geführt. Es ist ersichtlich, dass die mit Z/I ImageStation erstellten Höhenmodelle eine deutlich höhere Genauigkeit aufweisen und weniger für grobe Fehler anfällig sind als diejenigen von SocetSet. In beiden Systemen zeigt sich eine offensichtliche Abhängigkeit der Fehlerverteilung von der Topographie. Im flachen Gelände sind die Abweichungen am kleinsten, die meisten fehlerhaft zugeordneten Punkte liegen erwartungsgemäss in den steilen Hängen. Die mit Z/I Image Station generierten Modelle erscheinen im Vergleich mit der manuellen Referenz deutlich geglättet, was andere Tests bestätigen [Sauerbier, 2004]. Dieser Effekt geht auf einen hohen Smoothing-Faktor bei der intern in der Software durchgeführten Interpolation zurück und lässt sich durch die Benutzereinstellungen nicht beeinflussen. Die geomorphologische Richtigkeit und somit auch Genauigkeit dieser DHM könnte also durch den Einsatz von einem guten Interpolationsalgorithmus ausserhalb der Z/I Image Station noch gesteigert werden.

Die Zeitersparnis bei der automatischen Oberflächengenerierung ist im Vergleich mit den manuellen Messungen enorm: Die reinen Rechenzeiten für die Auswertung eines Stereomodells lagen im Durchschnitt bei etwa 10 Minuten, wobei die manuellen Messungen dafür einen ganzen Arbeitstag in Anspruch nahmen. Die dargelegten Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass die vollautomatische DHM-Generierung den im Projekt gestellten Genauigkeitsanforderungen nicht genügt. Der besterzielte mittlere Höhenfehler beträgt 2,1 mm, was die geschätzte Genauigkeit des manuell gemessenen Modells etwa um Faktor 3 überschreitet. Im steilen Gelände liegt der kleinste RMSE bei 4,1 mm, mit einigen Ausreissern bis zu -22 bzw. +32 mm. Um mit den automatischen Verfahren zuverlässige Ergebnisse zu erhalten, müsste mit umfangreicher nachträglicher Editierung sowie mit zusätzlichen manuellen Messungen gerechnet werden. Ein sehr kleiner Teil der fehlerhaft zugeordneten Punkte ist aufgrund der teilweise unterschiedlichen DHM-Definition entstanden: Das Resultat der automatischen Matching-Verfahren ist ein digitales Oberflächenmodell, also die Reliefoberfläche mit allen darin enthaltenen Strukturen, wohingegen bei der manuellen Messung auf die Abtastung der einzeln stehenden Häuser und Kirchtürme verzichtet wurde (vgl. Kapitel 3.3.1). Abgesehen von diesen wenigen Objekten wurden jedoch auch die manuell gemessenen Punkte zuoberst auf die Reliefoberfläche gesetzt; die automatisch generierten Modelle sollten also grundsätzlich der manuellen Referenz entsprechen. Es wurde bereits mehrfach erwähnt – und durch die Fehlerverteilung in Abb. 3-15 und Abb. 3-16 bestätigt –, dass der Hauptgrund für die schlechte Performance der Matchingalgorithmen in der detailreichen Oberfläche mit vielen Diskontinuitäten sowie im störenden Effekt der spiegelnden Reflexionen liegt.

3.4 Visualisierung

Die Visualisierung dient zur Erstellung einer möglichst photorealistischen Abbildung des digital vorliegenden 3D-Modells. Da das digitale Höhenmodell, das Orthobild sowie die dreidimensionalen Liniendaten nach der photogrammetrischen Auswertung im gleichen Koordinatensystem und in gleicher Geometrie vorliegen, lassen sie sich im Computer konsistent übereinander legen. Das texturierte Modell kann dann in einem geeigneten Visualisierungsprogramm aus verschiedenen Blickwinkeln betrachtet und interaktiv navigiert werden. Entlang einer vordefinierten Route lässt sich eine Überfliegung generieren und als Videodatei speichern, um später ohne spezielle Software abgespielt zu werden. Zu den Visualisierungsprodukten zählen auch statische dreidimensionale Darstellungen sowie Stereoansichten, die bei der Betrachtung mit einer Anaglyphenbrille einen räumlichen Eindruck des Ob-

jekts vermitteln. Die Visualisierungsprodukte der rekonstruierten Kulturgüter und -landschaften eignen sich sowohl für Präsentationszwecke als auch zur Unterstützung der wissenschaftlichen Forschung. Das zu jeder Zeit und an jedem Ort – auch über Internet – verfügbare virtuelle Objekt zeigt oft mehr als bei der Betrachtung des Originals möglich ist, und es kann zur Ableitung neuer Informationen miteinbezogen werden.

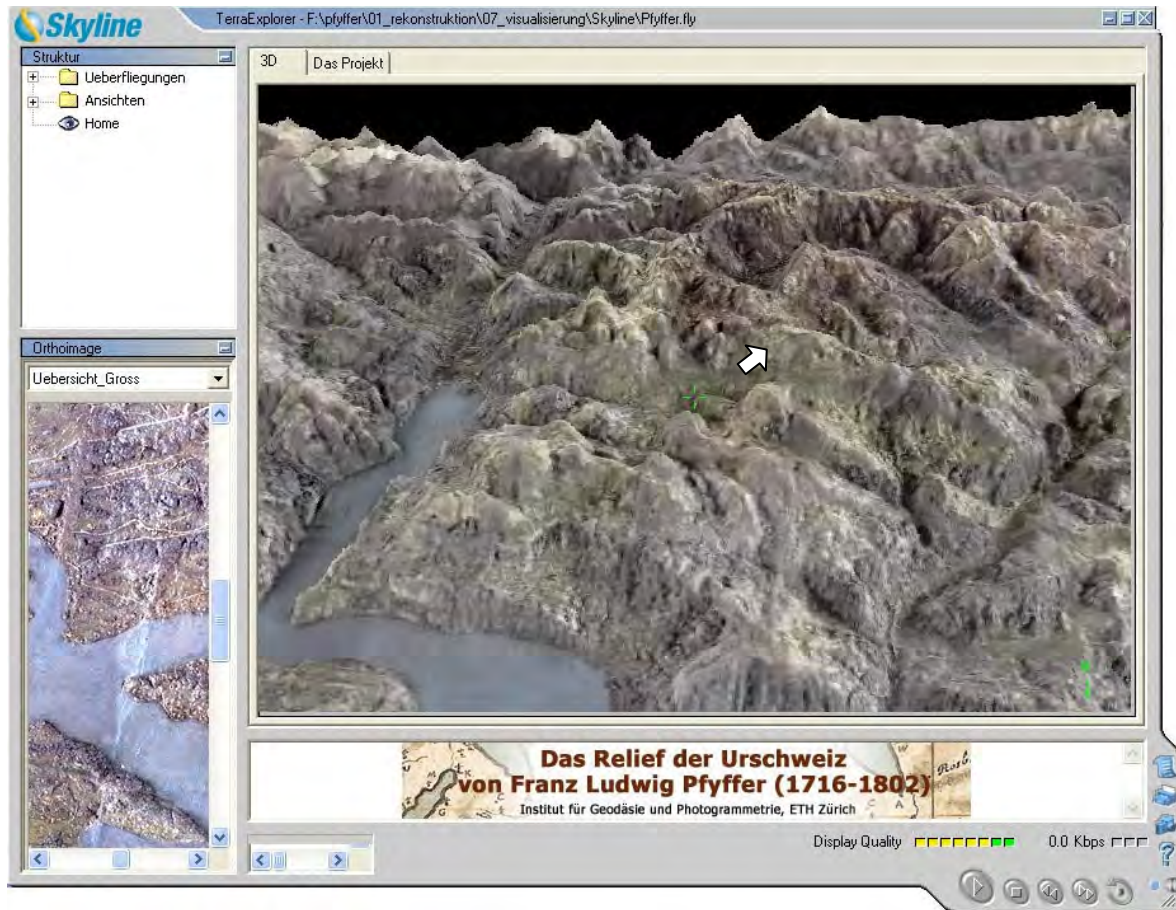


Abb. 3-17: Das Hauptfenster des Programms Terra Explorer, in welchem das Computermodell des Reliefs der Urschweiz in hoher Auflösung interaktiv navigiert werden kann.

Die Softwaresysteme zur Echtzeitvisualisierung grosser Modelle sind heutzutage sehr leistungsfähig. In der Regel setzen sie die Technologie der sogenannten „Levels of Detail“ ein, die eine differenzierte Darstellung der texturierten 3D-Objekte erlaubt: Nur dem Beobachter nahe Objektteile erscheinen in voller Auflösung, die entfernten Gebiete sind weniger detailliert, was die Modellmanipulation in Echtzeit wesentlich beschleunigt. So kann das virtuelle Relief der Urschweiz inklusive 306 MB Textur ohne besondere Hardwareausstattung (beispielsweise auf einem Laptop) interaktiv erforscht werden. Die Visualisierungsprodukte des photogrammetrisch rekonstruierten Reliefs wurden in zwei kommerziellen Programmpaketen erstellt, einerseits in Terra Explorer von Skyline Software Systems, andererseits in ERDAS Virtual GIS von Leica Geosystems. Nach der Überlagerung des DHMs mit dem Orthobild entstand in beiden Softwaresystemen ein photorealistisches 3D-Modell, welches mittels programmspezifischer Navigationswerkzeuge rotiert, verschoben und massstäblich verändert werden kann (Abb. 3-17). Auf die Integration der dreidimensionalen Liniendaten wurde dabei verzichtet, denn dies hätte sich eher störend die Präsentation des texturierten Reliefs ausgewirkt. Anschliessend wurden sowohl in Terra Explorer als auch in ERDAS Virtual GIS mehrere Flugrouten definiert und die getätigten Modellbewegungen wurden in Videodateien aufgezeichnet. Durch Speicherung der auf dem Bildschirm abgebildeten Ansichten erfolgte

die Erstellung der statischen Darstellungen aus unterschiedlichen Perspektiven (Abb. 3-18 bis Abb. 3-21) sowie der stereoskopischen Anaglyphenbilder (Abb. 3-22; diese Funktionalität wird nur in ERDAS Virtual GIS unterstützt).



Abb. 3-18: Ansicht des photogrammetrisch rekonstruierten Reliefs der Urschweiz im Programm Terra Explorer (Blick auf den Vierwaldstätter See, vorne rechts Luzern).

Wie aus dem Vergleich der erwähnten Abbildungen zu erkennen ist, weisen die in beiden Visualisierungsprogrammen generierten 3D-Modelle auffällig grosse radiometrische Differenzen auf. Der Grund dafür liegt darin, dass der Terra Explorer für die Texturprojektion das ursprüngliche Orthobild verwendet, während in ERDAS Virtual GIS die Helligkeit und der Kontrast des Orthobildes automatisch angepasst werden. Vor allem bei Farbbildern ist das Ausmass dieser im Programm vorgenommenen Optimierung beträchtlich. Um in Terra Explorer kontrastreichere Textur zu erzielen, müsste die Texturprojektion mit einem zuvor entsprechend verbesserten Orthobild erfolgen. Im Weiteren unterscheiden sich die beiden Programme in der Qualität der 3D-Darstellung, in den Navigationsmöglichkeiten sowie in den unterstützten Exportformaten. So liegt der Nachteil des Terra Explorers darin, dass das Programm die Originalauflösung des Orthobildes reduziert, die entfernten Objektteile zu grob darstellt und mit dem Effekt des Anti-Aliasing (Flimmern) zu kämpfen hat. In ERDAS Virtual GIS hingegen lassen sich die DHM- und Orthobildauflösung bis zum entsprechenden Originalwert durch den Benutzer frei einstellen, wodurch qualitativ hochwertige statische Bilder in beliebiger Grösse entstehen (Abb. 3-19). Der wichtigste Pluspunkt von Terra Explorer im Vergleich zu ERDAS Virtual GIS liegt in der Mobilität: Der Softwarehersteller bietet einen Gratis-Viewer an, in welchem das 3D-Modell in hoher Auflösung auf einem herkömmlichen Rechner oder auch über das Internet interaktiv navigiert werden kann (Abb. 3-17). Bei ERDAS Virtual GIS steht zurzeit keine günstige „Leichtversion“ des Programm-

pakets zur Verfügung; der Benutzer ist auf die kostspielige Vollinstallation angewiesen. Dieser Mangel kann teilweise kompensiert werden, indem das texturierte 3D-Modell in das standardisierte VRML-Format exportiert wird. Das virtuelle Modell in diesem Format lässt sich in einen der mehreren frei zugänglichen VRML-Viewer einlesen und navigieren, was aber mit einem erheblichen Auflösungsverlust verbunden ist.

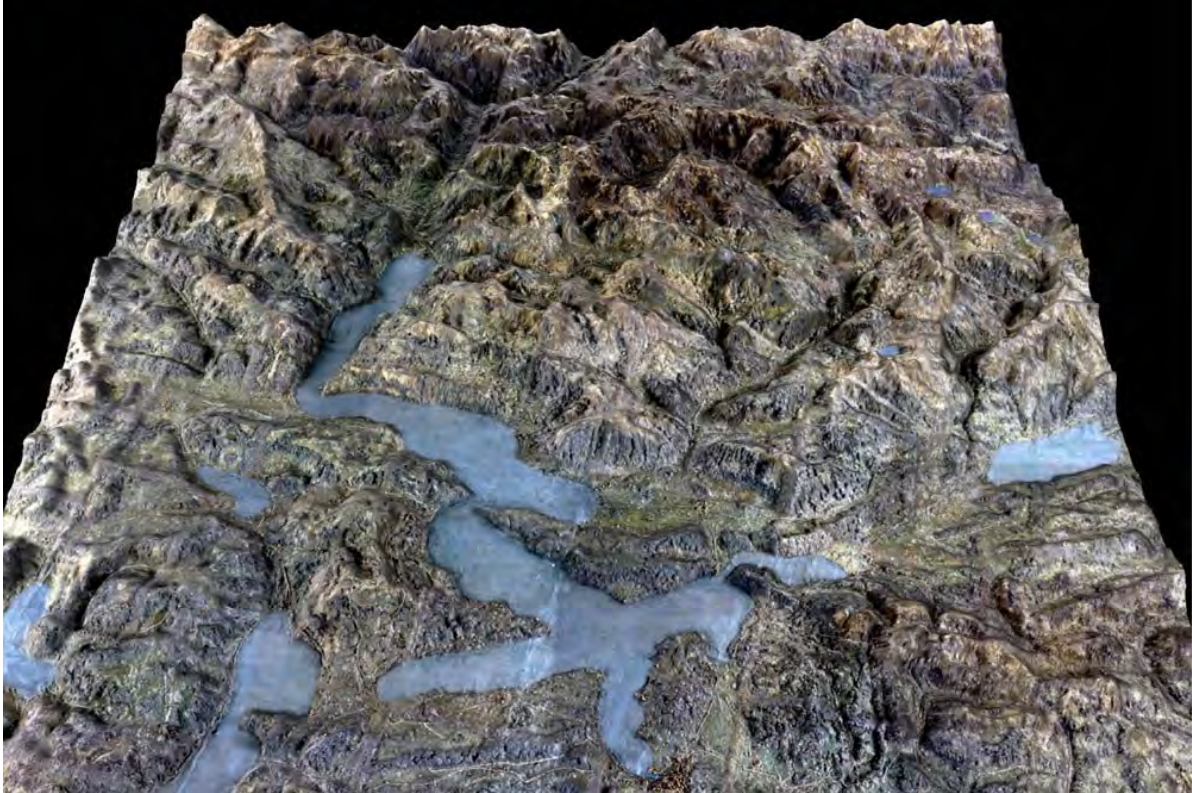


Abb. 3-19: Ansicht des photogrammetrisch rekonstruierten 3D-Modells des Reliefs der Urschweiz im Programm ERDAS Virtual GIS. Die DHM- und Orthobildaufösung sowie die Grösse der gespeicherten statischen Abbildungen sind in ERDAS Virtual GIS durch den Benutzer frei einstellbar.

Die in diesem Kapitel erwähnten, sowie viele andere Aspekte der Visualisierung von Kulturgütern und -landschaften werden heutzutage in der Forschung zunehmend untersucht. Zum Vergleich von verschiedenen kommerziellen Softwaresystemen zur Echtzeitvisualisierung grosser texturierter 3D-Modelle siehe z.B. [Sauerbier und Lambers, 2003; Grün und Reditakis, 2003].

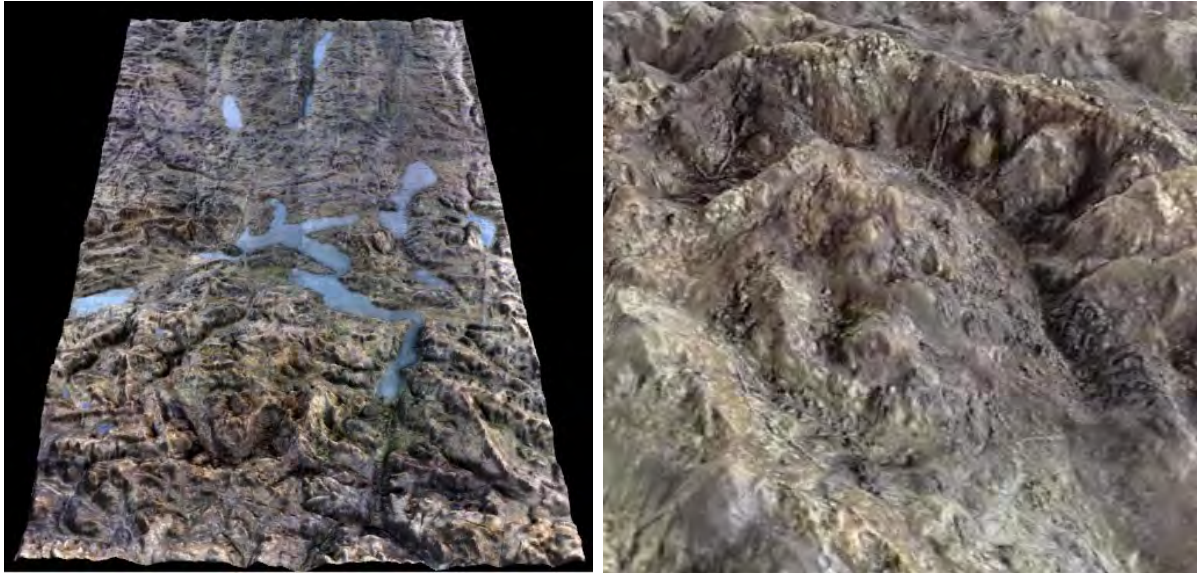


Abb. 3-20: Weitere statische Darstellungen des virtuellen Reliefs: Gesamtansicht (ERDAS Virtual GIS) und Detail einer Bergkette bei Engelberg mit Titlis in der Bildmitte (Terra Explorer).

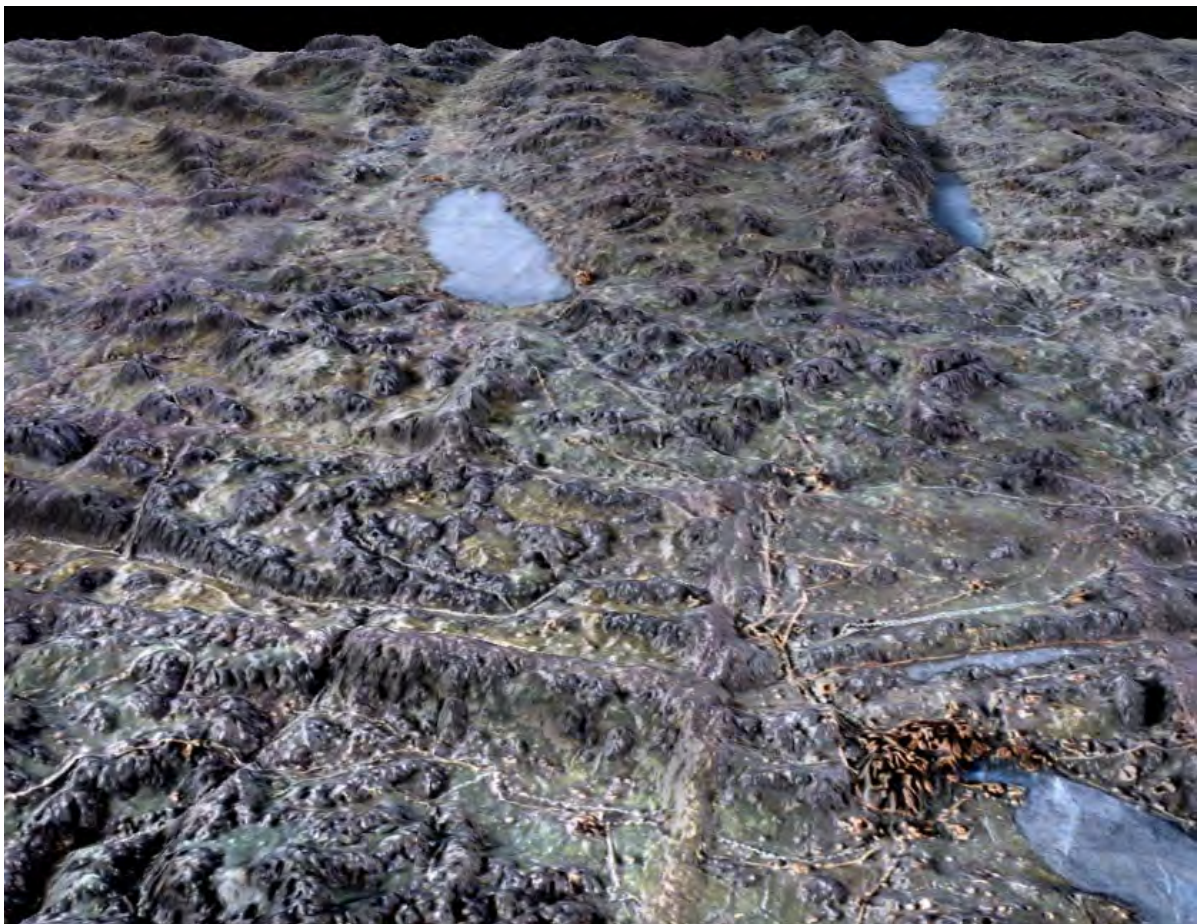


Abb. 3-21: Blick auf das Mittelland mit dem Sempacher-, Hallwiler- und Baldegger See, vorne rechts Luzern (Visualisierung in ERDAS Virtual GIS).

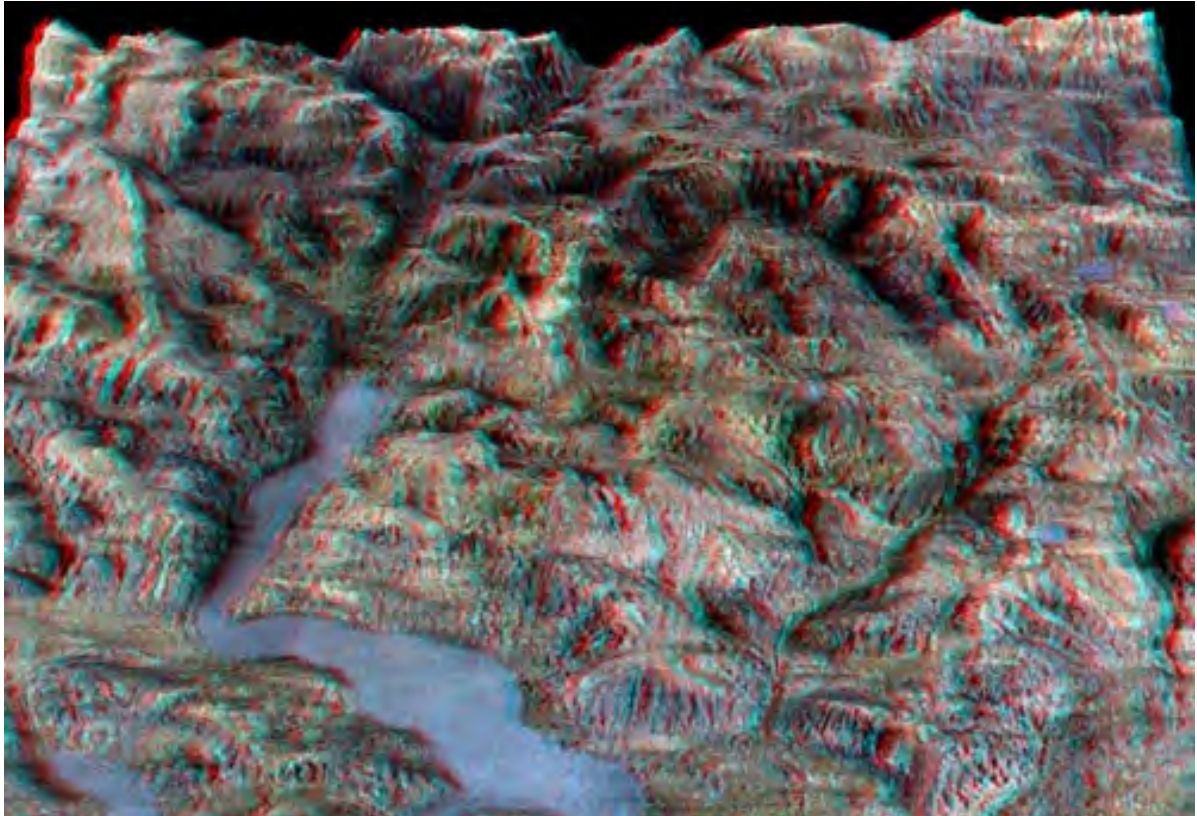


Abb. 3-22: Stereoskopische Anaglyphen-Darstellung des rekonstruierten Reliefs der Urschweiz (zu betrachten mit einer rot-cyan Anaglyphenbrille).

3.5 Beurteilung der Ergebnisse

Die Erstellung des Computermodells des Reliefs der Urschweiz war aufgrund der grossen Objektausdehnung, der komplexen Reliefoberfläche und der strengen Qualitätskriterien sehr aufwändig. Die gesamte 3D-Rekonstruktion erstreckte sich über eine Zeitspanne von 1 1/2 Jahren, was infolge der Teilzeitarbeitern der daran beteiligten Personen rund 7 Mannmonaten entspricht. Durch die gründliche Vorbereitung und Auswertung konnten viele Fehlereinflüsse minimiert werden, um die höchstmögliche Genauigkeit der photogrammetrischen Produkte zu gewährleisten. So standen genügend gut verteilte und präzise vermessene Passpunkte zur Verfügung, die eingesetzte Kamera wurde für die entsprechende Aufnahmehöhe mit einem Testfeld kalibriert, die Reliefoberfläche wurde manuell gemessen usw. Wie die Formel (3.5) sowie visuelle Qualitätskontrollen ergaben, beträgt die geschätzte Genauigkeit des virtuellen Reliefs rund 0,78 mm. Im Flachland ist die Höhenabweichung gegenüber dem Original kleiner; in den gebirgigen Reliefteilen hingegen kann sie diesen Wert stellenweise überschreiten. Die in den Projektzielen gestellte Genauigkeitsanforderung von $s_z = 1$ mm kann als erfüllt angesehen werden. Die photogrammetrischen Produkte des virtuellen Reliefs der Urschweiz wurden inklusive eines detaillierten Berichts an den Kulturgüterschutz des Kantons Luzern abgegeben, wo sie im Rahmen eines Pilotprojekts zur digitalen Sicherheitsdokumentation der Kulturgüter für die nächsten Generationen archiviert werden [Niederöst, 2002].

Als eine alternative Methode für zukünftige ähnliche Projekte kann sicherlich das in Kapitel 3.1.2 erwähnte Laserscanning betrachtet werden. Der Einsatz von terrestrischen Lasermesssystemen zur 3D-Rekonstruktion von alten Reliefs erfordert jedoch eingehende Untersu-

chungen von verschiedenen auf dem Markt verfügbaren Geräten bezüglich deren Genauigkeit, Auflösung, Messbereich, Kameraintegration etc. Laserscanner mit der Genauigkeit im Submillimeterbereich (z.B. BIRIS von ShapeGrabber, Inc.) basieren üblicherweise auf einem Triangulationsverfahren und besitzen eine kleine Reichweite (bis 2 m) und einen schmalen Öffnungswinkel (ca. 60°). Dies würde beim Relief der Urschweiz die Datenerfassung von vielen Standpunkten aus erfordern. Die einzelnen Punktwolken müssten dann nachträglich über identische Punkte oder Matchingverfahren in ein einheitliches Koordinatensystem transformiert werden. So wie sich die reflektierende Reliefoberfläche als Problem für die bildbasierte Rekonstruktion herausstellte, wäre dies ebenfalls ein Nachteil für eine präzise und fehlerfreie Abtastung mit einem Laserstrahl. Dieser Aspekt müsste bei den Tests besonders in Betracht gezogen werden.

Teil II:

Kartographiegeschichtliche Genauigkeitsanalyse

Kapitel 4

Methoden zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs

Die alten Karten und Reliefs sind Zeugen der gesellschaftlichen und wissenschaftlichen Entwicklung jener Zeit. Sie vermitteln uns ein Bild der Landschaftswahrnehmung, des Wissensstands, der angewandten Kartentechnik. Doch beim reinen *Betrachten* dieser Kunstwerke bleibt uns vieles verborgen: Die früheren Kartographen geben meistens nicht an, wie ihre Werke aufgenommen worden sind oder auf welche topographischen Grundlagen sie bei deren Herstellung zurückgriffen. Um diese Zusammenhänge zu entschlüsseln, beschäftigen sich Geodäten und Kartographen mit *numerischen* Analysen von Altkarten und Reliefs. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchungen sind Fehler einer alten Landesaufnahme gegenüber einer modernen Karte sowie deren metrische Parameter wie Massstab, Orientierung und Verzerrung. Die Grösse und Ausrichtung der Unstimmigkeiten deuten auf die Aufnahme-technik bzw. auf die Anwendung bestimmter topographischen Quellen hin.

Da die Genauigkeitsanalysen und ihre Interpretation den Kernpunkt der vorliegenden Arbeit bilden, befasst sich dieses Kapitel mit dem theoretischen Hintergrund zu diesem Thema. Zunächst werden in Kapitel 4.1 die am häufigsten verwendeten Verfahren zur Massstabs- und Genauigkeitsbestimmung von Altkarten vorgestellt und beurteilt. In Kapitel 4.2 wird auf den aktuellen Forschungsstand im Bereich der quantitativen Untersuchung von alten Reliefs eingegangen. Kapitel 4.3 widmet sich der Problematik der Kartenabbildungen im Zusammenhang mit den kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen. Zum Schluss werden weitere Analysemethoden beschrieben und der Forschungsbedarf für die vorliegende Arbeit identifiziert (Kapitel 4.4).

4.1 Massstab- und Genauigkeitsbestimmung von Altkarten

Die quantitativen Untersuchungen von alten Karten reichen zurück bis in das Jahr 1879, als Rudolf Wolf, der erste Astronomie-Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich Duzende Schweizer Kartenwerke auf ihre Genauigkeit überprüfte [Wolf, 1879]. Obwohl das Prinzip seiner Methode – ein rechnerischer Vergleich einer Altkarte mit einer als fehlerfrei angenommenen modernen Karte – bis heute unverändert blieb, sind im Laufe der Zeit diverse neue Verfahren zur optimalen Vorgehensweise sowie zur graphischen Darstellung der Resultate vorgeschlagen worden. Diese Entwicklung hat dazu geführt, dass es in der Vielfalt der Methoden keine Standardisierung gibt und die Ergebnisse in unterschiedlichsten Masszahlen ausgedrückt werden. In der Folge sind eine Interpretation und ein Vergleich der verschiedenen veröffentlichten Werte oft schwierig oder sogar unmöglich. Es ist deswegen von grosser

Bedeutung zu verstehen, welche Berechnung den aus der Sekundärliteratur entnommenen Massstabs- und Genauigkeitsmassen zugrunde liegt sowie welche Vor- und Nachteile das eine oder andere Verfahren mit sich bringt. Die zwei gebräuchlichsten Methoden werden als Vergleichsstrecken- (Kapitel 4.1.1) und Vergleichspunkt-Verfahren (Kapitel 4.1.2) bezeichnet. Beide beruhen auf einem Vergleich der Altkarte mit einer Karte übergeordneter Genauigkeit. Existieren in den beiden Karten genügend gemeinsame Punkte, meist Ortslagen, so lassen sich identische Punktverbindungen bzw. Koordinatenwerte zueinander ins Verhältnis setzen und daraus der gesuchte Massstab und die Genauigkeit ermitteln. Die mathematische und statistische Basis dazu bilden Fehlertheorie und Ausgleichsrechnung [z.B. Böhm, 1990; Kraus, 1982; Luhmann, 2003; Carosio, 1998; Albertz und Kreiling, 1989].

4.1.1 Vergleichsstrecken-Verfahren

Bei dieser Methode werden in der alten Karte gleichmässig über das gesamte Kartenbild verteilte Strecken ausgesucht, der modernen Karte zugeordnet und ihre Längen werden in beiden Karten gemessen. Die Auswahl der homologen Punktverbindungen spielt dabei eine wichtige Rolle. Um einen repräsentativen Massstabswert für die zu untersuchende Altkarte zu bekommen, sollen die gemessenen Distanzen möglichst lang, unterschiedlich ausgerichtet und unabhängig voneinander sein. Die letzte Anforderung stellt ein Problem bei den Altkartenanalysen dar, welche auf dem sogenannten Zentralpunktverfahren basieren (Abb. 4-1). In diesem Verfahren wiederholen sich die Anfangs- und Endpunkte der gemessenen Strecken, was sich negativ auf die Plausibilität der Massstabs- und Genauigkeitsbestimmung auswirken kann. Sollte die Messung an einem Punkt aus verschiedenen Gründen fehlerhaft sein, wird der Fehler nicht nur auf eine, sondern auf mehrere Strecken übertragen. Ausserdem wird das Gesamtbild der Karte aufgrund der geringen Anzahl der zum Vergleich herangezogenen Strecken zu wenig erfasst. Daher sind frühere auf diesem Verfahren beruhende Ergebnisse – wie diejenige von [Wolf, 1879], auf welche in Kapitel 6.7.1f eingegangen wird – nur als Richtwerte zu verstehen. Der Einsatz von computergestützten Methoden ermöglicht heutzutage eine optimale Auswahl der Streckenverbindungen aus den zuvor gespeicherten Koordinatenlisten. Die Punktzahl liegt dabei je nach Kartengrösse und -inhalt üblicherweise über 100. Durch die Vorgabe einer minimal erforderlichen Länge gehen nur ausreichend lange Strecken in die Berechnung ein und die zufällig ausgewählten Punktkombinationen garantieren unterschiedliche Streckenausrichtungen. Die voneinander unabhängigen Messergebnisse lassen sich dadurch erzielen, dass ein Punkt nur einmal für eine beliebige Streckenberechnung herangezogen wird (Algorithmen siehe [Beineke, 2001]).

Die Berechnung des Massstabs einer alten Karte nach dem Vergleichsstrecken-Verfahren basiert auf der allgemein bekannten Tatsache, dass die Naturlänge einer aus der Karte entnommenen Strecke durch deren Multiplikation mit der Kartenmassstabszahl gewonnen wird. Bei bekanntem Massstab der modernen Karte kann aus einem identischen Streckenpaar i auf die gesuchte Verkleinerung der Altkarte geschlossen werden:

$$d_i \cdot m_i = D_i \cdot M \Rightarrow m_i = M \cdot \frac{D_i}{d_i} \quad (4.1)$$

mit d_i gemessene Strecke in der alten Karte
 m_i Massstabszahl (häufig vereinfacht als Massstab bezeichnet) der alten Karte
aus dem Vergleich eines Streckenpaars
 D_i gemessene Strecke in der modernen Karte

M Masstabszahl der modernen Karte

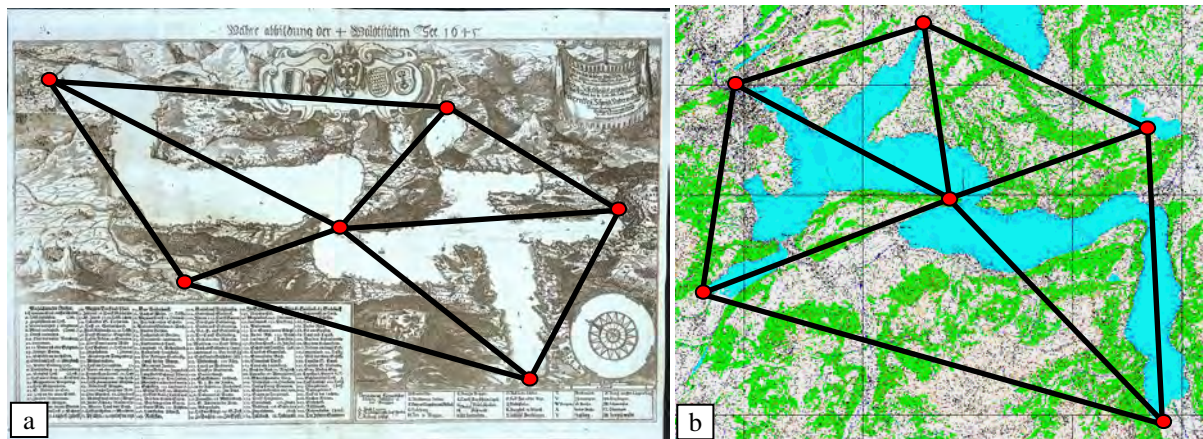


Abb. 4-1: Rekonstruktion des Verfahrens der Genauigkeitsanalyse von [Wolf, 1879], bei welchem keine unabhängigen Messergebnisse erzielt werden. (a) Die 10 gemessenen Distanzen der Karte des Vierwaldstätter Sees von Leopold Cysat aus 1645 [Sammlung Ryhiner, 2003], (b) Die entsprechenden Strecken auf der heutigen Karte⁵.

Aufgrund der unzureichenden Mess- und Kartiermethoden der damaligen Zeit ergeben sich aus mehreren Streckenvergleichen unterschiedliche Masstabswerte, die im nächsten Schritt gemittelt werden müssen. Als einfachste Möglichkeit dazu bietet sich die arithmetische Mittelung aller n Werte $m_1 \dots m_n$. Sie resultiert in der mittleren Masstabszahl m_a der alten Karte:

$$m_a = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n} \quad (4.2)$$

Aus der Streuung der Masstabswerte $m_1 \dots m_n$ kann die Unsicherheit (Standardabweichung) s_a der mittleren Masstabszahl errechnet werden. Der Wert s_0 stellt dabei die Standardabweichung einer einmalig gemessenen Strecke dar:

$$s_a = \frac{s_0}{\sqrt{n}} \quad \text{mit} \quad s_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (m_a - m_i)^2}{n-1}} \quad (4.3)$$

Das Ergebnis der Masstabsbestimmung der untersuchten alten Karte wird dann als

$$m_a \pm s_a \quad \text{bzw.} \quad 1 : m_a \pm s_f = 1 : m_a \pm \frac{s_a}{m_a} \quad (4.4)$$

angegeben. Die Standardabweichung s_f in der Formel (4.4) ergibt sich durch die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die Funktion $f = 1 : m_a$:

$$f = 1 : m_a \Rightarrow s_f^2 = f^2 \cdot s_a^2 \Rightarrow s_f = \frac{s_a}{m_a} \quad (4.5)$$

⁵ Als fehlerfreies Gegenstück zu den untersuchten Altkarten verwendete Wolf die Generalkarte der Schweiz von Guillaume Henri Dufour im Masstab 1:250'000.

Bei der Interpretation der in der Literatur veröffentlichten Untersuchungen ist allerdings Vorsicht geboten. Wie [Beineke, 2001] nachweist, kann das üblicherweise eingesetzte Verfahren – die arithmetische Mittelung einzelner Massstabszahlen nach (4.2) – zu irrtümlichen Schlüssen führen. Der Grund dafür liegt in der Mittelung ungleich genauer Messgrößen (Beobachtungen): Längere Strecken ermöglichen eine genauere Massstabsbestimmung als kürzere, was jedoch bei der arithmetischen Mittelung nicht berücksichtigt wird. Das geeignete Mass zur Gewinnung einer repräsentativen Massstabszahl aus mehreren Streckenvergleichen ist das gewichtete Mittel m_g der Massstabswerte $m_1 \dots m_n$:

$$m_g = \frac{m_1 \cdot p_1 + m_2 \cdot p_2 + \dots + m_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}; \quad p_i = \frac{d_i^2}{\tilde{d}^2} \quad (4.6)$$

mit m_i einzelner Wert der Massstabszahl nach (4.1)
 p_i Gewicht jeder einzelnen Strecke (Ableitung siehe [Beineke, 2001])
 d_i gemessene Strecke in der alten Karte
 \tilde{d} Einheitsstrecke in der alten Karte, z.B. 100 mm, 200 mm oder 500 mm
 n Anzahl der verglichenen identischen Strecken

Die Standardabweichung des gewichteten Mittels s_g ergibt sich aus

$$s_g = \frac{s_0}{\sqrt{p_1 + p_2 + \dots + p_n}}; \quad s_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i \cdot (m_g - m_i)^2}{n-1}} \quad (4.7)$$

wobei s_0 als Gewichtseinheitsfehler (Standardabweichung einer Massstabsberechnung vom Gewicht $p = 1$) bezeichnet wird. Die Standardabweichung einer beliebigen Massstabsberechnung m_i mit dem Gewicht p_i ist

$$s_{m_i} = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}} \quad (4.8)$$

Beim Heranziehen des gewichteten Mittels anstelle des arithmetischen Mittels lautet das Ergebnis der Massstabsbestimmung

$$m_g \pm s_g \quad \text{bzw.} \quad 1: m_g \pm \frac{s_g}{m_g} \quad (4.9)$$

Zugleich mit der Massstabsbestimmung kann aus dem Vergleich der identischen Strecken der mittlere Streckenfehler f_D als Mass für die Genauigkeit der Altkarte geschätzt werden. Dazu wird zunächst das gewichtete Mittel der Massstabszahl der alten Karte nach (4.6) berechnet. Mit Berücksichtigung von (4.1) ergibt sich dann der mittlere Streckenfehler f_D als Standardabweichung der gemessenen Strecken in Natureinheiten (z.B. in Meter):

$$f_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i \cdot m_g - D_i \cdot M)^2}{n-1}} \quad (4.10)$$

mit	D_i	gemessene Strecke in der modernen Karte
	M	Masstabszahl der modernen Karte
	m_g	gewichtete Mittel der Masstabszahl der alten Karte nach (4.6)
	d_i	gemessene Strecke in der alten Karte
	n	Anzahl Vergleichsstrecken

Zur visuellen Präsentation der Ergebnisse lässt sich die Kreismethode nach [Mekenkamp, 1991] einsetzen. Dabei werden die Summen der relativen Distanzfehler aller Punkte im Bezug auf den betrachteten Punkt als Kreise unterschiedlichen Durchmessers gezeichnet. Da das Vergleichsstrecken-Verfahren relativ wenig Parameter der Altkarte liefert und je nach Streckenauswahl (bzw. je nach der subjektiv gewählten Minimalstrecke) zu unterschiedlichen Resultaten führt, empfiehlt es sich, im Allgemeinfall auf das im Weiteren beschriebene Vergleichspunkt-Verfahren zurückzugreifen. Bei den Voruntersuchungen zur Genauigkeitsanalyse kommt die Vergleichsstrecken-Methode jedoch mit Vorteil zur Anwendung (vgl. Kapitel 5.3).

4.1.2 Vergleichspunkt-Verfahren

Anstatt Strecken werden bei diesem Verfahren die Koordinaten von identischen Punkten einer alten und einer modernen Karte zur Analyse herangezogen. Mittels einer Transformation erfolgen die Masstabsangleichung und die optimale Anpassung von identischen Punkten der beiden Karten in einem Zug. Die mathematische Formulierung der „optimalen Anpassung“ liefert die Methode der kleinsten Quadrate: Die Quadratsumme aller Abstände zwischen den korrespondierenden identischen Punkten muss nach der Transformation minimal bleiben. Somit werden beide Karten möglichst gut zur Deckung gebracht und aus den Fehlervektoren (auch als Residuen, Restklaffungen, Restfehler, Abweichungen oder Verbesserungen bezeichnet) an den identischen Punkten lässt sich ein repräsentatives Fehlermass für die alte Karte bestimmen. Die Transformation ermittelt gleichzeitig metrische Parameter der Altkarte: Masstab, Orientierung bzw. Abweichung vom rechten Winkel. Je nach Art der zu untersuchenden Karte und gemäss der Zielsetzung stehen verschiedene Transformationen zur Verfügung, deren Anwendung zu unterschiedlichen Ergebnissen führt. Im Folgenden werden die für die Altkartenuntersuchungen relevanten Koordinatentransformationen beschrieben. Mit der Datenerfassung und Erstellung der Koordinatenlisten, die als Input in die Berechnung eingehen, befasst sich Kapitel 5.4.

Auf die sogenannte robuste Schätzung, eine Alternative zur Methode der kleinsten Quadrate, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht eingegangen. Den erstmaligen Einsatz der robusten Schätzverfahren für die Genauigkeitsanalysen der Altkarten beschreibt [Beineke, 2001].

4.1.2.1 Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation)

Bei einer Ähnlichkeitstransformation werden die neuen transformierten Koordinaten (X, Y) aufgrund einer Verschiebung in zwei Koordinatenrichtungen (X_0, Y_0) , einer Drehung (α) und einer Skalierung (Masstab m) der Ausgangskordinaten (x, y) bestimmt:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + m \cdot \cos \alpha \cdot x - m \cdot \sin \alpha \cdot y \\ Y &= Y_0 + m \cdot \sin \alpha \cdot x + m \cdot \cos \alpha \cdot y \end{aligned} \quad (4.11)$$

In der Matrixschreibweise kann die Ähnlichkeitstransformation wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \cdot \cos \alpha & -m \cdot \sin \alpha \\ m \cdot \sin \alpha & m \cdot \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Liegen mehr als zwei identische Punkte in beiden Karten (alt und neu) vor, lassen sich die vier unbekannt Parameter X_0 , Y_0 , α und m mit Hilfe einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnen. Mit einer einfachen Substitution

$$a_1 = m \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad a_2 = m \cdot \sin \alpha \quad (4.13)$$

lautet die Grundgleichung in der Matrizenform

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Für jeden Punkt i ergeben sich folgende zwei Beobachtungs- bzw. Verbesserungsgleichungen eines linearen Ausgleichungssystems:

$$\begin{aligned} X_i + v_{x_i} &= X_0 + a_1 \cdot x_i - a_2 \cdot y_i & \text{bzw.} & & v_{x_i} &= X_0 + a_1 \cdot x_i - a_2 \cdot y_i - X_i \\ Y_i + v_{y_i} &= Y_0 + a_2 \cdot x_i + a_1 \cdot y_i & & & v_{y_i} &= Y_0 + a_2 \cdot x_i + a_1 \cdot y_i - Y_i \end{aligned} \quad (4.15)$$

oder in der Matrixschreibweise

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (4.16)$$

mit Komponenten

$$\mathbf{l}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \dots \\ X_n \\ Y_n \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{2n \times 4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_1 & -y_1 \\ 0 & 1 & y_1 & x_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & x_n & -y_n \\ 0 & 1 & y_n & x_n \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_{4 \times 1} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \mathbf{v}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} v_{x_1} \\ v_{y_1} \\ \dots \\ v_{x_n} \\ v_{y_n} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

wo \mathbf{l} als Beobachtungsvektor, \mathbf{A} als Koeffizientenmatrix, \mathbf{x} als Lösungsvektor und \mathbf{v} als Verbesserungsvektor bezeichnet wird. Für ein besseres Verständnis des Ausgleichungssystems wird nachfolgend bei jeder Matrix ihre Dimension durch Anzahl Zeilen und Spalten angegeben, wobei n die Anzahl der zur Berechnung herangezogenen Punkte darstellt.

Die transformierten Koordinaten aller identischen Punkte der alten Karte passen möglichst gut mit den korrespondierenden heutigen Koordinaten zusammen, wenn die Summe der Verbesserungen v_{xi}^2 und v_{yi}^2 minimal wird (in der Matrixschreibweise $\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{v} = \mathbf{min}$). Daher ergibt sich für den gesuchten Lösungsvektor \mathbf{x}

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{I}) \quad (4.18)$$

Analog zum Kapitel 4.1.1 muss auch beim Vergleichspunkt-Verfahren allgemein von den Beobachtungen ausgegangen werden, die mit unterschiedlichen Genauigkeiten behaftet sind. Daher ist es sinnvoll, den Messgrößen – hier den gemessenen Punktkoordinaten – Gewichte zuzuordnen. Die Gewichte sind Zahlen, welche die Messungen qualitativ beschreiben: je genauer die Messung, desto mehr kommt sie in den ausgeglichenen Größen zur Geltung. Bei Einführung der Gewichtsmatrix \mathbf{P} lautet die Minimalbedingung $\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{min}$ und für den Lösungsvektor \mathbf{x} gilt

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{I}) \quad (4.19)$$

Sind die Beobachtungen voneinander unabhängig, beinhaltet die Gewichtsmatrix \mathbf{P} die Gewichte p_1, p_2, \dots, p_n der Punktkoordinatenpaare $X_1, Y_1, \dots, X_n, Y_n$ bzw. $x_1, y_1, \dots, x_n, y_n$ in der Diagonale angeordnet:

$$\mathbf{P}_{2n \times 2n} \begin{pmatrix} p_{x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{y_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{x_n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{y_n} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Die Werte $p_{x_1}, p_{y_1}, \dots, p_{x_n}, p_{y_n}$ werden als Punktattribute bei der Datenerfassung definiert. Auf eine zweckmässige Bestimmung der Gewichte für das Vergleichspunkt-Verfahren wird in Kapitel 5.4 eingegangen. Die im Weiteren beschriebenen Methoden und Formeln der Ausgleichsrechnung behandeln den allgemeinen Fall ungleichgewichtiger Beobachtungen. Liegen gleich genaue Beobachtungen vor, geht die Gewichtsmatrix in die Einheitsmatrix über, womit die Formeln (4.18) und (4.19) identisch werden.

Nach der Berechnung des Lösungsvektors \mathbf{x} können aus (4.16) die Verbesserungen v_x und v_y für jeden transformierten identischen Punkt bestimmt werden. Bei der Ausgleichung mit gleich gewichteten Beobachtungen ist Summe der Verbesserungen immer Null. Werden die Residuen v_x und v_y *ohne Berücksichtigung des Vorzeichens* zusammengezählt und durch die Anzahl der zur Berechnung herangezogenen n Punkte dividiert, ergeben sich durchschnittliche Absolutdifferenzen sowohl in X- als auch in Y-Richtung:

$$d_x = \frac{\sum_{i=1}^n |v_x|}{n} \quad d_y = \frac{\sum_{i=1}^n |v_y|}{n} \quad (4.21)$$

Die Werte d_x und d_y stellen ein allgemein verständliches Fehlermass dar, doch statistisch gesehen sind sie für die Beurteilung der Kartengenauigkeit nicht repräsentativ. Sie berücksichti-

gen weder die Methode der Berechnung (Anzahl der unbekannt Transformationsparameter) noch die eingeführten Gewichte. Die beste erwartungstreue Schätzung der mittleren Kartengenauigkeit, die zum Vergleich verschiedener Altkarten untereinander miteinbezogen werden kann, wird durch den Gewichtseinheitsfehler s_0 angegeben:

$$s_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}}{2 \cdot n - u}} \quad (4.22)$$

mit n Anzahl der identischen Punkte
 u Anzahl Unbekannten, hier $u = 4$

Aus der Division des Gewichtseinheitsfehlers s_0 durch die Massstabszahl m ergibt sich der entsprechende Wert im lokalen Koordinatensystem der Altkarte:

$$s_0^{Altkarte} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}}{2 \cdot n - u}} \quad (4.23)$$

Der Gewichtseinheitsfehler s_0 wird auch als mittlerer Restfehler in Richtung der Koordinatenachsen bezeichnet. Er entspricht der Standardabweichung einer Beobachtung vom Gewicht $p = 1$. Die Standardabweichung einer beliebigen Beobachtung mit dem Gewicht p_i ist

$$s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}} \quad (4.24)$$

Zur separaten Betrachtung der Residuen in beiden Koordinatenrichtungen können aus dem Vektor der Verbesserungen \mathbf{v} die mittleren Restfehler in X- und Y-Richtung

$$s_x = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{n - u}} \quad s_y = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{n - u}} \quad (4.25)$$

und die entsprechenden Werte im Koordinatensystem der Altkarte $s_x^{Altkarte}$ und $s_y^{Altkarte}$ abgeleitet werden:

$$s_x^{Altkarte} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{n - u}} \quad s_y^{Altkarte} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{n - u}} \quad (4.26)$$

Der sogenannte mittlere Lagefehler s_{xy} berechnet sich schliesslich wie folgt:

$$s_{xy} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad \text{bzw. in der Grössenordnung} \quad s_{xy} \approx s_0 \cdot \sqrt{2} \quad (4.27)$$

Der mittlere Lagefehler s_{xy} bedeutet die mittlere Lageunsicherheit eines identischen Punktes. Bei den Altkartenuntersuchungen wird s_{xy} oft als mittlerer Punktfehler bezeichnet.

Unter Berücksichtigung der im Voraus eingeführten Substitution (4.13) werden der Massstab m und die Drehung α aus den Parametern a_1, a_2 abgeleitet:

$$m = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad \alpha = \arctan\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \quad (4.28)$$

Der Drehwinkel α bedeutet die Abweichung der Nordrichtung der Altkarte von der Nordrichtung der modernen Karte. Er ist positiv im Gegenuhrzeigersinn definiert. Dabei ist zu beachten, dass die Nordrichtung der modernen Karte (Karten- bzw. Gitter-Nord) aufgrund deren Projektion in die Ebene mit dem geographischen Norden (Richtung auf den Polarstern) einen kleinen, als Meridiankonvergenz bezeichneten Winkel bildet (Abb. 6-27).

Für die Beurteilung der Altkartengenauigkeit ist es von Bedeutung zu verstehen, mit welcher Unsicherheit (Standardabweichung) die Bestimmung des Massstabs m und der Drehung α behaftet ist. Die Standardabweichung der unbekannt Parameter ergibt sich allgemein durch die Multiplikation des Gewichtseinheitsfehlers s_0 mit dem entsprechenden Diagonalkoeffizienten q_{xx} der sogenannten Kofaktorenmatrix der Unbekannten $\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$. Für die Ähnlichkeitstransformation mit den Unbekannten X_0, Y_0, a_1, a_2 gilt daher

$$\begin{aligned} s_{X_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{11}} & s_{a_1} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{33}} \\ s_{Y_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{22}} & s_{a_2} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{44}} \end{aligned} \quad (4.29)$$

wobei $s_{X_0}, s_{Y_0}, s_{a_1}$ und s_{a_2} die Genauigkeit der Bestimmung des jeweiligen Parameters darstellen. Für die Altkartenuntersuchungen sind jedoch diese Standardabweichungen nicht relevant, da die Verschiebungen X_0, Y_0 und Hilfsparameter a_1, a_2 keine interpretierbare Charakteristik der Karte liefern. Von Interesse sind einzig die Standardabweichungen s_m und s_α des Massstabs und des Drehwinkels. Nach (4.28) sind aber der Massstab m und die Drehung α Funktionen der bereits mit einer Unsicherheit behafteten Hilfsparameter a_1 und a_2 . Aufgrund dieser Tatsache müssen die Standardabweichungen s_m und s_α aus den Diagonalkoeffizienten q_{f11} und q_{f22} der sogenannten Kofaktorenmatrix der Funktionen der Unbekannten \mathbf{Q}_f wie folgt abgeleitet werden:

$$s_m = s_0 \cdot \sqrt{q_{f11}} \quad s_\alpha = s_0 \cdot \sqrt{q_{f22}} \quad (4.30)$$

Für die Matrix \mathbf{Q}_f gilt

$$\mathbf{Q}_{f_{2 \times 2}} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}^T \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_{4 \times 4} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (4.31)$$

Die Bezeichnung \mathbf{J} steht für die Jacobi-Matrix. Sie beinhaltet die partiellen Ableitungen erster Ordnung der Funktionen $f_1(x_1, \dots, x_n), \dots, f_n(x_1, \dots, x_n)$ nach den Unbekannten x_1, \dots, x_n , woraus sich für die zwei Funktionen (4.28) und die vier Unbekannten X_0, Y_0, a_1, a_2 der Ähnlichkeitstransformation ergibt:

$$\mathbf{J}_{2 \times 4} = \begin{pmatrix} \frac{\partial m}{\partial X_0} & \frac{\partial m}{\partial Y_0} & \frac{\partial m}{\partial a_1} & \frac{\partial m}{\partial a_2} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial X_0} & \frac{\partial \alpha}{\partial Y_0} & \frac{\partial \alpha}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial a_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & -\frac{\sin \alpha}{m} & \frac{\cos \alpha}{m} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Bei der Berechnung der Standardabweichungen s_m und s_α nach (4.30) zeigt sich, dass sich diese dank der besonderen Form der Koeffizientenmatrix \mathbf{A} auf einfache Weise direkt aus der Kofaktorenmatrix der Unbekannten \mathbf{Q} nach (4.29) bestimmen lassen:

$$s_m = s_{a_1} = s_{a_2} \qquad s_\alpha = \frac{s_{a_1}}{m} = \frac{s_{a_2}}{m} \qquad (4.33)$$

Das Ergebnis der Massstabs- und Drehwinkelberechnung mittels einer Ähnlichkeitstransformation ist dann

$$\begin{aligned} \text{Massstab: } m \pm s_m \quad \text{bzw. } 1: m \pm \frac{s_m}{m} \\ \text{Drehwinkel (Abweichung von Karten-Nord): } \alpha \pm s_\alpha \end{aligned} \qquad (4.34)$$

Für die numerische Stabilität der Lösung ist es sinnvoll, die Koordinaten x_i, y_i, X_i, Y_i vor der Berechnung auf den Schwerpunkt der jeweiligen Punktwolke zu reduzieren. Andernfalls würden die oft mehr als sechsstelligen heutigen Koordinaten X_i, Y_i im Prozess der Ausgleichung miteinander zu noch grösseren Werten multipliziert, was sich durch den eventuellen Verlust einiger Dezimalstellen negativ auf die Transformationsergebnisse auswirken kann. Der im Weiteren beschriebene Vorgang empfiehlt sich daher nicht nur für diese, sondern analog auch für alle anderen in Kapitel 4 aufgeführten Koordinatentransformationen.

Für die Schwerpunktkoordinaten $S(x_s, y_s)$ des Ausgangs- bzw. $S(X_s, Y_s)$ des Zielsystems gilt

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i & y_s &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \\ X_s &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i & Y_s &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \end{aligned} \qquad (4.35)$$

wobei n für die Anzahl der identischen Punkte steht. Die neuen Punktkoordinaten xr_i, yr_i, Xr_i, Yr_i , die nun vom jeweiligen Schwerpunkt aus gezählt werden und in die Beobachtungsgleichungen (4.15) eingehen, berechnen sich wie folgt:

$$\begin{aligned} xr_i &= x_i - x_s & yr_i &= y_i - y_s \\ Xr_i &= X_i - X_s & Yr_i &= Y_i - Y_s \end{aligned} \qquad (4.36)$$

Die Reduktion auf den Schwerpunkt wirkt sich lediglich auf die Verschiebung zwischen den beiden Punktwolken aus; auf die restlichen Glieder des Lösungsvektors \mathbf{x} und andere Ergebnisse der Ausgleichung hat sie keinen Einfluss. Sollen mit den Transformationsparametern, die durch den Einsatz von reduzierten Koordinaten erzielt wurden, weitere Punkte nach den Grundgleichungen (4.11) in das Zielsystem umgerechnet werden, muss man die verwendeten Schwerpunktkoordinaten auf folgende Weise berücksichtigen:

$$\begin{aligned} X &= X_{0red} + m_{red} \cdot \cos \alpha_{red} \cdot (x - x_s) - m_{red} \cdot \sin \alpha_{red} \cdot (y - y_s) + X_s \\ Y &= Y_{0red} + m_{red} \cdot \sin \alpha_{red} \cdot (x - x_s) + m_{red} \cdot \cos \alpha_{red} \cdot (y - y_s) + Y_s \end{aligned} \qquad (4.37)$$

mit x_s, y_s, X_s, Y_s Schwerpunktkoordinaten nach (4.35)

$X_{0red}, Y_{0red}, m_{red}, \alpha_{red}$	Die mit den reduzierten Koordinaten berechneten Unbekannten der Transformation nach (4.19) bzw. (4.28)
x, y, X, Y	Koordinaten der neuen Punkte im Ausgang- und Zielsystem

Der Vollständigkeit halber folgen noch die Formeln zur Berechnung der Verschiebungsparameter X_0, Y_0 in den ursprünglichen (nicht reduzierten) Koordinaten, die sich durch das Einsetzen der Schwerpunktkoordinaten x_s, y_s, X_s, Y_s in die Grundgleichungen (4.11) und eine Umstellung ergeben:

$$\begin{aligned} X_0 &= X_{0red} + X_s - m_{red} \cdot \cos \alpha_{red} \cdot x_s + m_{red} \cdot \sin \alpha_{red} \cdot y_s \\ Y_0 &= Y_{0red} + Y_s - m_{red} \cdot \sin \alpha_{red} \cdot x_s - m_{red} \cdot \cos \alpha_{red} \cdot y_s \end{aligned} \quad (4.38)$$

Die Grundgleichung (4.11) mit den Werten X_0, Y_0 nach (4.38) sowie m_{red}, α_{red} ergibt exakt dasjenige Ergebnis, welches durch das Einsetzen der Werte $X_{0red}, Y_{0red}, m_{red}, \alpha_{red}$ in (4.37) erzielt wird.

Die Ähnlichkeitstransformation entspricht einer konformen Abbildung, d.h. die Form der Objekte bleibt nach der Transformation unverändert. Die Streckung ist in allen Richtungen und an allen Orten gleich. Diese Eigenschaften bedeuten im Allgemeinen einen Nachteil für die Altkartenuntersuchungen, denn die Altkarten zeichnen sich oft durch unterschiedliche Massstäbe in X- und Y-Richtung sowie durch eine Abweichung vom rechten Winkel aus. Eine Ähnlichkeitstransformation erlaubt es nicht, solche Merkmale zu untersuchen. Sie eignet sich jedoch zur Berechnung der Näherungswerte des Massstabs, des Drehwinkels und der mittleren Kartengenauigkeit. Daher sollte sie den ersten Schritt jeder Altkartenuntersuchung bilden. Bei einer systematischen Vorgehensweise kann sich zeigen, dass die Ähnlichkeitstransformation zu leicht besseren Ergebnissen führt als die weiter unten beschriebenen Transformationen mit mehr Transformationsparametern (Freiheitsgraden) und auch als abschliessende Lösung eingesetzt werden kann (vgl. Beispiel im Abschluss des Kapitels 5.5).

4.1.2.2 5-Parameter Affintransformation

Die 5-Parameter Affintransformation ist ein Spezialfall der allgemeinen Affinität (Kapitel 4.1.2.3). Wie der Name sagt, wird hier das Ausgangspunktfeld (x, y) mit Hilfe von fünf geometrischen Operationen in das Zielkoordinatensystem (X, Y) überführt. Es lassen sich zwei Varianten dieser Koordinatenumformung definieren:

- Transformation mit einer Verschiebung in zwei Koordinatenrichtungen (X_0, Y_0), zwei unterschiedlichen Massstabsfaktoren (m_x, m_y) und einer Drehung (α)
- Transformation mit einer Verschiebung in zwei Koordinatenrichtungen (X_0, Y_0), einem Massstabsfaktor (m) und zwei unterschiedlichen Drehungen (α_x, α_y)

In der vorliegenden Arbeit wird nur auf die für die Altkartenuntersuchungen besonders interessante Version (a) mit folgenden Grundgleichungen in der traditionellen Schreibweise

$$\begin{aligned} X &= X_0 + m_x \cdot \cos \alpha \cdot x - m_y \cdot \sin \alpha \cdot y \\ Y &= Y_0 + m_x \cdot \sin \alpha \cdot x + m_y \cdot \cos \alpha \cdot y \end{aligned} \quad (4.39)$$

bzw. in der Matrizenform

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_x \cdot \cos \alpha & -m_y \cdot \sin \alpha \\ m_x \cdot \sin \alpha & m_y \cdot \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

eingegangen. Zur Bestimmung der fünf unbekannt Parameter X_0 , Y_0 , m_x , m_y , und α sind mindestens zwei homologe Punktpaare $P_1 (x_1, y_1, X_1, Y_1)$ und $P_2 (x_2, y_2, X_2, Y_2)$ sowie ein Koordinatenwert x_3, X_3 oder y_3, Y_3 eines weiteren Punktes P_3 nötig. Liegen mehr identische Punkte vor, ergeben sich überschüssige Beobachtungen und der Fall der Überbestimmung tritt ein. Im Gegensatz zur Ähnlichkeitstransformation lässt sich bei der 5-Parameter Affintransformation keine Substitution definieren, mit Hilfe von welcher die Gleichungen (4.39) zu einem eindeutig lösbar linearen Ausgleichungssystem überführt werden können. Damit die Methode der kleinsten Quadrate eingesetzt werden kann, müssen die Gleichungen (4.39) vorerst durch eine Entwicklung in die sogenannte Taylorreihe bei Vernachlässigung der Koeffizienten höherer Ordnung linearisiert werden:

$$\begin{aligned} X_i &= X_i^0 + \frac{\partial X_i}{\partial X_0} \cdot dX_0 + \frac{\partial X_i}{\partial Y_0} \cdot dY_0 + \frac{\partial X_i}{\partial m_x} \cdot dm_x + \frac{\partial X_i}{\partial m_y} \cdot dm_y + \frac{\partial X_i}{\partial \alpha} \cdot d\alpha \\ Y_i &= Y_i^0 + \frac{\partial Y_i}{\partial X_0} \cdot dX_0 + \frac{\partial Y_i}{\partial Y_0} \cdot dY_0 + \frac{\partial Y_i}{\partial m_x} \cdot dm_x + \frac{\partial Y_i}{\partial m_y} \cdot dm_y + \frac{\partial Y_i}{\partial \alpha} \cdot d\alpha \end{aligned} \quad (4.41)$$

mit

$\frac{\partial X_i}{\partial X_0} \dots \frac{\partial X_i}{\partial \alpha}$	Partielle Ableitungen 1. Ordnung der Funktion X_i nach den Unbekannten
$\frac{\partial Y_i}{\partial X_0} \dots \frac{\partial Y_i}{\partial \alpha}$	Partielle Ableitungen 1. Ordnung der Funktion Y_i nach den Unbekannten
$dX_0 \dots d\alpha$	Korrekturwerte – 5 Unbekannte des linearisierten Ausgleichungssystems

Die Bezeichnung X_i^0, Y_i^0 steht für die Funktionswerte der Grundgleichung (4.39), die sich durch das Einsetzen von den Näherungswerten der unbekannt Parameter ergeben:

$$\begin{aligned} X_i^0 &= X_0^0 + m_x^0 \cdot \cos \alpha^0 \cdot x_i - m_y^0 \cdot \sin \alpha^0 \cdot y_i \\ Y_i^0 &= Y_0^0 + m_x^0 \cdot \sin \alpha^0 \cdot x_i + m_y^0 \cdot \cos \alpha^0 \cdot y_i \end{aligned} \quad (4.42)$$

Die Näherungswerte $X_0^0, Y_0^0, m_x^0, m_y^0, \alpha^0$ können entweder aus einer vorab berechneten Ähnlichkeitstransformation (bei $m_x^0 = m_y^0 = m$) oder unabhängig davon folgendermassen abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} X_0^0 &= X_s - x_s & \text{bzw.} & & X_0^0 &= Y_0^0 &= 0 \\ Y_0^0 &= Y_s - y_s \\ m_x^0 &= m_y^0 &= & \frac{\sqrt{(X_{\max} - X_{\min})^2 + (Y_{\max} - Y_{\min})^2}}{\sqrt{(x_{\max} - x_{\min})^2 + (y_{\max} - y_{\min})^2}} \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\alpha^0 = 0$$

Die Werte X_0^0, Y_0^0 lassen sich entweder als Differenz der Schwerpunktkoordinaten x_s, y_s, X_s, Y_s nach (4.35) bestimmen oder – falls die Punktkoordinaten zuvor auf den Schwerpunkt reduziert wurden –, als Null setzen. Die vereinfachte Wahl des Drehwinkels als $\alpha^0 = 0$ ist bei der korrekten Ableitung der restlichen Näherungswerte ausreichend genau und beeinflusst nur die Anzahl der Iterationen, die zum Erreichen der gesuchten Lösung nötig sind.

Das Ausgleichungssystem besteht nun aus folgenden Komponenten $\mathbf{l}, \mathbf{A}, \mathbf{x}$:

$$\mathbf{l}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 - X_1^0 \\ Y_1 - Y_1^0 \\ \dots \\ X_n - X_n^0 \\ Y_n - Y_n^0 \end{pmatrix} \mathbf{A}_{2n \times 5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_1 \cdot \cos \alpha^0 & -y_1 \cdot \sin \alpha^0 & -(Y_1 - Y_0^0) \\ 0 & 1 & x_1 \cdot \sin \alpha^0 & y_1 \cdot \cos \alpha^0 & X_1 - X_0^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & x_n \cdot \cos \alpha^0 & -y_n \cdot \sin \alpha^0 & -(Y_n - Y_0^0) \\ 0 & 1 & x_n \cdot \sin \alpha^0 & y_n \cdot \cos \alpha^0 & X_n - X_0^0 \end{pmatrix} \mathbf{x}_{5 \times 1} \begin{pmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dm_x \\ dm_y \\ d\alpha \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

Nach der Einführung der Gewichtsmatrix \mathbf{P} (4.20) wird zunächst der Lösungsvektor \mathbf{x} nach (4.19) bestimmt. Im zweiten Schritt werden die unbekannt Parameter \mathbf{x} zu den Näherungswerten addiert und das System wird neu ausgeglichen. Die daraus resultierenden Unbekannten gehen wiederum als verbesserte Näherungen in die Ausgleichung ein. Diese iterative Berechnung wird abgebrochen, wenn die Änderungen des Lösungsvektors $\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}$ unter einem im Voraus definierten (kleinen) Schwellwert liegen. Die gesuchten Transformationsparameter X_0, Y_0, m_x, m_y und α sind dann:

$$\begin{aligned} X_0 &= X_0^0 + dX_0 \\ Y_0 &= Y_0^0 + dY_0 \\ m_x &= m_x^0 + dm_x \\ m_y &= m_y^0 + dm_y \\ \alpha &= \alpha^0 + d\alpha \end{aligned} \quad (4.45)$$

Zur Genauigkeitsbetrachtung können die Fehlermasse s_0, s_i, s_x, s_y und s_{xy} nach (4.22) bis (4.27) mit der Anzahl Unbekannte $u = 5$ berechnet werden. Für den Gewichtseinheitsfehler im Altkartenraum gilt

$$s_0^{\text{Altkarte}} = \sqrt{\frac{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{m_x^2} + \frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{m_y^2}}{2 \cdot n - u}} \quad (4.46)$$

und die in den Koordinatenachsen unterschiedlichen Restfehler im Altkartenraum sind:

$$s_x^{\text{Altkarte}} = \frac{1}{m_x} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{n - u}} \quad s_y^{\text{Altkarte}} = \frac{1}{m_y} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{n - u}} \quad (4.47)$$

Die Standardabweichungen der Massstabs- und Drehwinkelwerte ergeben sich aus dem Gewichtseinheitsfehler s_0 und den Diagonalkoeffizienten q_{xx} der Kofaktorenmatrix der Unbekannten $\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$ wie folgt

$$\begin{aligned} s_{m_x} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{33}} & s_\alpha &= s_0 \cdot \sqrt{q_{55}} \\ s_{m_y} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{44}} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Das Ergebnis der Massstab- und Drehwinkelbestimmung mittels einer 5-Parameter Ähnlichkeitstransformation lautet:

$$\begin{aligned} \text{Massstab in X-Richtung: } m_x \pm s_{m_x} & \quad \text{bzw.} \quad 1: m_x \pm \frac{s_{m_x}}{m_x} \\ \text{Massstab in Y-Richtung: } m_y \pm s_{m_y} & \quad \text{bzw.} \quad 1: m_y \pm \frac{s_{m_y}}{m_y} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Drehwinkel (Abweichung von der Nordrichtung der modernen Karte, positiv im Gegenuhrzeigersinn gezählt): $\alpha \pm s_\alpha$

Die 5-Parameter Affintransformation führt durch eine Verdrehung und die zwei getrennten Skalierungen rechtwinklige Figuren unverzerrt in das Zielkoordinatensystem über. Sie eignet sich vor allem zur Untersuchung von schiefwinkligen Karten, bei welchen eher auf eine Deformation im Verlauf der Jahrhunderte als auf eine Absicht des damaligen Kartenmachers geschlossen werden kann. Mittels einer 5-Parameter Affintransformation kann der rechtwinklige Soll-Zustand modelliert werden. Die Kartengeometrie bleibt bei zwei unabhängigen Streckungen entlang der Koordinatenachsen erhalten und ein repräsentativer Orientierungswinkel wird berechnet (vgl. Beispiel im Abschluss des Kapitels 5.5).

4.1.2.3 6-Parameter Affintransformation

Diese Koordinatenumformung stellt den Allgemeinfall der planaren Affintransformation dar. Die Punktkoordinaten (x, y) einer alten Karte werden durch eine Verschiebung in zwei Koordinatenrichtungen (X_0, Y_0) , zwei Drehungen (α_x, α_y) , und zwei Skalierungen (m_x, m_y) in das Zielkoordinatensystem (X, Y) überführt:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + m_x \cdot \cos \alpha_x \cdot x - m_y \cdot \sin \alpha_y \cdot y \\ Y &= Y_0 + m_x \cdot \sin \alpha_x \cdot x + m_y \cdot \cos \alpha_y \cdot y \end{aligned} \quad (4.50)$$

In der Matrixschreibweise lautet (4.50):

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_x \cdot \cos \alpha_x & -m_y \cdot \sin \alpha_y \\ m_x \cdot \sin \alpha_x & m_y \cdot \cos \alpha_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

Die sechs gesuchten Parameter $X_0, Y_0, m_x, m_y, \alpha_x, \alpha_y$ lassen sich mit einer Substitution

$$\begin{aligned}
 a_1 &= m_x \cdot \cos \alpha_x & a_3 &= m_x \cdot \sin \alpha_x \\
 a_2 &= m_y \cdot \sin \alpha_y & a_4 &= m_y \cdot \cos \alpha_y
 \end{aligned}
 \tag{4.52}$$

in einem linearen Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 X &= X_0 + a_1 \cdot x - a_2 \cdot y \\
 Y &= Y_0 + a_3 \cdot x + a_4 \cdot y
 \end{aligned}
 \tag{4.53}$$

oder

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}
 \tag{4.54}$$

bestimmen. Mit mehr als den minimal benötigten drei identischen Punkten ist (4.16) die entsprechende Beobachtungsgleichung mit folgenden Komponenten:

$$\mathbf{I}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \dots \\ X_n \\ Y_n \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{2n \times 6} \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_1 & -y_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_1 & y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & x_i & -y_i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x_i & y_i \end{pmatrix} \mathbf{x}_{6 \times 1} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \mathbf{v}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} v_{x_1} \\ v_{y_1} \\ \dots \\ v_{x_n} \\ v_{y_n} \end{pmatrix}
 \tag{4.55}$$

Aus der Minimalbedingung $\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{min}$ ergibt sich bei Einführung einer Gewichtsmatrix \mathbf{P} nach (4.20) für den Lösungsvektor \mathbf{x} die Formel (4.19). Die für die Altkartenuntersuchungen besonders interessanten Massstabs- und Drehwinkelwerte m_x , m_y , α_x , α_y , werden aus den nun bestimmten Parametern $a_1 - a_4$ wie folgt abgeleitet:

$$\begin{aligned}
 m_x &= \sqrt{a_1^2 + a_3^2} & \alpha_x &= \arctan\left(\frac{a_3}{a_1}\right) \\
 m_y &= \sqrt{a_2^2 + a_4^2} & \alpha_y &= \arctan\left(\frac{a_2}{a_4}\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.56}$$

Die Drehung α_y stellt die Abweichung der Altkarte von der Nordrichtung der modernen Karte, die Drehung α_x die Abweichung vom Breitenkreis dar. Wäre die Karte exakt rechtwinklig, würden die beiden Winkel – positiv im Gegenuhrzeigesinn gezählt – gleiche Werte aufweisen. Die Differenz

$$\Delta\alpha = \alpha_y - \alpha_x
 \tag{4.57}$$

bedeutet daher die Abweichung des transformierten Punktfeldes vom rechten Winkel (auch Scherungswinkel der Koordinatenachsen genannt, Abb. 4-2). Die zwei unterschiedlichen Drehwinkelwerte gehen auf die Eigenschaften der allgemeinen Affintransformation zurück. Die im Ausgangssystem orthogonalen Geraden sind nach der Umformung nicht mehr ortho-

gonal; die Form der Figuren bleibt nicht erhalten und die Winkel werden verzerrt: ein Quadrat wird zum Parallelogramm, ein Kreis zur Ellipse. Die Geraden bleiben dagegen Geraden und parallele Geraden sind nach der Transformation noch parallel.

Für die Genauigkeitsabschätzung werden der Gewichtseinheitsfehler s_0 , die getrennten mittleren Restfehler in X- und Y-Richtung s_x bzw. s_y und der mittlere Lagefehler s_{xy} nach (4.22), (4.25) und (4.27) mit der Anzahl Unbekannte $u = 6$ berechnet. Der Gewichtseinheitsfehler im Altkartenkoordinatensystem $s_0^{Altkarte}$ und die Werte $s_x^{Altkarte}$ und $s_y^{Altkarte}$ ergeben sich aus (4.46) bzw. (4.47). Die Standardabweichung s_i einer beliebigen Beobachtung mit dem Gewicht p_i ist (4.24).

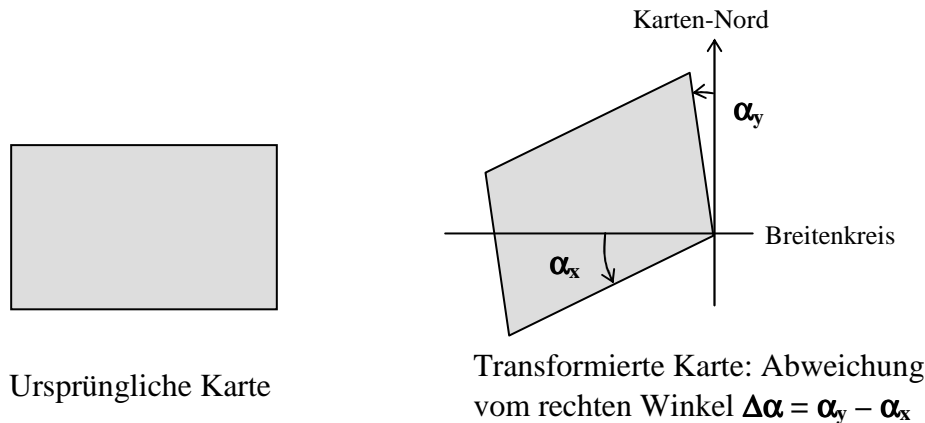


Abb. 4-2: Interpretation der aus der 6-Parameter Affintransformation gewonnenen Drehwinkelwerte: α_y bedeutet die Abweichung der Altkarte von der Nordrichtung der modernen Karte, α_x die Abweichung vom Breitenkreis und die Differenz $\alpha_y - \alpha_x$ die Abweichung vom rechten Winkel.

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Massstäbe und Drehwinkel $m_x, m_y, \alpha_x, \alpha_y$ Funktionen der ausgeglichenen Parameter $a_1 - a_4$ sind, werden die Standardabweichungen $s_{m_x}, s_{m_y}, s_{\alpha_x}, s_{\alpha_y}$ aus den Diagonalkoeffizienten $qf_{11} - qf_{44}$ der Kofaktorenmatrix der Funktionen der Unbekannten \mathbf{Q}_f

$$\mathbf{Q}_{f\ 4 \times 4} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}^T \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_{6 \times 6} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (4.58)$$

folgendermassen bestimmt:

$$\begin{aligned} s_{m_x} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{11}} & s_{\alpha_x} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{33}} \\ s_{m_y} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{22}} & s_{\alpha_y} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{44}} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Die Jacobi-Matrix \mathbf{J} besteht aus den ersten Ableitungen der 4 Funktionen (4.56) nach den 6 unbekanntem Parametern der Affintransformation X_0, Y_0, a_1, a_2, a_3 und a_4 :

$$\mathbf{J}_{4 \times 6} = \begin{pmatrix} \frac{\partial m_x}{\partial X_0} & \frac{\partial m_x}{\partial Y_0} & \frac{\partial m_x}{\partial a_1} & \frac{\partial m_x}{\partial a_2} & \frac{\partial m_x}{\partial a_3} & \frac{\partial m_x}{\partial a_4} \\ \frac{\partial m_y}{\partial X_0} & \frac{\partial m_y}{\partial Y_0} & \frac{\partial m_y}{\partial a_1} & \frac{\partial m_y}{\partial a_2} & \frac{\partial m_y}{\partial a_3} & \frac{\partial m_y}{\partial a_4} \\ \frac{\partial \alpha_x}{\partial X_0} & \frac{\partial \alpha_x}{\partial Y_0} & \frac{\partial \alpha_x}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha_x}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_x}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_x}{\partial a_4} \\ \frac{\partial \alpha_y}{\partial X_0} & \frac{\partial \alpha_y}{\partial Y_0} & \frac{\partial \alpha_y}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha_y}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_y}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_y}{\partial a_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos \alpha_x & 0 & \sin \alpha_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \\ 0 & 0 & -\frac{\sin \alpha_x}{m_x} & 0 & \frac{\cos \alpha_x}{m_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cos \alpha_y}{m_y} & 0 & -\frac{\sin \alpha_y}{m_y} \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Da sich aber aufgrund der speziellen Form der Koeffizientenmatrix \mathbf{A} bei der Berechnung von \mathbf{Q} Vereinfachungen ergeben, können die gesuchten Standardabweichungen s_{m_x} , s_{m_y} , s_{α_x} , s_{α_y} direkt aus den Diagonalkoeffizienten q_{xx} der Matrix $\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$ abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} s_{m_x} &= s_{a_1} = s_{a_3} = s_0 \cdot \sqrt{q_{33}} = s_0 \cdot \sqrt{q_{55}} & s_{\alpha_x} &= \frac{s_{a_1}}{m_x} = \frac{s_{a_3}}{m_x} \\ s_{m_y} &= s_{a_2} = s_{a_4} = s_0 \cdot \sqrt{q_{44}} = s_0 \cdot \sqrt{q_{66}} & s_{\alpha_y} &= \frac{s_{a_2}}{m_y} = \frac{s_{a_4}}{m_y} \end{aligned} \quad (4.61)$$

Die 6-Parameter Affintransformation ist besonders geeignet für die Altkartenuntersuchungen. Die Verzerrungen des Kartenbildes, welchen vor allem die damaligen ungenauen Vermessungs- und Kartierungstechniken zugrunde liegen, lassen sich dank den getrennten Maßstäben und Verdrehungen in den zwei Koordinatenrichtungen gut entdecken. Die 6-Parameter Affintransformation stellt das Basisverfahren für die Genauigkeitsanalysen der Altkarten dar und ist im Allgemeinen der Ähnlichkeits- sowie der 5-Parameter Affintransformation vorzuziehen.

4.1.2.4 Bilineare Transformation

Die bilineare Transformation ist eine Erweiterung der allgemeinen Affinität um ein gemischtes Glied. Bei überschüssigen Beobachtungen (mehr als vier identische Punkte) lassen sich die Grundgleichungen

$$\begin{aligned} X &= X_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot x \cdot y \\ Y &= Y_0 + a_4 \cdot x + a_5 \cdot y + a_6 \cdot x \cdot y \end{aligned} \quad (4.62)$$

in die Beobachtungsgleichung mit folgenden Komponenten überführen:

$$\mathbf{I}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \dots \\ X_n \\ Y_n \end{pmatrix} \mathbf{A}_{2n \times 8} \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_1 & y_1 & x_1 \cdot y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & x_1 \cdot y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & x_i & y_i & x_i \cdot y_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & x_i \cdot y_i \end{pmatrix} \mathbf{X}_{8 \times 1} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} \mathbf{V}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} v_{x_1} \\ v_{y_1} \\ \dots \\ v_{x_n} \\ v_{y_n} \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

Aus der Minimalbedingung $\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{min}$ ist nach der Einführung der Gewichtsmatrix \mathbf{P} die beste erwartungstreue Schätzung des Vektors der unbekannt Parameter \mathbf{x} nach (4.19) gegeben. Die Genauigkeitsindikatoren s_0, s_x und s_y, s_i und s_{xy} werden aus (4.22) – (4.27) mit der Anzahl Unbekannte $u = 8$ berechnet.

Die bilineare Transformation ist weder winkel-, noch parallel, noch allgemein geradetreu. Quadrate, die parallel zu den Koordinatenachsen x, y liegen, werden als schiefwinklige Vierecke abgebildet. Die *nicht* parallel zu den Koordinatenachsen liegende Geraden werden als Kurven transformiert. Aufgrund dieser Eigenschaften ergeben sich in jedem Punkt der Abbildung unterschiedliche Massstäbe und Verdrehungen. Es ist nicht möglich, aus den Parametern $X_0, Y_0, a_1 - a_6$ eindeutige Massstabs- und Drehwinkelwerte für das gesamte Kartenbild abzuleiten. Da aber der Massstab und Drehwinkel ein wichtiges Ergebnis der numerischen Altkartenuntersuchungen liefern, ist es sinnvoll, sie zumindest näherungsweise zu bestimmen. Dazu wird zunächst der von der Punktlage x, y abhängige Massstabfaktor $m(x, y)$ und die Drehung $\alpha(x, y)$ berechnet. Anschliessend können für die Variablen x, y die Koordinaten des Schwerpunktes x_s, y_s nach (4.35) eingesetzt werden, was in einer Approximation des Massstabs und der Verdrehung des transformierten Punktfeldes resultiert. Die im Folgenden aufgeführte Ableitung der punktlageabhängigen Parameter $m_x(y), m_y(x), \alpha_x(y), \alpha_y(x)$ wurde bereits in [Beineke, 2001] publiziert.

Für den Massstab $m(x, y)$ und den Drehwinkel $\alpha(x, y)$ an jedem beliebigen Ort des Punktfeldes gilt:

$$m(x, y) = \frac{dS}{ds} = \frac{+\sqrt{dX(x, y)^2 + dY(x, y)^2}}{+\sqrt{dx^2 + dy^2}} \quad \alpha(x, y) = \arctan\left(\frac{dY(x, y)}{dX(x, y)}\right) \quad (4.64)$$

mit ds, dS differentielle identische Strecken im Ausgang- und Zielsystem
 $dX(x, y), dY(x, y)$ totale Differentiale der Grundgleichung der jeweiligen Abbildung nach x, y

Die totalen Differentiale der Grundgleichungen der bilinearen Transformation (4.62) lauten:

$$\begin{aligned} dX(x, y) &= (a_1 + a_3 \cdot y) \cdot dx + (a_2 + a_3 \cdot x) \cdot dy \\ dY(x, y) &= (a_4 + a_6 \cdot y) \cdot dx + (a_5 + a_6 \cdot x) \cdot dy \end{aligned} \quad (4.65)$$

Wird in (4.64) und (4.65) $dy = 0$ gesetzt, ergeben sich der Massstabsfaktor $m_x(y)$ und die Verdrehung $\alpha_x(y)$ in X-Richtung, die nur von der Y-Koordinate jedes beliebigen Punktes abhängig sind. Analog folgt bei $dx = 0$ die Berechnung des Massstabsfaktors $m_y(x)$ und der Verdrehung $\alpha_y(x)$ in Y-Richtung. Dabei muss beachtet werden, dass zur korrekten Ermittlung von $\alpha_y(x)$ eine Drehung des Koordinatensystems um 90° erforderlich ist, was zur Auswechslung des Zählers und Nenners sowie zur Änderung des Vorzeichens führt:

$$\begin{aligned} m_x(y) &= \sqrt{(a_1 + a_3 \cdot y)^2 + (a_4 + a_6 \cdot y)^2} & \alpha_x(y) &= \arctan\left(\frac{a_4 + a_6 \cdot y}{a_1 + a_3 \cdot y}\right) \\ m_y(x) &= \sqrt{(a_2 + a_3 \cdot x)^2 + (a_5 + a_6 \cdot x)^2} & \alpha_y(x) &= \arctan\left(\frac{-(a_2 + a_3 \cdot x)}{a_5 + a_6 \cdot x}\right) \end{aligned} \quad (4.66)$$

Die auf den Schwerpunkt bezogenen, für die Altkarte einigermassen repräsentativen Werte der Massstäbe m_x , m_y und Drehungen α_x , α_y werden aus (4.66) für x_s , y_s berechnet. Für die Genauigkeitsindikatoren im Koordinatensystem der Altkarte $s_0^{Altkarte}$, $s_x^{Altkarte}$, $s_y^{Altkarte}$ gilt dann (4.46) und (4.47).

Die Standardabweichungen der Massstabsfaktoren und Drehungen s_{m_x} , s_{m_y} , s_{α_x} , s_{α_y} lassen sich als Funktion der Punktkoordinaten x , y aus den Diagonalkoeffizienten $qf_{11} - qf_{44}$ der Kofaktorenmatrix der Funktionen der Unbekannten \mathbf{Q}_f

$$\mathbf{Q}_{f_{4 \times 4}} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}^T \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_{8 \times 8} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (4.67)$$

wie folgt bestimmen:

$$\begin{aligned} s_{m_x} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{11}} & s_{\alpha_x} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{33}} \\ s_{m_y} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{22}} & s_{\alpha_y} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{44}} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Für die Jacobi-Matrix \mathbf{J} gilt

$$\mathbf{J}_{4 \times 8} = \begin{pmatrix} \frac{\partial m_x(y)}{\partial X_0} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial Y_0} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_1} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_2} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_3} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_4} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_5} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_6} \\ \frac{\partial m_y(x)}{\partial X_0} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial Y_0} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_1} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_2} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_3} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_4} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_5} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_6} \\ \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial X_0} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial Y_0} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_4} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_5} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_6} \\ \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial X_0} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial Y_0} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_4} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_5} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_6} \end{pmatrix} \quad (4.69)$$

mit den partiellen Ableitungen der Funktionen (4.66) nach den acht Unbekannten der bilinearen Transformation als Komponenten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x(y)}{\partial X_0} &= \frac{\partial m_x(y)}{\partial Y_0} = \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_2} = \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_5} = 0 & \frac{\partial m_y(x)}{\partial X_0} &= \frac{\partial m_y(x)}{\partial Y_0} = \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_1} = \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_4} = 0 \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_1} &= \frac{a_1 + a_3 \cdot y}{m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_2} &= \frac{a_2 + a_3 \cdot x}{m_y(x)} \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_3} &= \frac{y \cdot (a_1 + a_3 \cdot y)}{m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_3} &= \frac{x \cdot (a_2 + a_3 \cdot x)}{m_y(x)} \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_4} &= \frac{a_4 + a_6 \cdot y}{m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_5} &= \frac{a_5 + a_6 \cdot x}{m_y(x)} \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_6} &= \frac{y \cdot (a_4 + a_6 \cdot y)}{m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_6} &= \frac{x \cdot (a_5 + a_6 \cdot x)}{m_y(x)} \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial X_0} &= \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial Y_0} = \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_2} = \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_5} = 0 & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial X_0} &= \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial Y_0} = \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_1} = \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_4} = 0 \\
\frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_1} &= \frac{-(a_4 + a_6 \cdot y)}{m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_2} &= \frac{-(a_5 + a_6 \cdot x)}{m_y(x)^2} \\
\frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_3} &= \frac{-y \cdot (a_4 + a_6 \cdot y)}{m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_3} &= \frac{-x \cdot (a_5 + a_6 \cdot x)}{m_y(x)^2} \\
\frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_4} &= \frac{a_1 + a_3 \cdot y}{m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_5} &= \frac{a_2 + a_3 \cdot x}{m_y(x)^2} \\
\frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_6} &= \frac{y \cdot (a_1 + a_3 \cdot y)}{m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_6} &= \frac{x \cdot (a_2 + a_3 \cdot x)}{m_y(x)^2}
\end{aligned}$$

Für die Bestimmung der Standardabweichungen s_{mx} , s_{my} , s_{α_x} , s_{α_y} nach (4.68) werden in (4.70) für x , y die Koordinaten des Schwerpunkts x_s , y_s eingesetzt. Die dafür nötigen, ebenfalls auf den Schwerpunkt bezogenen Werte des Massstabs $m_x(y_s)$ und $m_y(x_s)$ ergeben sich aus (4.66).

Die Grundgleichung der bilinearen Transformation (4.62) wird in einer leicht modifizierten Form zur Interpolation neuer Punkthöhen innerhalb einer aus 4 Punkten bestehenden Masche verwendet. Häufig ist auch die bilineare Grauwertinterpolation, die bei Bildmodifikationen (Drehung, Skalierung, Entzerrung) zum Einsatz kommt. Dabei wird einer beliebigen, nicht-ganzzahligen Pixelposition ein Grauwert aus der benachbarten 2×2 -Umgebung zugewiesen. Für die Altkartenuntersuchungen ist die bilineare Transformation hingegen weniger geeignet. Obwohl sie im Vergleich mit der Ähnlichkeits- und Affintransformation bessere Ergebnisse liefert (aufgrund von mehreren Freiheitsgraden), deformiert sie die Karte auf eine Art, die im Prozess der Kartenentstehung kaum eine entsprechende Erklärung finden kann. Es ist beispielsweise unwahrscheinlich, dass der damalige Kartenmacher die mit den Koordinatenachsen unparallelen Geraden gewollt oder ungewollt als Kurven abbildete. Daher soll die bilineare Transformation nur für spezielle kartographiegeschichtliche Fragestellungen eingesetzt werden.

4.1.2.5 Projektive Transformation

Die projektive Beziehung zwischen der alten und modernen Karte ist durch die Grundgleichungen der Zentralprojektion gegeben:

$$\begin{aligned}
X &= \frac{a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3}{a_7 \cdot x + a_8 \cdot y + 1} \\
Y &= \frac{a_4 \cdot x + a_5 \cdot y + a_6}{a_7 \cdot x + a_8 \cdot y + 1}
\end{aligned} \tag{4.71}$$

Die acht Transformationsparameter $a_1 - a_8$ lassen sich mit Hilfe von vier identischen Punkten $P(X, Y)$ und $P(x, y)$, von denen drei nicht auf einer Gerade liegen dürfen, eindeutig bestimmen. Stehen mehr als vier identische Punkte zur Verfügung, so führt dies zu einem Ausgleichssystem nach der Methode der kleinsten Quadrate. Bei der Vernachlässigung der Produkte mit v_x und v_y lauten die Beobachtungsgleichungen

$$\begin{aligned}
X_i + v_{x_i} &= a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot y_i + a_3 - a_7 \cdot x_i \cdot X_i - a_8 \cdot y_i \cdot X_i \\
Y_i + v_{y_i} &= a_4 \cdot x_i + a_5 \cdot y_i + a_6 - a_7 \cdot x_i \cdot Y_i - a_8 \cdot y_i \cdot Y_i
\end{aligned} \tag{4.72}$$

mit den Komponenten in der Matrizenform

$$\mathbf{I}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \dots \\ X_n \\ Y_n \end{pmatrix} \mathbf{A}_{2n \times 8} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \cdot X_1 & -y_1 \cdot Y_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 \cdot Y_1 & -y_1 \cdot Y_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_i \cdot X_i & -y_i \cdot Y_i \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 & -x_i \cdot Y_i & -y_i \cdot Y_i \end{pmatrix} \mathbf{x}_{8 \times 1} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{pmatrix} \mathbf{v}_{2n \times 1} \begin{pmatrix} v_{x_1} \\ v_{y_1} \\ \dots \\ v_{x_n} \\ v_{y_n} \end{pmatrix} \quad (4.73)$$

Im Anschluss an die Lösung des Systems nach (4.19) werden die Genauigkeitsindikatoren nach (4.22) bis (4.27) mit $u = 8$ bestimmt. Für die Gewichtsmatrix \mathbf{P} gilt dabei (4.20).

Die projektive Transformation bildet Geraden als Geraden ab, welche nach der Umrechnung perspektivisch verzerrt erscheinen (d.h. die Winkel- und Teilungsverhältnistreue bleiben nicht erhalten). Ähnlich wie bei der bilinearen Transformation lassen sich infolge dieser Eigenschaften kein expliziter Massstabsfaktor und Drehwinkel aus den Parametern X_0 , Y_0 , $a_1 - a_6$ bestimmen. Eine approximative Aussage über den Massstab und die Verdrehung der Altkarte liefern die auf den Schwerpunkt des Punktfeldes bezogenen Werte $m_x(y_s)$, $m_y(x_s)$ und $\alpha_x(y_s)$, $\alpha_y(x_s)$. Zu deren Bestimmung werden zunächst die totalen Differenziale der Grundgleichung (4.71) berechnet:

$$\begin{aligned} dX(x, y) &= \frac{a_1 \cdot C - a_7 \cdot A}{C^2} \cdot dx + \frac{a_2 \cdot C - a_8 \cdot A}{C^2} \cdot dy \\ dY(x, y) &= \frac{a_4 \cdot C - a_7 \cdot B}{C^2} \cdot dx + \frac{a_5 \cdot C - a_8 \cdot B}{C^2} \cdot dy \end{aligned} \quad (4.74)$$

mit

$$\begin{aligned} A &= a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \\ B &= a_4 \cdot x + a_5 \cdot y + a_6 \\ C &= a_7 \cdot x + a_8 \cdot y + 1 \end{aligned} \quad (4.75)$$

Daraus lassen sich der Massstab $m(x, y)$ und der Drehwinkel $\alpha(x, y)$ an jedem beliebigen Ort der Abbildung nach (4.64) ableiten. Wird dabei $dy = 0$ bzw. $dx = 0$ gesetzt, ergeben sich die Massstabsfaktoren und Drehwinkel als Funktionen der Y- bzw. X-Koordinate. Bei der Berechnung von $\alpha_y(x)$ müssen wiederum der Zähler und der Nenner ausgetauscht sowie das Vorzeichen geändert werden:

$$\begin{aligned} m_x(y) &= \frac{1}{C^2} \cdot \sqrt{(a_1 \cdot C - a_7 \cdot A)^2 + (a_4 \cdot C - a_7 \cdot B)^2} & \alpha_x(y) &= \arctan\left(\frac{a_4 \cdot C - a_7 \cdot B}{a_1 \cdot C - a_7 \cdot A}\right) \\ m_y(x) &= \frac{1}{C^2} \cdot \sqrt{(a_2 \cdot C - a_8 \cdot A)^2 + (a_5 \cdot C - a_8 \cdot B)^2} & \alpha_y(x) &= \arctan\left(\frac{-(a_2 \cdot C - a_8 \cdot A)}{a_5 \cdot C - a_8 \cdot B}\right) \end{aligned} \quad (4.76)$$

Durch Einsetzen von Koordinaten x_s, y_s für die Variablen x, y werden die gesuchten Masstab- und Drehwinkelwerte im Schwerpunkt des Punktfeldes berechnet. Für den Gewichtseinheitsfehler im Koordinatensystem der Altkarte $s_0^{Altkarte}$ sowie die Werte $s_x^{Altkarte}$ und $s_y^{Altkarte}$ gilt (4.46) und (4.47).

Die Standardabweichungen $s_{mx}, s_{my}, s_{\alpha_x}, s_{\alpha_y}$ lassen sich analog zur bilinearen Transformation nach (4.68) bestimmen, wobei für die Jacobi-Matrix nun gilt:

$$\mathbf{J}_{4 \times 8} = \begin{pmatrix} \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_1} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_2} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_3} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_4} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_5} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_6} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_7} & \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_8} \\ \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_1} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_2} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_3} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_4} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_5} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_6} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_7} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_8} \\ \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_4} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_5} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_6} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_7} & \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_8} \\ \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_1} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_3} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_4} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_5} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_6} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_7} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_8} \end{pmatrix} \quad (4.77)$$

Die zur Berechnung der \mathbf{J} -Matrix nötigen partiellen Ableitungen der Funktionen (4.76) nach den acht Unbekannten der projektiven Transformation $a_1 - a_8$ lauten

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_1} &= \frac{a_1 \cdot C - a_7 \cdot A}{C^3 \cdot m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_2} &= \frac{a_2 \cdot C - a_8 \cdot A}{C^3 \cdot m_y(x)} \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_4} &= \frac{a_4 \cdot C - a_7 \cdot B}{C^3 \cdot m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_5} &= \frac{a_5 \cdot C - a_8 \cdot B}{C^3 \cdot m_y(x)} \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_7} &= \frac{-A \cdot (a_1 \cdot C - a_7 \cdot A) - B \cdot (a_4 \cdot C - a_7 \cdot B)}{C^4 \cdot m_x(y)} & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_8} &= \frac{-A \cdot (a_2 \cdot C - a_8 \cdot A) - B \cdot (a_5 \cdot C - a_8 \cdot B)}{C^4 \cdot m_y(x)} \\ \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_2} &= \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_3} = \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_5} = \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_6} = \frac{\partial m_x(y)}{\partial a_8} = 0 & \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_1} &= \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_3} = \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_4} = \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_6} = \frac{\partial m_y(x)}{\partial a_7} = 0 \end{aligned} \quad (4.78)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_1} &= -\frac{a_4 \cdot C - a_7 \cdot B}{C^3 \cdot m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_2} &= -\frac{a_5 \cdot C - a_8 \cdot B}{C^3 \cdot m_y(x)^2} \\ \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_4} &= \frac{a_1 \cdot C - a_7 \cdot A}{C^3 \cdot m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_5} &= \frac{a_2 \cdot C - a_8 \cdot A}{C^3 \cdot m_y(x)^2} \\ \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_7} &= \frac{A \cdot (a_4 \cdot C - a_7 \cdot B) - B \cdot (a_1 \cdot C - a_7 \cdot A)}{C^4 \cdot m_x(y)^2} & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_8} &= \frac{A \cdot (a_5 \cdot C - a_8 \cdot B) - B \cdot (a_2 \cdot C - a_8 \cdot A)}{C^4 \cdot m_y(x)^2} \\ \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_2} &= \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_3} = \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_5} = \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_6} = \frac{\partial \alpha_x(y)}{\partial a_8} = 0 & \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_1} &= \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_3} = \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_4} = \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_6} = \frac{\partial \alpha_y(x)}{\partial a_7} = 0 \end{aligned}$$

mit $a_1 - a_8$ Parameter der projektiven Transformation aus (4.19)
 A, B, C Hilfsparameter als Funktionen der Punktlage nach (4.75)
 $m_x(y), m_y(x)$ Masstabsfaktoren als Funktionen der Punktlage nach (4.76)

Zur Berechnung der Standardabweichungen $s_{mx}, s_{my}, s_{\alpha_x}, s_{\alpha_y}$ der auf den Schwerpunkt bezogenen Werte $m_x, m_y, \alpha_x, \alpha_y$ werden für die Variablen x, y die Schwerpunktkoordinaten x_s, y_s in (4.78) eingesetzt.

Aufgrund der Nichtlinearität von (4.71) und der vereinfachten Linearisierung ergeben sich bei der projektiven Transformation Inkonsistenzen bei der Berechnung von Residuen: Der Vektor

$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l}$ ist nicht gleich der Differenz zwischen den gegebenen und transformierten Punktkoordinaten. Zudem sind die mit den schwerpunktbezogenen und ursprünglichen Punktkoordinaten erzielten Ergebnisse nicht identisch. Dabei liefert das letztere Verfahren weitgehend schlechtere Kontrollwerte (z.B. die Summe $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}$ ist nicht null). Der Grund dafür liegt darin, dass zur Aufstellung der Koeffizientenmatrix \mathbf{A} die Ausgangs- und Zielkoordinaten miteinander multipliziert werden müssen, was bei der Verwendung von ursprünglichen Koordinaten zu sehr grossen Zahlen führt. Die invertierte Matrix $\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$ beinhaltet dann Werte nahe Null und wirkt sich negativ auf die numerische Stabilität der Lösung aus. Daher ist es auch bei der projektiven Transformation empfehlenswert, die auf den Schwerpunkt reduzierten Punktkoordinaten zu verwenden. Die erwähnten Inkonsistenzen bei der Berechnung der Residuen sind in diesem Fall klein und für die Altkartenuntersuchungen unbedeutend.

Die projektiven Beziehungen werden in der Photogrammetrie zur Transformation der Zentralprojektion (Bild) in eine Orthogonalprojektion (Karte) im ebenen Gelände verwendet. Dieses als Entzerrung bekannte Verfahren kann bei den Altkartenuntersuchungen zur Digitalisierung von Vorlagen eingesetzt werden, die sich aus verschiedenen Gründen nicht einscannen lassen. So können beispielsweise mehrere photographische Bilder einer grossformatigen Karte aufgenommen, in die orthogonale Geometrie umgerechnet und zu einer digitalen Gesamtabbildung zusammengesetzt werden (vgl. Kapitel 5.3.1). Die projektive Transformation eignet sich auch zur Analyse von historischen Stadtplänen, welche als perspektivische Ansichten erstellt wurden [siehe Balletti et al., 2000]. Eine weitere Anwendung ist die Entzerrung von Altkarten mit einem ursprünglich rechteckigen Kartenrahmen, der heutzutage in einer schiefwinkligen Form vorliegt.

4.2 Untersuchungen von alten Reliefs

Im Gegensatz zu den Altkarten findet man in der Literatur kaum Abhandlungen zur quantitativen Beurteilung von dreidimensionalen Reliefs. Landschafts- und Stadtreiefs werden in Europa seit dem 16. Jahrhundert gebaut (vgl. Kapitel 2.5), doch Untersuchungen ihrer kulturellen Bedeutung sowie ihrer topographischen Qualität sind selten. Die fehlende kulturhistorische Forschung mag an den komplexen Zusammenhängen der Entstehung und Verwendung der Reliefmodelle liegen, wobei der Grund für die ausgebliebenen numerischen Untersuchungen eher technischer Natur ist: Die nötigen umfassenden Messungen stellen wegen der Gefahr der Beschädigung oder aufgrund der komplexen Reliefoberflächen keine triviale Aufgabe dar. Als Folge der Schwierigkeiten bei der primären Datenerfassung wurden bis jetzt keine Methoden zur Genauigkeitsanalyse von historischen Reliefs entwickelt. Die vorliegende Forschung konnte sich jedoch auf einige Verfahren und Veröffentlichungen stützen, welche in den folgenden Absätzen vorgestellt werden sollen.

Die Genauigkeitsanalyse von historischen Reliefs kann als Allgemeinfeld der Analyse von Altkarten betrachtet werden. Angenommen, man findet im Relief und in der modernen Karte genügend homologe Punkte, deren räumliche Koordinaten zuverlässig und präzise ausgemessen werden können, bietet die aus der Photogrammetrie und der höheren Geodäsie bekannte räumliche Ähnlichkeitstransformation ein Vergleichspunkt-Verfahren zur Massstabs- und Genauigkeitsbestimmung des untersuchten Objekts (Kapitel 4.2.1). Eine Erweiterung der räumlichen Ähnlichkeitstransformation um drei unterschiedliche Massstabsfaktore in den drei Koordinatenrichtungen stellt die räumliche 9-Parameter Transformation dar (Kapitel 4.2.2). Als Analogie zur ebenen 6-Parameter Affintransformation kann im dreidimensionalen Raum

die 3D-Affintransformation eingesetzt werden (Kapitel 4.2.3). In der vorliegenden Arbeit wird dabei erstmals auf die Ableitung von Massstabsfaktoren, Rotationswinkeln und Scheuerungen aus den Unbekannten der 3D-Affintransformation eingegangen.

Zudem gibt es drei Publikationen, welche sich mit kartographiegeschichtlichen quantitativen Untersuchungen der räumlichen Werke befassen:

- Im Beitrag von [Quitt, 1996] wird der Einsatz der Photogrammetrie zur berührungslosen und genauen Ausmessung von identischen Vergleichspunkten aus dem Sandtner-Holzmodell von München (1570, Bayerisches Nationalmuseum) beschrieben. Ziel des Projektes war, durch Vergleich der photogrammetrischen Aufnahmen mit dem Uraufnahmeblatt von München aus 1809 den Massstab und die Genauigkeit des Sandtner-Modells zu bestimmen. Obwohl die Position der identischen Punkte im Sandtner-Modell dreidimensional ausgemessen wurde, verlief die weitere Genauigkeitsanalyse in der Ebene. Die photogrammetrisch bestimmten identischen Punkte wurden an ihre Soll-Koordinaten aus dem Münchner Uraufnahmeblatt mittels einer ebenen Ähnlichkeitstransformation angepasst.
- [Rickenbacher, 1995] hat das Alpenpanorama des Genfer Physikers und Geodäten Micheli du Crest (*Prospect Géométrique ...*, 1754) auf innere Widersprüche geprüft und die Abweichungen seiner Elemente (Azimuten, Höhen, Distanzen) von der Wirklichkeit bestimmt. Als Vergleichsbasis dienten ihm dabei die Resultate der heutigen Landesvermessung. Da bei einem Panorama (im Gegensatz zu einem Relief) der Zeichnerstandort sowie die von ihm anvisierten Berggipfel einigermaßen bekannt sind, wurden die Nachrechnungen als ein Spezialfall der Ausgleichung trigonometrischer Netze durchgeführt. Zu diesem Zweck wurde ein Programm eingesetzt, mit welchem Richtungs- und Höhenwinkel sowie Distanzmessungen kombiniert dreidimensional ausgeglichen werden können.
- [Finger et al., 2004] berichten über die Untersuchungen des Alerdinck'schen Plans aus dem Jahre 1636. Die Karte stellt die Stadt Münster in dreidimensionaler Grundrisstreuer perspektivischer Ansicht im Massstab von etwa 1:3'000 dar. Nach der Bestimmung der Lagegenauigkeit sowie des Massstabs und der Orientierung mittels einer ausgleichenden ebenen Ähnlichkeitstransformation wurde der Höhenmassstab der Karte in einem separaten, von der Lageuntersuchung unabhängigen Schritt ermittelt. Der Höhenmassstab ergab sich aus der Gegenüberstellung von 14 vor Ort gemessenen Gebäudehöhen mit deren identischen Gegenstücken im Alerdinck'schen Plan. Anschließend wurden die wesentlichen Darstellungen der Stadtbeschreibung Alerdincks mit Hilfe eines CAD-Systems dreidimensional rekonstruiert und visualisiert.

Es ist ersichtlich, dass sich die beschriebenen Projekte in der Ausgangslage und Fragestellung von der Genauigkeitsanalyse von alten Reliefs unterscheiden, da bei letzterer ein Verfahren zur *einheitlichen* Behandlung der Lage- und Höheninformation gesucht wird. Somit konnten die präsentierten Methoden für die vorliegende Arbeit nicht eingesetzt werden.

4.2.1 Räumliche Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation)

Bei der räumlichen Ähnlichkeitstransformation wird das dreidimensionale Punktfeld des Ausgangssystems (x, y, z) durch eine Verschiebung in Richtung der Koordinatenachsen $(X_0,$

Y_0, Z_0), eine Verdrehung des Koordinatensystems um drei Winkel ($\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$) und durch Multiplikation mit einem Massstabsfaktor m in das Zielsystem (X, Y, Z) überführt:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + m \cdot (r_{11} \cdot x + r_{12} \cdot y + r_{13} \cdot z) \\ Y &= Y_0 + m \cdot (r_{21} \cdot x + r_{22} \cdot y + r_{23} \cdot z) \\ Z &= Z_0 + m \cdot (r_{31} \cdot x + r_{32} \cdot y + r_{33} \cdot z) \end{aligned} \quad (4.79)$$

In der Matrixschreibweise lautet (4.79)

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \cdot r_{11} & m \cdot r_{12} & m \cdot r_{13} \\ m \cdot r_{21} & m \cdot r_{22} & m \cdot r_{23} \\ m \cdot r_{31} & m \cdot r_{32} & m \cdot r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

mit Elementen der Rotationsmatrix **R**

$$\begin{aligned} r_{11} &= \cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z \\ r_{12} &= -\cos \alpha_y \cdot \sin \alpha_z \\ r_{13} &= \sin \alpha_y \\ r_{21} &= \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_z + \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z \\ r_{22} &= \cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z - \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z \\ r_{23} &= -\sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \\ r_{31} &= \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_z - \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z \\ r_{32} &= \sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_z + \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z \\ r_{33} &= \cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \end{aligned} \quad (4.81)$$

Zur Bestimmung der 7 unbekannt Parameter $X_0, Y_0, Z_0, m, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ sind mindestens 7 homologe Koordinatenpaare im Ausgangs- und Zielsystem notwendig. Dies entspricht z.B. zwei in den beiden Systemen dreidimensional bestimmten Punkten $P_1(x_1, y_1, z_1, X_1, Y_1, Z_1)$ und $P_2(x_2, y_2, z_2, X_2, Y_2, Z_2)$ sowie einem Punkt $P_3(z_3, Z_3)$ mit der bekannten Höhe. Stehen mehr identische Punkte zur Verfügung, lässt sich eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate durchführen.

Da die Grundgleichung (4.79) nicht linear ist, muss sie vorerst durch die Entwicklung in die Taylorreihe linearisiert werden:

$$\begin{aligned} X_i &= X_i^0 + \frac{\partial X_i}{\partial X_0} dX_0 + \dots + \frac{\partial X_i}{\partial \alpha_z} d\alpha_z \\ Y_i &= Y_i^0 + \frac{\partial Y_i}{\partial X_0} dX_0 + \dots + \frac{\partial Y_i}{\partial \alpha_z} d\alpha_z \\ Z_i &= Z_i^0 + \frac{\partial Z_i}{\partial X_0} dX_0 + \dots + \frac{\partial Z_i}{\partial \alpha_z} d\alpha_z \end{aligned} \quad (4.82)$$

mit

$\frac{\partial X_i}{\partial X_0} \dots \frac{\partial X_i}{\partial \alpha_z}, \frac{\partial Y_i}{\partial X_0} \dots \frac{\partial Y_i}{\partial \alpha_z}, \frac{\partial Z_i}{\partial X_0} \dots \frac{\partial Z_i}{\partial \alpha_z}$ Partielle Ableitungen 1. Ordnung der Funktionen X_i, Y_i, Z_i nach den 7 Unbekannten der Transformation

$dX_0 \dots d\alpha_z$ Korrekturwerte – 7 Unbekannte des linearisierten Ausgleichungssystems

X_i^0, Y_i^0, Z_i^0 Funktionswerte der Grundgleichung (4.79) mit den Näherungswerten der unbekannt Parameter

Die Näherungswerte $X_0^0, Y_0^0, Z_0^0, m^0, \alpha_x^0, \alpha_y^0, \alpha_z^0$ ergeben sich aus

$$\begin{aligned} X_0^0 &= X_s - x_s \\ Y_0^0 &= Y_s - y_s \quad \text{bzw. } X_0^0 = Y_0^0 = Z_0^0 = 0 \\ Z_0^0 &= Z_s - z_s \end{aligned}$$

(je nach dem, ob die Berechnung mit den ursprünglichen oder auf den Schwerpunkt reduzierten Koordinaten erfolgt)

(4.83)

$$m_0^0 = \frac{\sqrt{(X_{\max} - X_{\min})^2 + (Y_{\max} - Y_{\min})^2 + (Z_{\max} - Z_{\min})^2}}{\sqrt{(x_{\max} - x_{\min})^2 + (y_{\max} - y_{\min})^2 + (z_{\max} - z_{\min})^2}}$$

$$\alpha_x^0 = \alpha_y^0 = \alpha_z^0 = 0$$

Die Komponenten des Ausgleichungssystems $\mathbf{l}, \mathbf{A}, \mathbf{x}$ sind dann

$$\mathbf{l}_{3n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 - X_1^0 \\ Y_1 - Y_1^0 \\ Z_1 - Z_1^0 \\ \dots \\ X_n - X_n^0 \\ Y_n - Y_n^0 \\ Z_n - Z_n^0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_{3n \times 7} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\partial X_1}{\partial m} & 0 & \frac{\partial X_1}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial X_1}{\partial \alpha_z} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\partial Y_1}{\partial m} & \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_z} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\partial Z_1}{\partial m} & \frac{\partial Z_1}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Z_1}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Z_1}{\partial \alpha_z} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \frac{\partial X_n}{\partial m} & 0 & \frac{\partial X_n}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial X_n}{\partial \alpha_z} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\partial Y_n}{\partial m} & \frac{\partial Y_n}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Y_n}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Y_n}{\partial \alpha_z} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\partial Z_n}{\partial m} & \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_z} \end{pmatrix} \quad \mathbf{x}_{7 \times 1} \begin{pmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \\ dm \\ d\alpha_x \\ d\alpha_y \\ d\alpha_z \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

wobei die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} aus den partiellen Ableitungen der Funktion (4.79) nach den unbekannt Parameter gebildet wird:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial m} &= x \cdot \cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z - y \cdot \cos \alpha_y \cdot \sin \alpha_z + z \cdot \sin \alpha_y \\ \frac{\partial X}{\partial \alpha_y} &= m \cdot [-x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z + y \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z + z \cdot \cos \alpha_y] \\ \frac{\partial X}{\partial \alpha_z} &= m \cdot [-x \cdot \cos \alpha_y \cdot \sin \alpha_z - y \cdot \cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z] \end{aligned}$$

(4.85)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Y}{\partial m} &= x \cdot (\cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_z + \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z) + y \cdot (\cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z - \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z) - z \cdot \sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \\
\frac{\partial Y}{\partial \alpha_x} &= m \cdot [x \cdot (\cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z - \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_z) - y \cdot (\sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_z + \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z) - z \cdot \cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_y] \\
\frac{\partial Y}{\partial \alpha_y} &= m \cdot [x \cdot \sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z - y \cdot \sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \cdot \sin \alpha_z + z \cdot \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y] \\
\frac{\partial Y}{\partial \alpha_z} &= m \cdot [x \cdot (\cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_z - \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z) - y \cdot (\cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_z + \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z)] \\
\frac{\partial Z}{\partial m} &= x \cdot (\sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_z - \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z) + y \cdot (\sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_z + \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z) + z \cdot \cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \\
\frac{\partial Z}{\partial \alpha_x} &= m \cdot [x \cdot (\cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_z + \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z) + y \cdot (\cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_z - \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z) - z \cdot \sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_y] \\
\frac{\partial Z}{\partial \alpha_y} &= m \cdot [-x \cdot \cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \cdot \cos \alpha_z + y \cdot \cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_y \cdot \sin \alpha_z - z \cdot \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y] \\
\frac{\partial Z}{\partial \alpha_z} &= m \cdot [x \cdot (\sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_z + \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \sin \alpha_z) - y \cdot (\sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_z - \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_z)]
\end{aligned}$$

Die Ausgleichung eines nichtlinearen Gleichungssystems wird im ersten Schritt nach (4.19) für die Näherungswerte (4.83) der unbekannt Parameter durchgeführt. Nach der Einführung der Gewichtsmatrix \mathbf{P}

$$\mathbf{P}_{3n \times 3n} = \begin{pmatrix} p_{x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{y_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{z_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{x_n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{y_n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{z_n} \end{pmatrix} \quad (4.86)$$

wird der Lösungsvektor \mathbf{x} in einem iterativen Verfahren mit immer neuen, nach jeder Iteration aktualisierten Näherungswerten bestimmt (zur Definition der Gewichte p_{x_i} , p_{y_i} , p_{z_i} siehe Kapitel 5.4). Als Abbruchkriterium gilt, dass sich der Lösungsvektor in zwei aufeinander folgenden Berechnungsschritten nicht mehr wesentlich ändert. Die gesuchten Transformationsparameter X_0 , Y_0 , Z_0 , m , α_x , α_y und α_z sind:

$$\begin{aligned}
X_0 &= X_0^0 + dX_0 & \alpha_x &= \alpha_x^0 + d\alpha_x \\
Y_0 &= Y_0^0 + dY_0 & m &= m^0 + dm & \alpha_y &= \alpha_y^0 + d\alpha_y \\
Z_0 &= Z_0^0 + dZ_0 & \alpha_z &= \alpha_z^0 + d\alpha_z
\end{aligned} \quad (4.87)$$

Wird das Zielkoordinatensystem als rechtsdrehendes räumliches System festgelegt, in welchem die X-Achse östlich, Y-Achse nördlich und die Z-Achse nach oben verläuft, kann der Drehwinkel α_z als Abweichung des Reliefs von der Nordrichtung der modernen Karte interpretiert werden (positiv im Gegenuhrzeigersinn definiert).

Der Gewichtseinheitsfehler s_0 sowie die nach den Koordinatenachsen getrennten mittleren Restfehler s_x , s_y und s_z ergeben sich aus

$$s_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}}{3 \cdot n - u}} \quad s_x = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{n - u}} \quad s_y = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{n - u}} \quad s_z = \sqrt{\frac{\mathbf{v}_z^T \cdot \mathbf{P}_z \cdot \mathbf{v}_z}{n - u}} \quad (4.88)$$

mit n Anzahl der identischen Punkte
 u Anzahl Unbekannte, hier $u = 7$

Zur Bestimmung des Gewichtseinheitsfehlers s_0^{Relief} sowie der nach den Koordinatenachsen getrennten mittleren Restfehler im Reliefkoordinatensystem werden die Gleichungen (4.88) durch den Massstab m dividiert:

$$s_0^{Relief} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}}{3 \cdot n - u}} \quad (4.89)$$

$$s_x^{Relief} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{n - u}} \quad s_y^{Relief} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{n - u}} \quad s_z^{Relief} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_z^T \cdot \mathbf{P}_z \cdot \mathbf{v}_z}{n - u}}$$

Der mittlere räumliche Punktfehler s_{xyz} berechnet sich analog zu (3.3) wie folgt:

$$s_{xyz} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 + s_z^2} \quad (4.90)$$

Die Formel für die Bestimmung des mittleren Lagefehlers s_{xy} , der mit dem mittleren Lagefehler s_{xy} eines zweidimensionalen Punktfeldes vergleichbar ist, lautet (in Übereinstimmung mit (4.27)):

$$s_{xy} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad (4.91)$$

Die Genauigkeit der unbekannt Parameter wird aus der Kofaktorenmatrix $\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$ bestimmt:

$$\begin{aligned} s_{X_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{11}} & s_{\alpha_x} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{55}} \\ s_{Y_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{22}} & s_m &= s_0 \cdot \sqrt{q_{44}} & s_{\alpha_y} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{66}} \\ s_{Z_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{33}} & & & s_{\alpha_z} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{77}} \end{aligned} \quad (4.92)$$

Die räumliche Ähnlichkeitstransformation ist von fundamentaler Bedeutung für die Photogrammetrie, da sie funktional identisch ist mit der Zentralprojektion des Raumes. Somit bildet sie die Grundlage zur Herstellung des Bezugs zwischen Bild- und Objektkoordinaten. Bei den Untersuchungen von historischen Reliefs eignet sie sich hingegen nur für spezielle Fragestellungen. Der Nachteil eines einheitlichen Massstabfaktors in allen drei Koordinatenrichtungen wiegt im Allgemeinfall infolge der Fehler bei der Höhenmessung oder aufgrund einer bewussten und gewollten Reliefüberhöhung besonders schwer.

4.2.2 Räumliche 9-Parameter Transformation

Die Gleichungen der räumlichen 9-Parameter Transformation definieren die Beziehung zwischen dem Ausgangs- (x, y, z) und Zielsystem (X, Y, Z) wie folgt:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + m_x \cdot (r_{11} \cdot x + r_{12} \cdot y + r_{13} \cdot z) \\ Y &= Y_0 + m_y \cdot (r_{21} \cdot x + r_{22} \cdot y + r_{23} \cdot z) \\ Z &= Z_0 + m_z \cdot (r_{31} \cdot x + r_{32} \cdot y + r_{33} \cdot z) \end{aligned} \quad (4.93)$$

bzw. in der Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_x \cdot r_{11} & m_x \cdot r_{12} & m_x \cdot r_{13} \\ m_y \cdot r_{21} & m_y \cdot r_{22} & m_y \cdot r_{23} \\ m_z \cdot r_{31} & m_z \cdot r_{32} & m_z \cdot r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.94)$$

mit den Koeffizienten der Rotationsmatrix \mathbf{R} nach (4.81). Die neun unbekannt Parameter entsprechen den neun geometrischen Operationen im dreidimensionalen Raum:

- drei Parallelverschiebungen in Richtung der Koordinatenachsen X_0, Y_0, Z_0 ,
- drei unabhängigen Streckungen in den Koordinatenrichtungen m_x, m_y, m_z
- drei Verdrehungen um die Koordinatenachsen $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$.

Liegen mehr als drei identische Vergleichspunkte mit bekannten 3D-Koordinaten in den beiden Systemen vor, lässt sich eine Ausgleichung nach (4.19) mit der Gewichtsmatrix \mathbf{P} nach (4.86) durchführen. Wie schon bei der ebenen 5-Parameter Affintransformation sowie bei der räumlichen Ähnlichkeitstransformation müssen die Gleichungen (4.93) vorerst durch die Entwicklung in die Taylor-Reihe linearisiert werden. Die Komponenten der Beobachtungsgleichungen lauten dann

$$\mathbf{I}_{3n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 - X_1^0 \\ Y_1 - Y_1^0 \\ Z_1 - Z_1^0 \\ \dots \\ X_n - X_n^0 \\ Y_n - Y_n^0 \\ Z_n - Z_n^0 \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{3n \times 9} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\partial X_1}{\partial m_x} & \frac{\partial X_1}{\partial m_y} & \frac{\partial X_1}{\partial m_z} & 0 & \frac{\partial X_1}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial X_1}{\partial \alpha_y} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\partial Y_1}{\partial m_x} & \frac{\partial Y_1}{\partial m_y} & \frac{\partial Y_1}{\partial m_z} & \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Y_1}{\partial \alpha_z} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\partial Z_1}{\partial m_x} & \frac{\partial Z_1}{\partial m_y} & \frac{\partial Z_1}{\partial m_z} & \frac{\partial Z_1}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Z_1}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Z_1}{\partial \alpha_z} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \frac{\partial X_n}{\partial m_x} & \frac{\partial X_n}{\partial m_y} & \frac{\partial X_n}{\partial m_z} & 0 & \frac{\partial X_n}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial X_n}{\partial \alpha_y} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\partial Y_n}{\partial m_x} & \frac{\partial Y_n}{\partial m_y} & \frac{\partial Y_n}{\partial m_z} & \frac{\partial Y_n}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Y_n}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Y_n}{\partial \alpha_z} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\partial Z_n}{\partial m_x} & \frac{\partial Z_n}{\partial m_y} & \frac{\partial Z_n}{\partial m_z} & \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_x} & \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_y} & \frac{\partial Z_n}{\partial \alpha_z} \end{pmatrix} \mathbf{x}_{9 \times 1} \begin{pmatrix} dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \\ dm_x \\ dm_y \\ dm_z \\ d\alpha_x \\ d\alpha_y \\ d\alpha_z \end{pmatrix} \quad (4.95)$$

Die im Vektor \mathbf{I} auftretenden Glieder X_i^0, Y_i^0, Z_i^0 ergeben sich als Funktionswerte der Grundgleichung (4.93) mit den Näherungswerten der unbekannt Parameter, welche gleich wie im (4.83) gesetzt werden können (mit $m_x = m_y = m_z = m$). Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} besteht aus den partiellen Ableitungen der Grundgleichung (4.93) nach den neun Unbekannten der Trans-

formation. Das Ergebnis der iterativen Ausgleichung sind die Werte $X_0, Y_0, Z_0, m_x, m_y, m_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$

$$\begin{aligned} X_0 &= X_0^0 + dX_0 & m_x &= m_x^0 + dm_x & \alpha_x &= \alpha_x^0 + d\alpha_x \\ Y_0 &= Y_0^0 + dY_0 & m_y &= m_y^0 + dm_y & \alpha_y &= \alpha_y^0 + d\alpha_y \\ Z_0 &= Z_0^0 + dZ_0 & m_z &= m_z^0 + dm_z & \alpha_z &= \alpha_z^0 + d\alpha_z \end{aligned} \quad (4.96)$$

und deren Standardabweichungen aus der Kofaktorenmatrix $\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$

$$\begin{aligned} s_{X_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{11}} & s_{m_x} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{44}} & s_{\alpha_x} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{77}} \\ s_{Y_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{22}} & s_{m_y} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{55}} & s_{\alpha_y} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{88}} \\ s_{Z_0} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{33}} & s_{m_z} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{66}} & s_{\alpha_z} &= s_0 \cdot \sqrt{q_{99}} \end{aligned} \quad (4.97)$$

Für die Genauigkeitsabschätzung wird der Gewichtseinheitsfehler s_0 sowie die mittleren Restfehler in Richtung der Koordinatenachsen s_x, s_y, s_z nach (4.88) mit der Anzahl Unbekannte $u = 9$ berechnet. Für den mittleren räumlichen Punktfehler s_{xyz} und den Lagefehler s_{xy} gilt (4.90) bzw. (4.91). Der Gewichtseinheitsfehler im Reliefraum ergibt sich aus

$$s_0^{\text{Relief}} = \sqrt{\frac{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{m_x^2} + \frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{m_y^2} + \frac{\mathbf{v}_z^T \cdot \mathbf{P}_z \cdot \mathbf{v}_z}{m_z^2}}{3 \cdot n - u}} \quad (4.98)$$

und die entsprechenden, in den Koordinatenachsen getrennten Restfehler sind:

$$s_x^{\text{Relief}} = \frac{1}{m_x} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_x^T \cdot \mathbf{P}_x \cdot \mathbf{v}_x}{n - u}} \quad s_y^{\text{Relief}} = \frac{1}{m_y} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_y^T \cdot \mathbf{P}_y \cdot \mathbf{v}_y}{n - u}} \quad s_z^{\text{Relief}} = \frac{1}{m_z} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{v}_z^T \cdot \mathbf{P}_z \cdot \mathbf{v}_z}{n - u}} \quad (4.99)$$

Die räumliche 9-Parameter Transformation wird in der Geomatik nur selten eingesetzt (eines der wenigen Beispiele vgl. [Schmid und Heggli, 1978]). Eine Anwendung findet sie in den Algorithmen zur Manipulation der graphischen Information [z.B. Ferrante et al., 1991]. Für die Genauigkeitsuntersuchungen von alten Reliefs stellt die 9-Parameter Transformation eine geeignete Lösung dar. Die drei in den Koordinatenrichtungen unabhängigen Massstabsfaktoren berücksichtigen das Verfahren der Reliefentstehung (Vermessung und Modellierung möglicherweise in Lage und Höhe getrennt) und erlauben somit eine zweckmässige Anpassung des Ausgangspunktfeldes an die räumlichen Koordinaten der modernen Kartenwerke. Der Nachteil der 9-Parameter Transformation liegt darin, dass dabei die eventuellen Scherungen der Koordinatenachsen nicht berücksichtigt werden. In manchen Fällen lässt sich daher die optimale Lösung mit der im Weiteren beschriebenen 3D-Affintransformation erzielen.

4.2.3 3D-Affintransformation

Die 3D-Affintransformation zwischen dem Ausgangs- (x, y, z) und Zielsystem (X, Y, Z) ist durch die folgende Grundgleichung definiert:

$$\begin{aligned}
 X &= X_0 + a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z \\
 Y &= Y_0 + d \cdot x + e \cdot y + f \cdot z \\
 Z &= Z_0 + g \cdot x + h \cdot y + i \cdot z
 \end{aligned}
 \tag{4.100}$$

In der Matrizenschreibweise lautet (4.100):

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}
 \tag{4.101}$$

Zur Lösung dieses linearen Systems mit 12 Unbekannten (3 Verschiebungen X_0 , Y_0 , Z_0 sowie 9 Parameter $a - i$) sind mindestens 4 homologe 3D-Punktpaare nötig. Bei überschüssigen Beobachtungen ergibt sich aus der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit den Komponenten \mathbf{I} , \mathbf{A} , \mathbf{x}

$$\mathbf{I}_{3n \times 1} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \dots \\ X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{3n \times 12} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & z_n \end{pmatrix} \mathbf{x}_{12 \times 1} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \end{pmatrix}
 \tag{4.102}$$

und der Gewichtsmatrix \mathbf{P} nach (4.86) der Lösungsvektor \mathbf{x} . Die statistischen Genauigkeitsindikatoren s_0 , s_x , s_y , s_z , s_{xyz} und s_{xy} werden aus (4.88) bis (4.91) mit Anzahl Unbekannte $u = 12$ berechnet.

Die 3D-Affintransformation wird in der Photogrammetrie unter anderem zur Zuordnung von Voxel-Daten nach der Methode der kleinsten Quadrate eingesetzt [3D Least Squares Matching, Maas, 1994]. Auch in der Computergraphik findet sie Anwendung [z.B. Shene, 2003]. Die Fragestellungen in diesen Disziplinen erfordern jedoch lediglich die Punkturnrechnung bzw. Objektmanipulation mit Hilfe der Grundgleichungen (4.100). Es gibt bisher keine Publikation, die sich mit der *Bedeutung* der Parameter $a - i$ und der *Isolierung* der darin enthaltenen Massstäbe, Rotationswinkel und Scherungen befassen würde. Da für die Genauigkeitsuntersuchungen in der Kartographiegeschichte die metrischen Parameter einer alten Aufnahme von besonderem Interesse sind, soll hier detailliert darauf eingegangen werden.

Gegeben die 9 aus der Grundgleichung (4.100) berechneten Parameter $a - i$ werden im Folgenden drei Massstabsfaktoren m_x , m_y , m_z , drei Rotationswinkel α_x , α_y , α_z und drei Sche-

ungswinkel S_{xy} , S_{xz} und S_{yz} gesucht. Die Annahme, dass in den Parametern $a - i$ genau diese Werte enthalten sind, ergibt sich aus der Analogie zu den bisher beschriebenen Transformationen im zwei- und dreidimensionalen Raum.

Die Gleichungen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X} &= \mathbf{R}_{\alpha_x} \cdot \mathbf{x} & \mathbf{X} &= \mathbf{M}_x \cdot \mathbf{x} & \mathbf{X} &= \mathbf{S}_{yz} \cdot \mathbf{x} \\
 \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & -\sin \alpha_x \\ 0 & \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & S_{yz} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.103)$$

beschreiben die Drehung der Ausgangspunktswolke (x, y, z) in das Zielkoordinatensystem (X, Y, Z) um die X-Achse mit dem Winkel α_x gegen den Uhrzeigersinn, die Streckung in der X-Richtung um m_x sowie die Scherung in der YZ-Ebene um den Winkel S_{yz} .

Entsprechend erfolgt die Drehung um die Y-Achse mit dem Winkel α_y , die Skalierung entlang der Y-Achse um m_y und die Scherung in der XZ-Ebene mit dem Winkel S_{xz} . Die Koordinaten der Punktswolke im Zielkoordinatensystem (X, Y, Z) lauten damit jeweils:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X} &= \mathbf{R}_{\alpha_y} \cdot \mathbf{x} & \mathbf{X} &= \mathbf{M}_y \cdot \mathbf{x} & \mathbf{X} &= \mathbf{S}_{xz} \cdot \mathbf{x} \\
 \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \alpha_y & 0 & \sin \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & S_{xz} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.104)$$

Für die Drehung um die Z-Achse mit dem Winkel α_z , der massstäblichen Veränderung entlang der Z-Achse um m_z und der Scherung in der XY-Ebene mit dem Winkel S_{xy} gilt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X} &= \mathbf{R}_{\alpha_z} \cdot \mathbf{x} & \mathbf{X} &= \mathbf{M}_z \cdot \mathbf{x} & \mathbf{X} &= \mathbf{S}_{xy} \cdot \mathbf{x} \\
 \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \alpha_z & -\sin \alpha_z & 0 \\ \sin \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & S_{xy} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.105)$$

Zur Gesamtdrehung \mathbf{R} , Gesamtstreckung \mathbf{M} und Gesamtscherung \mathbf{S} werden die Einzeldrehungen, -streckungen und -scherungen hintereinander ausgeführt:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{\alpha_x} \cdot \mathbf{R}_{\alpha_y} \cdot \mathbf{R}_{\alpha_z} \quad \mathbf{M} = \mathbf{M}_x \cdot \mathbf{M}_y \cdot \mathbf{M}_z \quad \mathbf{S} = \mathbf{S}_{yz} \cdot \mathbf{S}_{xz} \cdot \mathbf{S}_{xy} \quad (4.106)$$

Nach der Multiplikation $\mathbf{R} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{S}$ folgt für die Zielkoordinaten (X, Y, Z) :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & S_{xy} & S_{xz} \\ 0 & 1 & S_{yz} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.107)$$

mit den Elementen der Rotationsmatrix $r_{11} - r_{33}$ nach (4.81).

Die Komponenten der miteinander multiplizierten Matrizen $\mathbf{R} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{S}$ entsprechen den 9 aus der 3D-Affintransformation gewonnenen Parametern $a - i$:

$$\begin{aligned} a &= m_x \cdot r_{11} \\ b &= m_x \cdot S_{xy} \cdot r_{11} + m_y \cdot r_{12} \\ c &= m_x \cdot S_{xz} \cdot r_{11} + m_y \cdot S_{yz} \cdot r_{12} + m_z \cdot r_{13} \\ \\ d &= m_x \cdot r_{21} \\ e &= m_x \cdot S_{xy} \cdot r_{21} + m_y \cdot r_{22} \\ f &= m_x \cdot S_{xz} \cdot r_{21} + m_y \cdot S_{yz} \cdot r_{22} + m_z \cdot r_{23} \\ \\ g &= m_x \cdot r_{31} \\ h &= m_x \cdot S_{xy} \cdot r_{31} + m_y \cdot r_{32} \\ i &= m_x \cdot S_{xz} \cdot r_{31} + m_y \cdot S_{yz} \cdot r_{32} + m_z \cdot r_{33} \end{aligned} \quad (4.108)$$

Mit Hilfe von einigen Substitutionen lassen sich die Gleichungen (4.108) lösen. Für die 9 gesuchten Parameter $m_x, m_y, m_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, S_{xy}, S_{xz}$ und S_{yz} gilt:

$$S_{xy} = \frac{e \cdot d + h \cdot g + a \cdot b}{d^2 + a^2 + g^2} \quad (4.109)$$

$$S_{xz} = \frac{c \cdot a + i \cdot g + f \cdot d}{d^2 + a^2 + g^2} \quad (4.110)$$

$$S_{yz} = \frac{H - I}{(a \cdot h - b \cdot g)^2 + (a \cdot e - b \cdot d)^2 + (d \cdot h - e \cdot g)^2} \quad (4.111)$$

$$\alpha_x = \arctan\left(\frac{B}{C}\right) \quad (4.112)$$

$$\alpha_y = \arctan\left(\frac{A}{B} \cdot \sin \alpha_x\right) \quad (4.113)$$

$$m_z = \frac{A}{\sin \alpha_y} = \frac{B}{\sin \alpha_x \cdot \cos \alpha_y} = \frac{C}{\cos \alpha_x \cdot \cos \alpha_y} \quad (4.114)$$

$$\alpha_z = \arctan\left(\frac{E}{D}\right) = \arctan\left(\frac{G}{F}\right) \quad (4.115)$$

$$m_x = \frac{D}{\cos \alpha_z} = \frac{E}{\sin \alpha_z} \quad (4.116)$$

$$m_y = \frac{F}{\cos \alpha_z} = \frac{G}{\sin \alpha_z} \quad (4.117)$$

mit

$$A = c - a \cdot S_{xz} + a \cdot S_{xy} \cdot S_{yz} - b \cdot S_{yz}$$

$$B = -f + d \cdot S_{xz} - d \cdot S_{xy} \cdot S_{yz} + e \cdot S_{yz}$$

$$C = i - g \cdot S_{xz} + g \cdot S_{xy} \cdot S_{yz} - h \cdot S_{yz}$$

$$D = \frac{a}{\cos \alpha_y} \quad E = \frac{d - a \cdot \sin \alpha_x \cdot \tan \alpha_y}{\cos \alpha_x} \quad G = \frac{a \cdot S_{xy} - b}{\cos \alpha_y} \quad (4.118)$$

$$F = \frac{e - D \cdot \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y \cdot S_{xy} - E \cdot \cos \alpha_x \cdot S_{xy} + G \cdot \sin \alpha_x \cdot \sin \alpha_y}{\cos \alpha_x}$$

$$H = e \cdot f \cdot (g^2 + a^2) + b \cdot c \cdot (g^2 + d^2) + i \cdot h \cdot (a^2 + d^2) - e \cdot d \cdot (i \cdot g + c \cdot a)$$

$$I = e \cdot d \cdot (i \cdot g + c \cdot a) + g \cdot a \cdot (i \cdot b + c \cdot h) + f \cdot d \cdot (h \cdot g + b \cdot a)$$

Die Standardabweichungen der Verschiebungen X_0 , Y_0 und Z_0 ergeben sich direkt aus der Kofaktorenmatrix $\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}$:

$$s_{X_0} = s_0 \cdot \sqrt{q_{11}} \quad s_{Y_0} = s_0 \cdot \sqrt{q_{22}} \quad s_{Z_0} = s_0 \cdot \sqrt{q_{33}} \quad (4.119)$$

Die für die kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen besonders interessanten Standardabweichungen der Massstäbe m_x , m_y , m_z , Rotationswinkel α_x , α_y , α_z und Scherungen S_{xy} , S_{xz} , S_{yz} sind jedoch Funktionen der bereits mit einer Unsicherheit behafteten Parameter $a - i$. Daher müssen die Werte s_{m_x} , s_{m_y} , s_{m_z} , s_{α_x} , s_{α_y} , s_{α_z} , $s_{S_{xy}}$, $s_{S_{xz}}$ und $s_{S_{yz}}$ aus den Diagonalkoeffizienten qf_{11} bis qf_{99} der Kofaktorenmatrix der Funktionen der Unbekannten \mathbf{Q}_f abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} s_{m_x} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{11}} & s_{\alpha_x} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{44}} & s_{S_{xy}} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{77}} \\ s_{m_y} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{22}} & s_{\alpha_y} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{55}} & s_{S_{xz}} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{88}} \\ s_{m_z} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{33}} & s_{\alpha_z} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{66}} & s_{S_{yz}} &= s_0 \cdot \sqrt{qf_{99}} \end{aligned} \quad (4.120)$$

Für die Matrix \mathbf{Q}_f gilt

$$\mathbf{Q}_{f9 \times 9} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}^T \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_{12 \times 12} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (4.121)$$

und die Jacobi-Matrix \mathbf{J} lautet:

$$\mathbf{J}_{9 \times 12} = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_x}{\partial X_0} & \frac{\partial m_x}{\partial Y_0} & \frac{\partial m_x}{\partial Z_0} & \frac{\partial m_x}{\partial a} & \frac{\partial m_x}{\partial b} & \frac{\partial m_x}{\partial c} & \frac{\partial m_x}{\partial d} & \frac{\partial m_x}{\partial e} & \frac{\partial m_x}{\partial f} & \frac{\partial m_x}{\partial g} & \frac{\partial m_x}{\partial h} & \frac{\partial m_x}{\partial i} \\ \frac{\partial m_y}{\partial X_0} & \frac{\partial m_y}{\partial Y_0} & \frac{\partial m_y}{\partial Z_0} & \frac{\partial m_y}{\partial a} & \frac{\partial m_y}{\partial b} & \frac{\partial m_y}{\partial c} & \frac{\partial m_y}{\partial d} & \frac{\partial m_y}{\partial e} & \frac{\partial m_y}{\partial f} & \frac{\partial m_y}{\partial g} & \frac{\partial m_y}{\partial h} & \frac{\partial m_y}{\partial i} \\ \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial X_0} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial Y_0} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial Z_0} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial a} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial b} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial c} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial d} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial e} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial f} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial g} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial h} & \frac{\partial \ddot{s}_{xz}}{\partial i} \\ \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial X_0} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial Y_0} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial Z_0} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial a} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial b} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial c} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial d} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial e} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial f} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial g} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial h} & \frac{\partial \ddot{s}_{yz}}{\partial i} \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

Die in der Jacobi-Matrix enthaltenen partiellen Ableitungen der Funktionen (4.109) – (4.117) nach den 12 Unbekannten der 3D-Affintransformation $X_0, Y_0, Z_0, a - i$ sollen am besten mit Hilfe von symbolischer Algebra in einer Mathematik-Software berechnet werden (Matlab, Maple, Mathematica). Diese Systeme erlauben meistens auch eine Konversion der errechneten Differentialgleichungen in diverse externe Programmiersprachen.

Das Ergebnis der Massstabs-, Drehwinkel- und Scherungswinkelbestimmung mit der 3D-Affintransformation ist dann:

$$\begin{array}{lll} m_x \pm s_{mx} & \alpha_x \pm s_{\alpha x} & S_{xy} \pm s_{S_{xy}} \\ m_y \pm s_{my} & \alpha_y \pm s_{\alpha y} & S_{xz} \pm s_{S_{xz}} \\ m_z \pm s_{mz} & \alpha_z \pm s_{\alpha z} & S_{yz} \pm s_{S_{yz}} \end{array} \quad (4.123)$$

Die Dreh- und Scherungswinkel in (4.123) haben folgende Bedeutung:

- α_z ist die Abweichung des Reliefs von der Nordrichtung der modernen Karte, positiv im Gegenuhrzeigersinn definiert (analog zur 3D-Ähnlichkeits- und räumlichen 9-Parameter Transformation),
- α_x und α_y sind die Kippwinkel des Reliefs um die X- bzw. Y-Achse,
- S_{xy} ist die Abweichung des Reliefs vom rechten Winkel in der horizontalen Ebene (analog zur 6-Parameter Affintransformation, vgl. Abb. 4-2),
- S_{xz} und S_{yz} sind Abweichungen der Reliefvertikale von der Z-Achse und können als „Kippen der Berge“ in Richtung der X- bzw. Y-Achse interpretiert werden.

Die Reliefs, deren horizontale Dimensionen den maximalen Höhenunterschied deutlich überschreiten, weisen eine grosse Unsicherheit der Massstabsbestimmung in der Z-Richtung auf (vgl. Standardabweichungen der Massstäbe s_{mx} , s_{my} und s_{mz} im Anhang B1). Der gleiche Effekt zeigt sich bei den Scherungswinkeln in der XZ- und YZ-Ebene: Die Standardabweichungen $s_{S_{xz}}$ und $s_{S_{yz}}$ sind um ein Vielfaches grösser als der Wert von $s_{S_{xy}}$. Dies ein erster Hinweis darauf, dass die Scherungswinkel S_{xz} und S_{yz} keinen signifikanten Einfluss auf das System haben und können vernachlässigt werden. Anhand der numerisch ermittelten *Bestimmbarkeit* und *Signifikanz* von Scherungswinkeln kann die Entscheidung getroffen werden, ob zur Genauigkeitsuntersuchung eines alten Reliefs die 3D-Affintransformation oder die räumliche 9-Parameter Transformation eingesetzt werden soll.

Um einen Aufschluss über die *Bestimmbarkeit* der ausgeglichenen Unbekannten (hier der Scherungswinkel S_{xy} , S_{xz} und S_{yz}) und somit auch über die Güte des funktionalen Modells (4.107) zu bekommen, werden zunächst die Korrelationen zwischen den Parametern m_x , m_y , m_z , α_x , α_y , α_z und S_{xy} , S_{xz} , S_{yz} folgendermassen berechnet:

$$\rho_{ij} = \frac{k_{ij}}{s_i \cdot s_j} \quad \text{mit} \quad k_{ij} = s_0^2 \cdot qf_{ij} \quad (4.124)$$

mit ρ_{ij} Korrelationskoeffizient zwischen dem Parameter i und j
 s_i, s_j Standardabweichung der Parameter i und j nach (4.120)
 k_{ij} Element i, j der Kovarianzmatrix $\mathbf{K} = s_0^2 \cdot \mathbf{Q}_f$ mit \mathbf{Q}_f nach (4.121)
 s_0 Gewichtseinheitsfehler nach (4.88) mit $u = 12$
 i, j Index der Parameter $m_x, m_y, m_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}$

Hohe Korrelationskoeffizienten (über etwa 0,85) deuten auf eine lineare Abhängigkeit zwischen den Parametern hin und sollen vermieden werden. Sind die Werte von ρ_{ij} klein – was meistens bei allen Parametern der 3D-Affintransformation zutrifft – kann der sogenannte t-Test zur Überprüfung der *Signifikanz* von S_{xy} , S_{xz} und S_{yz} eingesetzt werden.

Beim t- oder Student-Test zur statistischen Hypothesenprüfung wird geprüft, ob eine Teststatistik im Vertrauensbereich der t-Verteilung liegt. Da der Sollwert der Scherungswinkel S_{xy} , S_{xz} und S_{yz} bekannt und gleich Null ist, ergeben sich die Teststatistiken t aus den einfachen Formeln

$$t_{S_{xy}} = \frac{S_{xy}}{s_{S_{xy}}} \quad t_{S_{xz}} = \frac{S_{xz}}{s_{S_{xz}}} \quad t_{S_{yz}} = \frac{S_{yz}}{s_{S_{yz}}} \quad (4.125)$$

Die Werte $t_{S_{xy}}$, $t_{S_{xz}}$ und $t_{S_{yz}}$ sind mit den kritischen Werten von t zu vergleichen. Diese können für eine bestimmte Anzahl von Freiheitsgraden sowie für die gewählte Sicherheitswahrscheinlichkeit einer Tabelle aus der Statistikkliteratur [z.B. Böhm et al., 1990] entnommen werden. Bei der 3D-Affintransformation wird als Anzahl von Freiheitsgraden die Redundanz r

$$r = 3 \cdot n - u \quad (4.126)$$

mit Anzahl identischer Punkte n und Anzahl Unbekannte $u = 12$ gesetzt. Für die Redundanz r und Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % (entspricht dem Hypothesenniveau von $\alpha = 5$ %) liegen die kritischen Werte von t ungefähr bei

- $t = 2,57$ bis $t = 2,02$ für $r = 5$ bis $r = 59$
- $t = 2,00$ für r zwischen 60 und 99,
- $t = 1,98$ für r zwischen 100 und 500,
- $t = 1,97$ für r zwischen 501 und 999,
- $t = 1,96$ für r zwischen 1000 und ∞ .

Ist der aus (4.125) ermittelte absolute Wert von $t_{S_{xy}}$, $t_{S_{xz}}$ oder $t_{S_{yz}}$ grösser als der kritische Wert von t aus der Tabelle, gilt die getestete Grösse als signifikant und soll bei der Transformation bestimmt werden. Andertfalls hat die getestete Grösse keinen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse und kann vernachlässigt werden (bei kleinen Korrelationen); die Hypothese wird mit der Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % verworfen.

Die Entscheidung, welche der beiden Transformationen (Kapitel 4.2.2 oder Kapitel 4.2.3) die optimale Lösung zur Genauigkeitsanalyse eines alten Reliefs bietet, lässt sich also anhand der Analyse der Bestimmbarkeit und Signifikanz der Scherungswinkel S_{xy} , S_{xz} und S_{yz} folgendermassen treffen:

- Grosse Korrelationen zwischen den Scherungswinkeln und den restlichen Parametern deuten darauf, dass die Scherungswinkel nicht zuverlässig bestimmbar sind und einen negativen Einfluss auf die restlichen Transformationsergebnisse haben können. In diesem (bei den alten Reliefs seltenen) Fall soll auf die 9-Parameter Transformation zurückgegriffen werden.
- Bei kleinen Korrelationen lässt sich der t-Test zur Ermittlung der Signifikanz von Scherungswinkeln durchführen. Zeigt sich dabei mindestens einer der drei Scherungswinkel als signifikant, stellt die 3D-Affintransformation die optimale Lösung dar. Sind alle drei Scherungswinkel nicht signifikant, kann anstatt der 3D-Affintransformation die räumliche 9-Parameter Transformation eingesetzt werden.

4.3 Einfluss der Kartenabbildung auf die Genauigkeitsanalyse

Bei den bisher beschriebenen Analysemethoden werden Distanzen oder kartesische Koordinaten einer alten Aufnahme mit der modernen Karte in Bezug gebracht. Diese Werte stimmen jedoch mit den im Gelände ermittelten Distanzen und geographischen Koordinaten nicht genau überein, da aufgrund der Kartenabbildung in die Ebene Längen-, Winkel- und Flächenverzerrungen entstehen. In den folgenden Absätzen werden diese Deformationen bei den modernen (Kapitel 4.3.1) sowie bei den alten Kartenwerken (Kapitel 4.3.2) näher untersucht.

4.3.1 Moderne Kartenwerke

In der modernen Kartographie wird je nach Region, Kartenmassstab und -zweck die geeignete Abbildung gesucht. Dabei erfolgt zunächst die Definition einer mathematisch beschreibbaren Bezugsfläche (Kugel, Rotationsellipsoid). Danach werden die Punkte der Bezugsfläche mittels Abbildungsgleichungen den Punkten in der Kartenebene zugeordnet. Für Landesvermessungen sind insbesondere winkeltreue Abbildungen sinnvoll, weil die auf der Erdoberfläche gemessenen Winkel praktisch unverändert in die Ebene übertragen werden können. Da die Lage der Kartenebene der Form und der Grösse des Aufnahmegebiets angepasst wird, sind die Distanz- und Flächenverzerrungen der modernen Landkarten relativ klein.

Als Beispiel folgt die Berechnung der Längenverzerrung der Schweizerischen Landeskarte [Chaperon, 1996]. Die Vermessungsgrundfläche – das Ellipsoid von Bessel – wird im ersten Schritt auf eine Gauss'sche Kugel mit mittlerem Radius $R = 6378,8$ km winkeltreu abgebildet. In einem zweiten Schritt werden die Kugelpunkte auf einen umhüllenden, schief liegenden Zylinder projiziert, der anschliessend in die Ebene abgewickelt wird (schiefachsige Mercator-Projektion). Der Berührungskreis des Zylinders verläuft durch das Projektionszentrum – die alte Sternwarte in Bern – und ist rechtwinklig zum geographischen Meridian. Aus den Abbildungsgleichungen der Mercator-Projektion lässt sich folgende Formel für die Längenverzerrung δ_L der Schweizerischen Landeskarte ableiten:

$$\delta_L = d\bar{s} - ds \approx \frac{X_M^2}{2 \cdot R^2} \cdot ds \quad (4.127)$$

mit	$d\bar{s}$	Linienelement auf der Kugel
	ds	das entsprechende Linienelement auf dem Zylinder
	X_M	Mittelwert der X-Koordinaten von Linienanfangs- und Endpunkt in [km]
	R	Kugelradius $R = 6378,8$ km

Bei den X-Koordinaten der Landeskarte von $X_{M \min} = 74$ km bis $X_{M \max} = 302$ km ergibt sich für die Distanz von 5 km die Längenverzerrung δ_L von 0,34 m bis 5,60 m. Analog zu allen anderen winkeltreuen Abbildungen ist diese Verzerrung in jedem Punkt unabhängig von der Ausrichtung der gemessenen Strecke.

Wie das Beispiel der Schweizerischen Landeskarte zeigt, ist die Längenverzerrung δ_L der modernen Karten im Vergleich mit der Genauigkeit von Altkarten (Gewichtseinheitsfehler s_0 meist weit über 100 m) um wenigstens eine Dezimalpotenz kleiner. Somit können die modernen Karten als fehlerfrei angenommen werden, denn deren Deformationen sind für die kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen vernachlässigbar.

4.3.2 Altkarten und Reliefs

Auch Altkarten und Reliefs sind auf der Basis von Messungen oder Schätzungen auf der gekrümmten Erdoberfläche entstanden. Der damalige Kartograph machte sich jedoch in der Regel keine Gedanken über eine möglichst korrekte Abbildung seines Aufnahmegebiets in die Kartenebene. Die Geländepunkte wurden meistens einfach massstäblich verkleinert auf das Kartenblatt eingetragen (möglicherweise unter Berücksichtigung der Erdkrümmung, vgl. Kapitel 6.3). Das resultierende alte topographische Werk ist somit unter anderem auch mit den Unstimmigkeiten behaftet, welche durch die unzureichende Kartenabbildung verursacht wurden.

Im Beitrag [Beineke, 2001] beschäftigt sich der Autor erstmals mit der Bestimmung adäquater (vermuteter) Netzentwürfe für Altkarten und leitet Gleichungen der sogenannten mitabstandstreuen Zylinder- sowie der Trapezabbildung ab. Die in der Altkarte gemessenen kartesischen Koordinaten werden mit Hilfe der Abbildungsgleichungen (kartesische Koordinaten x, y als Funktionen der geographischen Koordinaten λ, φ) in neue Werte umgerechnet. Die Verifizierung der angenommenen Altkartenabbildungen erfolgt anhand der Graduierung des Kartenrahmens oder über die identischen Kartenpunkte.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf die Definition der Altkartenabbildungen nicht eingegangen. Die der Altkarte bzw. dem Relief entnommenen kartesischen Koordinaten gehen unverändert in die Auswertung ein. Das alte Werk wird in seiner ursprünglichen Form, also mit allen darin enthaltenen Fehlerquellen für die Genauigkeitsanalyse verwendet. Somit werden die Ergebnisse durch ungenügend abgestützte Hypothesen nicht beeinträchtigt.

4.4 Weitere Methoden und Forschungsbedarf

Die in den Abschnitten 4.1 und 4.2 beschriebenen Verfahren stellen das elementare Werkzeug für die Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs dar. Basierend auf einer Anzahl homologer Punkte bzw. Strecken liegen sämtliche metrischen Parameter des untersuchten Werkes als Ergebnis vor. Für die kartographiegeschichtliche Forschung ist aber auch eine ganze Reihe

von weiteren Methoden von Bedeutung. Es handelt sich dabei um Verfahren zur Behandlung von praktischen Aspekten der Analysen (Datenerfassung, Projektworkflow etc.), zur Unterstützung der kartographiegeschichtlichen Interpretation der Ergebnisse (Visualisierung) sowie um Ansätze zur quantitativen Untersuchung von weiteren Karten- bzw. Reliefobjekten. In den nächsten Kapiteln wird auf den aktuellen Forschungsstand in diesen Bereichen eingegangen und der Forschungsbedarf für die vorliegende Arbeit wird umrissen.

4.4.1 Datenerfassung für die Genauigkeitsanalysen

Bei den Genauigkeitsanalysen von Altkarten werden die zur Untersuchung nötigen Punktkoordinaten traditionell durch punktweise Digitalisierung mit einem Erfassungsgerät (Digitizer) gewonnen. Nach Abschluss der Datenerfassung stehen kartesische oder geographische Koordinaten der im Voraus ausgewählten Orte der Altkarte sowie die korrespondierenden modernen Ortskoordinaten zur Verfügung. Dieses Vorgehen ist rein manuell und daher sehr zeitaufwändig und fehleranfällig. Da die anschließenden Berechnungen ohnehin im Computer verlaufen, wäre es wünschenswert, die Erfassung der identischen Punkte ebenfalls in die digitale Bearbeitung am Computerbildschirm einzubeziehen. Zwar bleibt die Wahl der geeigneten Punkte weiterhin eine manuelle Operation, sie wird jedoch durch die Computerstützung deutlich beschleunigt und Erfassungs- sowie Übertragungsfehler können vermieden werden. Eines der wenigen in der Literatur auffindbaren Beispiele zu diesem Thema liefert die Arbeit von [Balletti et al., 2000]: Die Autoren entwickelten ein System zur geometrischen Analyse von Altkarten inklusive interaktiver Erstellung von Koordinatenlisten. Ein ähnlicher Ansatz zur Rohdatenerfassung am Computerbildschirm, der in den gesamten Projektworkflow vorteilhaft eingebettet werden kann, wird in Kapitel 5.4 der vorliegenden Arbeit beschrieben. Das Verfahren kann zudem gleichermassen zur Erfassung der dreidimensionalen Reliefkoordinaten x , y , z sowie von den heutigen Punkten X , Y , Z eingesetzt werden. Die Voraussetzung dafür ist, dass das zu untersuchende Relief für die Genauigkeitsanalyse in digitaler Form vorliegt.

4.4.2 Visualisierung von Genauigkeitsanalysen

Die numerischen Ergebnisse der Altkartenuntersuchungen sind unanschaulich und können als solche nicht zufriedenstellend interpretiert werden. Aufgrund dieser Tatsache entstanden verschiedene Hilfsmittel zur visuellen Beurteilung der Genauigkeit von Altkarten, unter anderem Fehlervektoren (Differenzen zwischen der Ist- und Soll-Lage der identischen Punkte nach einer ausgleichenden Transformation), Isodeformaten (Linien gleicher Fehlervektoren) und Verzerrungsgitter (Abbildung eines modernen kartesischen bzw. geographischen Netzes in der Altkarte). Zu den modernen Visualisierungsmitteln zählen Computeranimationen. Dadurch können mittels Überblendung oder Morphing (geometrische Umbildung) die Deformationen einer alten Aufnahme im Vergleich mit der modernen Karte dynamisch dargestellt werden. Ein Überblick über die graphischen Darstellungen der kartographiegeschichtlichen Untersuchungsergebnisse mit dem Schwerpunkt auf dem Einsatz von Verzerrungsgittern ist im Beitrag von [Forstner und Oehrli, 1998] zu finden. Die Autoren fügen ausserdem eine umfangreiche und klassifizierte Publikationsliste hinzu. Aus dem Aufsatz ist ersichtlich, dass viele der Methoden manuell umgesetzt werden oder dass die Einzelheiten der Berechnungen nicht bekannt sind. Einige rechnerische Visualisierungsverfahren, welchen Fehlervektoren, Dreiecksvermaschung und multiquadratische Interpolation zugrunde liegen, sind in der Arbeit von [Beineke, 2001] vorgestellt. Die multiquadratische Interpolation wird auch in [Bretterbauer, 2005] behandelt.

Die Schwäche der oft eingesetzten graphischen Darstellungen liegt einerseits in den ungenügenden Kontrollmöglichkeiten ihrer Richtigkeit, vor allem was die Orientierung der Fehlervektoren betrifft. Andererseits erfordern manche Visualisierungsverfahren eine manuelle Nachbearbeitung der Graphiken zu Präsentationszwecken. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten automatischen Verfahren liefern leicht überprüfbare und anschauliche Visualisierungsprodukte und lassen sich sowohl zur Untersuchung von Altkarten als auch von Reliefs einsetzen.

4.4.3 Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs

Unter Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs wird ein Verfahren verstanden, mit welchem das gesamte, in digitaler Form vorliegende historische Werk in die heutigen Koordinaten umgerechnet wird. Die georeferenzierte Karte bzw. das Relief lässt sich mit den heutigen digitalen Daten überlagern und visuell oder numerisch vergleichen. In der Photogrammetrie und Computergraphik werden Bildtransformationen längst eingesetzt (z.B. Entzerrung). In den kartographiegeschichtlichen Untersuchungen hingegen fanden sie bis vor Kurzem kaum Anwendung. Einige Studien zur geometrischen Korrektur der Altkarten liefern die Beiträge von [Fuse et al., 1998; Shimizu et al., 1999 und Balletti et al., 2000]. Sie beruhen auf einer maschenweisen Affintransformation des Karteninhalts, wobei die Dreiecksmaschen durch eine zuvor berechnete Delauney-Triangulation an den identischen Punkten festgelegt werden. Trotz einigen Vorteilen liegt die Schwäche dieser Methode in der unerwünschten und bei den Altkarten besonders störenden Deformation (Knicken) der ursprünglich geraden Linien an den Dreieckskanten.

In der vorliegenden Arbeit wird das Thema der Georeferenzierung von Altkarten eingehend untersucht. Es wird ein auf globalen Parametern basierendes Verfahren präsentiert und mit der maschenweisen Umrechnung verglichen. Weiter wird ein neuer Ansatz zur Transformation von dreidimensionalen historischen Raster- und Vektordaten entwickelt (Kapitel 5.6).

4.4.4 Vergleich von linien- und flächenförmigen Objekten

Nach der Georeferenzierung ist die alte Aufnahme im gleichen Koordinatensystem wie die modernen Landkarten registriert. Liegen die linien- bzw. flächenförmigen Objekte (Wege, Wasserverläufe, Höhenkurven, Seeufer) der modernen Karte in Vektorform vor, lassen sich diese mit dem georeferenzierten alten Kartenbild gemeinsam darstellen. Bereits eine visuelle Beurteilung der Richtigkeit der im historischen Werk abgebildeten Elemente bietet einen Zusatzwert für die kartographiegeschichtlichen Untersuchungen. Der Forschungsbedarf besteht in der Einbindung der linien- und flächenförmigen Objekte in die numerische Genauigkeitsanalyse. Mit der Entwicklung neuer Verfahren dazu sowie mit der Ableitung weiterer Visualisierungsprodukte befasst sich Kapitel 5.8.

Kapitel 5

Genauigkeitsanalyse des Reliefs und der zugehörigen Altkarten

Das Ziel der kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen ist, allein aus dem Karten- bzw. Reliefinhalt neue Ergebnisse abzuleiten. Im Projekt „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ stehen neben dem photogrammetrisch rekonstruierten Relief einige Altkarten für Analysezwecke zur Verfügung. Die Fragestellungen, die zu Beginn der Arbeiten formuliert wurden – und die bei ähnlichen Projekten gleichermaßen von Interesse sind – betreffen vor allem den vermessungstechnischen, zeitlichen und räumlichen Prozess der Reliefentstehung. Solche Informationen lassen sich am besten durch den Vergleich primärer numerischer Analyseergebnisse (Genauigkeiten, Massstäbe, Drehungen) von mehreren topographischen Werken gewinnen. Dieses Kapitel befasst sich mit den rechnerischen und visuellen Verfahren, die zu verständlichen und möglichst leicht interpretierbaren primären Resultaten führen. Die entwickelten Methoden basieren auf den in den Kapiteln 4.1 und 4.2 dargelegten elementaren Rechenverfahren und bauen auf dem in Kapitel 4.4 spezifizierten Forschungsbedarf auf. In Kapitel 5.1 wird ein Forschungsansatz hergeleitet, der allgemeingültig auf quantitative kartographiehistorische Untersuchungen im zwei- und dreidimensionalen Raum übertragbar ist. Kapitel 5.2 enthält programmspezifische Angaben zur entwickelten Software. Die darauf folgenden Kapitel 5.3 bis 5.9 beschreiben den gesamten Analyseverlauf von der Vorbereitung der Eingangsdaten bis zum flächenhaften Vergleich eines historischen Reliefs mit heutigen Referenzwerten. Dabei wird darauf geachtet, dass alle Verfahren zunächst allgemein vorgestellt werden und erst zum Schluss jedes thematischen Abschnitts exemplarisch auf die im diesen Projekt verwendeten Datensätze eingegangen wird. In Kapitel 5.10 werden die implementierten Funktionen beurteilt und kritisch gewürdigt. Den Rückschlüssen, die aus der Anwendung der Analyseverfahren auf das virtuelle Relief der Urschweiz und die zugehörigen Altkarten gezogen werden konnten, widmet sich das nächstfolgende Kapitel 6.

5.1 Forschungsansatz

Der eingesetzte Forschungsansatz kann als „Kartographiegeschichtliche Genauigkeitsuntersuchung mit visueller Kontrolle“ bezeichnet werden. Die Idee ist, jeden Analyseschritt mehrfach graphisch zu dokumentieren, so dass Implementierungs- und Interpretationsfehler vermieden werden und die Arbeitsabläufe nicht nur für die Fachleute, sondern auch in einem interdisziplinären Rahmen erklärbar und verständlich sind. Die entwickelten Methoden sollen sowohl für Altkarten als auch – im kartographiegeschichtlichen Bereich neu – für dreidimensionale Reliefs zum Einsatz kommen. Die Realisierung soll rechnerisch erfolgen und vom Anfang bis zum Ende in eine digitale Prozesskette am Computerbildschirm eingebunden sein. Das Ablaufschema ist in drei Teile gegliedert: Datenerhebung, Berechnung und Ableitung von Fol-

geprodukt. Wie Abb. 5-1 zeigt, ist die Visualisierung ein integrierter Bestandteil jeder rechnerischen Ermittlung. Die einzelnen Arbeitsschritte sind im Folgenden kurz beschrieben:

(a) Datenerhebung

- Vorbereitung der Eingangsdaten. Da alle anschliessenden Arbeiten im Computer verlaufen, müssen sowohl die zu untersuchenden historischen Kartenwerke als auch die modernen Referenzdaten in digitaler Form vorliegen. Zur Digitalisierung von Altkarten wird meistens ein Scanner eingesetzt. Die Erstellung von Computermodellen alter Reliefs erfolgt mit Hilfe der in Kapitel 3 beschriebenen Rekonstruktionsverfahren. Um einen metrischen Bezug zwischen der Vorlage und deren digitalen Abbildung erstellen zu können, ist die Kenntnis der geometrischen Auflösung aller Bilddaten von Bedeutung.
- Definition der identischen Punkte. Wie bereits in Kapitel 4 erläutert, dienen als identische Punkte die korrespondierenden (homologen) Ortspositionen im historischen und modernen Datensatz. Die Auswahl und Gewichtung von geeigneten identischen Punkten ist der zeitaufwändigste Schritt der gesamten Auswertung. Durch die Computerstützung und visuelle Kontrolle lässt sich das Verfahren der Datenerfassung optimieren.

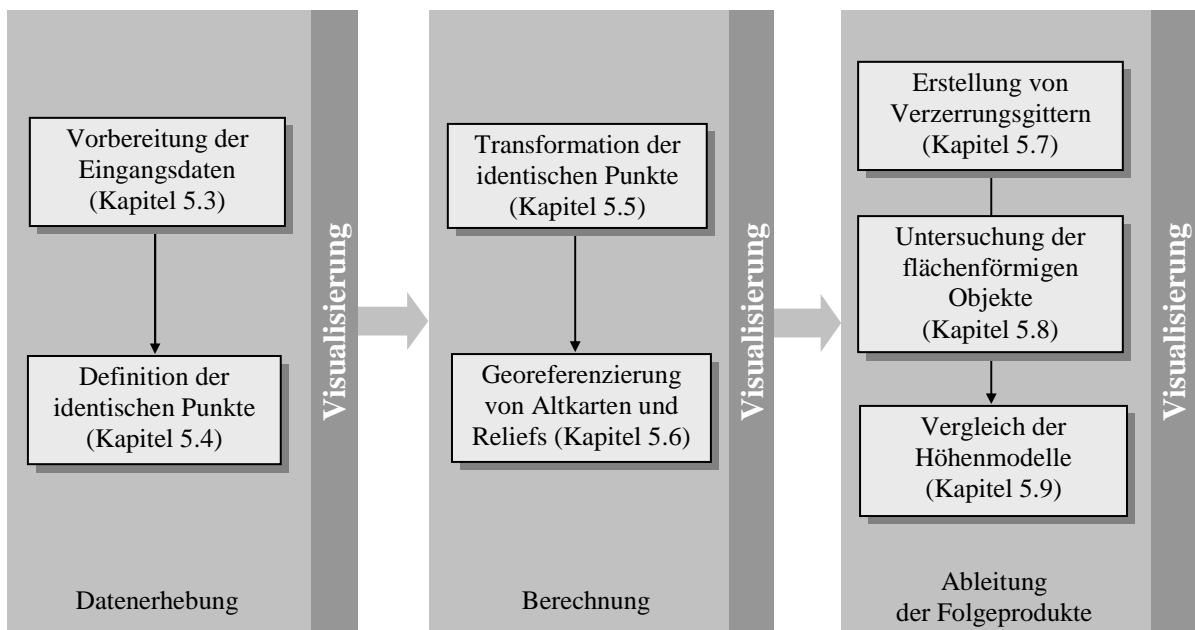


Abb. 5-1: Der Forschungsansatz zur kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsanalyse im zwei- und dreidimensionalen Raum.

(b) Berechnung

- Transformation der identischen Punkte. Das zwei- oder dreidimensionale Punktfeld der Altkarte bzw. des Reliefs wird mittels einer geeigneten Transformation an die entsprechenden Koordinaten des modernen Kartenwerks angepasst. Zur visuellen Überprüfung werden die Fehlervektoren an den identischen Punkten nach Grösse abgestuft dargestellt. Dies geschieht nicht nur im ursprünglichen, sondern neu – nach der im nächsten Schritt beschriebenen Georeferenzierung – ebenfalls im transformierten his-

torischen Datensatz, was zur Kreuzkontrolle der Eingabedaten und Berechnungsalgorithmen dient.

- Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs. Unter Georeferenzierung wird hier die Umrechnung der historischen Bild-, Höhen- und Vektordaten in das moderne Koordinatensystem verstanden. Die Georeferenzierung bedeutet für die kartographiehistorischen Untersuchungen eine wichtige zusätzliche Informationsquelle: Die in das moderne Koordinatensystem transformierten Kartenwerke lassen sich mit heutigen Daten konsistent überlagern und vergleichen. Es werden zwei Verfahren der Georeferenzierung präsentiert und evaluiert.

(c) Ableitung der Folgeprodukte

- Erstellung von Verzerrungsgittern. Als Verzerrungsgitter wird die Abbildung des heutigen Koordinatennetzes in der untersuchten Altkarte bzw. im Relief bezeichnet. Das Verzerrungsgitter ist das wichtigste Visualisierungsprodukt der Genauigkeitsanalyse, denn es gibt die Verformung des Kartenbilds auf einen Blick wieder. In der vorliegenden Arbeit wird ein auf der Delauney-Vermaschung basiertes Berechnungsverfahren beschrieben.
- Untersuchung der flächenförmigen Karten- bzw. Reliefobjekte. Nach der Georeferenzierung liegt die alte Aufnahme im gleichen Koordinatensystem wie die modernen Landkarten vor. Somit lassen sich die Landschaftsmerkmale der Altkarte bzw. des Reliefs mit ihren modernen Darstellungen sowohl visuell als auch rechnerisch vergleichen. Ein neues Verfahren zur quantitativen Untersuchung der Lage- und Formgenauigkeit von flächenförmigen Objekten wird vorgestellt.
- Vergleich der Höhenmodelle. Bei den kartographiehistorischen Untersuchungen im dreidimensionalen Raum interessiert die Frage der *flächenhaften* Genauigkeit eines alten Reliefs (im Gegensatz zu den *punktbasierten* Ergebnissen einer Koordinatentransformation). Da das Relief nach der Georeferenzierung im modernen Koordinatensystem registriert ist, können die gesuchten numerischen Angaben sowie die Visualisierungsprodukte durch eine einfache Subtraktion (nach Interpolation) vom Referenz-Höhenmodell gewonnen werden.

5.2 Die entwickelte Software

Die in den folgenden Kapiteln beschriebenen Verfahren wurden in der Programmiersprache C entwickelt und ursprünglich für das Betriebssystem Unix Solaris kompiliert. Eine Ausnahme waren die Transformationen der Bilddaten (Georeferenzierung), welche im Programmpaket Matlab 5.3 von MathWorks implementiert wurden. Somit konnte auf die darin zur Verfügung stehenden Bildimport- sowie Exportmöglichkeiten zurückgegriffen werden. Diese C- und Matlabprogramme hatten keine graphische Benutzeroberfläche und wurden von der Kommandozeile aus benutzt.

Im zweiten Schritt erfolgte die Portierung der Unix-Programme auf Windows. Ein Grossteil der entwickelten Funktionen kann nun über eine benutzerfreundliche und intuitiv bedienbare Oberfläche aufgerufen werden. Die entstandene Software DiGrid („*Distortion Grid*“) ist im Anhang C beschrieben.

Die Datenerfassung und visuelle Darstellung aller Ergebnisse erfolgt in einem Geographischen Informationssystem (GIS). In der vorliegenden Arbeit wurde für diesen Zweck das System ArcView GIS von ESRI eingesetzt. Grundsätzlich kann aber jedes GIS-, CAD- oder Zeichnungspaket verwendet werden, denn die graphischen Outputs der entwickelten Programme werden im breit unterstützten DXF-Format (Data Exchange Format, vgl. [AutoCAD 2000 DXF Reference, 2005]) gespeichert. Die Datenerfassung und Visualisierung in einem externen Softwaresystem erfordert zwar den Umgang mit Austauschdateien, bietet jedoch im Fall von einem GIS unzählige Vorteile. So können die graphischen Vektorelemente, z.B. die identischen Punkte mit den entsprechenden beschreibenden Angaben (Nummer, Name, Bemerkung) problemlos verknüpft werden, wonach sich beliebige Abfragen und Elementbeschriftungen durchführen lassen. Zu den Standardfunktionen gehören ebenfalls benutzerfreundliche Einstellungen und Änderungen der graphischen Eigenschaften wie der Farbe, des Stils oder der Dicke von dargestellten Linien. In einem GIS stehen ebenfalls diverse Import- und Exportformate für die Arbeit mit Geodaten zur Verfügung, die sich insbesondere für die Integration von modernen digitalen Kartenwerken in die Analyse eignen. Zur Unterstützung der quantitativen Untersuchungen im dreidimensionalen Raum lassen sich digitale Höhenmodelle importieren, in verschiedenen Formen darstellen und bearbeiten. Kurzum, ein GIS eröffnet neuartige Möglichkeiten für die Visualisierung und Analyse der räumlichen Sachverhalte, welche auch für die kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen von Bedeutung sind. Daher wird es im Rahmen der vorliegenden Arbeit als sinnvoll betrachtet, auf die mit grossem Aufwand verbundene Eigenentwicklung zu verzichten und bei der geographischen Informationsvermittlung auf ein darauf spezialisiertes kommerzielles Produkt zurückzugreifen.

5.3 Vorbereitung der Eingangsdaten

Dieses Kapitel befasst sich mit allen Aspekten der Digitalisierung der zur Analyse herangezogenen alten Aufnahmen (Kapitel 5.3.1) sowie der modernen Referenzdaten (Kapitel 5.3.2). Neben dem Scannen wird die Bestimmung der Pixelgrösse, die Einrichtung eines metrischen Bezugsrahmens zwischen der Altkarte und ihrer digitalen Abbildung sowie die Georeferenzierung der modernen Karten behandelt. Im Anschluss darauf folgt die Beschreibung der in dieser Arbeit verwendeten Datensätze (Kapitel 5.3.3).

5.3.1 Historische Kartenwerke als Untersuchungsobjekte

Der erste Schritt der kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsanalysen in ausschliesslich digitaler Umgebung ist die Digitalisierung der zu untersuchenden Vorlagen. Diesem Vorgang muss besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, denn die Qualität aller in der Analyse gewonnenen Ergebnisse hängt direkt davon ab. Bei den Altkarten kann die Digitalisierung in den meisten Fällen mittels eines Scanners erfolgen. Die geometrische Genauigkeit des eingesetzten Systems soll dabei höher sein als die Kartiergenauigkeit der zu scannenden Karte. Wie diverse Tests gezeigt haben, braucht es im Bezug auf diese Anforderung keine besonderen Vorkehrungen, da auch die herkömmlichen preisgünstigen Desktop Scanner eine Genauigkeit von 0,02 – 0,1 mm aufweisen [siehe z.B. Baltsavias, 1996], was für das Scannen von Altkarten (Genauigkeit meist über 1 mm) durchaus ausreicht. Problematisch ist jedoch die Scannergrösse: Das handelsübliche A4- bzw. A3-Format von Desktop Scannern erlaubt es oft nicht, die gesamte Vorlage in einem Scandurchgang zu digitalisieren. Um das Zusammensetzen von

mehreren Teils cans – eine zusätzliche Fehlerquelle – zu vermeiden, soll bei der Digitalisierung von grösseren Altkarten auf Grossformatscanner zurückgegriffen werden, die oft bei Drucktechnik- oder Kartographieunternehmen im Einsatz sind. Dabei ist es empfehlenswert, einen Flachbett- anstelle eines Trommelscanners zu verwenden. Die Grossformatscanner kommen häufiger in der Trommelausführung vor, doch durch die Rotation der auf einer Abtastwalze aufgespannten Vorlage könnte es zur Beschädigung der Altkarte kommen, was insbesondere bei wertvollen Originalen schwerwiegende Folgen haben könnte. Falls das Format der Altkarte die Grösse der verfügbaren Scanner überschreitet, bietet sich die in Kapitel 4.1.2.5 beschriebene projektive Transformation als eine zweckmässige Methode der Digitalisierung. Dabei werden mehrere photographische Bilder der Karte aufgenommen, mittels projektiven Beziehungen (unter Berücksichtigung der trigonometrisch vermessenen Passpunktkoordinaten) in die orthogonale Geometrie umgerechnet und zu einem Gesamtbild zusammengesetzt.

Die Wahl der gewünschten geometrischen Auflösung beim Scannen hängt von der Qualität und Zeichentechnik der zu untersuchenden Altkarte ab. Es soll darauf geachtet werden, dass auch die feinsten Linien in der gescannten Vorlage sichtbar sein müssen. Für die kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen reicht eine Auflösung von 150 bis 350 dpi aus. Erfahrungsgemäss empfiehlt es sich, für Präsentationszwecke (z.B. hochwertiger Druck) die Altkarte in einer höheren Auflösung einzuscannen (bis 500 dpi) und anschliessend die Auflösung zur besseren Handhabung bei der Genauigkeitsanalyse zu reduzieren.

Aus der gewählten geometrischen Auflösung geht die Grösse eines Pixels in metrischen Einheiten, z.B. in Millimeter hervor. Die Kenntnis der Pixelgrösse („Pixelfootprint“) der gescannten Vorlage ist für die Genauigkeitsuntersuchungen in digitaler Umgebung von entscheidender Bedeutung. Sie ist Voraussetzung für die Einrichtung eines metrischen Bezugs zwischen der analogen und gescannten Vorlage, wodurch die digitalisierte Altkarte den entsprechenden Massstab erhält. Bei der bekannten Scanauflösung, z.B. 300 dpi ergibt sich die Pixelgrösse m durch folgende Berechnung:

$$\begin{aligned} \text{Scanauflösung} &= 300 \text{ dpi} = 300 \text{ Dots per Inch} \triangleq 300 \text{ Pixel auf } 25,4 \text{ mm} \\ &\Rightarrow 1 \text{ Pixel entspricht } 0,0847 \text{ mm} \Rightarrow \text{Pixelgrösse } m = 0,0847 \text{ mm} \end{aligned}$$

Im Allgemeinen gilt also:

$$\text{Pixelgrösse } m \text{ [in mm]} = \frac{25,4 \text{ mm}}{\text{Scanauflösung [in dpi]}} \quad (5.1)$$

Bei Altkartenuntersuchungen kann es vorkommen, dass zur Analyse lediglich die (extern) gescannte Karte vorliegt und die Scanauflösung unbekannt ist. Da einige Scanner diese Information in die Bilddatei speichern, lässt sie sich durch die Anzeige in einer Bildverarbeitungssoftware (z.B. in Adobe Photoshop) gewinnen. Wurde die Scanauflösung *nicht* in der Datei gespeichert, gibt Adobe Photoshop standardmässig den Wert von 72 dpi an, was der Bildschirmauflösung entspricht und keinen Bezug zur tatsächlichen Kartenauflösung hat. In diesem Fall muss die für die Analyse erforderliche Pixelgrösse auf eine andere Weise bestimmt werden. Sie ergibt sich aus dem Vergleich einiger identischer Distanzen in der Originalkarte (in Millimeter) und im gescannten Bild (in Pixel). So wie bei der in Kapitel 4.1.1 erläuterten Vergleichsstrecken-Methode zur Massstabsbestimmung von Altkarten müssen die gewählten Distanzen auch hier möglichst lang, unterschiedlich ausgerichtet und unabhängig voneinander sein. Für die gesuchte Pixelgrösse m_i aus dem Vergleich *eines* Streckenpaars gilt

$$d_i \cdot m_i = D_i \Rightarrow m_i = \frac{D_i}{d_i} \quad (5.2)$$

mit	d_i	gemessene Strecke in der digitalen Karte [in Pixel]
	m_i	Pixelgrösse der gescannten Karte aus dem Vergleich eines Streckenpaars [in mm]
	D_i	gemessene Strecke in der analogen Originalkarte [in mm]

Zur Gewinnung einer repräsentativen Pixelgrösse aus *mehreren* (wenigstens 5) Streckenvergleichen kann das gewichtete Mittel m_g nach (4.6) miteinbezogen werden. Sind die Vergleichsstrecken ungefähr gleich lang, genügt es auch, die arithmetische Mittelung der Werte $m_1 \dots m_n$ nach (4.2) einzusetzen.

Zur Speicherung beim Scannen eignet sich am besten das unkomprimierte TIFF-Format, denn die Komprimierung von Altkarten kann entweder Qualitätsverlust oder tiefe Kompressionsraten bedeuten. Zur besseren Handhabung bei der Analyse lässt sich das gescannte TIFF-Bild später mit einer geeigneten Kompression und unter einer strengen Qualitätskontrolle in einem anderen Format speichern. Dabei ist Folgendes zu beachten:

- Die verlustfreie GIF- (bzw. RLE- und LZW-) Kodierung ist zur Komprimierung von Bildern mit scharfen Kanten und wenigen Farben (z.B. amtliche Pixelkarten) bestimmt. Da GIF nur 8 Bits per Pixel speichert, ist die Kompression nur bis 265 Farbwerten verlustfrei. Bei Echtfarbbildern sind die Kompressionsraten klein oder sogar negativ (d.h. komprimiertes Bild wird grösser als das Original). Dies gilt oft auch für die in Kupfer gestochenen Altkarten.
- Das verlustbehaftete JPEG-Format zeichnet sich durch eine grosse Leistungsfähigkeit für Echtfarbbilder (z.B. aquarellierte Altkarten oder Relief-Orthobilder) aus. Die Speicherung erfolgt für 24 Bits per Pixel (d.h. 16 Millionen Farben) und die Kompressionsraten sind hoch und steuerbar. Für Pixelkarten, gravierte Altkarten oder Binärbilder ist die JPEG-Kompression hingegen nicht geeignet. Die Datenreduktion durch die Änderungen in der Farbe und Sättigung hinterlässt bei diesen Bildern Spuren. Um eine störende Blockbildung von 8x8 Pixel zu vermeiden, sollen die Altkarten für Messzwecke mit einem kleinen Kompressionsfaktor gespeichert werden.

Nachdem die Altkarte gescannt wurde und ihre Pixelgrösse vorliegt, bleibt in der Vorbereitungsphase ein letzter Schritt: die Referenzierung der gescannten Karte im Bezug auf die analoge Vorlage. Die Bedeutung dieses Verfahrens liegt in der Möglichkeit, die Bildmessung und spätere Überlagerung mit den graphischen Outputs der Genauigkeitsanalyse in Millimeter anstatt in Pixel durchführen zu können, was zur besseren visuellen Kontrolle der Arbeitsabläufe und Resultate führt. Bei allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Altkartenuntersuchungen hat sich das einfache Konzept der Referenzierung bewährt, welches sich mittlerweile als einer der wenigen Standards im Geodatenbereich etablierte. Dabei wird zu jedem Bild eine zusätzliche 6-zeilige ASCII-Datei erstellt. Die 6 Zeilen entsprechen den 6 Parametern der Affintransformation (Kapitel 4.1.2.3) in folgender Reihenfolge:

- Pixelgrösse in X-Richtung (für die Altkarten meistens in Millimeter; entspricht dem Massstab m_x),
- Rotation um die X-Achse (bei der Referenzierung von Altkarten immer Null),
- Rotation um die Y-Achse (bei der Referenzierung von Altkarten immer Null),

- Negative Pixelgrösse in Y-Richtung (gleicher Wert wie in der ersten Zeile, nur mit dem negativen Vorzeichen; entspricht dem Massstab m_y),
- Verschiebung in X-Richtung (nach Osten): X-Koordinate der Mitte des linken oberen Pixels. Sie wird in gleichen Einheiten wie die Pixelgrösse angegeben. Zur Referenzierung von Altkarten soll der Wert zweckmässig so gewählt werden, dass bei der Bildmessung keine negativen Werte vorkommen.
- Verschiebung in Y-Richtung (nach Norden): Y-Koordinate der Mitte des linken oberen Pixels, zweckmässig gewählt, in gleichen Einheiten wie die Pixelgrösse.

Die beschriebene 6-Zeilige Referenzierungsdatei muss den gleichen Namen wie das Bild tragen und eine bestimmte Endung besitzen. Da die Datei auch als „World File“ bezeichnet wird, wird in der Extension zum Bildformat der Buchstabe „w“ angehängt (*.tifw, *.jpgw, *.bmpw usw.). Bei Systemen mit der 8.3-Namenskonvention werden jeweils nur der erste und der dritte Buchstabe des Bildformats genommen (*.tifw, *.jgw, *.bpw usw.).

Wird im gleichen Verzeichnis, in welchem das Bild vorliegt, auch die dazu gehörende Referenzierungsdatei gefunden, erfolgt die Referenzierung automatisch. Das Bild bleibt dabei unverändert, die einzige Modifikation bezieht sich auf die Koordinatenanzeige und Bildmessung, die nun in metrischen Einheiten anstatt in Pixel verlaufen. Natürlich funktioniert das Verfahren nur in Systemen, die das durch die Firma ESRI eingeführte Konzept unterstützen. Dazu gehören die meisten kommerziellen GIS-Programme und zunehmend auch Eigenentwicklungen in der Forschung. Die Hauptanwendung dieses Konzepts liegt dabei in der Georeferenzierung, also in der exakten Positionierung einer Bilddatei im gewählten Landeskoordinatensystem (vgl. Kapitel 5.3.2). Eine andere Möglichkeit der (Geo)Referenzierung ist die Verwendung des GeoTIFF-Formats, bei welchem die entsprechende Information direkt in der Bilddatei gespeichert wird. Doch die Erstellung von GeoTIFF-Bildern hat sich bisher in einem interdisziplinären Rahmen kaum kommerziell durchgesetzt. Abb. 5-2 zeigt das Prinzip der hier erläuterten Referenzierung einer gescannten Altkarte in Bezug auf das analoge Original.

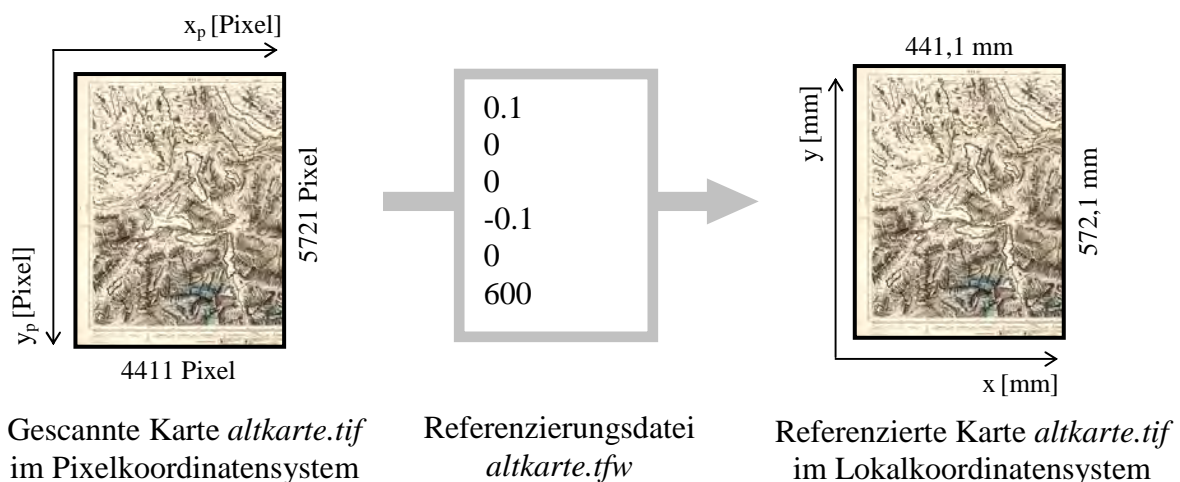


Abb. 5-2: Referenzierung einer gescannten Altkarte mit einer Pixelgrösse von 0,1 mm im Bezug auf die analoge Vorlage. Die letzten zwei Werte der Referenzierungsdatei (Koordinaten der Mitte des linken oberen Pixels: 0 und 600 mm) wurden so gewählt, damit sich bei der Bildmessung in der referenzierten Karte nur positive Koordinatenwerte ergeben.

Die bisherigen Ausführungen befassten sich mit den Altkarten und deren Aufbereitung für die Genauigkeitsanalyse in einer rein digitalen Umgebung. Die alten Reliefs, die vorhergehend

digital rekonstruiert wurden, liegen meistens bereits in der erforderlichen Form vor. Für die weiteren Untersuchungen sind ein digitales Höhenmodell (DHM) in einem regelmässigen ASCII-Rasterformat, ein Orthobild inklusive der entsprechenden Referenzierungsdatei sowie – gegebenenfalls – strukturierte Vektordaten in einem der üblichen Geoformate (DXF, SHP, codierte ASCII-Koordinatenliste) notwendig. Falls bei der Orthobildberechnung die Referenzierungsdatei nicht automatisch generiert wurde, lässt sie sich mit Hilfe der bekannten Pixelgrösse nachträglich erstellen. Dabei muss beachtet werden, dass im Gegensatz zu Altkarten die zwei letzten Zeilen nicht beliebig gewählt werden dürfen. Damit das Orthobild korrekt über das DHM gelegt werden kann, müssen sie exakt der X- und Y-Koordinate der Mitte des linken oberen Pixels im vorhandenen Koordinatensystem entsprechen (vgl. dazu Abb. 5-3).

5.3.2 Moderne Kartenwerke als Referenzdaten

So wie die Altkarten und Reliefs muss auch das bei der Genauigkeitsanalyse als fehlerfrei betrachtete moderne Kartenmaterial in digitaler Form vorliegen. Zu den modernen Kartenwerken zählen vor allem amtliche topographische Karten, digitale Höhenmodelle und digitale Vektordaten. Der Massstab der verwendeten modernen Karten soll annähernd dem Massstab der zu untersuchenden historischen Daten entsprechen oder grösser sein, damit genügend gemeinsame Ortslagen vorliegen. Ist der Altkarten- bzw. Reliefmassstab unbekannt, lässt er sich für diesen Zweck ausreichend genau aus dem Vergleich einiger identischer Strecken ermitteln (Kapitel 4.1.1).

Für die Genauigkeitsanalyse soll auf jeden Fall auf die bereits digital vorhandenen topographischen Karten – sogenannten Pixelkarten – zurückgegriffen werden. Es sind dies in hoher Auflösung eingescannte farbgetrennte Druckvorlagen (nicht Papierkarten) des analogen Kartenbilds im Rasterformat. Sie werden oft gemeinsam mit der entsprechenden Georeferenzierungsdatei geliefert. Bei den kommerziellen (GIS-)Programmen muss das File im gleichen Verzeichnis wie die digitale Karte vorliegen; ist dies der Fall, so wird die Karte beim Einlesen automatisch in das moderne Landeskoordinatensystem positioniert. Die Koordinatenanzeige erfolgt danach in Natureinheiten. Alle Kartenblätter, die zur Abdeckung des untersuchten Gebiets erforderlich sind, werden nahtlos aneinandergefügt und lassen sich mit anderen digitalen Produkten überlagern. Die Georeferenzierungsdatei kann unter Berücksichtigung der bekannten Eckkoordinaten des Kartenblatts sowie der Pixelgrösse im Gelände sehr einfach erstellt werden (Abb. 5-3).

Die Georeferenzierung von modernen Karten ist nicht zu verwechseln mit der bereits erwähnten und in Kapitel 5.6 detailliert beschriebenen Georeferenzierung von *alten* Karten und Reliefs. Beim modernen Kartenmaterial handelt es sich lediglich um eine Umrechnung der Koordinatenanzeige anhand der Pixelgrösse und der bekannten Koordinaten der Blattecken; die gescannte Karte bleibt dabei unverändert. Bei den alten Kartenwerken hingegen ist in der Regel weder die Pixelgrösse im Gelände noch die Kartenlage im heutigen Koordinatensystem bekannt. Um die Altkarte bzw. das Relief zu georeferenzieren, muss zuerst eine Umrechnung der Bild-, Höhen- sowie Vektordaten erfolgen. Erst danach lassen sich die dabei *neu erstellten* Produkte in einem modernen Koordinatensystem abbilden.

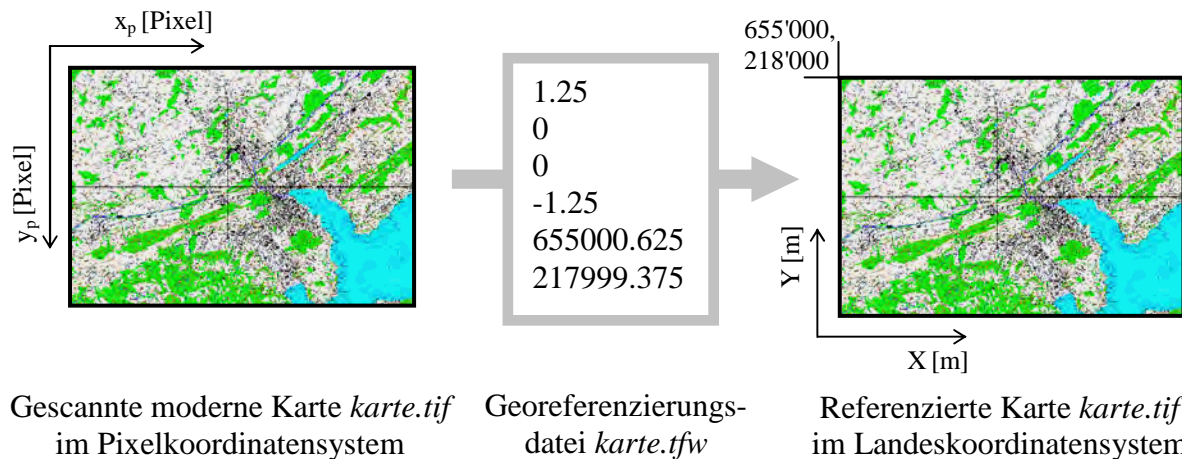


Abb. 5-3: Georeferenzierung einer modernen Karte mit einer Pixelgrösse im Gelände von 1,25 m. Die letzten zwei Werte der Georeferenzierungsdatei – Koordinaten der Mitte des linken oberen Pixels – ergeben sich aus den bekannten Eckkoordinaten des entsprechenden Blatts unter Berücksichtigung der Pixelgrösse.

Für die rechnergestützten Genauigkeitsanalysen von Altkarten und Reliefs ist das Vorhandensein von modernen Daten in Vektorform von Vorteil. Die Vektordaten sind üblicherweise in thematische Ebenen gegliedert (z.B. Strassen- und Gewässernetz, Seekonturen, Bodenbedeckung usw.), zweidimensional und ihr Inhalt und Geometrie beruht auf einer Basiskarte im grossen Massstab. Der Pluspunkt von Vektordaten im Vergleich mit den Rasterdaten ist, dass sie bei der Überlagerung die darunter liegende Ebene nicht überdecken, wodurch die gemeinsame Betrachtung von verschiedenen Datensätzen möglich ist (die halbtransparente Darstellung von Rasterdaten wird hingegen nicht immer unterstützt). Auch die modernen digitalen Höhenmodelle bringen einen entscheidenden Zusatzwert für die kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen mit. Dies gilt nicht nur für die Analysen im dreidimensionalen Raum, wo das Vorhandensein von einem modernen DHM unerlässlich ist, sondern auch für die rechnerischen Untersuchungen von Altkarten. Durch Überlagerung der georeferenzierten Altkarte mit dem DHM in Höhenkurvenform lässt sich beispielsweise der Zusammenhang zwischen den Geländeformen und der Kartengenauigkeit entschlüsseln. Sowohl die modernen Vektordaten als auch DHM sollen das in den alten Kartenwerken abgebildete Gebiet möglichst gut abdecken und in einem der üblichen Geofomate vorliegen.

5.3.3 Verwendete Datensätze

Der in dieser Arbeit verwendete dreidimensionale historische Datensatz, das virtuelle Relief der Urschweiz, wurde in Kapitel 3 ausführlich beschrieben. Es besteht aus einem digitalen Höhenmodell mit einer Maschenweite von 1 cm und einer Genauigkeit von 0,78 mm, einem Orthobild mit einer Pixelgrösse von 0,4 mm und einer strukturierten 3D-Kartierung der Vektorelemente. Unabhängig davon wurden alle im Weiteren beschriebenen Verfahren an einem separat photogrammetrisch rekonstruierten dreidimensionalen Pilotprojektdatensatz getestet. Dieser setzte sich aus einem DHM mit 5 mm Maschenweite sowie aus einem Orthobild mit 0,5 mm Pixelgrösse zusammen.

Die ebenfalls untersuchten, mit dem Relief der Urschweiz in Beziehung stehenden Altkarten sind in der Einleitung zu Kapitel 6 aufgelistet und im Anhang B2 bis B6 detailliert vorgestellt. Es sind dies drei Manuskriptkarten von Pfyffer, eine Nachfolgekarte zum Relief sowie ein Blatt des 1802 erschienenen *Atlas Suisse*. Die für die Genauigkeitsanalyse verwendete Kar-

tenauflösung lag zwischen 90 dpi (Pixelgrösse 0,28 mm) beim aquarellierten *Plan du Canton de Zug* (Anhang B4) und 254 dpi (Pixelgrösse 0,10 mm) bei dem in Kupfer gestochenen *Atlas Suisse* (Anhang B6).

Der moderne Referenzdatensatz wurde für die Projektzwecke vom Bundesamt für Landestopographie unentgeltlich zur Verfügung gestellt. Es handelt sich dabei um Daten aus dem eidgenössischen Kartenwerk in digitaler Form, die das zu untersuchende Gebiet der Inner- und Aargau vollständig abdecken. Der Datensatz besteht aus den Pixelkarten, Höhenmodellen und Vektordaten mit folgenden Spezifikationen:

- Pixelkarten (Produktbezeichnung PK25): Sie repräsentieren die Umsetzung des Kartenbildes im Massstab 1:25'000 in der digitalen Form. Die Druckvorlagen der Kartenblätter wurden mit einer Auflösung von 508 dpi gescannt, woraus sich eine Pixelgrösse von 0,05 mm – entsprechend 1,25 m im Gelände – ergibt. Für den gesamten Projektperimeter waren 22 vollständige Kartenblätter sowie 10 Ausschnitte nötig. Alle Blätter wurden georeferenziert im LZW-komprimierten TIFF-Format geliefert. Abb. 5-3 zeigt ein gesamtes Kartenblatt der PK25, Ausschnitte in höherer Auflösung sind in Abb. 5-4 bis Abb. 5-6 dargestellt.
- Digitales Höhenmodell (Produktbezeichnung DHM25): DHM25 ist ein digitaler Datensatz, welcher die Form der Erdoberfläche ohne Vegetation und künstliche Objekte in 3D beschreibt. Die Maschenweite des DHM25 beträgt 25 m, wobei jede X- und Y-Koordinate einen Höhenwert Z erhält. Das DHM25 entstand durch Digitalisierung der Höhenlinien und topologischen Bruchkanten der Landeskarte 1:25'000 und anschließende Interpolation des 25-m-Gitters. Die Genauigkeit von diesem Datensatz liegt laut Spezifikation [Bundesamt für Landestopographie, 2001] bei rund 1,5 m im Mittelland, 2 bis 4 m im Jura und rund 5 bis 8 m in den Alpen. Es muss beachtet werden, dass sich infolge der Interpolation Unterschiede zwischen den primären Höhenwerten nach der Landeskarte PK25 und abgeleiteten Höhen aus dem DHM25 ergeben. So beträgt beispielsweise die Höhe des Titlis laut der Landeskarte 3238,3 m, wogegen das DHM25 den Wert 3230 m anzeigt. Das DHM25 liegt im gleichen Umfang wie die PK25 vor (22 vollständige Blätter sowie 10 Ausschnitte, vgl. Abb. 5-7b). Aus dem ursprünglich gelieferten ASCII-Matrixformat lassen sich in einem GIS verschiedene DHM-Formen wie Höhenlinien, schattierte Oberfläche, kolorierte Höhenstufen usw. ableiten.
- Vektordaten (Produktbezeichnung VECTOR25): Die für die vorliegende Arbeit verfügbaren punkt-, linien- und flächenförmigen Objekte des georeferenzierten Datensatzes VECTOR25 sind in 7 thematische Ebenen (Strassen, Gewässer, Eisenbahnnetz, Hecken und Bäume, Einzelobjekte, Primärflächen und übriger Verkehr) gegliedert. Für die Genauigkeitsanalyse wurden lediglich die Seekonturen aus der Gewässerebene (Abb. 5-7b) verwendet, denn die restlichen Daten zeigten sich aufgrund ihrer hohen Dichte und Detailtreue als weniger nützlich für die Vergleiche mit der Realität des 18. Jahrhunderts. Der Datensatz VECTOR25 ist zweidimensional. Er wurde durch Vektorisierung der Pixelkarte 1:25'000 gewonnen und besitzt eine Lagegenauigkeit von 3-8 m. VECTOR25 bedeckt das gesamte in den untersuchten historischen Werken abgebildete Gebiet und liegt im DXF-Format vor.

5.4 Definition der identischen Punkte

Die rechnerischen Methoden der Genauigkeitsanalyse basieren auf der Auswahl und Zuordnung von korrespondierenden Punkten im historischen und modernen Datensatz. Durch Messung dieser Punkte ergeben sich zwei- bzw. dreidimensionale kartesische Koordinaten, die als Input für die Berechnung notwendig sind. Bei den Altkarten erfolgte die Koordinatenerfassung traditionell durch punktweise Digitalisierung der alten und modernen Vorlage mit Hilfe eines Koordinatenerfassungsgeräts (Digitizer). Dafür wurde die Altkarte sowie alle Blätter der modernen Karte zunächst mit einer schützenden Folie abgedeckt, auf welcher die manuell ausgewählten Ortspositionen markiert und mit einer Punktnummer versehen wurden. Anschliessend wurden die Punkte mit dem Digitizer abgetastet und als kartesische Koordinaten x , y in einem Datenfile ausgegeben [mehr dazu vgl. z.B. Beineke, 2001]. Die in der vorliegenden Arbeit präsentierte rein digitale Prozesskette bedeutet eine wesentliche Vereinfachung der Koordinatenerfassung. Die identischen Ortspositionen müssen zwar nach wie vor manuell ausgesucht werden. Dies bleibt aufgrund der geometrisch und radiometrisch grundlegend unterschiedlichen Datensätze (alt und neu) auch in Zukunft unverändert. Doch durch die Computerstützung lässt sich das Verfahren beschleunigen und Eingabe- sowie Übertragungsfehler können vermieden werden. Zudem sind die Methoden gleichermaßen für die zwei- als auch dreidimensionale Koordinatenerfassung geeignet: Bei den alten Reliefs werden die gesuchten kartesischen 3D-Koordinaten ebenfalls durch Bildmessung (im Orthobild) und anschliessende Höheninterpolation im digitalen Höhenmodell gewonnen.

Nachdem die digitalen historischen Vorlagen im Bezug auf das analoge Original referenziert wurden und die modernen Kartenwerke *georeferenziert* im heutigen Koordinatensystem vorliegen, kann mit der Erfassung der identischen Punkte begonnen werden. Dies geschieht hier – wie bereits erwähnt – in einem kommerziellen GIS-Produkt (ArcView GIS). Zur visuellen Kontrolle des Arbeitsablaufs sollen die beiden Datensätze nebeneinander dargestellt werden. Aus praktischer Sicht empfiehlt es sich, mit der Punktauswahl entlang von deutlichen topographischen Merkmalen wie Seen, grossen Ortschaften, Flüssen oder Wegverbindungen anzufangen, denn weitere Punkte lassen sich später relativ zu diesen Ortspositionen leichter identifizieren. Die Punktfestlegung soll dabei immer zunächst im historischen Datensatz erfolgen. Zu diesem Ort wird dann unter Berücksichtigung der historischen Literatur die entsprechende Stelle in der modernen Karte gesucht. Nach der Auswahl eines identischen Punktes wird in den beiden Datensätzen eine graphische Punktmarke positioniert, die mit einem Eintrag in der Tabelle der beschreibenden Punktattribute verknüpft ist (Abb. 5-4). Die zum historischen Datensatz gehörende Tabelle beinhaltet die Felder *Punktnummer* und *Gewicht* (optional auch *Name* und *Bemerkung*), wobei bei der Tabelle der Referenzpunktwolke das Feld *Punktnummer* (optional auch *Name*) ausreicht. Diese beschreibenden Angaben müssen zu jedem Punkt manuell eingetragen werden. Die Punktkoordinaten im historischen Datensatz x , y , (z) sowie die modernen Koordinatenwerte X , Y , (Z) werden mit einer einfachen GIS-Funktion automatisch den Tabellen hinzugefügt. Durch den Export von ausgewählten Spalten der beiden Tabellen ergeben sich schliesslich die für die weiteren Arbeitsschritte nötigen zwei Koordinatenlisten.

Bei den Berechnungsverfahren zur Genauigkeitsbestimmung von Altkarten und Reliefs ist die Kenntnis der *Zuverlässigkeit* der identischen Punkte von Bedeutung, da nur optimal ausgewählte und *gewichtete* identische Punkte zu aussagekräftigen Analyse-Ergebnissen führen. Da dieser Aspekt in der Literatur bisher vernachlässigt wurde, soll hier darauf eingegangen wer-

den. Unter Gewichtung der identischen Punkte wird deren Einordnung in eine der vordefinierten Gewichtskategorien je nach Genauigkeit der Punktbestimmung verstanden. Bei der Definition der identischen Punkte kommt es manchmal vor, dass dem im historischen Datensatz identifizierten Punkt kein eindeutiges modernes Gegenstück zugeordnet werden kann. Es wäre wünschenswert, dass diese Unsicherheit der Punktdefinition bei der Berechnung berücksichtigt wird: Die exakt identifizierten Punkte sollen sich mehr auf das Ergebnis auswirken als die weniger zuverlässigen. Mathematisch wird dies durch die Gewichte p ausgedrückt: Je besser die Genauigkeit, desto höher wird die Punktmessung gewichtet. Bei allen im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen hat sich eine zweistufige Gewichtung der Punktlage und -Höhe bewährt, wobei die zwei Stufen zweckmässig 1 und $2/3$ betragen. Diejenigen Punkte, die sowohl in der alten Aufnahme als auch in den modernen Kartenwerken eindeutig identifiziert werden können, erhalten das höchstmögliche Gewicht $p_x = p_y (= p_z) = 1$ (Abb. 5-5). Bei den Punkten, wo die historische oder moderne Punktlage mehrere deutlich unterschiedliche Möglichkeiten zulässt, wird bei der Auswahl der *mittleren Punktlage* das kleinere Gewicht $p_x = p_y (= p_z) = 2/3$ gewählt (Abb. 5-6).

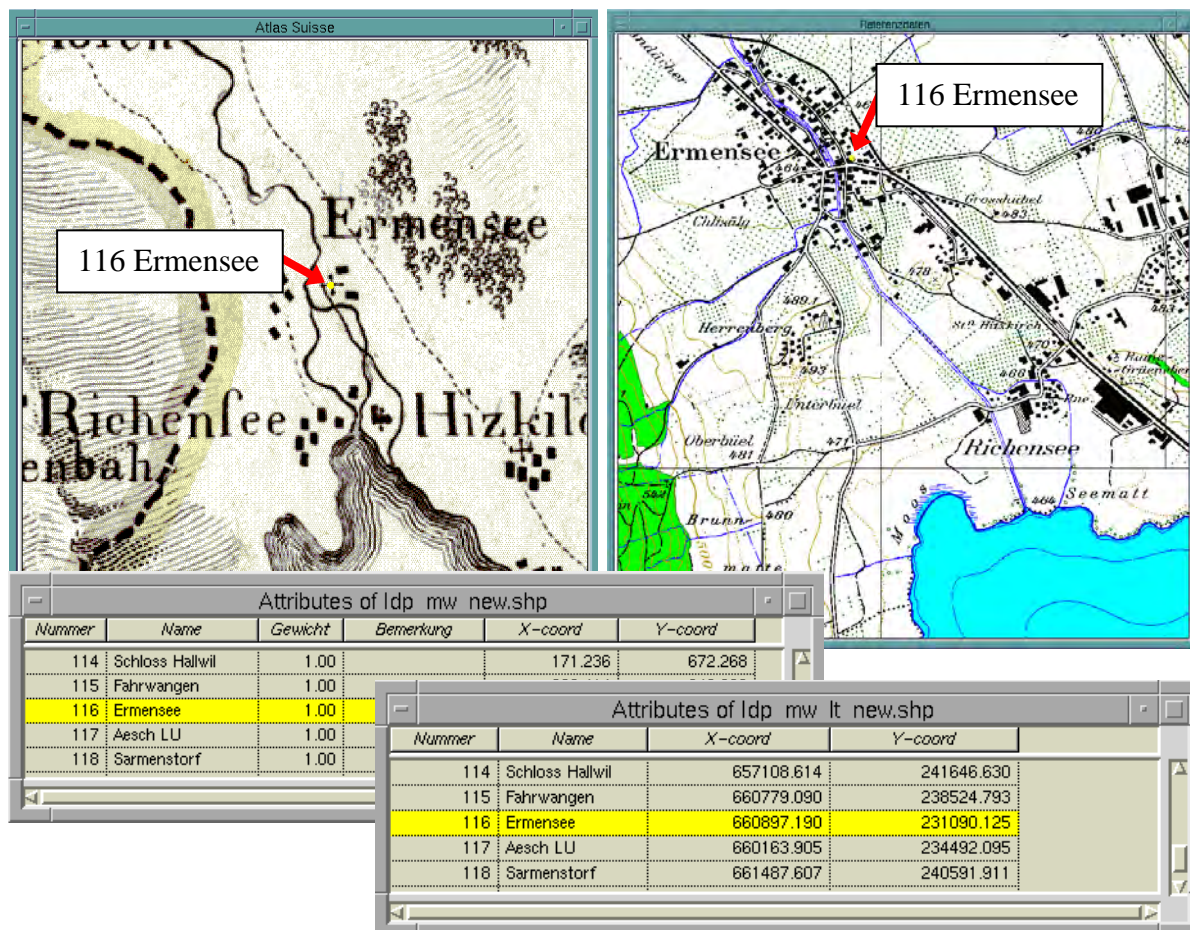


Abb. 5-4: Graphische Benutzeroberfläche zur Auswahl und Erfassung der identischen Punkte im historischen (links: *Atlas Suisse*, Anhang B6) und modernen Datensatz (rechts). Jeder Punkt ist mit einem Tabelleneintrag mit den beschreibenden Attributen verknüpft.

Die Entscheidung, ob mehrere mögliche Bezugspunkte „deutlich unterschiedlich“ sind, kann bei den Altkarten aufgrund einer approximativen Vorbestimmung des Gewichtseinheitsfehlers s_0 (vgl. Kapitel 4) getroffen werden. Liegen alle betroffenen Bezugspunkte innerhalb der mittleren Kartengenauigkeit s_0 , kann deren mittlere Lage ausgewählt und mit dem höchsten Gewicht $p_x = p_y = 1$ versehen werden. Andernfalls ist die Zuordnung des Gewichts $p_x = p_y = 2/3$

für die mittlere Lage der in Frage kommenden Bezugspunkte nötig. Die gleiche Überlegung lässt sich für die Gewichtung der dreidimensionalen Reliefpunkte einsetzen. Der einzige Unterschied besteht darin, dass anstelle des Gewichtseinheitsfehlers s_0 auf die getrennt in X- und Y-Richtung vorliegenden mittleren Restfehler s_x und s_y (zur Betrachtung der Lagegenauigkeit) sowie auf den mittleren Höhenfehler s_z (für die Höhengenaugkeit) zurückgegriffen werden muss. In den meisten Fällen ergibt sich für das Höhengewicht der identischen Punkte der Wert $p_z = 1$.

Die Gewichte $p_x = p_y$ bzw. p_z werden bei der Koordinatenerfassung in die Tabelle der beschreibenden Punktattribute eingetragen und für die weiteren Berechnungen in die Koordinatenliste ausgegeben.

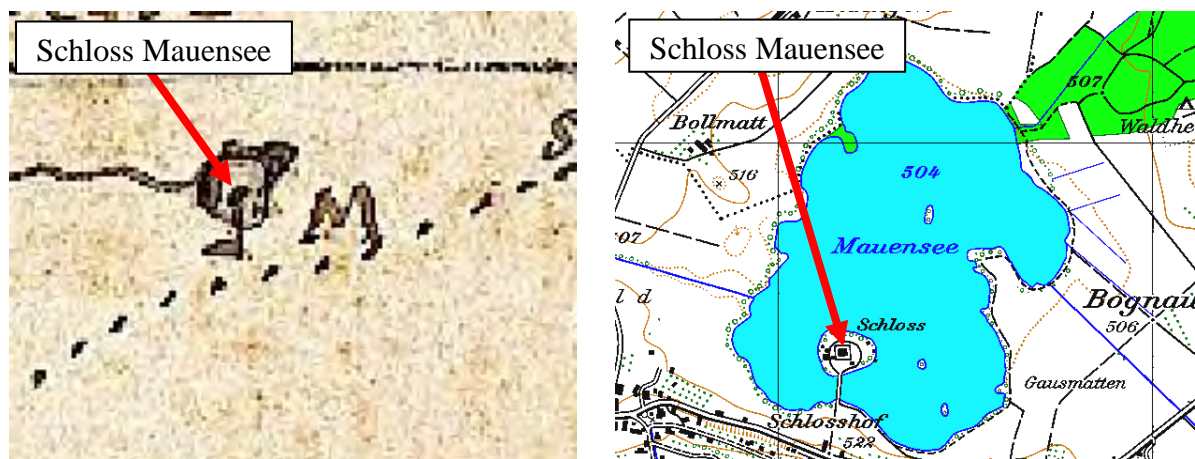


Abb. 5-5: Ein identischer Punkt mit dem höchsten Gewicht $p_x = p_y = 1$ in der alten und modernen Karte. Das Schloss auf der Insel des Mauensees kann anhand der Beschriftung und Symbolik der Altkarte (*Carte originale*, Anhang B2) sowie aufgrund der Topografie und der historischen Quellen eindeutig der heutigen Karte zugeordnet werden.



Abb. 5-6: Ein identischer Punkt mit dem Gewicht $p_x = p_y = 2/3$ in der alten und modernen Karte: Das Stadtzentrum kann nicht eindeutig definiert werden. Da der Lagenunterschied zwischen den möglichen Ortspositionen im Vergleich mit der vorbestimmten mittleren Kartengenauigkeit ($s_0 \approx 460$ m) signifikant ist, muss die mittlere Lage dieser Ortspositionen mit dem Wert $2/3$ gewichtet werden (gelber Kreis). Links: *Carte en Perspective*, südorientiert (Anhang B5).

Die Auswahl und die Gewichtung müssen *physisch* für alle Punkte manuell durchgeführt werden, was aufwändig und zeitintensiv ist. Doch mit einer iterativen Prozedur lässt sich die Zuordnung der identischen Punkte wesentlich vereinfachen. So empfiehlt es sich, im ersten Schritt nur 4 – 5 über das gesamte Gebiet gut verteilte Punkte auszuwählen und mit dem Gewicht $p_x = p_y (= p_z) = 1$ zu bezeichnen. Nach einer Transformation dieser Punkte (Kapitel 5.5) ergibt sich ein Näherungswert des Gewichtseinheitsfehlers s_0 bzw. der getrennten mittleren Restfehler in Richtung der Koordinatenachsen s_x , s_y und s_z . Anschliessend kann der gesamte historische Datensatz näherungsweise georeferenziert und im heutigen Koordinatensystem dargestellt werden (Kapitel 5.6). Die restlichen identischen Punkte lassen sich dann einfacher zuordnen und gewichten, was vor allem bei den unbeschrifteten alten Reliefs von grossem Vorteil ist.

Wie aus dem Anhang B ersichtlich ist, wurden im Projekt „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ zwischen 14 (Kartenfragment aus dem Rengg-Gebiet) und 208 (Relief der Urschweiz) identische Punkte pro Vorlage definiert. Dabei wurde teilweise die Hilfe von Historikern und Einheimischen sowie von den Mitarbeitern des *Inventars der historischen Verkehrswege* in Anspruch genommen. Als hilfreich für die Punktdefinition im unbeschrifteten Relief erwies sich die vorhergehende Aufarbeitung der zugehörigen Altkarten. Die im dreidimensionalen Raum kartierten Reliefelemente – vor allem Kirchtürme und Gipfel (vgl. Kapitel 3.3.3) – trugen ebenfalls zu einer zügigen Punktidentifikation bei. Abb. 5-7 zeigt die im Relief der Urschweiz ausgewählten identischen Punkte und deren entsprechende Lage im modernen Kartenwerk.

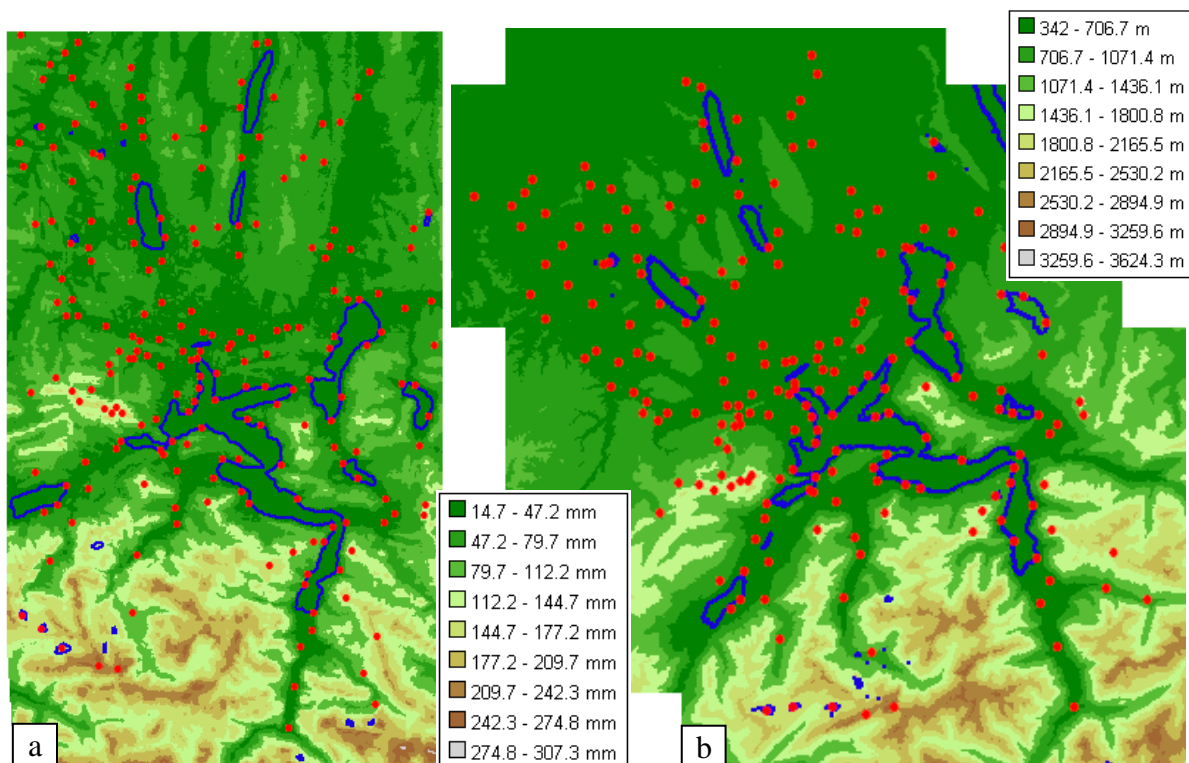


Abb. 5-7: Die 208 identischen Punkte im Relief der Urschweiz (a) und im modernen Kartenwerk (b). Im Hintergrund sind das jeweilige digitale Höhenmodell sowie die Seekonturen dargestellt.

5.5 Transformation der identischen Punkte

Zur Massstabs- und Genauigkeitsbestimmung werden nun die im historischen Datensatz definierten identischen Punkte mit den als fehlerfrei unterstellten „modernen“ Punkten in Bezug gebracht. Hierbei soll vorzugsweise auf das in Kapitel 4.1.2 beschriebene Vergleichspunkt-Verfahren zurückgegriffen werden, bei welchem das Ausgangspunktfeld mittels einer ausgleichenden Koordinatentransformation dem Zielpunktfeld optimal angepasst wird. Im Gegensatz zur Vergleichsstrecken-Methode (Kapitel 4.1.1), die oftmals bei Voruntersuchungen zum Einsatz kommt, liefert das Vergleichspunkt-Verfahren eindeutige und anschauliche Analyseergebnisse und ist unter Verwendung schneller und leistungsfähiger Rechner heutzutage leicht zu realisieren. Als Eingangsdaten für die Transformation der identischen Punkte werden die Koordinatenliste der historischen Vorlage (*Punktnummer, x, y, [z], p_{xy}, [p_z]*) sowie die Koordinatenliste der modernen Kartenwerke (*Punktnummer, X, Y, [Z]*) benötigt. Um mit ausreichender Rechenschärfe arbeiten zu können, ist es sinnvoll, die Koordinaten $x, y, (z)$ in Millimeter und die Koordinaten $X, Y, (Z)$ in Meter zu belassen. Das Berechnungsverfahren und die Ergebnisse ändern sich dadurch nicht; die unterschiedlichen Einheiten beeinflussen einzig den Massstab, der nach der Transformation mit dem Faktor 1000 multipliziert werden muss. Alle metrischen Transformationsergebnisse (Verschiebungen, Abweichungen an den identischen Punkten) ergeben sich in Meter.

Die identischen Punkte einer Altkarte werden in der Regel mit einer Ähnlichkeits-, 5-Parameter Affin- oder 6-Parameter Affintransformation an das Punktfeld der modernen Karte angepasst. Die bilineare und projektive Transformation eignen sich – wie bereits erwähnt wurde – nur für spezielle Fragestellungen der kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen. Die Berechnung soll immer mit allen drei in Frage kommenden Transformationen erfolgen. Die endgültige Lösung ergibt sich aus der Analyse der numerischen sowie visuellen Resultate. In meisten Fällen wird die 6-Parameter Affintransformation eingesetzt, da sie eine getrennte Massstabs- und Drehwinkelbestimmung in Richtung der Koordinatenachsen erlaubt und zum kleinsten Gewichtseinheitsfehler s_0 führt. Wird nur ein repräsentativer Kartenmassstab oder -Drehwinkel verlangt, kann auf die Ähnlichkeits- bzw. auf die 5-Parameter Affintransformation zurückgegriffen werden.

Mit den in den Kapiteln 4.1.2.1 bis 4.1.2.3 angegebenen Formeln werden die Abweichungen an den identischen Punkten \mathbf{v} , der mittlere Massstab m und dessen Standardabweichung s_m (bzw. m_x, m_y, s_{mx}, s_{my}) sowie der Drehwinkel α mit der Standardabweichung s_α (bzw. $\alpha_x, \alpha_y, s_{\alpha x}, s_{\alpha y}$) gewonnen. Um ein repräsentatives Mass für die Beurteilung der mittleren Kartengenauigkeit zu erhalten, erfolgt die Bestimmung des Gewichtseinheitsfehlers s_0 . Der Wert s_0 lässt sich zum Vergleich mehrerer Altkarten miteinander heranziehen. Anschliessend werden die in den Koordinatenrichtungen getrennten mittleren Restfehler s_x und s_y sowie der mittlere Lagefehler s_{xy} berechnet. Zur Gewinnung von einem zwar nicht repräsentativen, aber allgemein verständlichen annähernden Fehlermass können auch die durchschnittlichen Absolutdifferenzen in X- und in Y-Richtung d_x und d_y bestimmt werden. Dabei muss man sich bewusst sein, dass die Werte d_x und d_y immer kleiner sind als s_x und s_y . Damit dies nicht zur Vortäuschung einer besseren Kartengenauigkeit führt, muss die eingesetzte Methode der Mittelung immer angegeben werden.

Bei den Punkttransformationen im *dreidimensionalen Raum* empfiehlt sich ein systematisches Vorgehen, bei welchem die Berechnung zunächst in der Ebene (wie bei einer Altkarte) durchgeführt wird und erst nach der Analyse der Ergebnisse die räumliche Ähnlichkeits-, 9-Parameter und schliesslich die 3D-Affintransformation zum Einsatz kommen (Kapitel 4.2). Im Allgemeinen wird die definitive Lösung entweder mit der 9-Parameter Transformation oder mit der 3D-Affintransformation erzielt. Die Entscheidung, welche dieser zwei Umrechnungen zur optimalen Punktanpassung führt, lässt sich anhand der Signifikanz der Scherungswinkel S_{xy} , S_{xz} , S_{yz} treffen (vgl. Ende des Kapitels 4.2.3). Als Resultat der Berechnung ergeben sich analog zu den Altkartenuntersuchungen die Residuen der identischen Punkte \mathbf{v} , die Massstäbe m_x , m_y und m_z die Drehwinkel α_x , α_y und α_z und eventuell auch die Scherungswinkel S_{xy} , S_{xz} , S_{yz} jeweils mit den entsprechenden Standardabweichungen. Das repräsentative Fehlermass zum Vergleich der Genauigkeit von mehreren alten Reliefs ist der Gewichtseinheitsfehler s_0 . Will man die Lagegenauigkeit eines Reliefs mit den vorliegenden Ergebnissen einer Altkarte vergleichen, greift man auf die in den Koordinatenrichtungen unterschiedlichen mittleren Restfehler s_x und s_y zurück. Miteinander vergleichbar sind ebenfalls die mittleren Lagefehler einer Altkarte und eines Reliefs s_{xy} nach (4.27) bzw. (4.91). Zur Gewinnung einer approximativen, auch für die Laien verständlichen Charakteristik für die Reliefgenauigkeit können die durchschnittlichen Absolutdifferenzen in X-, Y- und Z-Richtung d_x , d_y , bzw. d_z berechnet werden.

Zur visuellen Beurteilung der Transformationsergebnisse kann die Abweichung jedes einzelnen identischen Punktes \mathbf{v}_i (auch als Verbesserung, Fehlervektor, Residuum oder Restklaffung bezeichnet) gegenüber der heutigen Punktlage graphisch angezeigt werden. Diese Visualisierungsmethode ist seit Langem bekannt und wird bei den Genauigkeitsuntersuchungen von Altkarten oft eingesetzt [vgl. Forstner und Oehrli, 1998]. Dabei werden die Fehlervektoren \mathbf{v}_i üblicherweise im Koordinatensystem der Altkarte dargestellt und mit dem deckungsgleich unterlegten Kartenbild kombiniert. Bei diesem Verfahren können sich, wie im Weiteren erläutert wird, Fehler bei der Ausrichtung der Residuen einschleichen. Da eine mögliche FehlAusrichtung der Residuen (aufgrund einer falschen Berechnung) auch ein inkorrektes Verzerrungsgitter zur Folge hat und somit zu falschen Interpretationen führen kann, wird auf dieser Stelle eine Methode vorgestellt, die eine zuverlässige und überprüfbare graphische Anzeige der Transformationsergebnisse erlaubt. Zunächst wird auf die Darstellung der Abweichungen in der Lage eingegangen (für die Altkarten sowie für die Reliefs) und im Anschluss darauf wird die Visualisierung der Höhenabweichungen behandelt.

Die vorgeschlagene Visualisierungsmethode zieht Nutzen aus der rein digitalen Bearbeitung. Sie basiert auf der gleichzeitigen Darstellung der Lageabweichungen sowohl im Koordinatensystem der Altkarte (bzw. des Reliefs) als auch im modernen Koordinatensystem. Dabei werden die Residuen jeweils mit der unterlegten historischen Vorlage – im modernen Koordinatensystem erst nach der Georeferenzierung (Kapitel 5.6) – im Massstab 1:1 abgebildet. In der Altkarte zeigen die Verbesserungen zu den jeweiligen Referenzpunkten in der modernen Karte; in der *georeferenzierten* Altkarte wird die Richtung vom heutigen Referenzpunkt zum identischen Punkt in der Altkarte aufgezeigt. Ist die Ausrichtung und Länge der Fehlervektoren korrekt, so verbinden die Linien in beiden Koordinatensystemen dieselben Punkte (Abb. 5-8).

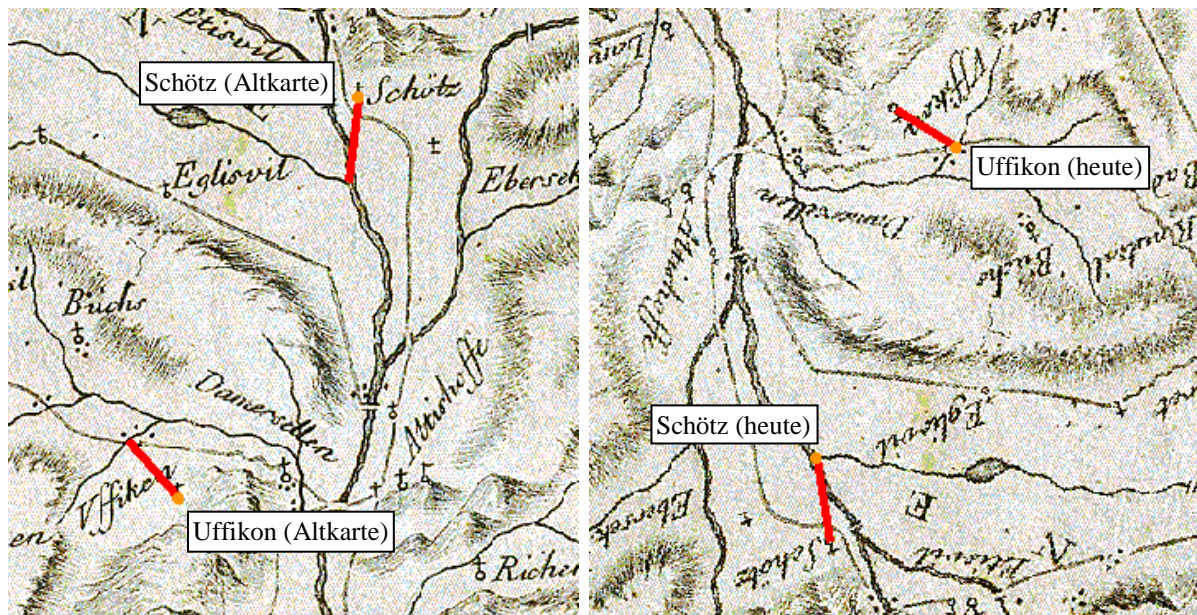


Abb. 5-8: Visualisierung der Fehlervektoren an zwei identischen Punkten im Koordinatensystem der Altkarte (links) sowie im modernen Koordinatensystem (rechts). Die gelben Punkte markieren die im jeweiligen Koordinatensystem definierten Orte. Die Darstellung der Abweichungen (rote Striche) ist korrekt, denn die Linien verbinden in beiden Koordinatensystemen die *gleichen* Orte. Die Abbildung zeigt die südorientierte *Carte en Perspective*, Anhang B5.

Die inkorrekte Ausrichtung und Länge der Abweichungen kann durch eine falsche Berechnung der Linienendpunkte aus den Verbesserungen \mathbf{v}_i entstehen. Nach der Transformation liegt der Vektor \mathbf{v}_i (v_x, v_y) nämlich in Natureinheiten vor. Folglich muss er zur Abbildung im Koordinatensystem der Altkarte entsprechend umgerechnet werden. Die nahe liegende (und falsche) Lösung ist, die Verbesserungen \mathbf{v}_i (v_x, v_y) durch den Kartenmasstab zu dividieren und – ausgehend vom Altkartenpunkt – den horizontalen Verbesserungsanteil v_x waagrecht und den vertikalen Anteil v_y senkrecht darzustellen. Diese Methode führt zu parallelen Liniensegmenten im Altkarten- und Referenzsystem. Nur wenn die Altkarte auf Norden ausgerichtet ist, ergibt das beschriebene einfache Verfahren ein beinahe korrektes Ergebnis. Da dies aber im Allgemeinen nicht der Fall ist, müssen die Endpunkte x_i, y_i mittels einer *inversen Transformation* aus den Koordinaten der Referenzpunkte X, Y mit den *gleichen* Transformationsparametern berechnet werden. Im Folgenden sind die dazu nötigen Gleichungen für alle in Kapitel 4 aufgeführten Koordinatentransformationen angegeben.

Ähnlichkeitstransformation (Transformationsparameter X_0, Y_0, a_1, a_2):

$$x_i = \frac{a_1 \cdot (X - X_0) + a_2 \cdot (Y - Y_0)}{a_1^2 + a_2^2} \quad y_i = \frac{a_1 \cdot (Y - Y_0) + a_2 \cdot (X - X_0)}{a_1^2 + a_2^2} \quad (5.3)$$

5-Parameter Affintransformation (Transformationsparameter $X_0, Y_0, m_x, m_y, \alpha$):

$$x_i = \frac{\cos \alpha}{m_x} \cdot (X - X_0) + \frac{\sin \alpha}{m_x} \cdot (Y - Y_0) \quad y_i = -\frac{\sin \alpha}{m_y} \cdot (X - X_0) + \frac{\cos \alpha}{m_y} \cdot (Y - Y_0) \quad (5.4)$$

6-Parameter Affintransformation (Transformationsparameter $X_0, Y_0, a_1 - a_4$):

$$x_t = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_1 \cdot (Y - Y_0) - a_3 \cdot (X - X_0)}{a_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot a_4} + \frac{X - X_0}{a_1} \quad y_t = \frac{a_1 \cdot (Y - Y_0) - a_3 \cdot (X - X_0)}{a_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot a_4} \quad (5.5)$$

Bilineare Transformation (Transformationsparameter $X_0, Y_0, a_1 - a_6$):

$$x_t = \frac{X - X_0 - a_2 \cdot y}{a_1 + a_3 \cdot y} \quad y_t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad (5.6)$$

mit

$$A = a_2 \cdot a_6 - a_3 \cdot a_5$$

$$B = a_3 \cdot (Y - Y_0) - a_6 \cdot (X - X_0) + a_2 \cdot a_4 - a_1 \cdot a_5$$

$$C = a_1 \cdot (Y - Y_0) - a_4 \cdot (X - X_0)$$

Projektive Transformation (Transformationsparameter $a_1 - a_8$):

$$x_t = \frac{-A \cdot y + a_3 - X}{B} \quad y_t = \frac{B \cdot (a_6 - Y) - D \cdot (a_3 - X)}{B \cdot C - A \cdot D} \quad (5.7)$$

mit

$$A = X \cdot a_8 - a_2 \quad C = Y \cdot a_8 - a_5$$

$$B = X \cdot a_7 - a_1 \quad D = Y \cdot a_7 - a_4$$

Räumliche Ähnlichkeitstransformation (Transformationsparameter $X_0, Y_0, Z_0, m, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$),
räumliche 9-Parameter Transformation (Parameter $X_0, Y_0, Z_0, m_x, m_y, m_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$) sowie 3D-Affintransformation (Parameter $X_0, Y_0, Z_0, a - i$):

$$\begin{aligned} x_t &= (X - X_0) \cdot \text{Ninv}_{11} + (Y - Y_0) \cdot \text{Ninv}_{12} + (Z - Z_0) \cdot \text{Ninv}_{13} \\ y_t &= (X - X_0) \cdot \text{Ninv}_{21} + (Y - Y_0) \cdot \text{Ninv}_{22} + (Z - Z_0) \cdot \text{Ninv}_{23} \\ z_t &= (X - X_0) \cdot \text{Ninv}_{31} + (Y - Y_0) \cdot \text{Ninv}_{32} + (Z - Z_0) \cdot \text{Ninv}_{33} \end{aligned} \quad (5.8)$$

mit

Ninv_{xx} Elemente der invertierten Matrix \mathbf{N} , wobei

$\mathbf{N} = m \cdot \mathbf{R}$ für die räumliche Ähnlichkeitstransformation

$\mathbf{N} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}$ für die räumliche 9-Parameter Transformation

$\mathbf{N} = \mathbf{R}'$ für die 3D-Affintransformation

\mathbf{R} Rotationsmatrix mit den Elementen r_{xx} nach (4.81)

\mathbf{M} Massstabsmatrix nach (4.106) bzw. (4.107)

\mathbf{R}' 3 x 3 -„Rotationsmatrix“ der 3D-Affintransformation mit den Elementen $a - i$

Die Lagefehlervektoren im lokalen Koordinatensystem der alten Aufnahme ergeben sich durch die Verbindung der Punktkoordinaten x, y und x_b, y_b . Im modernen Koordinatensystem werden direkt die aus der Transformation resultierenden Verbesserungen \mathbf{v}_i (v_x, v_y) vom heutigen Punkt X, Y ausgehend unter Berücksichtigung des Vorzeichens dargestellt. Dabei ist es empfehlenswert, die Abweichungen nach Grösse abgestuft abzubilden, um grobe Fehler und mögliche Ausreisser auf einen Blick erkennen zu können. Eine differenzierte Darstellung der Residuen ergibt sich durch deren Einordnung in drei Kategorien gemäss der Vektorlänge \mathbf{v}_i im Vergleich mit dem Gewichtseinheitsfehler s_0 . Bei alten Reliefs wird anstatt auf s_0 auf den Lagefehler s_{xy} zurückgegriffen. In die erste Kategorie gehören die Abweichungen \mathbf{v}_i , die klei-

ner sind als die zweifache mittlere Kartengenauigkeit ($\mathbf{v}_i \leq 2 \cdot s_0$ bzw. $\mathbf{v}_i \leq 2 \cdot s_{xy}$). In die zweite Kategorie fallen die Abweichungen mit der Grösse zwischen dem zweifachen und dreifachen Betrag von s_0 bzw. s_{xy} ($2 \cdot s_0 < \mathbf{v}_i \leq 3 \cdot s_0$ bzw. $2 \cdot s_{xy} < \mathbf{v}_i \leq 3 \cdot s_{xy}$). Die Abweichungen $\mathbf{v}_i > 3 \cdot s_0$ bzw. $\mathbf{v}_i > 3 \cdot s_{xy}$ schliesslich werden in die letzte Kategorie eingestuft. Durch eine entsprechende graphische Darstellung lassen sich auf diese Weise die Ausreisser deutlich sichtbar hervorheben (Abb. 5-9). Diese Punkte sollen anschliessend sowohl im (georeferenzierten) historischen als auch im modernen Kartenwerk überprüft werden. In manchen Fällen befindet sich in der durch die Fehlervektoren aufgezeigten Richtung ein anderer Punkt, welcher der gesuchten identischen Lage besser entspricht als der ursprünglich gewählte Ort.

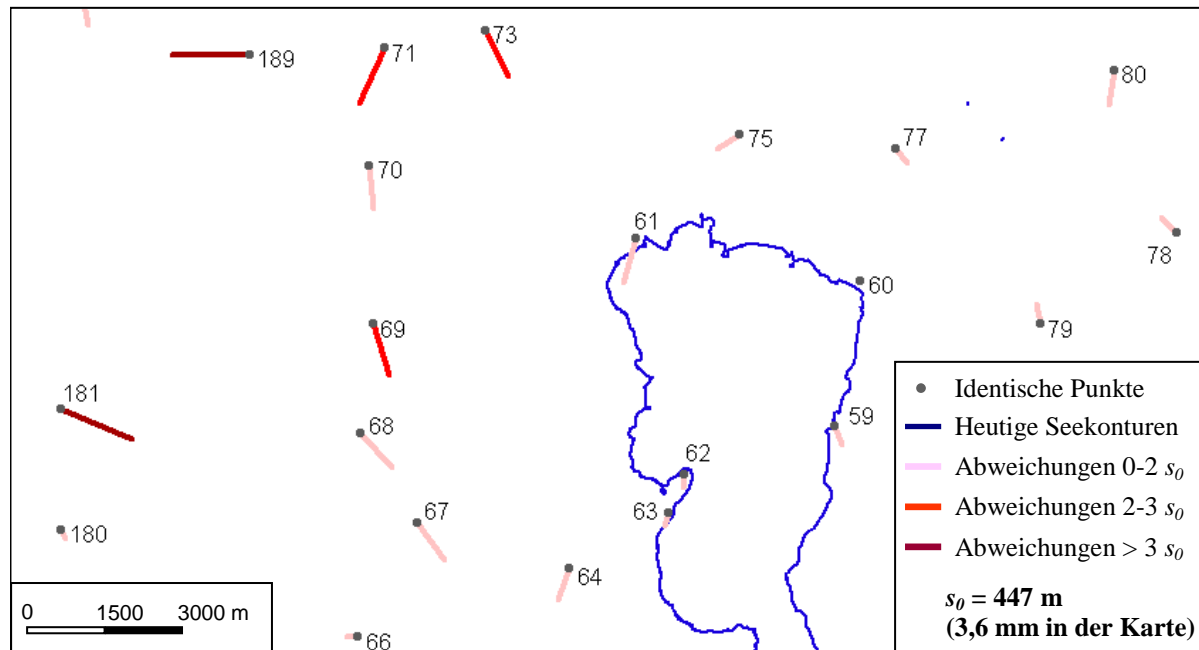


Abb. 5-9: Abgestufte Darstellung der Abweichungen an den identischen Punkten in der Umgebung des Zuger Sees (*Carte en Perspective*, Anhang B5). Die Visualisierung erfolgt hier im modernen Koordinatensystem.

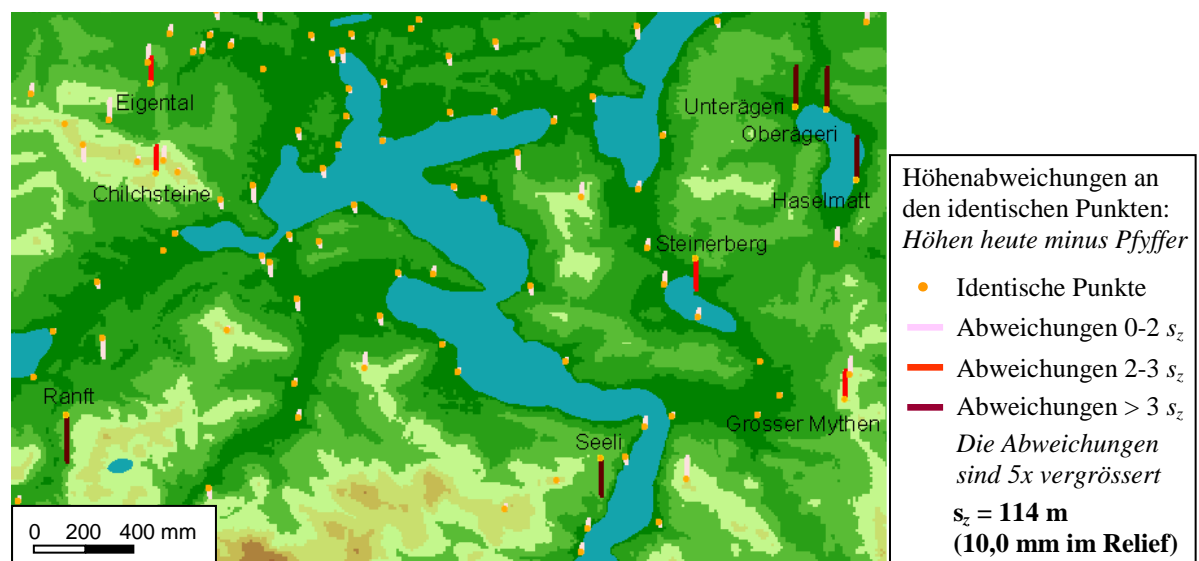


Abb. 5-10: Die 5-mal vergrösserten Höhenabweichungen der identischen Punkte des Reliefs der Urschweiz (heutige Höhe minus Höhe im Relief) auf dem Hintergrund des kolorierten Höhenmodells. Die Visualisierung erfolgt im lokalen Koordinatensystem des virtuellen Reliefs.

Die aus einer ausgleichenden räumlichen Transformation ermittelten Höhenabweichungen v_z eines alten Reliefs lassen sich am besten durch vertikale, vom identischen Punkt ausgehende Linien wiedergeben. Im modernen Koordinatensystem entspricht die Vektorlänge v_z direkt dem in der Transformation erzielten Wert, der zur Darstellung im lokalen Reliefkoordinatensystem durch den Massstab m bzw. m_z geteilt werden muss. Das Vorzeichen der Residuen („soll minus ist“) wird durch die Ausrichtung der Linien veranschaulicht, positiv nach oben, negativ nach unten. Zur besseren visuellen Erkennung der Ausreisser können die Höhenabweichungen nach ihrer Grösse gegenüber dem mittleren Höhenfehler s_z klassiert werden. Dabei ist es in der Regel notwendig, eine Vergrösserung der Fehlervektoren vorzunehmen, da diese im Vergleich mit der planaren Reliefausdehnung deutlich kleiner sind (Abb. 5-10).

Die identischen Punkte der im Rahmen der vorliegenden Arbeit getesteten Altkarten wurden vorwiegend mit der 6-Parameter Affintransformation in das moderne Koordinatensystem umgerechnet (vgl. Anhang B2, B5 und B6). Beim *Plan du Canton de Zug* (Anhang B4) hat sich gezeigt, dass sich mit einer Ähnlichkeitstransformation erstaunlicherweise etwas bessere Ergebnisse ($s_0 = 325$ m) erzielen lassen als mit der 6-Parameter Affintransformation ($s_0 = 328$ m), was wahrscheinlich auf den beinahe gleichen Kartenmassstab in beiden Koordinatenrichtungen sowie auf die geringe Kartenabweichung vom rechten Winkel zurückzuführen ist. Die Untersuchung des Fragments einer Manuskriptkarte von Franz Ludwig Pfyffer (Anhang B3) ist ein Beispiel für den Einsatz der 5-Parameter Affintransformation. Die grosse Schiefwinkligkeit der Karte – nach Formel (4.57) ca. 8 Grad – ermöglichte keine befriedigende Beurteilung der Kartenabweichung von der Nordrichtung. Da aber dieser Winkel für die kartographiegeschichtliche Interpretation einen wichtigen Parameter darstellt, wurde die 5-Parameter Affintransformation zur Hilfe gezogen. Dadurch konnte eine repräsentative Verdrehung bei zwei getrennten Skalierungen entlang der Koordinatenachsen ermittelt werden. Die Umrechnung des dreidimensionalen Punktfelds des virtuellen Reliefs der Urschweiz erfolgte mittels der 3D-Affintransformation (Anhang B1). Der Grund für diese Entscheidung war, dass der Scherungswinkel S_{xy} sich anhand des t-Tests als signifikant erwies. Die numerischen Ergebnisse aller erwähnten Koordinatentransformationen sind im nachfolgenden Kapitel 6 aufgeführt und vom kartographiegeschichtlichen Blickwinkel aus interpretiert.

5.6 Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs

Der Begriff „Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs“ bezeichnet eine Umrechnung der historischen Bild-, Höhen- und Vektordaten in das moderne Koordinatensystem. Die Vorteile dieses Verfahrens wurden bereits mehrfach angesprochen: Die georeferenzierten alten Vorlagen vereinfachen die Rohdatenerfassung und unterstützen die Korrektur der versehentlich falsch definierten identischen Punkte. Die Altkarte bzw. das Relief in den heutigen Koordinaten lässt sich mit den verfügbaren modernen Kartenwerken konsistent überlagern, was neue Möglichkeiten der Informationsgewinnung eröffnet. Ein Beispiel dazu ist die Abb. 6-12, in welcher der Unterschied zwischen den heutigen geographischen Koordinaten und denjenigen nach der untersuchten Altkarte dank der Georeferenzierung visuell veranschaulicht werden konnte.

Die Georeferenzierung von Altkarten entspricht einer Pixeltransformation, die in der Photogrammetrie und Computergraphik häufig eingesetzt wird. Dabei wird ein Bild mit Hilfe von zuvor ermittelten Transformationsparametern in ein anderes Koordinatensystem umgerechnet. Bei den kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen hingegen sind die Anwendungen der Georeferenzierung bisher selten. Die wenigen Veröffentlichungen in diesem Be-

reich [Fuse et al., 1998; Shimizu et al., 1999; Baletti et al., 2000] setzen eine Methode der Georeferenzierung ein, die im Gegensatz zur erwähnten „klassischen“ Pixeltransformation die Bilddaten nicht in einem Zug, sondern stückweise eine Dreiecksmasche nach der anderen umrechnet. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden beide Verfahren implementiert. Im Folgenden sollen sie beschrieben und evaluiert werden. Im Anschluss darauf wird ein neuer Ansatz zur Georeferenzierung von dreidimensionalen Datensätzen vorgestellt.

Voraussetzung für die „klassische“ Pixeltransformation einer Altkarte ist die vorhergehende Transformation der identischen Punkte zwischen dem historischen und modernen Koordinatensystem. Mit derselben Transformation wird danach das Altkartenbild folgendermassen georeferenziert (Abb. 5-11):

- Berechnung der metrischen Parameter des neuen transformierten Bildes. Zur Bestimmung der Pixelgrösse im Gelände wird die Scanpixelgrösse (aus der Referenzierungsdatei) mit dem Kartenmassstab (aus den Transformationsparametern) multipliziert. Durch die Umrechnung der Eckkoordinaten der Altkarte x, y in das moderne Koordinatensystem ergeben sich vier Eckpunkte X, Y , deren umhüllende nordorientierte Rechteck die georeferenzierte Bildposition definiert. Zur Ermittlung der Pixelanzahl in beiden Koordinatenrichtungen wird die X- bzw. Y-Koordinatendifferenz durch die Pixelgrösse im Gelände geteilt.
- Bildtransformation. Für jede Pixelposition X, Y des neuen transformierten Bildes werden mit Hilfe der entsprechenden inversen Transformation nach Formel (5.3) – (5.7) die Altkartenkoordinaten x', y' berechnet. Da diese aufgrund der Bilddrehung, Verschiebung und massstäblichen Veränderung nicht auf den ganzzahligen Pixelpositionen des Originalbilds liegen, müssen die Ganzzahlwerte x, y mittels eines Interpolationsverfahrens bestimmt werden. Dazu kommt mit Vorteil die bilineare Grauwertinterpolation (Kapitel 4.1.2.4) zum Einsatz, die eine Kompromisslösung zwischen der Qualität und dem Rechenaufwand bietet. Die einfache Zuordnung des nächstliegenden Pixels x, y („Nächster Nachbar Interpolation“) ist vor allem für die in Kupfer gravierten Altkarten *nicht* geeignet, da sie zur zickzackförmigen Darstellung der ursprünglich geraden Linien führt. Nach der Bestimmung der ganzzahligen Pixelposition x, y wird der Grauwert dieses Altkartenpixels für die Kolorierung des aktuellen Pixels X, Y verwendet. Zur einfacheren Handhabung der georeferenzierten Altkarte ist es empfehlenswert, die Transformation nicht auf einmal, sondern für mehrere einzelne Kacheln (z.B. 4x4) durchzuführen. Die vor der Berechnung im modernen Koordinatensystem definierten Kacheln werden nach der Transformation in separaten Bilddateien gespeichert, die sich nahtlos nebeneinander darstellen lassen.
- Datenausgabe. Zur Positionierung der transformierten Altkarte (bzw. jeder Kachel) im modernen Koordinatensystem muss die sechszeilige Georeferenzierungsdatei oder ein GeoTIFF-Bild erstellt werden.

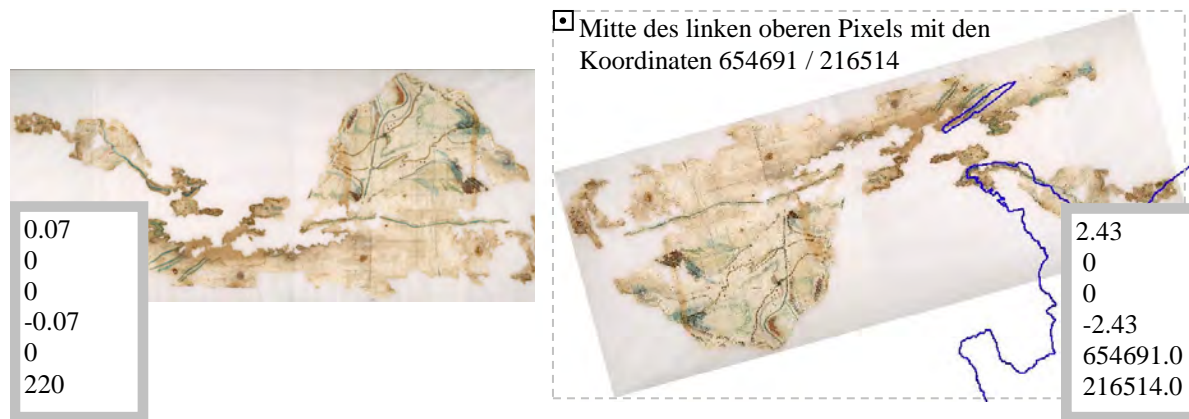


Abb. 5-11: Das Fragment einer Manuskriptkarte von Franz Ludwig Pfyffer mit den Angaben zur Referenzierung (links, vgl. auch Anhang B3) und die georeferenzierte, mit den heutigen Seekonturen überlagerte Karte (rechts). Die Pixelgröße im Gelände 2,43 m ergab sich durch die Multiplikation der Scanpixelgröße 0,07 mm mit dem Kartenmassstab (ca. 1:34'700), die zwei Landeskoordinaten der Mitte des linken oberen Pixels wurden durch die 5-Parameter Affintransformation der Altkartenecken ermittelt.

Als zweite Methode der Georeferenzierung von Altkarten bietet sich die sogenannte maschenweise Affintransformation an. Dabei werden die identischen Punkte in beiden Koordinatensystemen zunächst zu übereinstimmenden Dreiecken vermascht. Nach der Berechnung der Transformationsparameter für jedes korrespondierende Dreieck wird der Bildinhalt der Altkarte Dreieck für Dreieck in das moderne Koordinatensystem umgerechnet. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass im Gegensatz zur traditionellen Pixeltransformation keine Fehlervektoren zwischen dem definierten und dem transformierten Punktfeld vorliegen: Die identischen Punkte entsprechen nach der Transformation exakt ihrer modernen Lage. Der Algorithmus lässt sich folgendermassen realisieren (Abb. 5-12):

- Delauney-Triangulation der identischen Punkte. Sie erfolgt durch die Vermaschung jeweils dreier beieinander liegenden Punkte, deren umschliessender Kreis keine weiteren Punkte enthält⁶. Aufgrund der Gesamtverzerrung von Altkarten ist das dadurch entstandene Dreiecksnetz im Altkarten- und im modernen Koordinatensystem *nicht identisch*. Um Inkonsistenzen im georeferenzierten Kartenbild zu vermeiden, ist es besser, die Triangulation im modernen Koordinatensystem durchzuführen. Das numerische Ergebnis der Delauney-Triangulation sind drei Punktnummern für jedes Dreieck, welche die zu verbindende Eckpunkte angeben. Im Altkartensystem werden anschliessend die korrespondierenden Dreiecke gebildet.
- Durchführung der 6-Parameter Affintransformation für jedes Dreieck. Da zur Transformation jeweils 3 identische Koordinatenpaare x , y und X , Y vorliegen, lassen sich die gesuchten 6 Transformationsparameter X_0 , Y_0 , $a_1 - a_4$ ohne Ausgleich bestimmen.
- Berechnung der metrischen Parameter des neuen transformierten Bildes. Im Gegensatz zum traditionellen Ansatz gelten die hier bestimmten Transformationsparameter nur innerhalb des jeweiligen Dreiecks. Der zur Bestimmung der Pixelgröße im Gelände benötigte Kartenmassstab kann ausreichend genau als arithmetisches Mittel der in allen Dreiecken ermittelten Massstabswerte approximiert werden. Die Bildgröße der

⁶ In der vorliegenden Arbeit wurde dazu die Freeware Triangle eingesetzt [Shewchuk, 2004].

transformierten Karte und deren Position im modernen Koordinatensystem lassen sich aus dem gegebenen Dreiecknetz einfach ableiten.

- Transformation der Altkarte Dreieck für Dreieck. Für jede Pixelposition X, Y der neuen georeferenzierten Karte wird dasjenige Dreieck gefunden, in welchem dieses Pixel liegt. Dazu wird eine Linie definiert, die aus dem Punkt X, Y horizontal nach rechts verläuft und deren Schnittpunkte mit den Dreiecksseiten werden gezählt. Ist die Anzahl der Schnittpunkte eins, liegt der Punkt X, Y innerhalb des aktuellen Dreiecks. Mit den Transformationsparametern $X_0, Y_0, a_1 - a_4$ dieses Dreiecks wird die korrespondierende Pixelposition x', y' nach Formel (5.5) gefunden. Nach einer geeigneten Interpolation wird der Grauwert des ganzzahligen Pixels x, y zur Einfärbung des Pixels X, Y benutzt.
- Datenausgabe. Analog zur traditionellen Pixeltransformation muss zur Darstellung der transformierten Karte im modernen Koordinatensystem entweder eine Georeferenzierungsdatei oder ein Bild im GeoTIFF-Format erstellt werden.

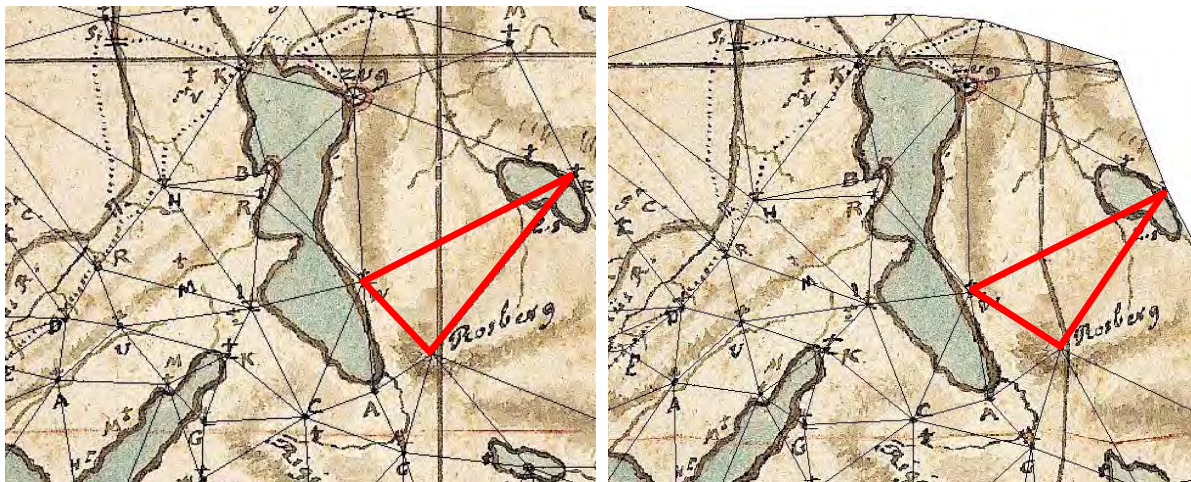


Abb. 5-12: Prinzip der maschenweisen Affintransformation zur Georeferenzierung von Altkarten (*Carte originale*, Anhang B2; Ausschnitt mit dem Zuger See im Zentrum). Das Altkartenbild (links) wird innerhalb eines im Voraus definierten Dreiecksnetzes Dreieck für Dreieck in das moderne Koordinatensystem umgerechnet (rechts). Aufgrund der in jedem Dreieck unterschiedlichen Transformationsparameter kommt zum Knicken von ursprünglich geraden Linien an den benachbarten Dreieckskanten.

Wie Abb. 5-12 veranschaulicht, werden die in der Altkarte geraden Linien nach der maschenweisen Affintransformation an den Dreieckskanten geknickt. Der Grund dafür liegt darin, dass bei diesem Verfahren die Transformationsparameter nicht globale, sondern lediglich lokale Gültigkeit innerhalb des jeweiligen Dreiecks besitzen. Dadurch werden die einzelnen Dreiecke *unabhängig voneinander* in das moderne Koordinatensystem umgerechnet. Die Erhaltung der geraden Linien würde sich theoretisch dadurch erzielen lassen, indem man an den betroffenen Linien zusätzliche identische Punkte anbringen würde. Dies ist jedoch bei den Altkartenuntersuchungen nicht plausibel, da die korrespondierende moderne Punktposition nicht feststeht. Zudem stellt die maschenweise Affintransformation im Vergleich mit dem traditionellen Verfahren keinen Genauigkeitsgewinn für die Georeferenzierung dar: Beim maschenweisen Ansatz bleiben zwar die identischen Punkte nach der Umrechnung unverändert, die geometrischen Unstimmigkeiten der Altkarte verteilen sich jedoch folgerichtig auf die restlichen Objekte im Dreieck (Abb. 5-13). Die maschenweise Affintransformation erwies

sich als geeignete Lösung für die nahtlose Überlagerung eines grob aufgelösten Übersichtsfotos mit Detailansichten in hoher Auflösung zwecks Generierung von geometrisch korrekten Texturmosaiken [Remondino und Niederöst, 2004]. Für die Georeferenzierung von Altkarten hingegen ist sie aufgrund des unschönen Effekts der geknickten Linien nicht zu empfehlen. Die herkömmliche, auf globalen Parametern beruhende Pixeltransformation ist ein einfacheres, eleganteres Verfahren, welches gleich genaue Ergebnisse – nur mit unterschiedlicher Fehlerverteilung – liefert. Die zuletzt erwähnte Methode wurde zur Georeferenzierung aller im Projekt „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ vorliegenden Altkarten eingesetzt (Anhang B2 – B6).

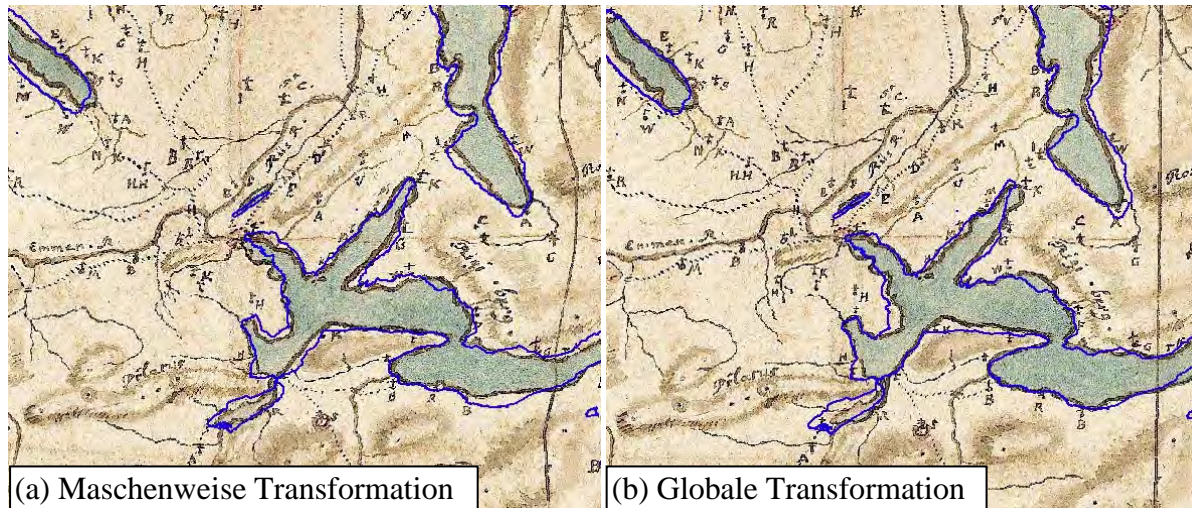


Abb. 5-13: Die mit Hilfe einer maschenweisen (a) sowie einer globalen (b) Transformation georeferenzierte *Carte originale* (Anhang B2), mit den heutigen Seekonturen überlagert. Vor allem in der Umgebung der Seekonturen ist es ersichtlich, dass die zwei Verfahren ein geometrisch ungleiches Ergebnis liefern. Unterschiedlich ist jedoch nur die Verteilung der Abweichungen, die Genauigkeit beider Lösungen ist gleich. Da das Verfahren (a) zur Krümmung von ursprünglich geraden Linien führt, soll bei der Georeferenzierung auf die globale Transformation (b) zurückgegriffen werden.

Im Vergleich zur Georeferenzierung von Altkarten ist die Umrechnung von virtuellen Reliefs in die modernen Koordinaten eine komplexere Aufgabe, da es sich um eine Transformation von Bild-, Höhen- und Vektordaten handelt, die auch in der georeferenzierten Form exakt übereinander liegen müssen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein neues, auf globalen Parametern basierendes Verfahren zur Georeferenzierung eines digitalen Höhenmodells (DHM), eines Orthobildes sowie der strukturierten dreidimensionalen Vektordaten eines alten Reliefs entwickelt (Abb. 5-14). Die einzelnen Arbeitsabläufe und Algorithmen sind im Folgenden beschrieben:

- Transformation der identischen Punkte mittels einer ausgleichenden räumlichen Transformation. Das im Weiteren benötigte Ergebnis sind die Transformationsparameter X_0, Y_0, Z_0, m (bzw. m_x, m_y, m_z), $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ (bzw. auch S_{xy}, S_{xz}, S_{yz}).
- Umrechnung von Koordinatentriplets x, y, z des digitalen Höhenmodells in die modernen Koordinaten X', Y', Z' . Da für die weiteren Arbeitsschritte ein regelmässiges DHM-Raster notwendig ist, muss die durch diese (direkte) Transformation erzielte unregelmässige Punktwolke in ein regelmässiges Gitter X, Y, Z interpoliert werden (z.B. Finite Elemente Interpolation, vgl. Kapitel 3.3.1). Von einer indirekten, d.h. vom Gitterpunkt X, Y ausgehenden inversen Transformation und anschliessenden Interpolation

im ursprünglichen DHM ist abzurufen. Aufgrund der individuellen Umrechnung jedes einzelnen Punktes lässt sich bei diesem Verfahren keine qualitativ hochstehende Interpolationsmethode einsetzen, was zu einem unstetigen Oberflächenverlauf führen würde.

- Transformation des Orthobildes. Die metrischen Parameter des neuen georeferenzierten Orthobildes ergeben sich aus der Grösse des transformierten DHM-Gitters unter Berücksichtigung der Orthobild-Pixelgrösse im Gelände. Anschliessend wird jeder X , Y Position im neuen Bild eine Höhe Z mittels einer bilinearen Interpolation im transformierten DHM zugeordnet, wonach sich aus der inversen Transformation nach Formel (5.8) die Orthobildkoordinaten x' , y' ergeben. Der Grauwert des ganzzahligen Pixels x , y (bilineare Grauwertinterpolation) wird zur Einfärbung des aktuellen Pixels X , Y genommen. So wie bei der Georeferenzierung von Altkarten ist es sinnvoll, anstatt eines grossen Bildes mehrere separat gespeicherte Orthobildkacheln inklusive deren Georeferenzierungsinformation zu erstellen.
- Umrechnung von Vektordaten. Mittels einer direkten Transformation werden die dreidimensionalen punkt-, linien- und flächenförmigen Elemente x , y , z , *Code* Ebene für Ebene in das moderne Koordinatensystem umgerechnet. Im Anschluss darauf erfolgt die Punktverbindung mit Hilfe des Codes.

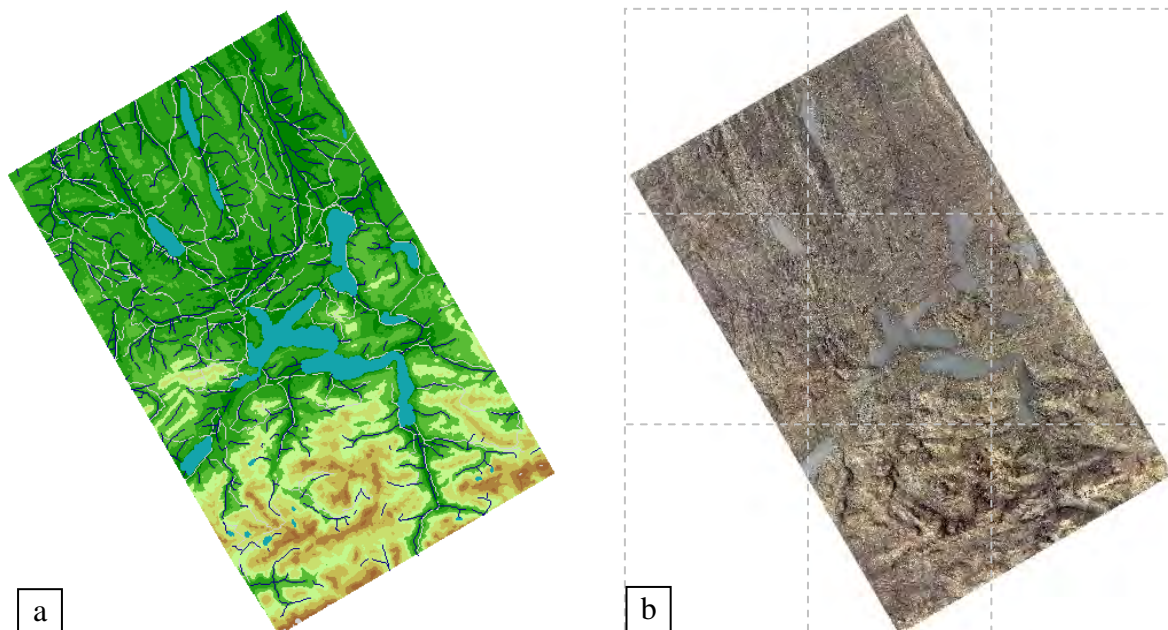


Abb. 5-14: Gesamtansicht des georeferenzierten virtuellen Reliefs der Urschweiz: (a) Das DHM und die Vektordaten, (b) Das Orthobild in 9 Kacheln. Zur Überlagerung des georeferenzierten Reliefs mit den heutigen Seekonturen vgl. Anhang B1.

5.7 Erstellung von Verzerrungsgittern

Als Verzerrungsgitter wird die Abbildung des modernen geographischen oder kilometrischen Netzes in der alten Aufnahme bezeichnet. Diese Methode wurde erstmals gegen Ende des 19. Jahrhunderts durch Hermann Wagner (1840-1929) eingesetzt. Zu deren grossen Verbreitung trug Eduard Imhof (1895-1986) bei, der auf die Unanschaulichkeit von numerischen Ergebnissen der kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsanalysen hinwies [vgl. Forstner und Oehrl, 1998; Imhof, 1945]. Im Gegensatz zur visuellen Darstellung der Abweichungen der identischen Punkte (Abb. 5-9) zeigt das Verzerrungsgitter die Verformung des gesamten Altkartenbilds auf einen Blick. Es stellt ein hervorragendes visuelles Hilfsmittel zur Beurteilung der Genauigkeit von Altkarten dar, und durch lokale Differenzierung unterstützt es Interpretationen zu deren Entstehung.

Bis zur Verbreitung von modernen Rechnern wurden die Verzerrungsgitter „von Hand“ erstellt. Meistens wurden die modernen Isolinien mit Hilfe von markanten homologen Kartenobjekten auf eine über die Altkarte gelegte transparente Deckfolie übertragen. Die Kartierung erfolgte getrennt nach den Hauptkoordinatenrichtungen, wobei die Isolinien entweder den gleichen Werten der geographischen Länge und Breite oder konstanten kartesischen Koordinaten entsprachen. Nach der Verbindung von *ungefähr* zugeordneten korrespondierenden Punktlagen in der Altkarte ergab sich für jede Koordinatenrichtung ein Liniennetz, das Verzerrungsgitter. Im Gegensatz zur manuellen Gittererstellung erlauben die *rechnerischen* Methoden, diesen Vorgang effektiver, objektiver und genauer zu gestalten. Ein Überblick über die Entwicklung und Anwendung verschiedener, meist manueller Verfahren befindet sich in [Forstner und Oehrl, 1998]. Daraus ist ersichtlich, dass bei der computergestützten Generierung von Verzerrungsgittern mehrere unterschiedliche Algorithmen wie Ausgleichspolynome oder zweidimensionale Regression zum Einsatz kommen, wobei die Einzelheiten der Berechnung oft nicht angegeben werden. In [Beineke, 2001] sowie in [Bretterbauer, 2005] wird eine auf der multiquadratischen Interpolation basierte Methode detailliert beschrieben.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein einfaches, auf der Dreiecksvermaschung beruhendes Verfahren zur Erstellung von Verzerrungsgittern entwickelt. Wie bei allen anderen präsentierten Methoden wird auch hier Wert darauf gelegt, dass die Algorithmen transparent und visuell überprüfbar sind und dass die Ergebnisse sich ohne manuelle graphische Nachbearbeitung für Präsentationszwecke eignen. Das Verfahren kann sowohl zur Untersuchung von Altkarten als auch zur Beurteilung der Lagegenauigkeit von alten Reliefs eingesetzt werden.

Das Verzerrungsgitter einer alten Aufnahme lässt sich entweder im modernen oder im lokalen Koordinatensystem darstellen. Im Folgenden werden beide Berechnungen separat behandelt (Kapitel 5.7.1 und Kapitel 5.7.2). Danach folgt die Interpolation der Isodeformaten zur visuellen Beurteilung der Höhengenaugkeit eines alten Reliefs (Kapitel 5.7.3).

5.7.1 Verzerrungsgitter im modernen Koordinatensystem

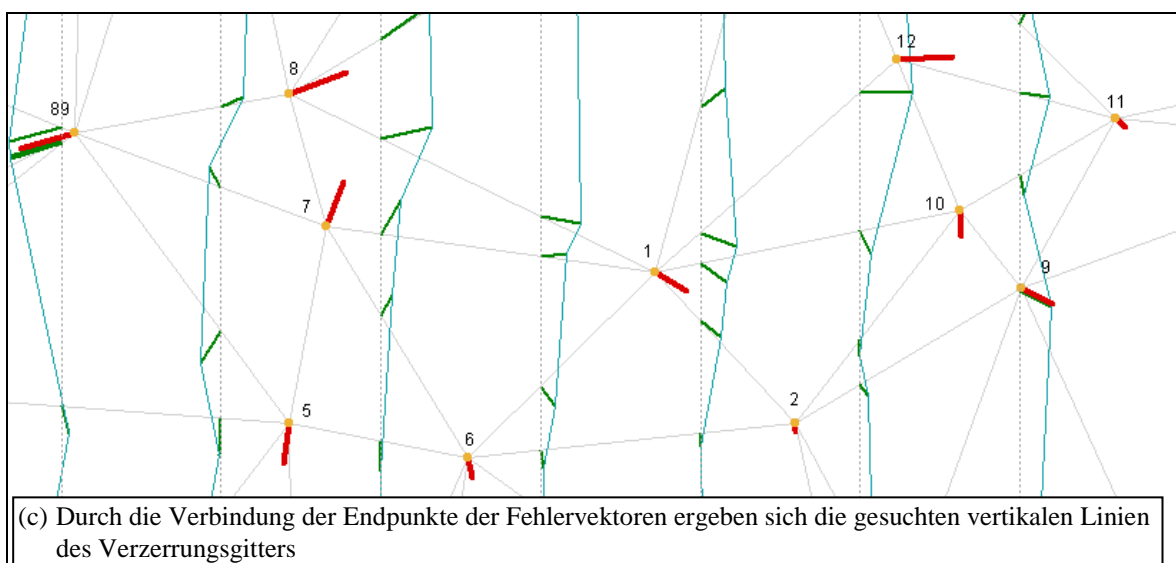
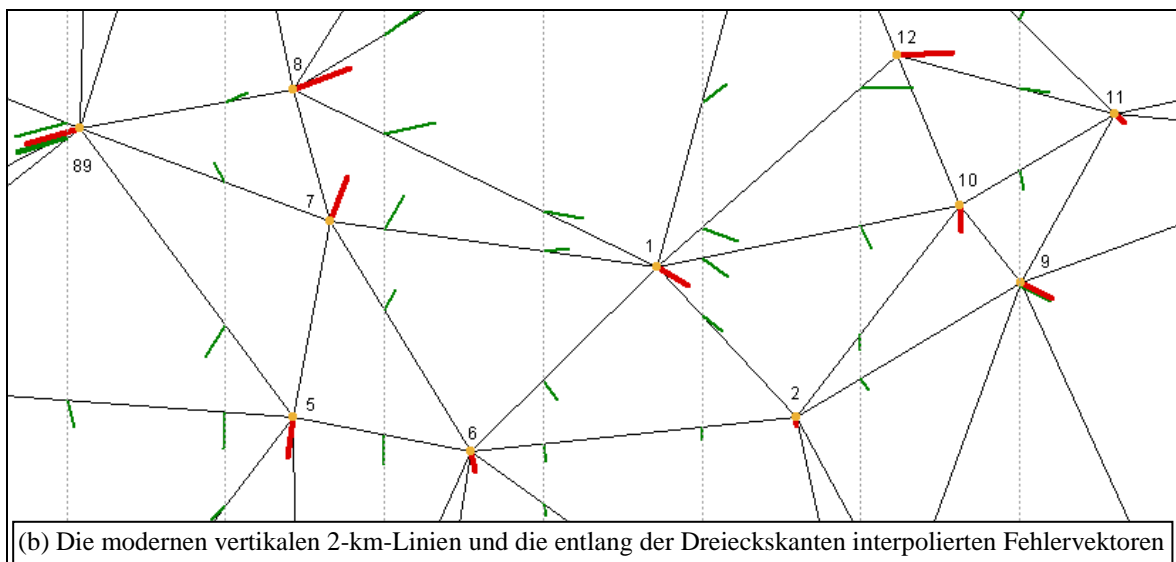
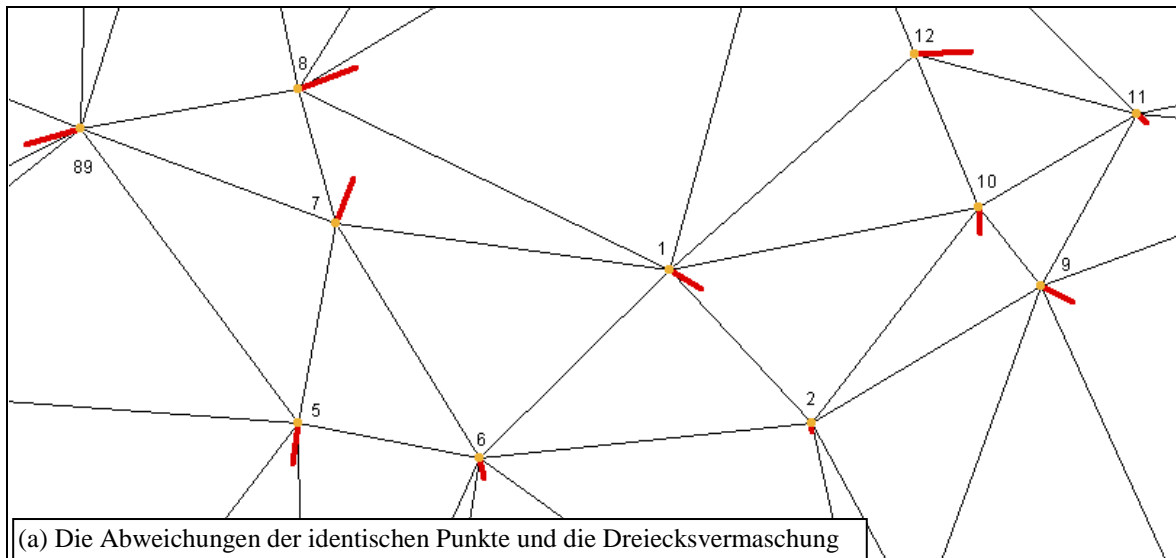
Die Darstellung des Verzerrungsgitters im modernen Koordinatensystem bietet einige Vorteile. Die lokalen Netzverformungen lassen sich durch die Überlagerung mit den vorhandenen heutigen Vektordaten gut räumlich einordnen. Dank der gemeinsamen Abbildung des Verzerrungsgitters mit dem heutigen digitalen Höhenmodell kann auf die Zusammenhänge zwischen

der Kartenverformung und den Geländeformen geschlossen werden (vgl. Verzerrungsgitter im Anhang B1). Und schliesslich lässt sich mit Hilfe von mehreren unterschiedlichen, gemeinsam registrierten Verzerrungsgittern die Kartenentwicklung in einem Gebiet untersuchen. Dabei können moderne dynamische Visualisierungsmethoden wie Überblendung oder Morphing zum Einsatz kommen.

Für die Erstellung des Verzerrungsgitters sind die vorhergehende Umrechnung der identischen Punkte mittels einer geeigneten Transformation und die darauf folgende Ermittlung der Lageabweichungen \mathbf{v}_i (v_x , v_y) erforderlich. Die Grösse und Ausrichtung der Restfehler soll visuell überprüft werden (vgl. Kapitel 5.5 und Abb. 5-8). Im nächsten Schritt werden die „modernen“ identischen Punkte mit der bereits erwähnten Delauney-Triangulation zu einem optimalen Dreiecksnetz vermascht (Abb. 5-15a). Anschliessend erfolgt die benutzerdefinierte Einstellung des gewünschten Abstands zwischen den Linien mit gleichen kartesischen Koordinaten. Je nach Kartengrösse und -genauigkeit kann dieser Wert zweckmässig 1, 2 oder 5 km betragen.

Die weitere Berechnung wird getrennt nach den Koordinatenrichtungen vorgenommen. In den Schnittpunkten der vertikalen Koordinatenlinien ($X_i = konst.$) mit jeder Dreiecksseite werden die Grösse und Ausrichtung der Fehlervektoren aus den Abweichungen der zwei Knotenpunkte linear interpoliert (Abb. 5-15b). Die gesuchten vertikalen Linien des Verzerrungsgitters ergeben sich durch die geradlinige Verbindung der Endpunkte der interpolierten Fehlervektoren (Abb. 5-15c). Der gleiche Vorgang erfolgt für die horizontalen Linien gleicher Koordinatenwerte ($Y_i = konst.$, Abb. 5-15d). Das resultierende Verzerrungsgitter lässt sich am besten mit hinterlegten Soll-Koordinatenlinien sowie in Kombination mit ausgewählten modernen Datensätzen abbilden (Abb. 5-15e).

Um einen glatteren Verlauf der Verzerrungslinien zu erzielen, können die Endpunkte der interpolierten Fehlervektoren anstatt linear mit Hilfe von stückweisen Polynomen dritter Ordnung – kubischen Splinefunktionen – verbunden werden. Dabei ist jedoch Vorsicht geboten, da die Splinefunktionen bei grossen Richtungsänderungen aufeinander folgender Stützpunkte stark schwingen, was bei dichten Verzerrungsgittern zu einer unerwünschten Linienüberschneidung führen kann. Als Alternative bieten sich die triangulationsbasierten Methoden an, welche bei der Interpolation eines regelmässig aufgebauten digitalen Höhenmodells (DHM) zum Einsatz kommen (Kapitel 3.3.1). Bei der Erstellung von Verzerrungsgittern entsprechen dann die Abweichungen der identischen Punkte den gegebenen unregelmässig verteilten DHM-Punkthöhen. Die gesuchten harmonisch verlaufenden Verzerrungslinien werden durch eine stetige Oberfläche unter Berücksichtigung der Abweichungen von umliegenden Dreieckspunkten generiert. In der vorliegenden Arbeit wurde auf diese Verfahren verzichtet. Da die Verzerrungsgitter naturgemäss nicht im Detail, sondern als Gesamtansicht dargestellt werden, fällt die geradlinige Verbindung der interpolierten Endpunkte meist nicht negativ auf und ist für Interpretationsaussagen ausreichend (vgl. Abbildungen im Anhang B).



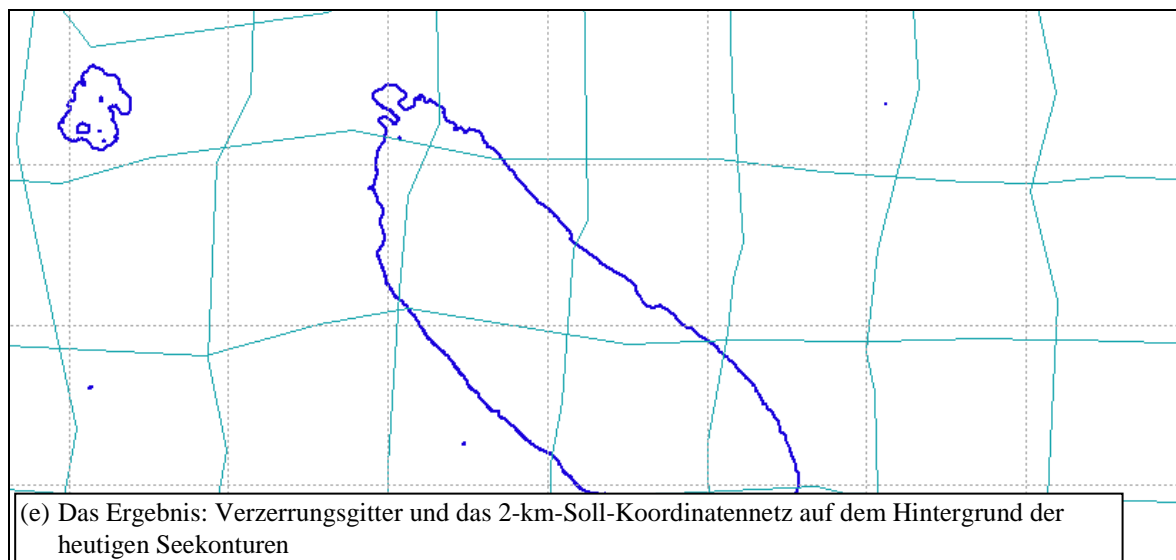
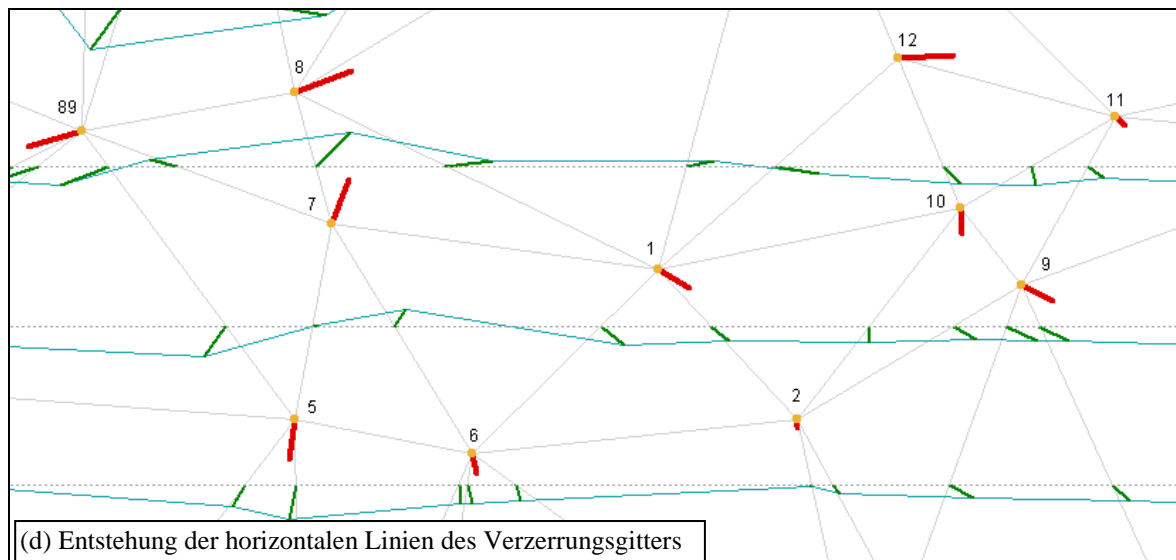


Abb. 5-15: Das Verfahren zur Erstellung von Verzerrungsgittern im modernen Koordinatensystem (*Carte originale*, Anhang B2; Sempacher See in der Bildmitte, Mauensee oben links).

Bei der erstmaligen Erstellung eines Verzerrungsgitters mit der oben beschriebenen Methode können im Gitterbild aufgrund der kleinen und schmalen Dreiecke unerwünschte Knicke, schlangenförmige Linien oder Knoten auftreten. Dies passiert vor allem am Rande des Verzerrungsgitters, da dort die Algorithmen zur Delauney-Triangulation eine konvexe Umhüllung der Punktwolke anstreben, was zu mehreren nebeneinander liegenden schmalen Dreiecken mit einer langen Basis führen kann. Sind die entlang der äussersten länglichen Dreiecksseite interpolierten Fehlervektoren wesentlich kleiner als diejenigen, die entlang einer nahe liegenden inneren Kante interpoliert wurden, entsteht bei der Verbindung der aufeinander folgenden Endpunkte am Linienende eine deutliche Stauchung. Einfache Abhilfe kann hier das Löschen der äusseren schmalen Dreiecke und die anschliessende Neuberechnung des Verzerrungsgitters schaffen. Der gleiche Effekt kann manchmal auch im Inneren des Kartenbildes vorkommen, wobei der Grund dafür vorwiegend in dicht beieinander definierten identischen Punkten mit erheblich unterschiedlichen Restfehlern liegt. Um harmonisch verlaufende Gitterlinien zu erzielen, müssen nach der Entfernung eines oder mehrerer betroffener Punkte die Dreiecksvermaschung sowie das Verzerrungsgitter neu berechnet werden.

5.7.2 Verzerrungsgitter im lokalen Koordinatensystem der Altkarte bzw. des Reliefs

Das Verzerrungsgitter im lokalen Koordinatensystem lässt sich auf zwei Arten darstellen – entweder *mit* oder *ohne Bezug* auf den Kartenrahmen (bzw. auf den Reliefrand). Die beiden Gitterbilder sind beinahe identisch, falls die alte Aufnahme auf Norden ausgerichtet ist. Weicht das Werk von der Nordrichtung ab, zeigt nur die Darstellung *ohne Bezug* auf den Kartenrahmen die entsprechende Verdrehung (Abb. 5-16). Beide Methoden sind für die Visualisierung der Karten- bzw. Reliefverformungen geeignet.

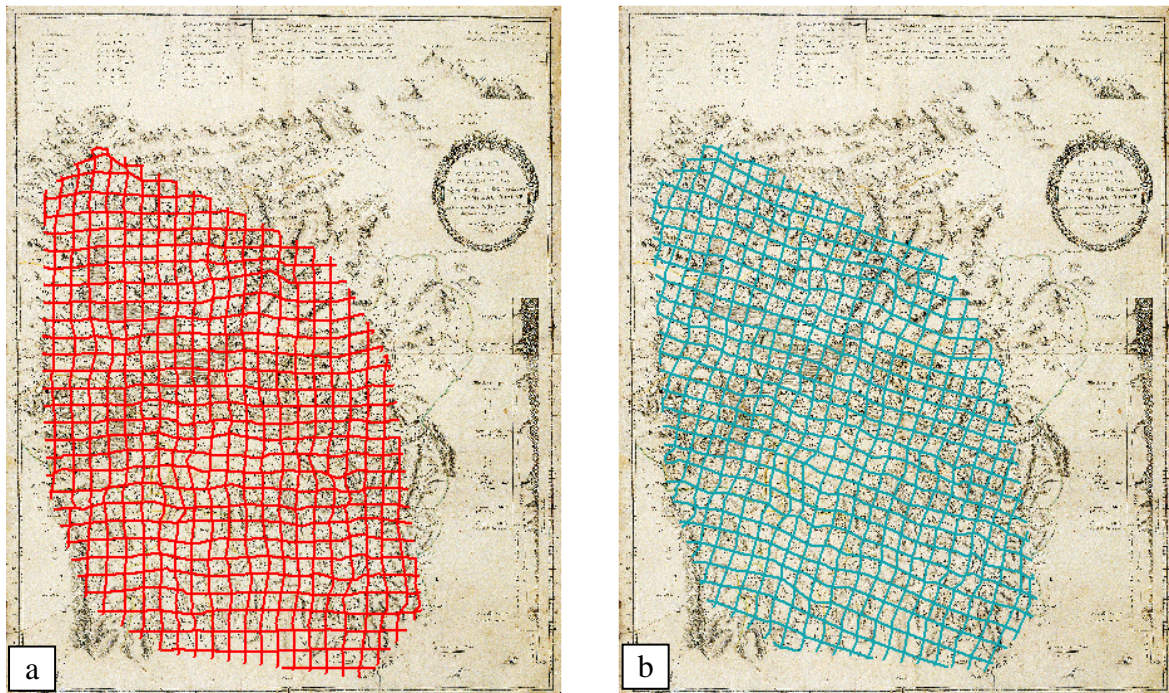


Abb. 5-16: Das Verzerrungsgitter im lokalen Koordinatensystem der Altkarte (*Carte en Perspective*, Anhang B5). (a) Das Gitterbild bezogen auf den Kartenrahmen. Es zeigt die Verformung der Linien mit 20 mm Maschenweite, die parallel zu den Altkarten-Koordinatenachsen verlaufen. (b) Das Verzerrungsgitter ohne Bezug auf den Kartenrahmen. Es zeigt – im wahren Sinne der Definition – die Abbildung des 2,5-km-Netzes in der Altkarte. Da die Altkarte um etwa $15,5^\circ$ von der Nordrichtung abweicht, wird diese Verdrehung deutlich.

(a) Verzerrungsgitter bezogen auf den Kartenrahmen

Zur Berechnung sind die Lagefehlervektoren der identischen Punkte im *lokalen Koordinatensystem* nötig, die durch die Verbindung der Punktkoordinaten x, y und x_b, y_b nach (5.3) bis (5.8) entstanden sind. Danach werden die identischen Punkte im lokalen Koordinatensystem zu einem Dreiecksnetz vermascht und die gewünschte Maschenweite des Verzerrungsgitters wird definiert (z.B. 10 mm, 20 mm oder 50 mm). Anschliessend wird das gleiche Verfahren wie in Kapitel 5.7.1 eingesetzt: In den Schnittpunkten der Soll-Koordinatenlinien ($x_i = \text{konst.}$, $y_i = \text{konst.}$) mit den Dreiecksseiten werden die Fehlervektoren aus den Abweichungen der zwei Knotenpunkte linear interpoliert und geradlinig verbunden.

Bei dieser Methode wird durch die Berechnung im lokalen Koordinatensystem die Verdrehung der alten Aufnahme eliminiert. Damit weicht das Ergebnis von der eigentlichen Definition des Verzerrungsgitters ab. Das Gitterbild zeigt jedoch die Verformungen der alten Auf-

nahme sehr gut. Die Kartenabweichung vom Norden lässt sich mit Hilfe der Georeferenzierung in einer anderen Abbildung verdeutlichen (vgl. Abb. 6-25c).

(b) Verzerrungsgitter ohne Bezug auf den Kartenrahmen

Mit dieser Methode entsteht ein Verzerrungsgitter im wahren Sinne der Definition: die Abbildung des heutigen kilometrischen oder geographischen Netzes in der alten Aufnahme. Weicht die Aufnahme von der Nordrichtung ab, so zeigt sich diese Verdrehung im Verzerrungsgitter. Infolge der Darstellung im lokalen Koordinatensystem ist das Gitterbild im Vergleich zur alten Aufnahme in entgegengesetzter Richtung orientiert (vgl. Abb. 5-16b und Abb. 6-25c).

Zur Erstellung des Verzerrungsgitters werden zunächst die identischen Punkte in der *umgekehrten Richtung* transformiert („neu nach alt“, d.h. die modernen Koordinaten X, Y werden in das alte Punktfeld x, y überführt). Mit den dabei ermittelten, *neuen* Transformationsparametern werden die zuvor im modernen Koordinatensystem erstellten Gitterlinien (siehe Kapitel 5.7.1) in das lokale Koordinatensystem der alten Aufnahme umgerechnet. Bei den alten Reliefs ist für diesen Vorgang eine Interpolation im digitalen Höhenmodell erforderlich.

Die numerischen Ergebnisse der beiden Transformationen „alt nach neu“ und „neu nach alt“ sind nicht identisch. Sie unterscheiden sich umso mehr, je ungenauer die alte Aufnahme ist. Die im Vermessungswesen übliche Transformationsrichtung, welche auch bei den kartographischen Untersuchungen eingesetzt wird, ist die Transformation „alt nach neu“ (d.h. die fehlerhafte alte Aufnahme wird auf die als fehlerfrei angenommene moderne Karte angepasst). Streng mathematisch genommen liefert daher die Methode (a) die korrekte Lösung. Bei der graphischen Gitterbilddarstellung sind jedoch die Unterschiede zwischen den beiden Transformationen gering. Falls also eine Abbildung unter Berücksichtigung der Kartenverdrehung erwünscht ist, kann auf das Verfahren (b) zurückgegriffen werden.

5.7.3 Interpolation der Isodeformaten

Neben der visuellen Darstellung der Lageabweichungen mit Hilfe von Verzerrungsgittern ist es bei den Untersuchungen von alten Reliefs ebenfalls von Bedeutung, die *Einzelwerte der Höhenabweichungen* der identischen Punkte auf eine ähnliche Weise als Kontinuum abzubilden. Am anschaulichsten wird diese Aufgabenstellung durch die Generierung von Isodeformaten gelöst. Dabei kann auf das gleiche in Kapitel 5.7.1 aufgeführte triangulationsbasierte Verfahren zurückgegriffen werden. Der einzige Unterschied besteht darin, dass bei der Erstellung von Isodeformaten anstelle von Linien konstanter Koordinatenwerte (x_i, y_i bzw. $X_i, Y_i = konst.$) die Linien gleicher Höhenabweichungen ($z_i, Z_i = konst.$) entlang der Dreiecksseiten gesucht und geradlinig verbunden werden (Abb. 5-17). Die Berechnung kann dabei entweder im lokalen Koordinatensystem des alten Reliefs oder im modernen Koordinatensystem erfolgen. Ein glatter Verlauf der Isodeformaten lässt sich analog zur Interpolation der Höhenlinien in einem zuvor vermaschten digitalen Höhenmodell beispielsweise durch die „Finite Elemente Interpolation“ erzielen. Da die Höhenabweichungen der identischen Punkte nach einer räumlichen Koordinatentransformation sowohl negative als auch positive Werte aufweisen, ist es zur Unterstützung von Interpretationsaussagen sinnvoll, eine dichromatische Farbskala zu verwenden. Bei einer solchen werden die Isodeformaten bzw. die daraus abgeleiteten eingefärbten Höhenstufen anhand des Vorzeichens in zwei unterschiedlichen Farbtönen dargestellt (z.B. blau-rot, vgl. Abb. 6-31).

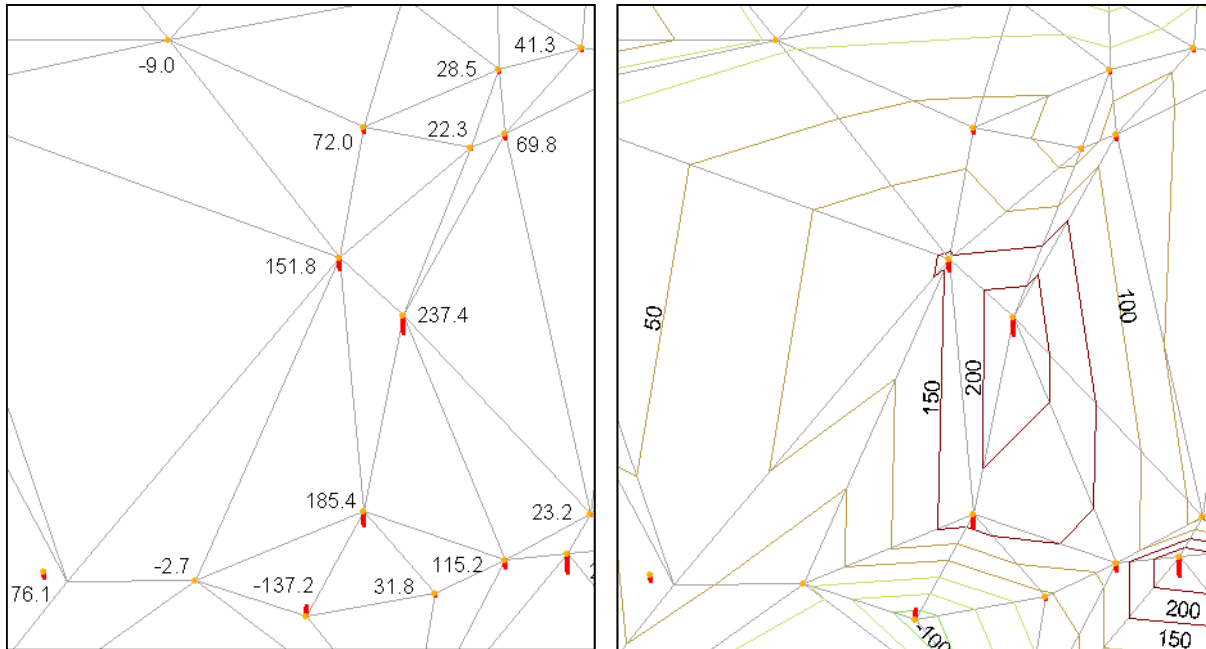


Abb. 5-17: Interpolation der Isodeformaten in der Höhe (Relief der Urschweiz, Gebiet Eigental). Links: Höhenabweichungen der identischen Reliefpunkte in Meter und die Dreiecksvermaschung. Rechts: die linear interpolierten und geradlinig verbundenen Isodeformaten mit einer Äquidistanz von 50 m.

5.8 Untersuchung der flächenförmigen Karten- bzw. Reliefobjekte

Die mit Hilfe der bisher beschriebenen Verfahren ermittelten Genauigkeitsangaben (Gewichtseinheitsfehler s_0 , Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x , d_y und d_z usw.) beziehen sich lediglich auf die im Voraus definierten identischen Punkte. Für die kartographiegeschichtlichen Untersuchungen ist es aber gleichermassen von Interesse, die Genauigkeit von anderen Karten- bzw. Reliefobjekten numerisch wiederzugeben. Dank der Georeferenzierung lässt sich diese Aufgabe relativ leicht bewältigen. Da nach diesem Vorgang die alten und modernen Datensätze im gleichen Koordinatensystem vorliegen, kann beispielsweise die Distanz zwischen einem in der Altkarte unbeschrifteten Berggipfel und dem nächstliegenden relevanten heutigen Punkt berechnet werden. Doch Ansätze zur quantitativen Untersuchung der Abbildung von komplexen Objekten wie Strassenzügen, Stadt- und Waldgrenzen, Wasserläufen, Seekonturen etc. fehlen bis jetzt. In diesem Kapitel werden neue Verfahren vorgestellt, die es erlauben, die Lage, Form und Grösse der in einer alten Aufnahme dargestellten flächenförmigen Landschaftsmerkmale zu beurteilen.

Die Voraussetzung für die im Weiteren beschriebene Analyse ist die eindeutige Zuordnung der zu untersuchenden „alten“ und „modernen“ Objekte. Aus diesem Grund wurde der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit auf die Wiedergabe von Seekonturen gesetzt, welche in den Innerschweizer Altkarten sowie im Relief der Urschweiz zuverlässig zu identifizieren und zuzuordnen sind. Bereits ein visueller Vergleich der mit den heutigen Seekonturen überlagerten alten Werke gibt einen Aufschluss über die Darstellungsqualität dieser Landschaftsmerkmale (vgl. Abbildungen im Anhang B). Um die Lage- und Formgenauigkeit der Seekonturen – oder anderer flächenförmiger Objekte – auch in Zahlen ausdrücken zu können, wurde ein Verfahren zur Qualitätsbeurteilung der Hausextraktion aus Luftbildern [Niederöst, M., 2003] eingesetzt und modifiziert. Die Berechnung erfolgt im zweidimensionalen Raum und lässt sich sowohl für die Altkarten als auch für die alten Reliefs einsetzen.

Der erste und zeitaufwändigste Schritt der Untersuchung ist die erforderliche Vektorisierung der Seekonturen in den georeferenzierten alten Werken. Obwohl der Einsatz halbautomatischer Algorithmen (analog der Digitalisierung von Höhenlinien) denkbar ist, lässt sich diese Aufgabe bei kleiner Objektanzahl schneller manuell am Computerbildschirm durchführen. Bei einem alten Relief, das mit Hilfe von bildbasierten Verfahren rekonstruiert wurde, ist zu diesem Zweck die Kartierung im Stereomodell am besten geeignet (vgl. Kapitel 3.3.3). Das Ergebnis der Vektorisierung sind die Seekonturen in einer geschlossenen Polygonform, welche nun mit den vorliegenden heutigen Seeformen numerisch verglichen werden können (grüne und blaue Flächen in Abb. 5-18).

Die gemeinsame Seefläche bezogen auf die Fläche im heutigen Datensatz („relative intersecting area“) liefert Information darüber, wie gut die zwei Flächen miteinander passen. Die gesamte relative Formunähnlichkeit („total relative shape dissimilarity“) repräsentiert die nicht gemeinsamen Flächen dividiert durch die Referenzfläche, eine Verhältniszahl, die möglichst klein sein soll:

$$\begin{aligned}
 \text{Gemeinsame Seefläche in \% der Referenzfläche} &= \frac{\text{Referenz} \cap \text{Alt}}{\text{Referenz}} \\
 \text{Seefläche im heutigen, aber nicht im alten Werk} &= \text{Referenz} \setminus \text{Alt} \\
 \text{Seefläche im alten, aber nicht im heutigen Werk} &= \text{Alt} \setminus \text{Referenz} \\
 \text{Gesamte relative Formunähnlichkeit} &= \frac{\text{Referenz} \setminus \text{Alt} + \text{Alt} \setminus \text{Referenz}}{\text{Referenz}}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

mit *Referenz* Seefläche im modernen Datensatz
Alt Seefläche in der Altkarte bzw. im Relief

Die Bedeutung der Formel (5.9) ist in Abb. 5-18 illustriert. Es ist ersichtlich, dass die Seeformen in den alten Aufnahmen relativ gut erfasst sind, jedoch die Distanz zwischen der Darstellung im alten und modernen Datensatz grosse Werte aufweist. Um die Genauigkeit der *Lage* und *Form* unabhängig voneinander betrachten zu können, wird vor der Berechnung der Genauigkeitsmasse (5.9) die „alte“ Seeabbildung an den Schwerpunkt der Referenzfläche verschoben (Abb. 5-18 unten). Zusätzlich werden zwei neue Genauigkeitsmasse eingeführt:

$$\begin{aligned}
 \text{Verschiebung des Schwerpunktes } V &= \sqrt{(X_s^{\text{Ref}} - X_s^{\text{Alt}})^2 + (Y_s^{\text{Ref}} - Y_s^{\text{Alt}})^2} \\
 \text{Durchschnittliche Differenz } D &= \frac{\text{Referenz} \setminus \text{Alt} + \text{Alt} \setminus \text{Referenz}}{\text{Referenzperimeter}}
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

mit $X_s^{\text{Ref}}, Y_s^{\text{Ref}}$ Schwerpunkt der Seefläche im modernen Datensatz nach (5.11)
 $X_s^{\text{Alt}}, Y_s^{\text{Alt}}$ Schwerpunkt der Seefläche im „alten“ Datensatz nach (5.11)
Referenz Seefläche im modernen Datensatz
Alt Seefläche in der Altkarte bzw. im Relief
Referenzperimeter Die Umfangslänge der heutigen Seefläche

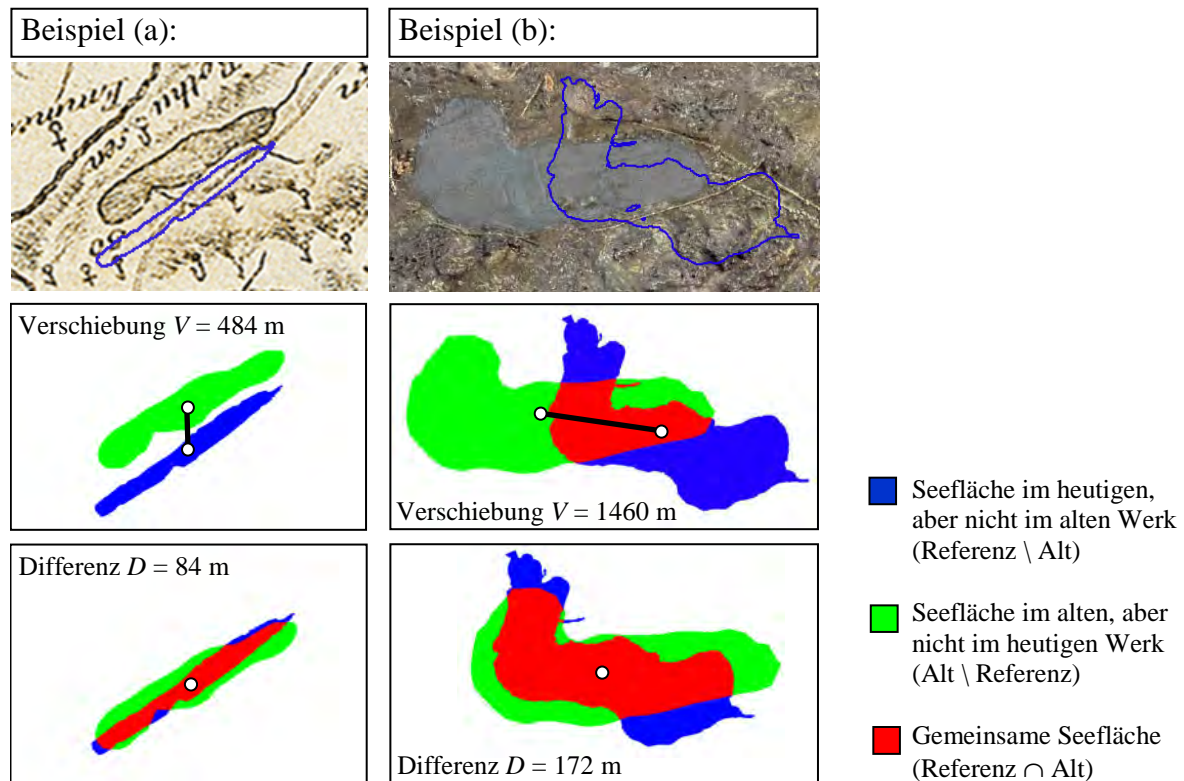


Abb. 5-18: Das Verfahren zur Untersuchung der Seeformen: (a) Der Rotsee in der *Carte en Perspective*, Anhang B5, (b) Der Lauerzer See im Relief der Urschweiz. Die Beurteilung der *Seelage* basiert auf der Berechnung der Verschiebung des Schwerpunktes V , die Richtigkeit der *Seeform* und *-grösse* wird durch die durchschnittliche Differenz D ausgedrückt (nicht gemeinsame Flächen geteilt durch den heutigen Seeperimeter; berechnet für die auf den Schwerpunkt verschobenen Seeabbildungen).

Die Implementierung der beschriebenen Verfahren kann entweder geometrisch, d.h. anhand der exakten, auf Fließkommazahlen beruhenden Koordinaten oder pixelbasiert, also aufgrund der als Ganzzahlen vorliegenden (Bildschirm)pixel erfolgen. Für die kartographiegeschichtlichen Untersuchungen reicht in der Regel die einfachere pixelbasierte Berechnung aus, denn die betroffenen Merkmalformen sind im Vergleich mit der mittleren Kartengenauigkeit in einer Rasterdarstellung hinreichend genau approximiert. Nach der Ausgabe eines möglichst hoch aufgelösten Bildes, welches sowohl die „alte“ als auch die „moderne“ Seedarstellung beinhaltet (Abb. 5-18 in der Mitte) wird die Lage beider Flächenschwerpunkte X_s^{Ref}, Y_s^{Ref} bzw. X_s^{Alt}, Y_s^{Alt} ermittelt:

$$X_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_x} n_{is} \cdot is}{Seefläche} \qquad Y_s = \frac{\sum_{j=1}^{n_y} n_{js} \cdot js}{Seefläche} \qquad (5.11)$$

- mit X_s, Y_s Lage des Schwerpunktes im Bildkoordinatensystem in Pixel
- n_x, n_y Horizontale und vertikale Bilddimension in Pixel
- Seefläche* Anzahl der zur Seefläche zugehörigen Pixel
- is, js Zeile bzw. Spalte, die wenigstens ein Pixel der Seenabbildung beinhaltet
- n_{is}, n_{js} Anzahl der zur Seefläche zugehörigen Pixel innerhalb von is bzw. js

Um einen metrischen Bezug zwischen dem ausgegebenen Bild und dem modernen Koordinatensystem einzurichten, muss die Bildpixelgrösse im Gelände bestimmt werden. Sie ergibt

sich beispielsweise durch den Vergleich mehrerer identischer Distanzen im Bild und im Gelände. Anschliessend lässt sich die Verschiebung des Schwerpunktes V nach (5.10) ermitteln und in Meter umrechnen. Die Verschiebung V drückt die Lagegenauigkeit der Seeabbildung in der alten Aufnahme aus. Zur Beurteilung der Seeform und -grösse unabhängig von der möglicherweise falschen Seelage im Gelände wird nun – wie bereits erwähnt – die „alte“ Seeabbildung auf den Schwerpunkt der Referenzfläche verschoben (Abb. 5-18 unten). Danach können die Pixel $Referenz \setminus Alt$ sowie $Alt \setminus Referenz$ gezählt und die restlichen Genauigkeitsmasse nach (5.9) und (5.10) berechnet werden. Die durchschnittliche Differenz D in Meter, welche die nicht gemeinsamen Flächen geteilt durch die Umfangslänge des heutigen Sees repräsentiert, ist ein gutes Mass zur Betrachtung der Formgenauigkeit der flächenförmigen Landschaftsmerkmale. Die im Projekt „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ erzielten Ergebnisse sind im Anhang B detailliert aufgeführt und in Kapitel 6.6.4 interpretiert.

5.9 Vergleich der Höhenmodelle

Im Gegensatz zu den numerischen Ergebnissen einer Koordinatentransformation, die sich lediglich auf die bei der Transformation verwendeten identischen Punkte beziehen, ergibt sich aus dem Vergleich von Höhenmodellen eine Information über die flächenhafte Genauigkeit eines alten Reliefs. Das Ziel ist, *alle vorliegenden Höhenwerte* des virtuellen Reliefmodells mit den korrespondierenden heutigen Höhen zu vergleichen.

Um die Oberfläche eines alten Reliefs mit dem heutigen digitalen Landschaftsmodell in Bezug bringen zu können, muss das virtuelle Relief in das moderne Koordinatensystem umgerechnet werden. Dies wurde bereits im Rahmen der Georeferenzierung durchgeführt (Kapitel 5.6). Nun kann jedem transformierten Reliefpunkt der optimale Referenzpunkt mittels einer Interpolation zugeordnet werden. Durch eine Subtraktion der Reliefhöhen von den entsprechenden Referenzhöhen („*soll minus ist*“) wird ein Differenzgitter gewonnen, welches die räumliche Verteilung der Höhenfehler visuell wiedergibt. Zu dessen Präsentation eignet sich insbesondere die bereits erwähnte dichromatische Darstellung in zwei unterschiedlichen Farbtönen je nach Vorzeichen der Höhenfehler. Im Gegensatz zu den Isodeformaten (Kapitel 5.7) veranschaulicht das Differenzmodell die Höhenabweichung jedes einzelnen Gitterpunkts und es lässt sich auch in den Gebieten erstellen, in welchen keine identischen Punkte vorliegen (vgl. Abb. 6-31 und Abb. 6-32).

Zur Gewinnung eines repräsentativen Werts zur Beurteilung der flächenhaften Reliefgenauigkeit soll der mittlere Höhenfehler RMSE nach Formel (3.7) berechnet werden. Als ein allgemein verständliches, aber statistisch gesehen nicht repräsentatives Fehlermass lässt sich der arithmetische Durchschnitt der Höhenabweichungen ermitteln. Mit der kartographiegeschichtlichen Interpretation der Ergebnisse, die durch den flächenhaften Vergleich des Reliefs der Urschweiz mit dem Referenzmodell DHM25 erzielt wurden, befasst sich Kapitel 6.6.6.

5.10 Beurteilung der Ergebnisse

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit implementierten, in den vorhergehenden Kapiteln erläuterten Analyseverfahren verlaufen nach der abgeschlossenen Definition der identischen Punkte vollautomatisch. Der Weg von der Koordinatentransformation über die Erstellung von Verzerrungsgittern bis zur Georeferenzierung dauert nur ein paar Minuten. Die einheitliche Visualisierungsplattform ArcView GIS erwies sich als eine flexible und zuverlässige Basis

zur Kombination von verschiedenen Datensätzen, zur Erstellung von Abbildungen und zur Unterstützung von Interpretationsaussagen. Die Portierung der ursprünglichen Unix-Programme auf Windows sowie die entwickelte graphische Benutzeroberfläche trugen zur Vereinfachung und Verbesserung von Arbeitsabläufen wesentlich bei.

Der Schwerpunkt des präsentierten Forschungsansatzes und der darauf basierten Algorithmen lag in einer eingehenden visuellen Überprüfung jedes einzelnen Berechnungsschritts. Zu den in den kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsuntersuchungen neu eingeführten Verfahren zählen vor allem die Bildtransformationen unter Berücksichtigung des digitalen Höhenmodells sowie die numerische Analyse der flächenförmigen Karten- bzw. Reliefobjekte. Beim zuletzt erwähnten Verfahren könnte eventuell eine automatische Bestimmung der Hauptachsen der zu untersuchenden Landschaftsmerkmale (z.B. mit Hilfe von Flächenmomenten) und die anschließende Rotation der „alten“ Fläche auf die entsprechende Referenzabbildung in Betracht gezogen werden. Dies würde in einigen Fällen eine bessere Beurteilung der Form und Grösse der flächenförmigen Kartenobjekte ermöglichen. Zu einem harmonischeren Gesamtbild des Verzerrungsgitters sowie der Isodeformaten würde anstatt der verwendeten geradlinigen Punktverbindung ein Interpolationsverfahren mit Polynomen höherer Ordnung führen.

Teil III:

Interpretation und Schlussfolgerungen

Kapitel 6

Rekonstruktion der Vermessungsweise von Franz Ludwig Pfyffer

Als der Luzerner General Franz Ludwig Pfyffer kurz vor 1750 die Arbeit am Relief der Urschweiz in Angriff nahm, standen ihm keine zuverlässigen Karten zur Verfügung. Er musste die für den Reliefbau nötigen topographischen Grundlagen selber erarbeiten. Jahrzehnte vergingen, bis Pfyffer 1786 sein Werk vollendet hatte: Als Erster hatte er das Prinzip der Landesvermessung und der dreidimensionalen Landschaftsdarstellung auf einen grossen Teil der Schweiz angewendet. Sein Vorgehen bei der Vermessung und Modellierung blieb bis jetzt weitgehend unerforscht. Pfyffer hinterliess keinen männlichen Nachkommen, sein Nachlass wurde verteilt und ist heute kaum mehr auffindbar. Seine Instrumente, Notizbücher und Messunterlagen sind nicht erhalten geblieben. Der einzige direkte Verweis auf Pfyffers Vermessung sind zehn Briefe, die er 1761 an den Genfer Physiker und Geodäten Jacques Barthélemy Micheli du Crest (1690-1766) schrieb [Pfyffer, 1761]. Pfyffer bekennt sich zu seiner grossen Begeisterung für die *Geometrie*, beschreibt seine Verfahren und Messgeräte und erwartet die Meinung und den Rat der wissenschaftlichen Autorität Micheli du Crests, der sich damals als Staatsgefangener auf der Festung Aarburg befand und selber Ideen für eine Landesvermessung der Schweiz entwickelte. Indirekt auf die Methoden und Instrumente Pfyffers deuten zahlreiche Lehrbücher der Feldmesskunst hin, die im 18. Jahrhundert erschienen.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Genauigkeitsuntersuchungen erlauben ebenfalls, Rückschlüsse auf den Ablauf von Pfyffers Vermessungen zu ziehen. Dabei werden das rekonstruierte virtuelle Relief der Urschweiz, die zugehörigen Altkarten sowie das kartenverwandte Material als eigenständige Untersuchungsobjekte betrachtet. Durch die Anwendung der in Kapitel 5 beschriebenen Analysemethoden ergaben sich Ergebnisse, die in diesem Kapitel interpretiert und im zeitgenössischen Vergleich beurteilt werden. Folgende topographische Werke konnten in die Genauigkeitsuntersuchungen mit einbezogen werden:

- Das rekonstruierte, massstabsgetreue Computermodell des Reliefs der Urschweiz. Das virtuelle Relief besteht aus einem digitalen Höhenmodell, einem Orthobild und einem strukturierten Datensatz der Linienelemente (Anhang B1).
- *Carte originale du Général Pfyffer*, eine kolorierte Manuskriptkarte, die das Gebiet des Reliefs ohne dessen nördlichen Teil zeigt. Die meisten Orte sind nur mit ihrem Anfangsbuchstaben bezeichnet. Rechts neben dem Kartenbild findet sich ein Verzeichnis mit der Ortsnomenklatur (Anhang B2).

- Ein Fragment einer Manuskriptkarte von Pfyffer aus dem Gebiet Rengg im Kanton Luzern, das überraschenderweise während der Restaurierung im Inneren des Reliefs gefunden wurde (Anhang B3).
- Der *Plan du Canton de Zug*, eine unbeschriftete, von Pfyffer stammende aquarellierte Karte des Kantons Zug, kürzlich im Privatarchiv der Familie Landtwing in Zug gefunden. Franz Fidel Landtwing (1714-1782) zeichnete selber Karten vom Kanton Zug und stand mit Pfyffer in Verbindung (Anhang B4).
- Die *Carte en Perspective du Nord au Midi*, die nach der Vorlage von Pfyffers Messungen von Jakob Joseph Clausner (1744-1795) im Jahre 1786 gestochen wurde (Anhang B5). Das Kartenbild der *Carte en Perspective* enthält zahlreiche numerische Höhenangaben.
- Das Blatt 7 des im Jahr 1802 erschienenen *Atlas Suisse* von Johann Rudolf Meyer (1739-1813), Johann Heinrich Weiss (1759-1826) und Joachim Eugen Müller (1752-1833). Die Karte, eines der bemerkenswertesten Werke der schweizerischen Kartographie, wurde rechnerisch untersucht, um Pfyffers Leistung in einem weiter gefassten Rahmen beurteilen zu können (Anhang B6).
- 94 Feldzeichnungen, mehrheitlich panoramaartig und aquarelliert, die in der Graphischen Sammlung der Zentral- und Hochschulbibliothek Luzern aufbewahrt werden.

Einleitend widmet sich Kapitel 6.1 der Vorbereitung von Pfyffers Vermessungen inklusive Rekognoszierung und allgemeiner Organisation seiner Arbeiten. In Kapitel 6.2 wird auf Pfyffers Instrumente und sein Vorgehen bei den Winkel- und Basismessungen für die Triangulation und Detailaufnahme eingegangen. Kapitel 6.3 befasst sich mit den Höhenmessungen; in Kapitel 6.4 werden die astronomischen Messungen behandelt. Kapitel 6.5 beschreibt unter Berücksichtigung der aufgefundenen Landschaftszeichnungen Pfyffers Verfahren der Reliefmodellierung. In Kapitel 6.6 werden die von ihm erzielten quantitativen Ergebnisse untersucht und die aus der Genauigkeitsanalyse gewonnenen neuen Erkenntnisse werden präsentiert. An den entsprechenden Stellen werden dabei die eingesetzten Analyseverfahren der Einfachheit halber in Kurzform nochmals aufgeführt. Anschliessend folgt eine zusammenfassende Würdigung der Leistung Pfyffers anhand des Vergleichs mit den Ergebnissen seiner Zeitgenossen (Kapitel 6.7).

6.1 Vorbereitung einer Vermessung

Franz Ludwig Pfyffer war ein Vermesser aus Leidenschaft, ein Praktiker, der Tag für Tag Erfahrungen sammelte und aus eigenen Fehlern lernte: *La geometrie fait aujourd'hui ma passion, mais malheureusement je n'ai jamais rien appris que de moi même. (...) Je trouve tous les jours que la pratique est un bon maître*⁷. Doch durch die Ausbildung zum Offizier in französischen Diensten verschaffte er sich bereits in jungen Jahren eine solide Basis für seine spätere topographische Aktivität. Er lernte die Grundlagen der Landschaftsaufnahme und -modellierung kennen, knüpfte wissenschaftliche Kontakte, hatte Zugang zu vermessungstechnischer Literatur. Eines der Bücher, die Pfyffer bestimmt in den Händen hielt, ist die im 18. Jahrhundert mehrmals herausgegebene und auch ins Deutsche übersetzte *Neueröffnete mathematische Werkschule oder Gründliche Anweisung wie die Mathematische Instrumenten zuverfertigen und zugebrauchen sind* des königlichen französischen Mathematikers Nicolas Bion (1652-1733). Dieses mit zahlreichen Abbildungen versehene Standardwerk beschreibt die Verfahren der Vermessung mit Messtisch und Graphometer sowie die Herstellung der dazu nötigen Instrumente (Abb. 6-1). Pfyffers rege Korrespondenz mit den Wissenschaftlern seiner Zeit, seine oftmaligen Reisen nach Paris sowie sein Interesse für internationale Ereignisse und Entwicklungen bezeugen, dass er auch später auf dem aktuellen Wissenstand blieb.

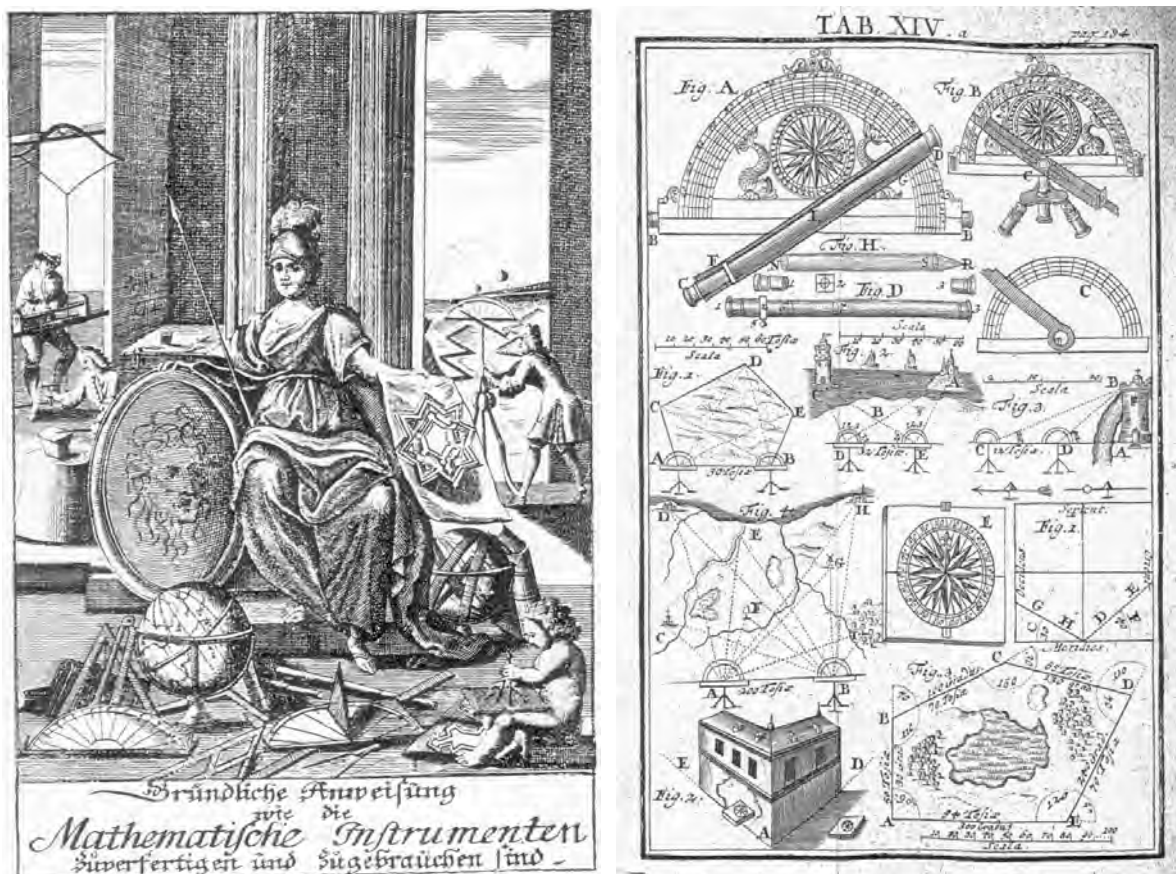


Abb. 6-1: Das Titelblatt und eine Abbildungstabelle der *Neueröffneten mathematischen Werkschule* ... [Bion, 1765, erste französische Ausgabe 1709].

⁷ Vermessung ist heute meine Leidenschaft, aber leider habe ich sie nur durch das Selbststudium gelernt. (...) Ich finde jeden Tag, dass die Praxis ein guter Meister ist [Pfyffer, 28. April 1761].

Seine Vermessungsinstrumente – im Detail in den folgenden Kapiteln beschrieben – besorgte sich Pfyffer in ganz Europa. Einige stellte er auch selber her. Die auf Lufttemperatur und -feuchtigkeit empfindlichen Messketten, Eisen- und Holzmassstäbe kontrollierte er vor der eigentlichen Messung regelmässig. Die Justierung führte er entlang eines Marmorquadrats durch, dessen genaue Länge er zu kennen glaubte und dessen Form er für unveränderlich hielt: *En attendant j'ay des regles de bois très justes. Je les corrige avant de m'en servir sur un quarré de marbre de 4 pieds. Dont une face est parfaite*⁸. Die Qualität seiner Winkelmessgeräte verifizierte Pfyffer wohl erst im Gelände. Er verglich die mit mehreren Instrumenten erzielten Messergebnisse miteinander, woraus er auf die Genauigkeit und Praxis-tauglichkeit einzelner Instrumente schloss.

Auf dem Territorium der alten Eidgenossenschaft kamen bei den Vermessern sehr unterschiedliche Längenmasse zur Anwendung. Die gebräuchlichen Bezeichnungen Toise, Klaf-ter oder Fuss konnten je nach Masssystem diverse Grössen annehmen (Anhang A). Ungeachtet der lokalen Einflüsse beruhen Pfyffers Messungen eindeutig auf dem französischen Masssystem. Er verwendet die französischen Einheiten zum wissenschaftlichen Austausch mit Micheli du Crest und gibt sie auch explizit in der *Carte en perspective du nord ou midi* von Jakob Joseph Clausner an (*Toutes les Elevations sont mesurés du Niveau du Lac de Lucerne, qui est estimé a 220 Toises de france au dessus de la Meer ...*⁹).

In Übereinstimmung mit heutigen Verfahren machte sich Pfyffer zuerst mit dem Gebiet vertraut und vermäss erst anschliessend. Bei der Rekognoszierung prüfte er gegenseitige Sichtverbindungen und markierte das Gelände mit Signalen, um die *Stationen* wiederzuerkennen. Er konnte jedoch keine hohen Pfähle setzen, weil die Gefahr bestand, dass sie absichtlich entfernt würden. Das gebirgige Terrain sowie die schwierige politische Situation in der alten Eidgenossenschaft stellten Hindernisse dar, welche zu überwinden eine Herkulesaufgabe für Pfyffer war. *J'etois malgré le mauvais temps a courir le país, pour remarquer des signaux et noter des stations, chose très difficiles dans un país couvert ou l'on n'ose couper aucun arbre, ni planter de jalon qu'on ne l'ôte, ou ne le derange pendant la nuit*¹⁰, schildert er gegenüber Micheli du Crest. Um nicht aufzufallen, markierte er seine potenziellen Signale und Stationen mittels eines ebenerdig in den Boden getriebenen Pfostens oder mit einem Eisen in den Felsen. Anschliessend erfolgte nochmals dieselbe „Wanderung“, diesmal mit fünf bis sechs Gehilfen, welchen Pfyffer die Stationen zeigen musste. Während er dann auf einer Station vermäss, steckten seine Leute an den markierten Stellen vertikal einen Signalisationspfahl ein und bewachten ihn bis zum Ende der *Operation*. Der Pfahl trug oben einen Fassreifen, der mit weisser Leinwand und einer Kreuzmarkierung überzogen war, damit er besser erkannt und genauer anvisiert werden konnte. Zur Kommunikation mit seinen Leuten benutzte Pfyffer eine grosse schwarzweisse Fahne. Oft war er gezwungen, für die Triangulation natürliche Punkte, beispielsweise alleinstehende grosse Tannen, zu wählen, wobei er bei der anschliessenden Vermessung an diesen Stationen die Entfernung zum Baum auf folgende Weise berücksichtigte: *Comme je ne puis planter de signaux a demeure je prends ordi-*

⁸ Inzwischen [bis der erwartete Eisenmassstab aus England eintrifft] habe ich sehr genaue Holzmassstäbe. Bevor ich sie verwende, überprüfe ich sie an einem Quadrat aus Marmor von 4 Fuss, dessen Form vollkommen ist [Pfyffer, 19. Mai 1761].

⁹ Alle Höhen sind über dem Niveau des Vierwaldstätter Sees gemessen, dessen Höhe mit 220 französischen Toisen über Meer bestimmt wurde ... (Beschriftung der *Carte en perspective du nord ou midi* von Jakob Joseph Clausner, Anhang B5).

¹⁰ Trotz dem schlechten Wetter habe ich im Gelände Signale und Stationen markiert, was schwierig ist im unzugänglichen Gelände, wo man sich weder einen Baum fällen, noch eine Messstange aufstellen wagt, ohne dass sie weggenommen oder in der Nacht versetzt wird [Pfyffer, 19. Mai 1761].

*naiement des sapins esseulés, et quand j'y arrive je place mon instrument vers le point, et sur la ligne d'ou je suis parti. Ensuite je calcule la distance de l'arbre*¹¹. Pfyffer fand es aber zeitraubend und aufwändig, ohne feste Signale zu arbeiten, weil viele aufgenommene Richtungen sich später als unbrauchbar erwiesen. Er entschärfte also das Problem fehlender fester Signale mit einer guten Vorbereitung und Arbeitsorganisation. Diese Erkenntnis ist interessant, da es in der Literatur der frühen Vermessung nur wenige Informationen darüber gibt, wie man ohne feste Signalisierung und Sicherung der Messpunkte trianguliert hat¹².

Sowohl bei der Rekognoszierung als auch bei der eigentlichen Vermessung legte Pfyffer grossen Wert auf die möglichst korrekte Benennung der Berggipfel. Er liess sich mit den Gipfelnamen, die ihm im „Flachland“ genannt wurden, nicht zufriedenstellen. Er wanderte zu den Bergen hinauf und fragte die Einheimischen, bis er sich sicher war, eine richtige Antwort bekommen zu haben. Pfyffer war sich auch bewusst, dass es viel Übung braucht, sich in den Bergen nicht zu täuschen: Ein Berg kann von zwei verschiedenen Tälern aus ganz anders erscheinen und auch zwei verschiedene Namen haben. *Et a l'égard des cimes, comme en differents endroits elles se nomment autrement je les trace toutes*¹³, schreibt er an Micheli Du Crest. Hier fällt das grosse räumliche Vorstellungsvermögen Pfyffers auf. Er wusste genau, wie die Berge aussehen, welcher wie heisst und wo er sich im Bezug auf die umliegenden Gipfel befindet – und das aus verschiedensten Blickwinkeln und Distanzen. Pfyffer korrigierte einige Bergdarstellungen seiner Zeitgenossen, darunter auch das Alpenpanorama von Micheli du Crest, und mit Skizzen und Berechnungen belegte er seine Meinung. Als Beispiel seiner sorgfältigen Arbeitsweise dienen die zahlreichen, in seinen Landschaftszeichnungen teilweise mit Namen bezeichneten, teilweise einheitlich durchnummerierten Bergspitzen, Hügel, Landvorsprünge und Einbuchtungen bei den Seen und sogar Wäldern. Somit trug Pfyffer zur Verbesserung der Bergnomenklatur in der Schweiz des 18. Jahrhunderts wesentlich bei (vgl. dazu Abb. 6-30).

¹¹ Da ich keine festen Signale aufstellen kann, wähle ich alleinstehende Tannen, und wenn ich dorthin ankomme, stelle ich mein Instrument in der Nähe und in die Richtung von wo ich gekommen bin auf. Dann berechne ich die Distanz zum Baum [Pfyffer, 9. Juni 1761].

¹² Bei [Zölly, 1948] kann man auf S. 20 folgendes nachlesen: *Charakteristisch für die bis 1785 verflossene Zeit ist der grosse Mangel an näheren Angaben über die Art der Signalstellung und das vollständige Fehlen irgendwelcher Angaben, ob und wie die vermessenen Punkte örtlich versichert worden waren.* Um die nötige Messgenauigkeit zu erreichen, wurden bei späteren, amtlichen Landestriangulationen über die im Erdboden markierten Dreieckspunkte grosse Holztürme und Dreibockgerüste gebaut. Für eine bessere Visur war es um einen Busch oder sogar einen Baum oft nicht schade. Dies war in der Schweiz des ausgehenden 18. Jahrhunderts, als die Vermessung noch misstrauisch angeschaut und von höheren Stellen nicht unterstützt wurde, meistens nicht möglich.

¹³ Und hinsichtlich der Gipfel, da sie an verschiedenen Orten anders benannt werden, zeichne ich sie alle auf [Pfyffer, 4. August 1761].

6.2 Triangulation und Detailaufnahme

Wenn man im 18. Jahrhundert vor der Aufgabe stand, eine Landschaft zu vermessen, griff man auf das Verfahren der Triangulation zurück: Dreiecksbestimmung aus einer bekannten Seite und den zwei anliegenden, gemessenen Winkeln (Abb. 6-2a). Diese Methode der Landesaufnahme kam bereits im 16. Jahrhundert zum Einsatz und wurde seither sukzessiv weiterentwickelt. So wurde das einfache Einschneideverfahren zur Bestimmung grösserer Dreiecksnetze ausgebaut (Abb. 6-2b): Die aus der bekannten Entfernung AB festgelegten Punkte C und D dienen als zusätzliche Ausgangstationen für das Anvisieren neuer Punkte E, F, G, H. Eine wichtige Verbesserung des Verfahrens bildete die Verdichtung des ursprünglichen grossmaschigen Netzes mit weiteren, kurzseitigen Dreiecken (Abb. 6-2c). Somit stand ein Netz von Fixpunkten – das Kartengerippe – zur Verfügung. Durch das Zielen von den im Voraus vermessenen Fixpunkten aus konnten nun die einzelnen Geländeobjekte aufgezeichnet werden (Detailaufnahme, Abb. 6-2d).

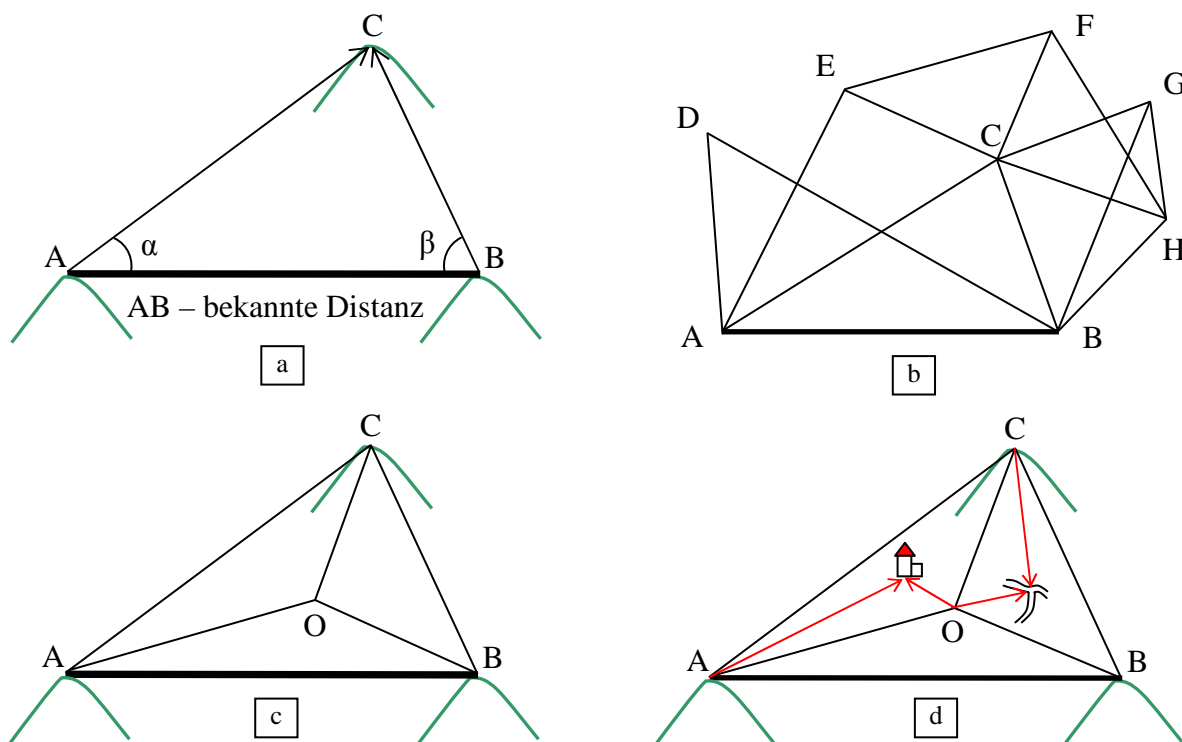


Abb. 6-2: Das Prinzip der Triangulation und Detailaufnahme. (a) Dreiecksbestimmung aus einer Seite und den zwei anliegenden Winkeln. Die Entfernung AB wird durch eine möglichst präzise Messung einer sogenannten Basis ermittelt. (b) Erweiterung des Verfahrens auf ein Dreiecksnetz, (c) Verdichtung des grossmaschigen Netzes mit kleinmaschigen Triangulationen (d) Detailaufnahme der Geländeobjekte mittels Vorwärtsschnitts.

Die Triangulation und Detailaufnahme entstanden als rein graphische Verfahren. Die Visurlinien wurden direkt bei der Messung massstabverkleinert auf ein Papierblatt eingetragen, und ihre Schnittpunkte legten neue Punkte der Karte fest. Die Entwicklung von genaueren Instrumenten, die im Gelände nur Zahlenwerte lieferten, bedingte ein allmähliches Durchsetzen von numerischen Methoden. Der Einsatz der Fehlertheorie und Ausgleichsrechnung ab Anfang des 19. Jahrhunderts bedeutete die methodische Vervollkommnung der Triangulation: Aus den wiederholten, stets mit kleinen Fehlern behafteten Messungen in einem Dreiecksnetz wurden eindeutige Ergebnisse abgeleitet.

Aufgrund von Pfyffers Briefen steht fest, dass er das zuvor präzise vermessene, grossmaschige Triangulationsnetz mit Detailaufnahmen verdichtete und so das Grundprinzip der Triangulation „vom Grossen ins Kleine“ anwendete. Seine Triangulation unterschied sich von dem für die Detailaufnahme eingesetzten einfachen Einschneideverfahren durch die eingehenden überschüssigen Kontrollmessungen auf dem dritten Dreieckspunkt (siehe Kapitel 6.2.1). Im aufgefundenen Material liegen zwei Triangulationsskizzen von Pfyffers Hand vor – ein Situationsplan mit der Darstellung der Basismessung in einem Dreiecksnetz (Abb. 6-3) und eine mit Visurlinien versehene Zeichnung aus dem Berner Oberland (Abb. 6-4). In seinen Briefen erwähnt Pfyffer oft die Dreiecke und die Objekte „zwischen den Dreiecken“, beispielsweise hier bei der Beschreibung eines Winkelinstruments – *On trouve avec cela, en un moment tout le detail d'une montagne, et tous les objets entre les triangles*¹⁴ – was ebenfalls auf ein hierarchisches Vorgehen schliessen lässt. Pfyffer arbeitete vorwiegend graphisch. Die Beschreibung seiner Vermessungsinstrumente belegt jedoch, dass er für die Triangulation teilweise auch numerische Verfahren einsetzte.

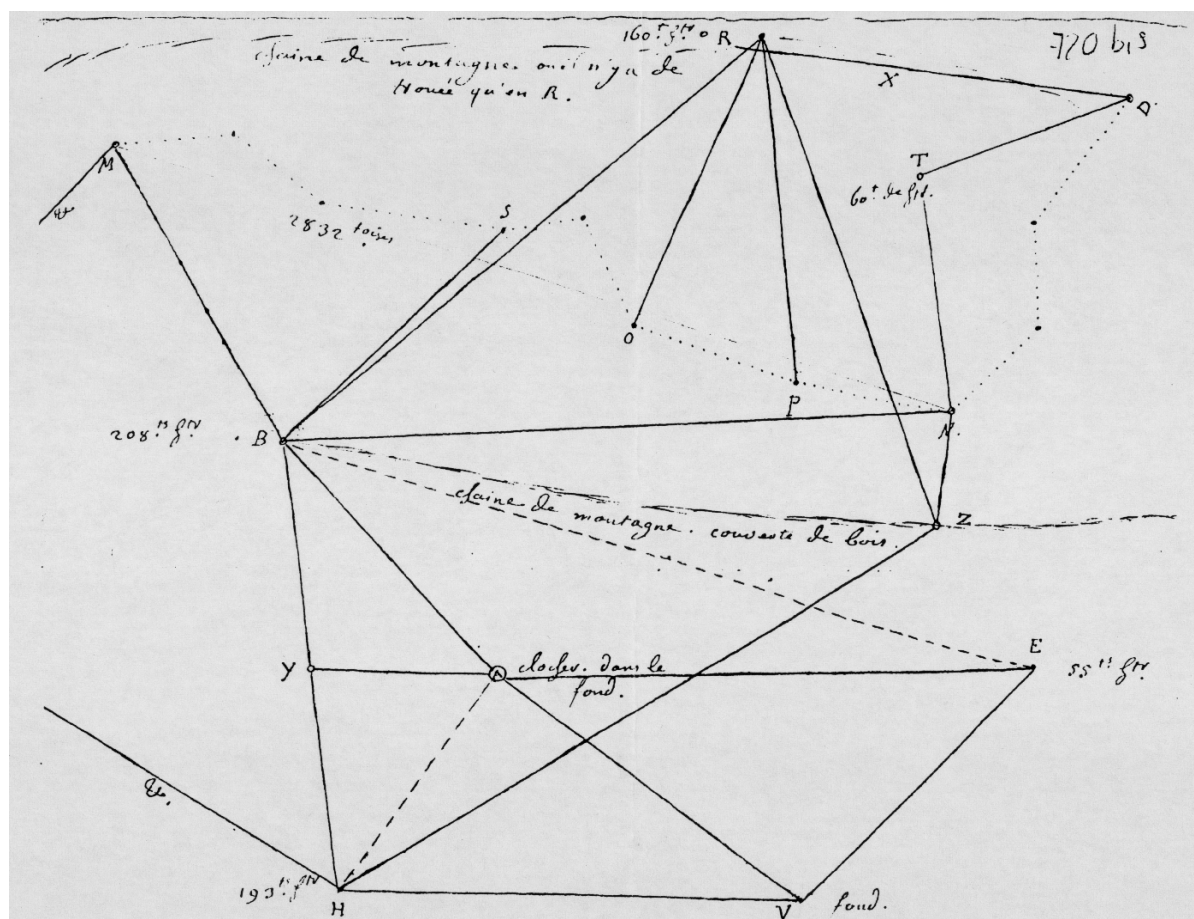


Abb. 6-3: Eine Triangulationsskizze von Pfyffer. Er erwähnt nicht, wo sich das vermessene Gebiet befindet¹⁵.

¹⁴ Man findet mit ihm [mit dem Instrument] schnell alle Einzelheiten eines Berges und alle Objekte zwischen den Dreiecken [Pfyffer, 19. Mai 1761].

¹⁵ Mit der Skizze will Pfyffer gegenüber Micheli du Crest seine Probleme bei der Vermessung in der gebirgigen Innerschweiz illustrieren: Die Visurlinie X verfehlt den erwarteten Punkt R um ein paar Toisen und Pfyffer sucht nach möglichen Fehlerquellen [nach Pfyffer, 1. Juni 1761].

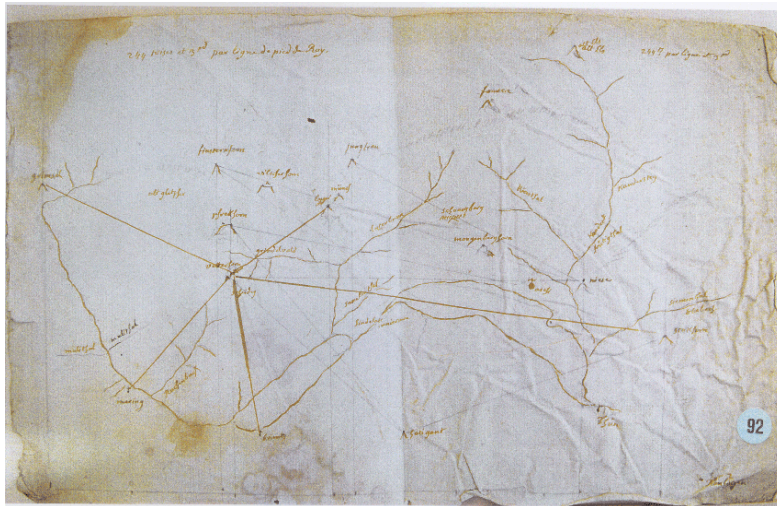


Abb. 6-4: Eine Triangulationsskizze des Berner Oberlands. Pfyffer zeichnete sie anscheinend aus dem Werk von [Tralles, 1790] ab und bearbeitete sie weiter¹⁶.



Abb. 6-5: Vermessung mit dem Messtisch, 1751. Aus [Pelletier, 2001].

6.2.1 Winkelmessung

Um sein Verfahren und die Genauigkeit der Instrumente zu überprüfen, mass Pfyffer auf jeder *Station* stets mit mehreren Geräten. Allein im Sommer 1761 erwähnte er gegenüber Micheli du Crest etwa acht unterschiedliche Winkelmessinstrumente, die er für die Triangulation und Detailaufnahme einsetzte. Ihm am besten vertraut waren Messtisch (Abb. 6-5) und Graphometer (Abb. 6-1 links oben), mit welchen im Gelände direkt eine graphische Darstellung entstand. Pfyffer stellte einige Instrumente auch selber her. Zu diesen Messgeräten gehörte eine Alhidade¹⁷ samt einem kleinen, mit einem Fadenkreuz ausgerüsteten Fernrohr (Abb. 6-6). Er zielte zuerst mit blossem Auge, und erst wenn er die zu messenden Punkte nicht mehr unterscheiden konnte, nahm er das Fernrohr zur Hilfe. Dabei achtete er darauf, dass der vertikale Faden des Visierkreuzes stets senkrecht zur Alhidade ausgerichtet blieb. Nach dem Anvisieren zog Pfyffer die feine Schraube des Zeigerarms an, kontrollierte nochmals die Visur und erst danach zeichnete er den Zielstrahl auf dem Messtisch. Da ein Fernrohr im Gegensatz zu der einfachen Diopter-Visiervorrichtung beim Anvisieren der entfernten Ziele geneigt werden muss, ist es möglich, dass diese Alhidade nicht nur zum Zeichnen der Visurlinien auf dem Messtisch diente, sondern dass sie zusätzlich – wie eine Kippregel – das Ablesen der Höhenwinkel mittels eines Lotes erlaubte. Doch Pfyffer erwähnt ein solches Vorgehen nicht.

Das aus heutiger Sicht genaueste Instrument Pfyffers war ein einfacher Theodolit: ein stabiler Rahmen mit einem horizontalen und einem vertikalen, in Grade und Minuten eingeteilten Winkelkreis, 2 Fuss hoch (65 cm, Abb. 6-7). Statt eines Fernrohrs trug die Alhidade zwei hohe Diopter zum Anvisieren der zu messenden Objekte. Pfyffer beschreibt das Vorgehen bei der Messung mit diesem von einem englischen Ingenieur konstruierten

¹⁶ Die Skizze (© ZHB Luzern, Sondersammlung Handschriften & Alte Drucke, BB Ms.439.fol., Bl. 92, Depositum Korporationsgemeinde Luzern) gehört zum Konvolut von 94 aufgefundenen Landschaftszeichnungen von Pfyffer, die sich in der Zentral- und Hochschulbibliothek Luzern befinden.

¹⁷ Die Alhidade ist ein Zeigerarm, welcher um den Mittelpunkt des Winkelkreises drehbar ist. Die Stellung der Alhidade kann auf der Gradteilung abgelesen werden. Zum Anvisieren der entfernten Objekte wurde die Alhidade früher oft mit einer einfachen Diopter-Visiervorrichtung ausgerüstet: An beiden Endpunkten des Zeigerarms wurde je eine kleine Metallplatte mit einem vertikalen Schlitzabseher angefertigt. Die Verbindung der zwei Abseher mit dem Zielpunkt definierte dann die gesuchte Richtung.

und von Professor Stegmann aus Kassel bei Marburg vollendeten Gerät¹⁸ folgendermassen: *Lorsqu'on est sur la montagne et qu'on veut prendre le fond. La planche reste toujours a plomb, mais le chassis s'incline vers le fond. Et quand on est dans un fond pour mirer des objets elevé, le chassis se panche vers l'oeuil, car son axe est stable*¹⁹. Eines der Löcher in der vertikalen Kupferplatte auf der Augenseite, das Fadenkreuz gegenüber und das anvisierte Ziel definierten die Visurlinie sowohl horizontal als auch vertikal. Der wichtigste Unterschied dieses „Rahmens“ im Vergleich zum Messtisch und Graphometer war, dass sich dieser nicht mit einem Papierblatt unterlegen liess. Er gehörte zur neuen Generation der Instrumente, die zunächst nur die numerischen Werte lieferten, eine kompaktere Bauweise besaßen und somit eine Steigerung der Messgenauigkeit ermöglichten. Der Praktiker Pfyffer zeigte sich im Umgang mit diesem neuen Gerät anfangs unsicher (*j'ay idée que quelqu'un plus habile que moy pourroit tirer plus de parti de cet instrument*²⁰), was daran liegen könnte, dass durch das Fehlen der unmittelbaren graphischen Darstellung die potenziellen Messfehler erst später entdeckt wurden.

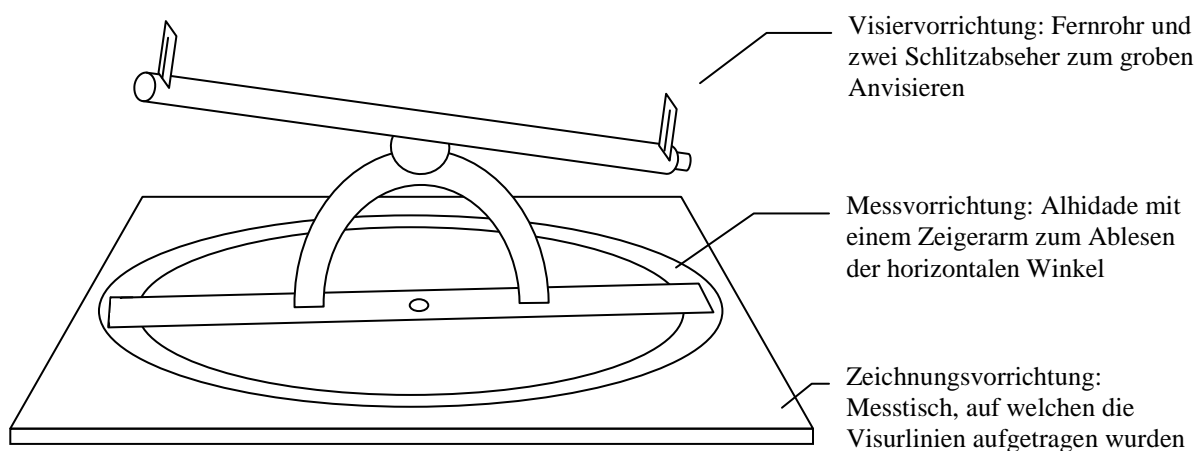


Abb. 6-6: Eine Alhidade mit einem Fernrohr, nach der Beschreibung von Pfyffer gezeichnet. Das Instrument diente zum Zeichnen der Visurlinien auf dem Messtisch.

Zu Pfyffers Instrumentarium gehörte auch eine Bussole mit hohen Dioptern, mit welcher er die Winkel zwischen den Richtungen zum magnetischen Nordpol und zu Zielpunkten messen konnte. Es war Pfyffers grosses Anliegen, mit Winkelmessgeräten zu arbeiten, die mit einer genügend hohen Visiervorrichtung ausgerüstet waren: Nur so konnte er in der gebirgigen Innerschweiz auf die hoch- bzw. tiefgelegenen Signale zielen. Im Sommer 1761 wurde Pfyffer auf die Augsburger Werkstatt von G. F. Brander (1713-1783) aufmerksam. Brander, einer der bedeutendsten Instrumentenhersteller des 18. Jahrhunderts, kommunizierte u.a. mit Micheli Du Crest [Brachner, 1983]. Micheli empfahl Branders Kunst Pfyffer. Der Luzerner Topograph zeigte sich zwar abweisend – *j'ay brulé la lettre que vous m'envoyés pr. Mr. Brander puisque je peux me passer de son alidade*²¹, es ist aber nicht aus-

¹⁸ Bei [Minow, 1982] wird auf S. 449 ein Feldmessgerät von Johann Gottlieb Stegmann (1725-1795) erwähnt (nach Angaben des Autors wurde diese Information den Sekundärquellen entnommen).

¹⁹ Wenn man sich auf einem Berg befindet und die Täler vermessen möchte, bleibt das Basisbrett jeweils im Lot, aber der Rahmen neigt sich in die Bodenrichtung. Und wenn man unten ist und die hohen Objekte anzielen möchte, kippt der Rahmen in die Visierrichtung, wobei seine Achse stabil ist [Pfyffer, 19. Mai 1761].

²⁰ Ich denke, dass jemand, der geschickter ist als ich, mehr von diesem Instrument profitieren könnte [Pfyffer, 19. Mai 1761].

²¹ Ich habe den Brief an den Herrn Brander, welchen Sie mir geschickt haben, verbrannt, denn ich kann auf seine Alhidade verzichten [Pfyffer, 19. Mai 1761].

geschlossen, dass er später, als Brander sich auf dem Höhepunkt seines Schaffens befand, doch auf seine Instrumente zurückgriff.

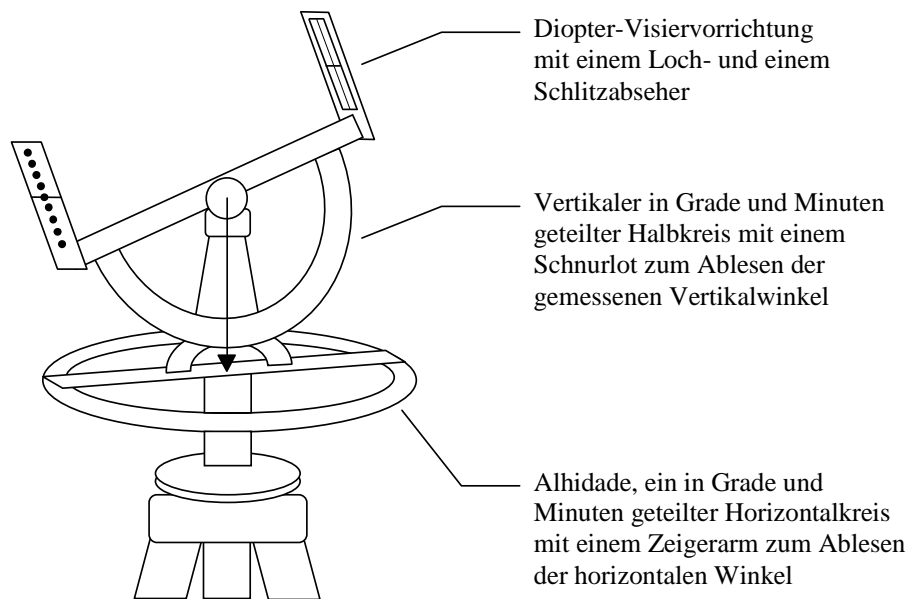


Abb. 6-7: Ein mit der Loch- und Schlitzvorrichtung versehener Theodolit, nach der Beschreibung von Pfyffer gezeichnet. Das Instrument diente zur Messung von Horizontal- und Vertikalwinkeln und wurde nicht in Kombination mit einem Messtisch verwendet. Die Richtungen wurden also nicht zeichnerisch festgehalten, sondern am Teilkreis abgelesen und notiert.

Bei der Triangulation stieg Pfyffer – wohl mit einigen Gehilfen, die er zum Transportieren seiner zahlreichen, zum Teil sehr grossen Instrumente brauchte – auf einen Standort und richtete sein Messgerät auf der zuvor bei der Rekognoszierung markierten Stelle ein. Um das Instrument horizontal zu halten, verwendete er eine Wasserwaage und ein Schnurlot. Dann zielte Pfyffer auf die durch seine Gehilfen temporär signalisierten Punkte und vermäss die entsprechenden Richtungen. Je nach Instrument zog er entweder die eingestellten Visurlinien auf ein aufgespanntes Blatt Papier zur graphischen Auswertung, oder er notierte sich die numerischen Winkelwerte. Dabei vergewisserte er sich von Zeit zu Zeit, ob die Einstellung am ersten Signal stabil blieb. Wahrscheinlich befestigte er anschliessend die Bussole auf dem gleichen Standort und bestimmte die Abweichung der Nullrichtung vom Norden. Wenn Pfyffer mit der Messung auf dem Standort zufrieden war, tauschten er und seine Leute die Position. Pfyffer suchte die vorher angezielten Punkte auf und vermäss auf die gleiche Weise weitere Horizontalwinkel.

Aus zwei Winkelmessungen konnte Pfyffer jeweils den dritten Winkelwert berechnen oder graphisch bestimmen. Die anschliessende Messung auf dem dritten Eckpunkt diente zur Kontrolle, die er nie ausliess. Nach dem Einstellen der zu erwartenden Winkel auf seinem Messinstrument musste er im Zielgerät nun an beiden Winkelseiten die zwei entsprechenden Signale sehen. Er machte diese Kontrolle wieder und wieder, mass immer mehrmals, bis er zu sagen wagte, dass seine Messungen präzise waren: *Et j'ose dire que ce que j'ay jusqu'a present est très exacte, car tous mes angles croisés et recroisés se rencontrent très juste*²². Die von Pfyffer erläuterten Kontrollmessungen zur Überprüfung der Winkelsumme von 180° – wahrscheinlich meistens auf graphische Weise – sind von grosser Bedeutung für die

²² Und ich wage zu sagen, dass meine bisherigen Messungen richtig sind, denn alle meine gekreuzten und wieder gekreuzten Richtungen stimmen sehr genau [Pfyffer, 9. Juni 1761].

Rekonstruktion seiner Vorgehensweise. Im Gegensatz zur Detailaufnahme der Geländeobjekte, für welche er den einfachen graphischen Vorwärtsschnitt mit dem Messtisch einsetzte, zeichnete sich seine Triangulation durch ein systematisches Verfahren unter Berücksichtigung der wichtigsten Kontrollmechanismen aus.

Leider lassen sich die Punkte von Pfyffers trigonometrischem Netz aufgrund der spärlichen Quellen nicht rekonstruieren. Die Beschreibung zur Skizze in Abb. 6-3 sowie weitere Bemerkungen in Briefen weisen darauf hin, dass er die Stationen einerseits an gut sichtbaren und erreichbaren Stellen im freien Gelände festlegte, andererseits aber auch Kirchtürme anvisierte und ihre Lage mit dem Verfahren des Vorwärtsschnittes bestimmte. Seltsamerweise befinden sich jedoch die in den von Pfyffer erstellten Landschaftszeichnungen als „Stationen“ bezeichneten Orte meist im Tal; sie sind also für die Vermessung ungeeignet tief gelegen. Diese Tatsache zeugt davon, dass im Gegensatz zu früheren Annahmen diese schönen Aquarelle für Pfyffer keine vermessungstechnische Bedeutung hatten. Trotz der strahlenförmigen Linien auf die umliegenden Gipfel entstanden sie wahrscheinlich ohne Zusammenhang mit den Winkelmessungen und dienten für die möglichst naturgetreue Wiedergabe der Landschaftsformen bei der Reliefmodellierung. Eine detaillierte räumliche Analyse von Pfyffers Feldskizzen anhand des virtuellen Reliefmodells sowie der heutigen digitalen Daten folgt in Kapitel 6.5.3.

In seinem Dreiecksnetz unterschied Pfyffer wohl kaum ein Netz einer höheren und einer niederen Ordnung und wertete alle Triangulationspunkte gleich. Wahrscheinlich bediente er sich einfacher Formeln der ebenen Trigonometrie. Seine sorgfältige Arbeitsweise lässt vermuten, dass er die vielen überschüssigen Beobachtungen nach der Eliminierung der groben Fehler zwecks Genauigkeitssteigerung mittelte. Zu allfälligen Koordinatenberechnungen sind keine Unterlagen vorhanden.

Als Pfyffer mit dem Dreiecksnetz zufrieden war, wandte er sich der Detailaufnahme zu. Mit seinem Messtisch zeichnete er Wege und Pfade, Bäche, Häuser, Wiesen, Hecken, Schluchten und sogar grosse Steine. Er differenzierte auch Laub- und Tannenwälder und notierte sich die Terrainhöhe. Bei schlechtem Wetter übertrug er die aufgenommenen Blätter auf eine grosse Karte, bevor er die Reliefmodellierung in Angriff nahm. Dabei führte er die einzelnen Arbeitsschritte von der Triangulation über die Detailaufnahme bis zur Landschaftsformung anscheinend etappenweise durch: Nach dem Abschluss der Feldarbeiten in einem Teilgebiet fuhr er wahrscheinlich gleich mit der Modellierung fort. Seine Vermessung basiert also nicht auf einem einzigen, zu einem gewissen Zeitpunkt festgelegten Dreiecksnetz, sondern entweder auf mehreren zusammengefügt Kleintriangulationen oder am ehesten auf einem immer mehr wachsenden, sequenziell ausgebauten „Kern“.

6.2.2 Basismessung

Pfyffers grosses Anliegen war es, die Distanzen möglichst genau zu bestimmen, und gerade dies hat ihm in der gebirgigen Innerschweiz wohl am meisten Probleme verursacht. In einem Triangulationsnetz hängt die ganze Messung von einer bekannten, genau bestimmten Distanz ab. Diese Distanz nennt man Basis. Da es früher technisch unmöglich war, eine genügend lange Basis über Berge und Täler zu vermessen, mass man kürzere Distanzen mittels Metallketten möglichst genau. An jedem Eckpunkt wurde der horizontale Winkel auf die nächste Station (Abb. 6-8a) bzw. der Azimut des nächstfolgenden Abschnitts („Bussolenzug“, Abb. 6-8b) abgelesen. Die gesuchte Basislänge liess sich aus der graphischen oder numerischen Auswertung dieser Messungen errechnen. Um weitere Distanzen im Drei-

ecksnetz bestimmen zu können, wurden an den Endpunkten der Basis die horizontalen Winkel gemessen, die sich durch Visuren auf sichtbare Punkte ergaben (Abb. 6-8c).

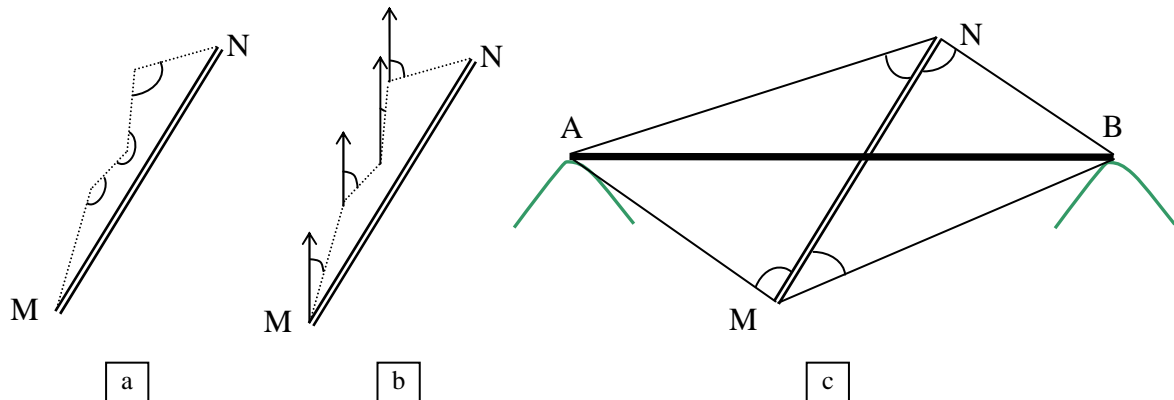


Abb. 6-8: Messung der Basis MN. (a) Die Entfernung MN wird durch direkte Messung kürzerer Distanzen (gestrichelt) und anliegender Winkel bestimmt. (b) Bussolenzug: Anstatt der Winkelmessung wird die Abweichung des nächstfolgenden Anschnitts vom Norden gemessen. (c) Durch Messung der Winkel an den beiden Endpunkten M, N der Basis kann nun die bisher unbekannte – und auch unzugängliche – Distanz AB errechnet werden.

Pfyffers Instrumente zur Basismessung waren gross und schwer, und – obwohl er es nie angibt – weder ihr Transport noch das eigentliche Messverfahren ist ohne mehrere Gehilfen denkbar. In seinen Briefen beschreibt Pfyffer Ketten von 120 Fuss (39 m), 7 und 12 Toisen (13,6 bzw. 23,4 m), eine Eisenstange von 15 Fuss (4,9 m) sowie Eisenmassstäbe von 3 und 4 Toisen (5,8 bzw. 7,8 m). Obschon sich die Stangen und Massstäbe wohl in Teile von etwa 1-2 Fuss zerlegen liessen, sind ihre Dimensionen beträchtlich. Zusätzlich zu den Instrumenten zur Distanzmessung (Abb. 6-9) gehörte ein Winkelmessgerät bzw. eine Bussole zur Ausrüstung.

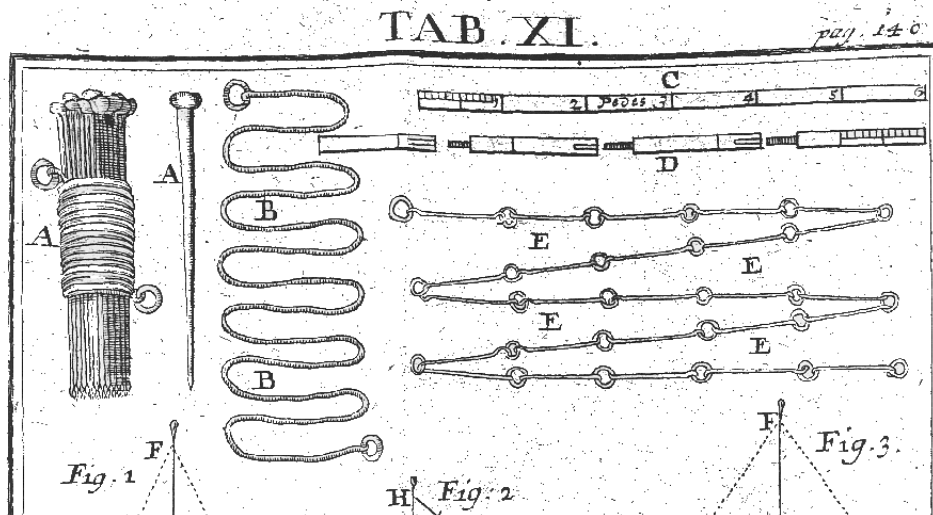


Abb. 6-9: Instrumente zur Distanzmessung nach [Bion, 1709, 1765]. (A, B) Nägel und Schnur zur Markierung der zu messenden Strecke, (C, D) In kleinere Teile zerlegbarer Eisenmassstab, (E) Messkette.

Bei der Distanzmessung ging Pfyffer sehr sorgfältig und systematisch vor und versuchte, Fehlereinflüsse zu eliminieren. So berücksichtigte er z.B. den Einfluss des unebenen Geländes auf die Messung horizontaler Strecken und achtete auf die möglichst minimale Abwei-

chung von der gewünschten Messrichtung. Die auf Lufttemperatur und -feuchtigkeit empfindlichen Messketten und Massstäbe überprüfte er regelmässig. Nachdem eine seiner langen Messketten einmal durch das eigene Gewicht zerbrach, widmete er der Kontrolle seiner Instrumente noch mehr Aufmerksamkeit. Der Schwierigkeiten der Basismessung im unzugänglichen Terrain bewusst, testete Pfyffer seine Vorgehensweise zunächst entlang einer Wand, deren Länge von rund 350 m er dank der einheitlichen Steinplatten für bekannt hielt: *J'ay commencé par une base de 180 toises, devant une muraille couverte de plaques bien unies. Car j'ay remarqué sur d'autres terrains, le moindre cailloux, ou motte, donne de l'erreur a la chaîne. J'ay aussi une boussole avec des pinules qui est bonne*²³.

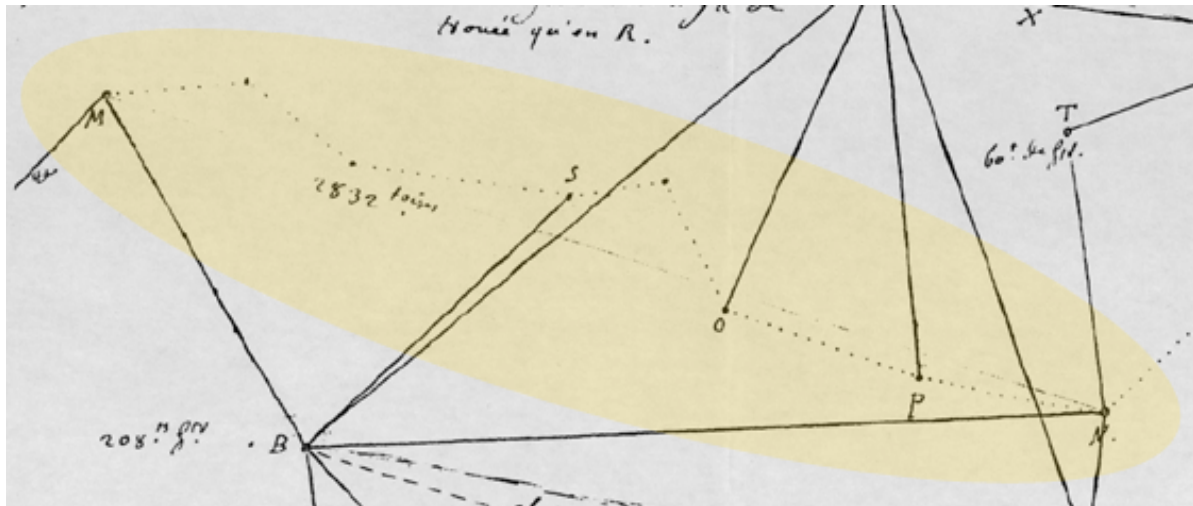


Abb. 6-10: Pfyffers Verfahren der Basismessung (Ausschnitt aus der Triangulationsskizze, die dem Brief vom 1. Juni 1761 beigelegt war, vgl. Abb. 6-3). Anhand der Beschreibung zu dieser Skizze vermäss er die gepunkteten Linien mit einer Kette und errechnete daraus die Distanz MN als 2832 Toisen (ca. 5,5 km).

Als er ein geeignetes, offenes und möglichst flaches Gelände zur Messung einer längeren Basis fand, teilte er die gesamte Strecke zickzackförmig in kürzere, direkt zugängliche Abschnitte und markierte deren Endpunkte mit den Eisenstangen (Abb. 6-10). Die in den Briefen beschriebenen Basen befanden sich im Luzernischen Gebiet sowie in Unterwalden und hatten eine Länge von je 3 bis 6 km. Die einzelnen Abschnitte teilte Pfyffer weiter auf die Länge seiner Messschnur, diesmal jedoch so, dass er nicht von der geraden Linie abwich. Zwischen den Stangen spannte er die Messschnur und mass entlang dieser die horizontale Distanz mittels Ketten oder Eisenmassstäben: *Je tire une corde droite et le long de la dite corde je mesure avec une perche de 3 toises bien droite*²⁴. Im abschüssigen Gelände stellte er weitere vertikale Stangen dichter nacheinander in der gewünschten Richtung auf und legte die Eisenmassstäbe stufenweise horizontal (Abb. 6-11). Die Ketten und Massstäbe wurden wahrscheinlich von den Gehilfen getragen; Pfyffers Aufgabe war es eher, die gesamte Arbeit zu koordinieren, die horizontale Lage jedes Massstabes zu kontrollieren und die Anzahl der gelegten Einheiten sowie die Restdistanz am Ende jeder Teilstrecke zu notieren. Auf diese Weise wurde Abschnitt für Abschnitt die Basis vermessen. Um ihre Gesamtlänge berechnen oder graphisch bestimmen zu können, mussten anschliessend in den von der geraden Linie abweichenden Knicken Winkelmessungen durchgeführt werden. Da Pfyffer bei dem oben

²³ Ich habe angefangen mit einer Basis von 180 Toisen, vor einer Wand, die aus einheitlichen Platten besteht. Ich merkte, dass im anderen Gelände die Kieselsteine oder Schollen Fehler bei der Messung mit der Kette verursachen. Ich habe auch eine Bussole mit langen Abseher, die gut ist [Pfyffer, 28. April 1761].

²⁴ Ich ziehe eine gerade Schnur und entlang dieser messe ich mit einer schön geraden Stange von 3 Toisen [Pfyffer, 6. Mai 1761].

erwähnten anfänglichen Experiment mit der Basismessung gegenüber Micheli angibt, dass er eine gute Bussole mit Visiervorrichtung besitzt, liegt es nahe, dass er im Sinne eines Busso-lenzugs am Ende jeder direkt vermessenen Teilstrecke ihre Abweichung von Norden ermittelte. Pfyffers detaillierte Erläuterungen zu seiner Triangulationsskizze zeigen zudem, dass es ausser der genauen Distanzmessung ebenso sein Anliegen war, die an die Basis angeschlossenen Dreiecke möglichst genau bestimmen zu können. Erst nachdem sich die Winkelmessungen an die umliegenden Punkte als korrekt und konsistent erwiesen hatten, war er mit der Basismessung zufrieden.

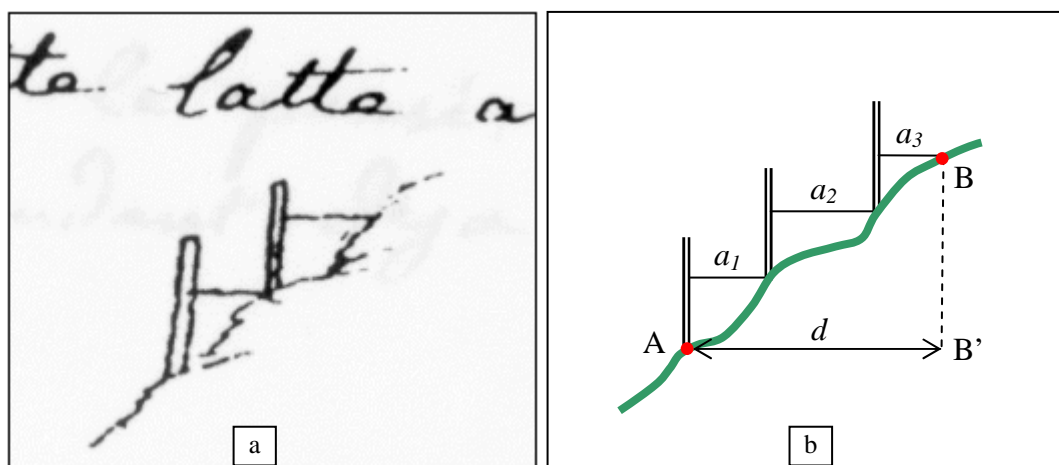


Abb. 6-11: Direkte Messung einer horizontalen Distanz im Hang. (a) Ausschnitt aus einem Brief Pfyffers, (b) Heutige vermessungstechnische Skizze. Die horizontalen Abschnitte a_1 , a_2 und a_3 der gesuchten Distanz d vermäss Pfyffer mit einem Eisenmassstab. Am Ende jedes Abschnittes ermittelte er die Vertikale mittels einer mit Senkblei ausgerüsteten Eisenstange. Damit er von der korrekten Richtung nicht abwich, spannte er vor der Messung zwischen den Endpunkten A, B eine Schnur.

Bei seinen Feldarbeiten für das Relief der Urschweiz vermäss Pfyffer mehrere Basen – allein im Sommer 1761 dürften es etwa sechs gewesen sein –, obwohl für die Massstabsbestimmung seines Dreiecksnetzes eine einzige gereicht hätte. Der Grund für derart viele überschüssige Messungen waren wohl die Kontrollen, welche Pfyffer für besonders wichtig hielt. So konnte er beispielsweise die Länge jeder vermessenen Basis auf eine neue, bisher unbekannte Distanz zwischen zwei entfernten Punkten übertragen und diese unabhängig erzielten Ergebnisse vergleichen. Manchmal liess er seine Gehilfen einige Dreieckseiten nachträglich vermessen, um sich zu vergewissern, dass sie gute Arbeit leisteten und dass die Berechnungen im Dreiecksnetz stimmten. Bei der Überprüfung seiner Winkelmessungen drückte er einmal seine Freude, dass mit dem zuvor berechneten und auf dem Zielgerät eingestellten Winkel genau der gesuchte Kirchturm anvisiert wurde, mit den Worten *Je decouvre presque toute la Suisse*²⁵ aus. Die zu diesem Punkt gehörige Dreieckseite wollte Pfyffer, falls Micheli du Crest damit einverstanden wäre, als Basis für seine Triangulation wählen. Schliesslich entschied sich Pfyffer also für eine einzige Basis, die ihm am besten geeignet erschien: *Je crois que ceci peut me servir de base et si vous le pensés de même, j'y joindrai tous mes grands triangles qui s'etendent deja jusqu'au titlis berg, stella, et St. godhart*²⁶. Es ist aber auch nicht ausgeschlossen, dass er im Verlaufe der Zeit weitere Gebiete mitsamt je einer Basis unabhängig vermäss und diese (graphischen) Triangulationen zu einem Gesamtwerk fügte.

²⁵ Ich entdecke fast die ganze Schweiz [Pfyffer, 1. Juni 1761].

²⁶ Ich glaube, dass diese mir als eine Basis dienen kann, und falls Sie das gleiche denken, werde ich an sie alle meine grossen Dreiecke, die sich bereits bis zum Titlis und Gothard ausdehnen, anschliessen [Pfyffer, 1. Juni 1761].

6.3 Höhenmessungen

Die Höhenmessungen stellen ein Gebiet dar, in welchem sich der Pioniergeist von Franz Ludwig Pfyffer am besten zeigt. Bis zum ersten Viertel des 19. Jahrhunderts erschienen europaweit keine oder nur vereinzelte Höhenangaben in den Regional- und Landeskarten. Zur Modellierung der Gebirgsformen benötigte Pfyffer jedoch flächendeckende Höheninformation. Er besorgte sich diese durch systematische Höhenmessungen, welche er als einer der ersten durchführte. Zeugnis seiner Arbeit ist nicht nur das Relief, sondern auch die Karte von Jakob Joseph Clausner, die wie kein anderes topographisches Werk jener Zeit mit zahlreichen Höhenkoten versehen ist.

Als Hauptinstrument zur Höhenmessung diente Pfyffer ein Barometer. Auf seinen Touren notierte er sich die Terrainerhöhung in regelmässigen Abständen. Sie basierte offensichtlich auf einer Barometerablesung: *Je marque l'elevation de tout le terrain par etages de 10 toises en 10 toises*²⁷, schrieb er im April 1761 an Micheli Du Crest. Die barometrische Höhenbestimmung muss für Pfyffer eine Selbstverständlichkeit gewesen sein, denn er erwähnt – ganz im Gegensatz zu den Winkel-, Distanz- und astronomischen Messungen – weder das Gerät noch den genaueren Verlauf dieser Arbeiten. Die Annahme, dass Pfyffer die Höhen mit dem Barometer mass, stützt sich auf zahlreiche zeitgenössische Reiseberichte und wissenschaftliche Literatur, die existierenden Aufzeichnungen zum Leben und Werk des Generals [Weber, 1912] sowie auf die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse. Es bleiben jedoch viele Fragen offen, vor allem was die Umrechnung der Barometerablesungen in die eigentlichen Höhenwerte betrifft. Auf jeden Fall war sich Pfyffer seiner Pionierrolle bei der Durchführung der systematischen Höhenmessungen bewusst: *Si je ne faisais qu'une carte ordinaire c'est a dire, a ne prendre que les villages, les bois, et les rivieres, je serois plus avancé*²⁸.

Neben den barometrischen Messungen wandte sich Pfyffer auch der Aufgabe zu, die Höhen trigonometrisch zu bestimmen. Unter der Voraussetzung, dass die Distanz zwischen dem Standort und dem anvisierten Ziel bekannt war, konnte er die entsprechende Höhendifferenz aus dem gemessenen Vertikalwinkel errechnen. Anfangs ergänzte er seine Triangulation mit dem damals oft eingesetzten einfachen Verfahren, bei welchem der Graphometer vertikal aufgestellt wurde, was die Messung von Höhenwinkeln ermöglichte. Dieser Vorgang war aber sehr ungenau, weil sich das Messzentrum bei der Umstellung deutlich verändern konnte. Um diesen Fehler zu vermeiden, entstanden im Verlaufe der Zeit kompakte Instrumente zur gleichzeitigen Bestimmung von horizontalen und vertikalen Winkeln, die Theodolite. Pfyffer besass auch ein solches, in Kapitel 6.2.1 bereits beschriebenes Instrument (Abb. 6-7). Es ist ein Hinweis auf seine trigonometrische Höhenmessungen, die er ab 1761, als er glaubte, eine gute Basis vermessen zu haben, wahrscheinlich immer häufiger einsetzte. Zudem enthält die auf Pfyffers Messungen basierende Clausner-Karte Höhenangaben von Gipfeln, die erst nach seinem Tod erstmals bestiegen wurden (z.B. Finsteraarhorn und Jungfrau, erstmals im Jahre 1811 bzw. 1812 bezwungen). Somit sind die barometrischen Höhenmessungen, welche die Anwesenheit des Vermessers vor Ort voraussetzen, in diesen Fällen ausgeschlossen. Pfyffer musste diese Gipfelhöhen indirekt mittels Winkelmessungen von den umliegenden Bergspitzen aus bestimmen.

²⁷ Ich markiere die Terrainerhöhung in Stufen von 10 Toisen auf 10 Toisen [Pfyffer, 28. April 1761].

²⁸ Wenn ich nur eine gewöhnliche Karte erstellen würde, das heisst, wenn ich nichts anderes als die Dörfer, Wälder und Flüsse aufnehmen würde, wäre ich schon viel weiter [Pfyffer, 28. April 1761].

Pfyffer vermäss seine Höhen ausgehend vom Vierwaldstätter See. Er bemühte sich ebenfalls, die Seehöhe über dem Meer zu bestimmen, was ihm auch gut gelang: Die in der Clausner-Karte veröffentlichte Meereshöhe vom Vierwaldstätter See (220 Toisen bzw. 428 m) liegt im Vergleich mit dem heutigen Wert nur um 6 m zu tief (mehr dazu in Kapitel 6.6.5).

Bei der trigonometrischen Höhenbestimmung über grössere Distanzen ist es notwendig, die ermittelten Höhen um den Einfluss der Erdkrümmung und der Refraktion (Strahlenbrechung) zu korrigieren. Anhand von Pfyffers Briefen kann vermutet werden, dass er den ersten Faktor bei seinen Vermessungen berücksichtigte. Er kannte sowohl die Ergebnisse der im Jahre 1736 von Maupertuis geleiteten französischen Gradmessungsexpedition nach Lappland, wonach die Erde ein an den Polen abgeplattetes Ellipsoid bildet, als auch die Erdkugeltheorie von Micheli: *Je lis les observations de Mr. de maupertuis en laponie et celle de la condamine au cercle polaire, je les trouve fort instructives. Mais vos lettres sont bien plus claires que tout cela*²⁹. Demzufolge musste Pfyffer die Höhen um den Einfluss der Erdkrümmung korrigieren, wozu er auf die entsprechenden, damals vorhandenen Tabellen zurückgreifen konnte. Die Frage, welcher der zwei Theorien sich Pfyffer dabei anschloss, war für seine Ergebnisse praktisch unbedeutend. In den geographischen Breiten der Schweiz wirkt sich der Unterschied zwischen dem Krümmungsradius nach den Berechnungen der französischen Gradmessungsexpedition (ca. 6381 km) und dem Kugelradius nach Micheli (6372 km) bei Visuren bis 50 km nur mit wenigen Zentimetern auf die Höhenbestimmung aus³⁰.

Ob Pfyffer die Refraktion in seine Berechnungen einschloss, bleibt ungewiss. Die bereits 1671 in Jean Picards *Mesure de la Terre* publizierte Theorie der Strahlenbrechung war ihm wohl bekannt, aber für ihre Anwendung in der Praxis fehlen leider weitere Hinweise. Die Vernachlässigung der Refraktion würde bei 10 km langen Visurlinien die ermittelten Höhen etwa um 1 m verfälschen, bei 50 km entfernten Zielen liegen die errechneten Höhen bereits um 25 m zu hoch. Da Pfyffer aber im Gelände sehr beweglich war und beim Besteigen der Gipfel keine Mühen scheute, betrug seine direkten Entfernungen zwischen Station und Ziel kaum mehr als 10-20 km. Somit würde sich der vernachlässigte Einfluss der Refraktion im Vergleich mit anderen Messfehlern relativ gering auswirken.

²⁹ Ich habe die Beobachtungen von Herrn Maupertuis in Lappland und die von La Condamine am Polarkreis gelesen, ich finde sie sehr instruktiv. Aber Ihre Briefe sind viel klarer als das alles [Pfyffer, 19. Mai 1761].

³⁰ Nach [Rickenbacher, 1995] war Micheli der Ansicht, dass die Erde eine perfekte Kugelgestalt mit dem Radius von 6371,979 km aufweist. Den Berechnungen der französischen Wissenschaftler zufolge lag die grosse Halbachse des Ellipsoids bei 6398 km und seine Abplattung betrug 1:205. Daraus ergibt sich aus der Ellipsengleichung in Polarkoordinaten der Radius von etwa 6381 km für den 47. Breitengrad. Ab 1740 wurden in Frankreich und in Lappland neue Messungen zur Verbesserung der Erdparameter durchgeführt, die zu neuen Radiuswerten führten. Der heute in der Schweiz verwendete mittlere Krümmungsradius des Bessels-Ellipsoids beträgt 6370 km. Der Einfluss der Erdkrümmung auf die Höhenberechnung ist bei der Berücksichtigung des einen oder anderen dieser Radien über nicht zu lange Distanzen etwa gleich.

6.4 Astronomische Messungen

Die möglichst genaue Ermittlung der geographischen Längen und Breiten gehörte zu den wichtigsten wissenschaftlichen Fragestellungen des 18. Jahrhunderts. Auch Pfyffer beschäftigte sich mit dem Problem, astronomische Messungen zur Ortsbestimmung seiner Kartenunterlagen einzusetzen. *Je trouve votre methode très comode pour tirer des meridiennes. Mais comme vous me marqués qu'on ne doit se servir de l'étoile polaire que vers le mois d'octobre ou novembre, il y a encore loin d'ici la. Et je vous prie de me dire, si l'on ne peut point aussi se servir du lever, et coucher du soleil*³¹ – schrieb er an Micheli du Crest. Der Genfer Wissenschaftler wies in seiner Antwort wahrscheinlich auf die Schwierigkeiten der Sonnenbeobachtung hin, denn Pfyffer meinte in seinem nächsten Brief: *Je trouve aussi bien des difficultés a tracer la meridienne au soleil. Ainsi j'attendrai jusqu'a la fin de l'automne*³². Später deutete er die geplanten astronomischen Messungen nochmals an: *Comme vos lettres sont le meilleur livre que j'aye vu, je m'en servirai utillement pour les meridiennes*³³. Ob und wie Pfyffer das von Micheli vorgeschlagene Verfahren der Längenbestimmung in die Praxis umsetzte, bleibt ungewiss. Auf jeden Fall interessierte ihn der Disput zwischen Anhängern Newtons und solchen Cassinis wegen der Form der Erde so sehr, dass er bereits vor dem Briefverkehr mit Micheli selber einige Experimente mit dem Meridian in Paris durchführte.

Aus der Analyse der *Carte originale du Général Pfyffer* (Anhang B2) lassen sich einige Rückschlüsse auf seine astronomischen Messungen im Zusammenhang mit den Vorarbeiten für das Relief der Urschweiz ziehen. Die kolorierte Zeichnung im Massstab von ungefähr 1:247'000 trägt den Vermerk *La ville de Lucerne est située au 25 degré 44 minutes de Longitude et au 46 degré 47 minutes de l'altitude. Carte originale du Général Pfyffer*³⁴. Ein Vergleich dieser geographischen Koordinaten mit ihren heutigen Werten ist in der Tabelle 6-1 zusammengestellt. Dabei wird angenommen, dass sich die Längengradangabe Pfyffers auf den von König Louis XIII für Frankreich festgelegten offiziellen Nullmeridian von Ferro bezieht. Die Längendifferenz Ferro-Greenwich beträgt dabei $-17^{\circ}40'$. [Wolf, 1879] erwähnt zudem astronomische Messungen von Franz Xaver Plazid Alois Schuhmacher (1755-1808?), welche er und sein Vater Franz Anton Placid Leodegar Schumacher in ihrer privaten Sternwarte in der Nähe von Luzern durchführten. Das einzige überlieferte Ergebnis dieser Messungen ist die geographische Breite von Luzern, ebenfalls in Tabelle 6-1 angegeben.

Die Längen- und Breitenfehler der in der *Carte originale* vorhandenen Werte (18,2 bzw. 28,8 km) sind erheblich. Bereits anfangs des 17. Jahrhunderts erreichte Kepler bei den vier Schweizer Städten Basel, Bern, Genf und Zürich den mittleren Fehler von ± 16 km in der Länge und ± 26 km in der Breite [Imhof, 1945]. Aus der Untersuchung der im Jahre 1750 erschienenen *Germaniae ... mappa critica* von Tobias Mayer (1723-1762) ergibt sich bei 27 mitteleuropäischen Städten ein mittlerer Fehler der geographischen Länge und Breite von

³¹ Ich finde Ihre Methode der Meridianbestimmung sehr praktisch. Wie Sie aber sagen, kann man die Messungen am Polarstern nur im Oktober oder November durchführen und das liegt noch weit weg. Können Sie mir bitte sagen, ob man ebenfalls den Sonnenauf- und untergang benutzen könnte [Pfyffer, 19. Mai 1761].

³² Ich finde auch, dass die Messungen an der Sonne Schwierigkeiten mit sich bringen. Ich warte also bis zum Herbstende [Pfyffer, 1. Juni 1761].

³³ Da Ihre Briefe das beste Buch für mich sind, werde ich Ihre Methode der Meridianmessung anwenden [Pfyffer, 15. Juli 1761].

³⁴ Die Stadt Luzern befindet sich auf dem Längengrad von 25 Grad und 44 Minuten und auf der Breite von 46 Grad und 47 Minuten. Originalkarte von General Pfyffer.

nur ± 10 bzw. ± 4 km [Meurer, 1995]. Der Vergleich von Pfyffers Resultaten mit den Genauigkeiten von Kepler und Mayer muss aber mit Vorsicht betrachtet werden: Auch bei den beiden Wissenschaftlern ergaben sich Ausreisser von bis zu 40 km. Ein hervorragendes Ergebnis bei astronomischen Messungen erzielte in einer Beobachtungsreihe zwischen 1761 und 1762 in Oberperfuss der Tiroler Peter Anich (1723-1766). Mit selbst gebauten, wahrscheinlich mit einer Dioptrvorrichtung ausgerüsteten Instrumenten zielte er auf die Sonne und auf den Polarstern und berechnete daraus die geographische Breite seines Standortes. Nach [Fuchs, 1976] liegt der mittlere Fehler einer Einzelmessung aus Anichs 13 Sonnenbeobachtungen bei nur 2' (3,6 km) und derjenige aus 3 Polarsternbeobachtungen bei $\pm 1,5'$ (2,7 km). Die Leistung von Peter Anich bezeugt, dass es in den 60-er Jahren des 18. Jahrhunderts möglich war, selbst ohne Fernrohr und mit der damals üblichen Kreisteilung in Bogenminuten eine so hohe, für kartographische Zwecke vollkommen ausreichende Genauigkeit zu erreichen. Voraussetzung dafür war ein gutes, stabiles Messinstrument, eine sorgfältige, wissenschaftlich fundierte Arbeitsweise sowie eine grosse Beobachtungskunst.

	Heutige Werte	<i>Carte originale du Général Pfyffer</i> (rund 1770er Jahre)	Schuhmacher (1770er-1780er Jahre)
Geographische Länge (0-Meridian Greenwich)	8°18'	8°04' Fehler -14' (-18,2 km)	-
Geographische Breite	47°03'	46°47' Fehler -16' (-28,8 km)	46°57' Fehler -6' (-10,8 km)

Tabelle 6-1: Geographische Längen und Breiten von Luzern (es ist nicht bekannt, auf welche Orte in Luzern sich die Messungen von Pfyffer und Schumacher beziehen). Die Längenangaben von Pfyffer wurden um $-17^{\circ}40'$ von Ferro auf Greenwich umgerechnet.

Die in der Manuskriptkarte von Pfyffer enthaltenen ungenauen Werte der geographischen Koordinaten von Luzern unterstützen die Vermutung, dass sie tatsächlich von behelfsmässigen astronomischen Messungen Pfyffers stammen. Da sich der Praktiker Pfyffer stets kritisch mit den Vermessungsergebnissen seiner Zeitgenossen auseinandersetzte, ist es nahe liegend, dass er – falls ihm keine allgemein hoch bewerteten und als genau geltenden Messungen einer Sternwarte vorlagen – die Arbeit selber in Angriff nahm. Dabei ging es ihm nur um eine (approximative) Orientierung des Dreiecksnetzes und nicht um dessen genauere Festlegung und Anpassung in das Gradnetz der Erde. Deshalb widmete er den astronomischen Messungen viel weniger Aufmerksamkeit, als es bei seiner Feldmesstätigkeit der Fall war. Seine Instrumente und Methoden waren wohl sehr einfach, was die geringe Genauigkeit der Breiten- und Längengradwerte erklärt.

Nachdem Pfyffer die geographischen Koordinaten von Luzern zu nennen glaubte, trug er den 26. Längengrad und den 47. Breitengrad in seine Manuskriptkarte ein. Die Lage und Ausrichtung dieser Linien lassen sich dank der Georeferenzierung der Altkarte (Kapitel 5.6) mit einer modernen Karte vergleichen. Abb. 6-12 verdeutlicht den erheblichen Lageunterschied zwischen den untersuchten geographischen Koordinaten. Sie zeigt aber auch, dass die Orientierung beider Linien – unabhängig von ihren Absolutwerten – sehr gut mit den heutigen Meridianen und Breitenkreisen übereinstimmt. Das letztere gilt auch für die Orientierung der *Carte originale* auf Norden: Wie die Genauigkeitsanalyse zeigt, beträgt der Orientierungsfehler dieser Karte nur $-0,65^{\circ}$ (vgl. Tabelle 6-2).

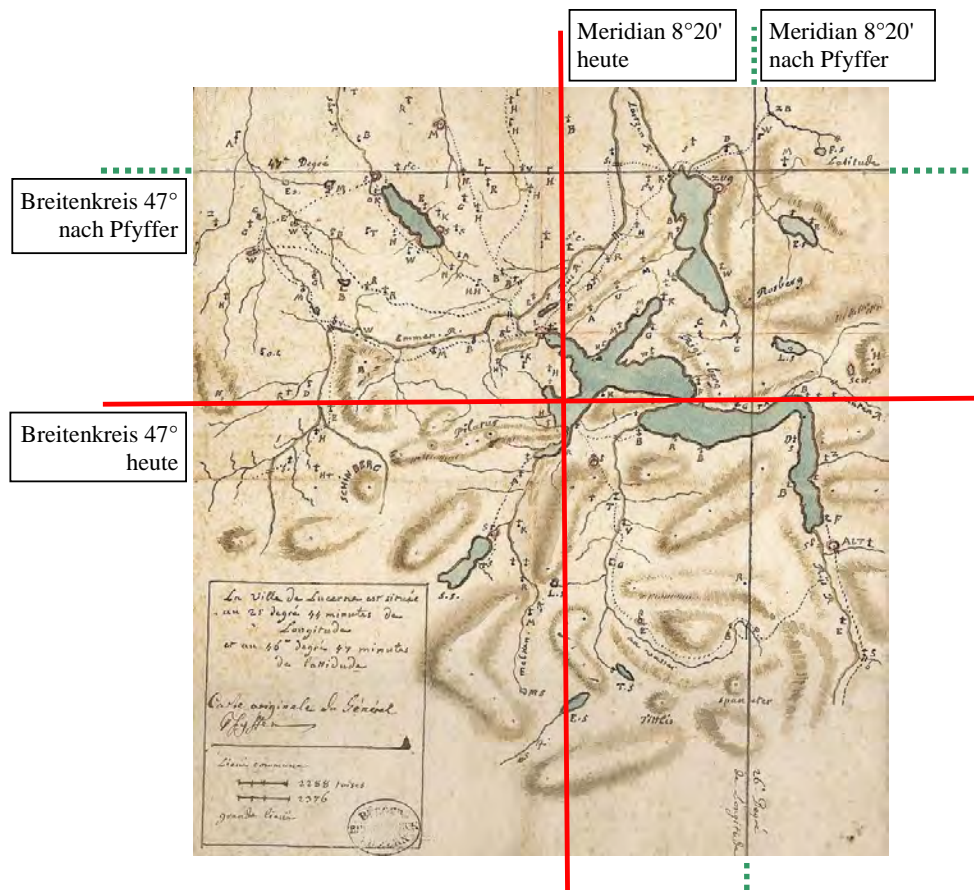


Abb. 6-12: Der Längengrad $8^{\circ}20'$ (bzw. 26° von Ferro) und der Breitengrad 46° in der georeferenzierten *Carte originale du Général Pfyffer* (Anhang B2) und in der heutigen Karte. Der Unterschied zwischen den Soll- und Istwerten beträgt rund 20 km vertikaler und 16 km in horizontaler Richtung.

Der 26° Längengrad und 47° Breitengrad befinden sich als Strichmarkierungen am Rand auch in der *Carte en Perspective du Nord au Midi* von Jakob Joseph Clausner. Da diese Karte im Auftrag Pfyffers anhand seiner topographischen Unterlagen erstellt wurde, geht die Länge- und Breitenkreisdarstellung offensichtlich ebenfalls auf seine eigenen astronomischen Messungen zurück. Die Orientierung der geographischen Koordinatenlinien ist vor allem beim Breitengrad leider nicht aussagekräftig: Die Strichmarkierungen am linken und rechten Kartenrand haben eine deutlich unterschiedliche Ausrichtung und erlauben keine geradlinige Verbindung (Abb. 6-13). Es handelt sich hier vielleicht um einen Fehler des Kartenmachers; es verweist aber auch auf die Mühe, welche Clausner mit der ungewöhnlichen Orientierung der Karte hatte ($15,62^{\circ}$ Abweichung von der Nordrichtung der modernen Karte, Tabelle 6-2). Andererseits ist interessant, dass die *Lage* dieses Breitengrades gegenüber der Innerschweizer Manuskriptkarte von Pfyffer etwa um die Hälfte verbessert wurde (Lagefehler von rund 10 km anstatt 20 km). In der Zeit zwischen der Erstellung der beiden Karten musste Pfyffer also neue astronomische Messungen durchgeführt haben.

Zusammenfassend kann zu diesem Thema angefügt werden, dass Pfyffers Interesse an der geographischen Ortsbestimmung auf den aktuellen internationalen Ereignissen und Entwicklungen basierte und vorwiegend wissenschaftlicher Natur war. Für sein primäres Ziel – Bau eines Reliefs – brauchte er kein Netz von Meridianen und Parallelkreisen. Wichtig war eine geographische Orientierung seiner Landesaufnahmen, wozu er sich eher auf die Angaben seiner Busssole als auf präzise astronomische Messungen verließ. Doch wie im Weiteren erläutert wird, musste die mit der Magnetnadel bestimmte Orientierung aufgrund der Verän-

derungen des magnetischen Felds der Erde durch wiederholte genaue Festlegung des Meridians kontrolliert werden. Pfyffers Verzicht auf eingehende astronomische Messungen war einer der Faktoren, die sich negativ auf die Gesamtgenauigkeit seiner Landesaufnahme auswirkten.



Abb. 6-13: Markierung des Breitengrades 47° am linken und rechten Kartenrand der *Carte en Perspective du Nord au Midi* von Jakob Joseph Clausner (Anhang B5). Die Linien haben eine deutlich unterschiedliche Ausrichtung und lassen sich mit einer Gerade nicht zu einem Parallelkreis verbinden.

6.5 Von der Vermessung zum Relief

6.5.1 Kartenunterlagen für den Reliefbau

Die Vermessung im Gelände hatte eine grosse Anzahl von Messtischblättern und Zahlenwerten zum Resultat. Pfyffer skizzierte seine graphischen Unterlagen in einem grossen Massstab von 10 Toisen auf eine Linie (etwa $1:8'660$, siehe Anhang A). Dabei äusserte er seine Befürchtung, dass dieser Massstab zu klein sein könnte und dass er ihn – falls Micheli gleicher Ansicht wäre – noch vergrössern könnte. Bei schlechter Witterung und im Winter setzte Pfyffer die primären Messergebnisse zu einer Karte zusammen, deren Massstab er als *imaginaire mais fixe* bezeichnete. Es musste diese Karte sein, die der Pfarrer und Landeskundler Johann Conrad Fäsi (1727-1790) bei seiner Reliefbesichtigung erblickte und in seinem Werk [Fäsi, 1766] folgendermassen beschrieb: *Der Herr Obrist und Feld-Marschall, Franz Ludwig Pfeifer, arbeitet dermalen an einer so wol schönen, als richtigen Land-Charte des Lucerner Gebiets. Einen grossen Theil derselben hat er nicht nur allbereit zu Papier gebracht; sondern er bringt auch die Abmessungen selbst mit Wachs en Relief, welches sehr bewundernswürdig anzusehen. Dieser Relief, welcher sauber mit Oel-Farben gemahlt ist, auf welchem alle Höhen und Tiefen in mathematischer Verhältniss, alle Häuser, Strassen, Wälder, Schlösser, behöriger massen bezeichnet, und ebenfalls en Relief sind, begreift den ganzen Pilatus-Berg, einen Theil der Unterwaldner-Gebirge, den Rigiberg, samt allen Gebirgen um den See, die Stadt Lucern, die Landvogteien Kriens, Horb und Ebiken, das Reussthal, samt noch mehrern andern Gegenden. Auf der Land-Charte selbst bemerket dieser Herr alle Stellungen, die er gehabt; so dass einem jeden frei steht, seine Masse und gezogene Linien selbst zu prüfen (...)*. Die im letzten Satz erwähnten, überprüfaren „Stellungen“ deuten auf einen grossen Detailgrad der Karte hin. Möglicherweise war auch eine Dreiecksvermaschung darin eingezeichnet. Fäsis Schilderung ist ein Beweis dafür, dass Pfyffer vor dem Bau des Reliefs eine zweidimensionale Vorlage im grossen Massstab – eine Basiskarte – erstellt hatte. Andererseits können wir seiner Beschreibung entnehmen, dass sich das Relief bereits am Anfang der Sechzigerjahre in einem fortgeschrittenen Stadium befand und dass die Luzerner Gebiete den Ausgangspunkt für Pfyffers Arbeiten bildeten.

Leider gibt Pfyffer keine exakten Hinweise zum Massstab seiner Basiskarte. Sie war wohl kaum im gleichen Massstab wie die Messtischblätter (1:8'660) gezeichnet, denn dies würde zu einer Gesamtgrösse von mindestens 9 m x 5 m führen, was zu unpraktisch gewesen wäre. Möglicherweise ist das im Reliefinneren aufgefundene Fragment aus dem Gebiet Rengg (Anhang B3) ein Teil der Karte, die Fäsi um 1760 sah. Das Rengg-Fragment ist im Massstab von etwa 1:35'000 gezeichnet, woraus sich nach einer Umrechnung in die von Pfyffer verwendete Längeneinheit 40 Toisen auf eine Linie ergeben. Dieser damals unübliche Wert würde die Massstabsbezeichnung *imaginaire mais fixe* erklären. Eine Basiskarte in diesem Massstab wäre sehr gut für Übersichtszwecke geeignet, und sie liesse sich auch relativ einfach durch eine vierfache Verkleinerung der Messtischblätter erzielen. Übertragen auf die gesamte Innerschweiz hätte sie eine immer noch beachtliche Grösse von etwa drei Quadratmetern.

Der Reliefmassstab von 1:11'500 entspricht einer dreifachen Vergrösserung der Rengg-Karte. Spätere Reliefbauer verwendeten für ihre Reliefs jeweils einen im Vergleich mit den zweidimensionalen Kartenunterlagen verdoppelten Massstab³⁵. Es liegt nahe, dass Pfyffer den Reliefgrundriss von der Übersichtskarte (1:35'000) ableitete. Das im Rengg-Fragment enthaltene Quadratraster zeugt von einer Übertragungshilfe, und auch auf dem Reliefboden wurde stellenweise ein solches gefunden. Möglicherweise griff Pfyffer bei diesem Vorgang auch auf seine ursprünglichen Messtischblätter zurück, die dank dem grösseren Massstab mehr Information beinhalteten.

Die restlichen heute bekannten Karten Pfyffers wurden offensichtlich ebenfalls von der gleichen Basiskarte abgeleitet. Zur Übertragung des Karteninhalts in einen anderen Massstab verwendete Pfyffer wahrscheinlich einen damals üblichen Pantographen, dessen Erfindung im Jahre 1603 dem schwäbischen Theologen und Wissenschaftler Christoph Scheiner (1575-1650) zugeschrieben wird. Hierbei wird der Fahrtstift des Geräts (auch Storchenschnabel genannt) den Objekten der aufgelegten Karte entlang geführt. Der Zeichnungstift, der sich in einem einstellbaren Abstand zum Leitstift befindet, wiederholt die Bewegung im gewünschten Massstab.

6.5.2 Konstruktion des Reliefs

Wie die im Jahre 2000 abgeschlossene Komplettrestaurierung des Reliefs zeigte, ist die Relieflandschaft auf 136 Tannenholzplatten gebaut (Abb. 6-14). Die handlichen Kassetten bestehen aus einem Holzrahmen, in den ein dünneres Brett eingelassen ist und dessen Wände mit Karton versehen sind. Auf der Innenseite eines solchen Abdeckkartons fand sich die erwähnte Manuskriptkarte, welche gesichert, konserviert und für weitere Analysen verwendet werden konnte (Abb. 6-15a). Die Bodenelemente erinnern an ausgediente Bauteile, die nach einer Umfunktionierung durch Pfyffer unterschiedliche Grössen und Formen aufweisen. Nur etwa ein Drittel von ihnen ist parallel zum Reliefrand ausgerichtet; die restlichen, inneren Teile südlich des Zuger Sees bilden mit der längeren Reliefseite einen Winkel von ca. 15 Grad (Abb. 6-15b). Die Genauigkeitsanalyse konnte einige Erklärungen für diese auf den ersten Blick eher unlogische Einrichtung der Einzelteile liefern (Kapitel 6.6.2).

³⁵ Bei Johann Heinrich Weiss und Joachim Eugen Müller beträgt der Reliefmassstab 1:60'000 und derjenige der Kartenblätter des *Atlas Suisse* 1:120'000, Xaver Imfeld u.a. modellierten oft im Massstab von 1:25'000 bei der Verwendung von Übersichtskarten im Massstab von 1:50'000 [Imhof, 1981].

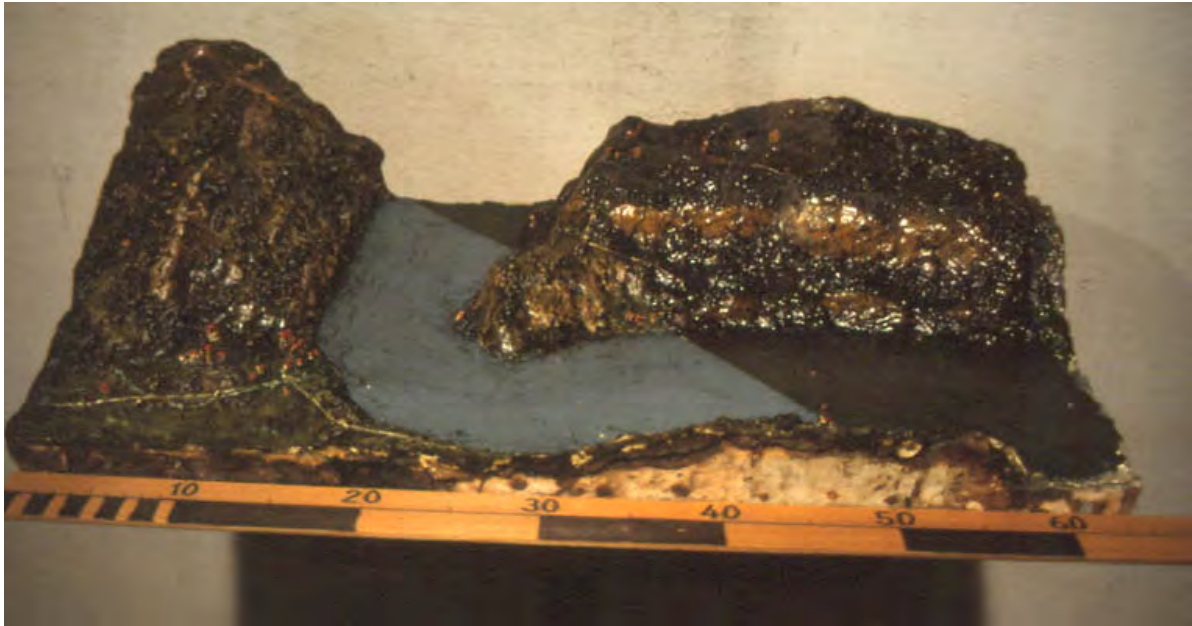


Abb. 6-14: Ein Reliefteil mit dem Vierwaldstätter See zwischen Gersau und Rütli vor (rechts) und nach der Reinigung (links).

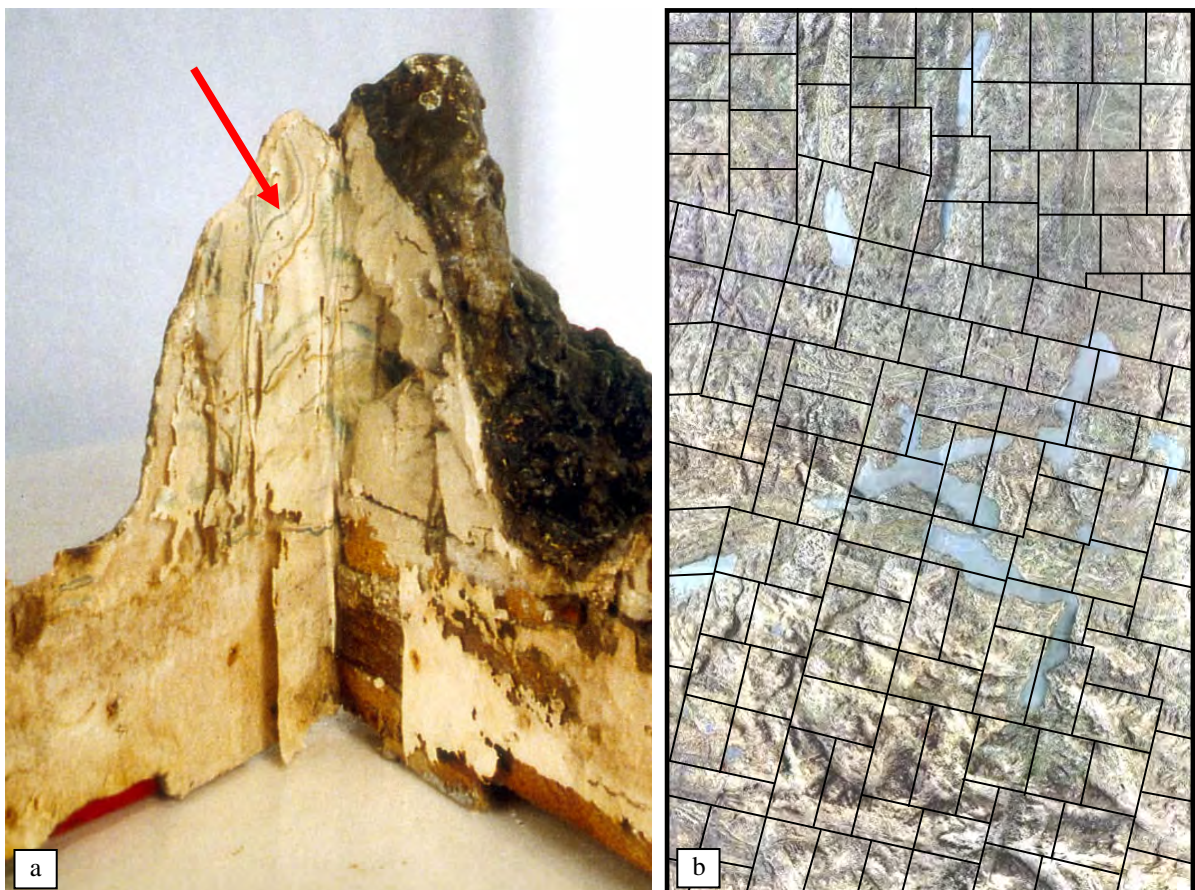


Abb. 6-15: (a) Die Manuskriptkarte von Pfyffer auf dem Abdeckkarton eines Reliefbauteils (vgl. Anhang B3), (b) Das Relief der Urschweiz mit dem darüber gelegten Übersichtsplan der 136 Einzelteile.

Dank dem Mosaikaufbau wäre das Relief transportierbar gewesen. Aufgrund zeitgenössischer Beschreibungen und der sauberen Dokumentation auf den Kartonabdeckungen kann angenommen werden, dass das Relief zu Pfyffers Zeiten nicht zu einem einzigen Stück fest

zusammengebaut wurde, wie dies heute der Fall ist. Viel eher wurden die Einzelteile passgenau aneinander geschoben und die Oberfläche mit einer dünnen Wachsschicht überzogen. Wie die Untersuchungen bei der Restaurierung zeigten, sind die Fugen zwischen den Holzkassetten im Verlauf der Jahrzehnte zum Teil auf über 2 cm angewachsen, die Lücken wurden mit neuem Material gefüllt, und das Relief wurde neu bemalt. Diese Erkenntnis ist von grosser Bedeutung für die Interpretation der Genauigkeitsangaben des Reliefs. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Analysen basieren nämlich nicht auf dem ursprünglichen, sondern auf dem heutigen Reliefzustand, der etwa demjenigen um 1900 entspricht. Eine Rückführung in den Urzustand hätte nach Ansicht der Restauratoren eine Zerstörung dieses gewachsenen Dokuments bedeutet und wäre somit nicht sinnvoll gewesen.

Auf dem Grundbrett der Kassetten setzte Pfyffer senkrechte Rundholzstäbchen ein, die den Verlauf der Bergketten bezeichneten und die Höhe der Gipfel markierten (Abb. 6-16a). Bei einem Reliefbauteil wurde ein quadratisches Raster gefunden, welches offensichtlich zur Formenübertragung von der Basiskarte auf das Holz diente. Danach widmete sich Pfyffer dem Geländeaufbau unter Verwendung von verschiedensten Materialien: Holz, Holzkohlereste, Ziegelscherben, Kartonstücke, Lehm, Gips und Wachs. Die Oberfläche gestaltete er mit einer Masse aus Sand und Gips, die er mit einem Wachsguss zur detaillierten Modellierung überzog. Die Landschaftsobjekte sind besonders liebevoll gefertigt. Die Wälder aus eingefärbten Wachskrümeln erscheinen in hell- oder dunkelgrün, die Seen leuchten in Blau, die Häuser bestehen aus kleinen, mit Wachs überzogenen und rot bemalten Blechstücken, die Kirchtürme ragen als umgekehrt eingesteckte rote Nägel aus der Oberfläche heraus (Abb. 6-16b). Zu Pfyffers Zeiten dürften die Seen sogar aus Spiegelscherben gestaltet worden sein, was ihnen die naturgetreue Beschaffenheit der reflektierenden Wasserflächen verlieh. Mit besonderer Akribie veranschaulichte Pfyffer die Strassen, Wege, Pfade, Flüsse und Bäche. Die Strassenzüge sind mit Hilfe von bemalten, zwischen Nägel gespannten Hanfschnüren modelliert, Fliessgewässer hingegen repräsentiert ein wellenartig gedrehter Draht. Wie in Kapitel 2.4 bereits erwähnt, wurden erst um 1900, also lange nach dem Tod von Pfyffer, in Analogie zu seinem Verkehrsnetz die Bahnlinien auf die Rigi sowie weitere Strassenverbindungen angebracht.

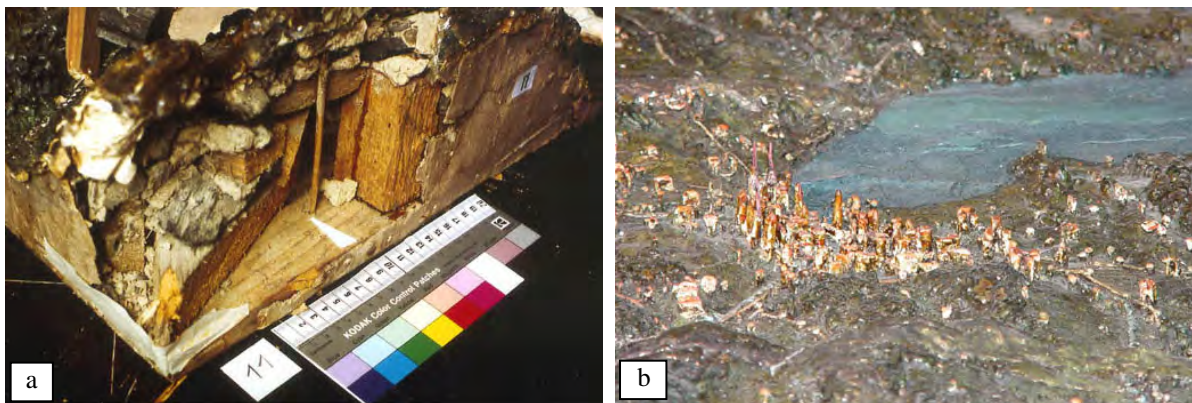


Abb. 6-16: (a) Der Innenbau des Reliefs mit einem Stäbchen zur Markierung der Gipfelhöhe, (b) Detailansicht der Reliefoberfläche: Häuser und Kirchen der Stadt Luzern mit einem Teil des Vierwaldstätter Sees.

Für die Beurteilung der aus der Genauigkeitsanalyse gewonnenen Höhenangaben sind zwei Befunde aus der Reliefrestaurierung massgeblich. Eine spektrometrische Untersuchung der Reliefoberfläche am Schweizerischen Institut für Kunstwissenschaft hat gezeigt, dass sich in diesem bis 2,5 mm dünnen Bereich mehr als 25 übereinander angebrachte Farb-, Firnis- und Wachsschichten befinden [SIK, 1998]. Nur die untersten, für die Genauigkeitsanalyse unerreichbaren, stammen von Pfyffer. Die Übermalungen und Spuren von wiederholten Restau-

rationen sind dabei nicht gleichmässig über die ganze Relieffläche verteilt: Am meisten wurden die Seen gepflegt, da sie ein für die Präsentationszwecke besonders wichtiges Erkennungsmerkmal darstellten. Rechnet man die Dicke der später angebrachten Schicht von 2,5 mm im Reliefmassstab um, so kann allein der Unterschied zwischen der ursprünglichen und heutigen Reliefoberfläche einen Höhenfehler von fast 30 m verursachen. Aus diesem Grund wird zur Interpretation der von Pfyffer erzielten Höhengenaugigkeit primär auf seine in der *Carte en Perspective du Nord au Midi* publizierten Messwerte zurückgegriffen (Kapitel 6.6.5).

Die zweite Konstruktionsbesonderheit des Reliefs ist, dass alle grossen Innerschweizer Seen direkt auf dem Basisbrett, also auf dem gleichen Nullhorizont wie der Vierwaldstätter See angelegt sind. In Wirklichkeit liegen sie jedoch auf Höhen, die bis zu 300 m Unterschied aufweisen. Es ist unerklärbar, warum Pfyffer diesen Entscheid traf, der in der Folge so viele sorgfältig eingetragene Höhenkoten verfälschte. Teilweise liegt der Grund dafür wohl in der Fehlüberlegung, dass keiner der abgebildeten Seen tiefer liegen würde als der zuerst modellierte Vierwaldstätter See. Zu einem späteren Zeitpunkt im Prozess des Reliefbaus war es dann nicht mehr möglich gewesen, Teile vom Basisbrett zur Darstellung der tiefer gelegenen Ortschaften abzutragen. Doch es bleibt ein Rätsel, warum er beispielsweise den Ägerisee (724 m. ü. M.) auf die gleiche Höhe setzte wie den nahe gelegenen Zuger See (413 m. ü. M.), obwohl der Höhenunterschied im Gelände offensichtlich ist.

6.5.3 Pfyffers Landschaftszeichnungen im Prozess der Relieferstellung

Neben den Messdaten brachte Pfyffer von seinen Touren zahlreiche Skizzen mit, welche die wichtigsten Landschaftsmerkmale enthielten. Die anschliessende Aquarellierung zu Hause verlieh den Zeichnungen einen besonders naturgetreuen Charakter, indem vor allem die unterschiedlichen Vegetationsstufen, Gletscher, Gewässer und Siedlungen farbig markiert sind. Bei einem Teil der 94 heute bekannten Landschaftsskizzen zeichnete Pfyffer strahlenförmige Linien auf die dargestellten Gipfel ein. Obwohl unsigniert und undatiert, konnten diese Feldzeichnungen anhand eines Handschriftenvergleichs einwandfrei Pfyffer zugeordnet werden. Im Verlauf des Forschungsprojektes „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ erfolgte ihre Katalogisierung [Bürgi et al., 2000].

Etwas schwieriger zu beantworten ist die Frage, zu welchem Zeitpunkt und für welchen Zweck Pfyffer die Skizzen erstellte. Bisher wurde angenommen, dass die von seinem Vermessungsstandort – der *Station* – ausgehenden Richtungen zur Dokumentation des Vorwärtsschnitts bei der Triangulation dienten. Doch wie bereits in Kapitel 6.2.1 angedeutet wurde, ist dies aufgrund der mehrheitlich tief gelegenen Ausgangspunkte unwahrscheinlich. Vielmehr scheint es, dass die Feldskizzen nicht im direkten Zusammenhang mit der Vermessung entstanden sind, sondern unabhängig davon aufgenommen wurden und erst später als Arbeitsinstrument für den Reliefbau zum Einsatz kamen.

Zur Überprüfung dieser Hypothesen ist es notwendig zu verstehen, welchem Abbildungsmodell die Skizzen entsprechen. Dies setzt die Kenntnis des jeweiligen Standorts voraus. Pfyffer benannte seine *Stationen* und die abgebildeten Berge nach seinen damaligen Erkundigungen vor Ort. Doch oft sind seine Standortbezeichnungen zu allgemein oder sie fehlen ganz. Auch stimmen die von Pfyffer verwendeten Namen, insbesondere die Bergnamenklatur, mit der heutigen Karte zum Teil nicht mehr überein. Zur möglichst genauen Bestimmung der Standortkoordinaten wurden im Jahre 2000 Feldbegehungen unternommen. Die an diesem Punkt eingesetzten Computermodelle erwiesen sich als grosse Hilfe: In der digitalen

Landschaft lassen sich virtuelle Ansichten von beliebigen Standorten aus generieren und die Sichtbarkeit, Geometrie und Morphologie der in den Feldzeichnungen dargestellten Gipfel kann einer Kontrolle unterzogen werden. Unter Einsatz von dreidimensionalen Modellen in geeigneten Softwaresystemen³⁶ wurden 11 repräsentative Skizzen des Gesamtkonvoluts eingehend untersucht [Niederöst, 2003].

Die computergestützte Erforschung der Feldzeichnungen brachte Interessantes ans Tageslicht. Nachdem Pfyffers Aufnahmeorte mittels Navigation im virtuellen Gelände gefunden wurden, zeigten alle untersuchten Gebirgssilhouetten zwar eine stark verzerrte Geometrie, dafür aber eine verblüffende Form- und Detailtreue. Man kann nun mit Sicherheit sagen, dass es sich bei Pfyffers Feldzeichnungen keineswegs um Panoramen im technischen Sinne handelt. Unter einem Panorama wird eine zentralperspektivische Abbildung des Geländes auf einen vertikal stehenden Zylinder verstanden, wobei das Projektionszentrum in der Zylinderachse liegt. Die umliegenden markanten Punkte des Geländes werden *richtungstreu* auf die Zylinderoberfläche gezeichnet, so dass nach dem Abrollen des Zylinders in die Ebene ein Gebirgsstreifen entsteht. Wie die im Folgenden aufgeführten Beispiele bezeugen, stimmen weder die in den Skizzen eingezeichneten Winkel noch die räumliche Anordnung der Gebirge mit diesem Abbildungsmodell überein. Pfyffers Feldzeichnungen entsprechen einer Schrägansicht. Diese perspektivische Abbildung des Geländes auf eine geneigte Ebene weicht bei Pfyffer von einer strengen Zentralprojektion ab, um den gewünschten Landschaftsausschnitt wirkungsvoller repräsentieren zu können. Eine Besonderheit von Pfyffers Skizzen ist, dass sie fiktive Merkmale aufweisen. So setzte Pfyffer nicht nur die Landschaftsformen, sondern auch die eigenen Standorte mit deren Umgebung ins Bild, wodurch die Zeichnungen als eine imaginäre Ansicht von einem höheren Standpunkt aus wirken. Auch beinhalten die Skizzen Geländeobjekte, die vom jeweiligen Standort aus nicht direkt sichtbar sind und nur vermutet werden können, beispielsweise Flüsse anhand der Geländeeinschnitte oder Bergspitzen anhand der Bergfüsse.

Die Ergebnisse der Untersuchung werden nun anhand der Skizzen Nr. 78, 39 und 60³⁷ veranschaulicht. Bei allen drei handelt es sich um mit Bleistift und Tusche aquarellierte Zeichnungen mit den eingetragenen Visurlinien auf die umliegenden Gipfel. Aus heutiger Sicht unterscheiden sich die Skizzen voneinander in der Deutlichkeit der Standortbezeichnung. Das Blatt Nr. 78 gibt den Standort „Rotzberg“ exakt wieder, die Zeichnung Nr. 39 beinhaltet eine allgemeine Ausgangspunktposition „Cap proche Art“ und der Standort der Skizze Nr. 60 „Rüttli“ ist ein gutes Beispiel für eine durch Pfyffer linguistisch verdrehte und bis heute veränderte Namensgebung.

Wie Abb. 6-17 zeigt, zeichnete Pfyffer in seiner Skizze Nr. 78 vom Standort Rotzberg beim Rotzloch aus einen sehr kleinen Ausschnitt der gesamten Aussicht: Der Öffnungswinkel zwischen den Visurlinien auf den Vitznauer Stock und nach Gersau beträgt nur 20°. Dabei konzentrierte er sich offensichtlich auf die morphologisch exakte Darstellung der gewählten Gebirgsformen und missachtete die geometrischen Aspekte. So erscheinen der Vitznauer Stock und die Hochflue naturgetreu und detailreich, aber viel steiler als in Wirklichkeit. Den Bürgenstock gibt Pfyffer im gleichen Gebirgszug wie die restlichen Gipfel wieder, obwohl er eindeutig im Vordergrund liegen müsste. Die Tatsache, dass sich dieser Berg unweit sei-

³⁶ Folgende Softwaresysteme und Daten wurden eingesetzt: (a) Atlas der Schweiz v.1 mit dem digitalen Höhenmodell DHM25 und der Datenbank der Berg- und Ortsnamen, (b) Erdas Imagine v.8.6 von Leica Geosystems mit dem DHM25 und einem Landsat Satellitenbild mit 25 m Auflösung, (c) ArcView GIS v.3.2 mit dem DHM25 und den digitalen Karten PK25, (d) Rekonstruiertes Computermodell vom Relief der Urschweiz in Erdas Imagine v.8.6.

³⁷ Die Blattnummerierung entspricht dem Katalog [Bürgi et al., 2000].

nes Standortes befindet, dokumentierte Pfyffer eigenartig. Die Bezeichnung „Bürgen“ kommt in der Skizze nicht nur als Gipfelname auf der linken Seite vor, sondern zusätzlich dazu auch in der kleinen symbolischen Bergdarstellung vorne bei der „Station“ (seltsamerweise rechts davon). Abb. 6-17c zeigt die entsprechende Ansicht vom Rotzberg im virtuellen Relief der Urschweiz. Aus der Übereinstimmung der Lage und Form des Bürgenstocks mit der Realität (und nicht mit der verzerrten Zeichnung) kann man schliessen, dass dieser Berg in der Skizze nur zur schematischen Situationsbeschreibung diente.

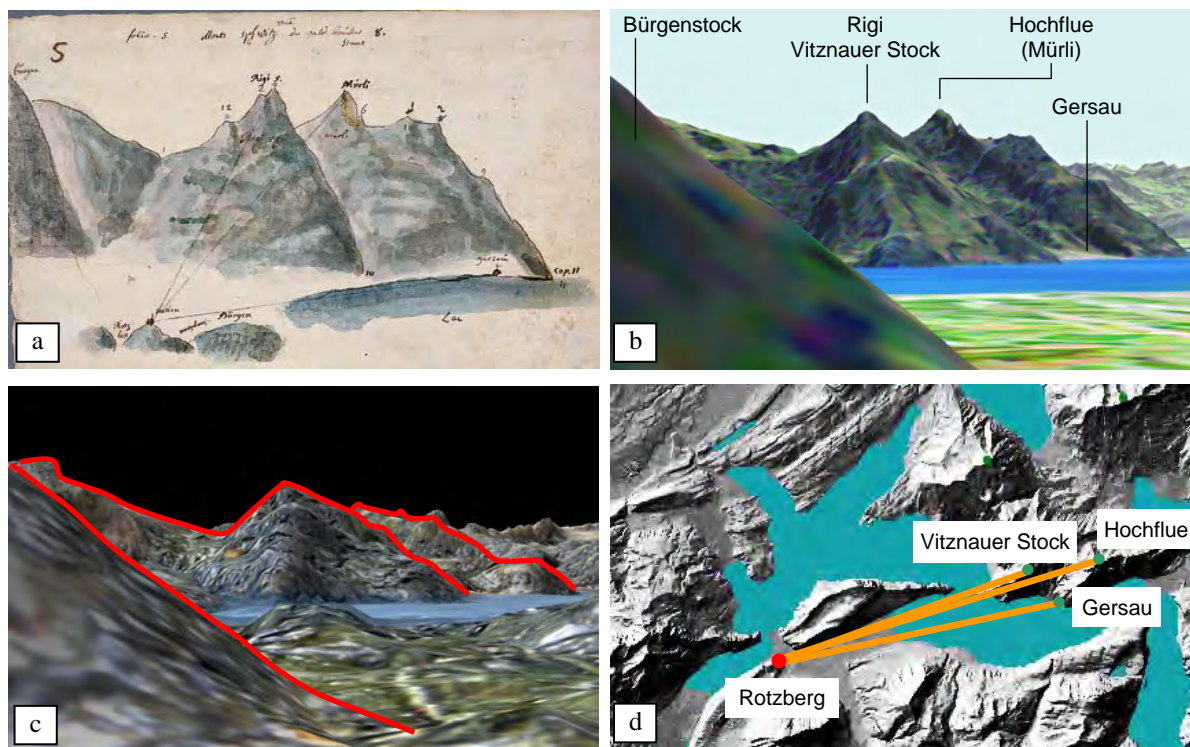


Abb. 6-17: (a) Pfyffers Originalskizze Nr. 78 mit dem Standort „Rotzberg“³⁸, (b) Die gleiche räumliche Ansicht in der heutigen digitalen Landschaft, (c) Die entsprechende Darstellung im rekonstruierten Relief der Urschweiz, (d) Der Standort und die Visurlinien auf dem Hintergrund des heutigen schattierten Geländemodells.

Die Skizze Nr. 39 gibt den Standort nur sehr vage an („Cap proche Art“). Es wurde also zunächst untersucht, von welchen Orten aus die fünf in der Skizze eingetragenen Berge sichtbar sind (Abb. 6-18). Die Sichtbarkeitsanalyse sowie eine darauf folgende Kontrolle im heutigen digitalen Landschaftsmodell zeigten erstaunlicherweise, dass es keine solche Stelle gibt. Die computergestützte Analyse bestätigte somit das Ergebnis einer Feldbegehung, die zu einem früheren Zeitpunkt in der Umgebung des vermuteten Standorts Chiemen am westlichen Ufer des Zuger Sees getätigt wurde: Von diesem Hügel aus sieht man zwar den Rossberg, die Hochflue und die Rigi, doch die Ansicht entspricht nicht der Skizze. Vor allem verschwinden die in der Zeichnung so deutlich dargestellten Mythen ganz hinter dem Rossberg. Durch Navigation im virtuellen Geländemodell der Schweiz konnte Pfyffers Standort identifiziert werden. Mit höchster Wahrscheinlichkeit handelt es sich um die Ramsenmatt bei der Nasegg am Südenende des Zuger Sees. Von dieser Stelle aus ergibt sich ein Blick auf den Rossberg (inklusive des Einschnitts bei der Spitze) sowie auf beide Mythen. Ähnlich wie bei Skizze Nr. 78 sind die Formen dieser drei Berge besonders detailgetreu wiedergegeben. Doch weder die Hochflue noch die Rigi konnte Pfyffer von diesem Ort aus sehen. Ihre Lage

³⁸ © ZHB Luzern, Sondersammlung Handschriften & Alte Drucke, BB Ms.439.fol., Bl. 78 (Depositum Korporationsgemeinde Luzern).

musste er fiktiv in der vermuteten Richtung skizzieren und ihre Form anderen Zeichnungen entnehmen.

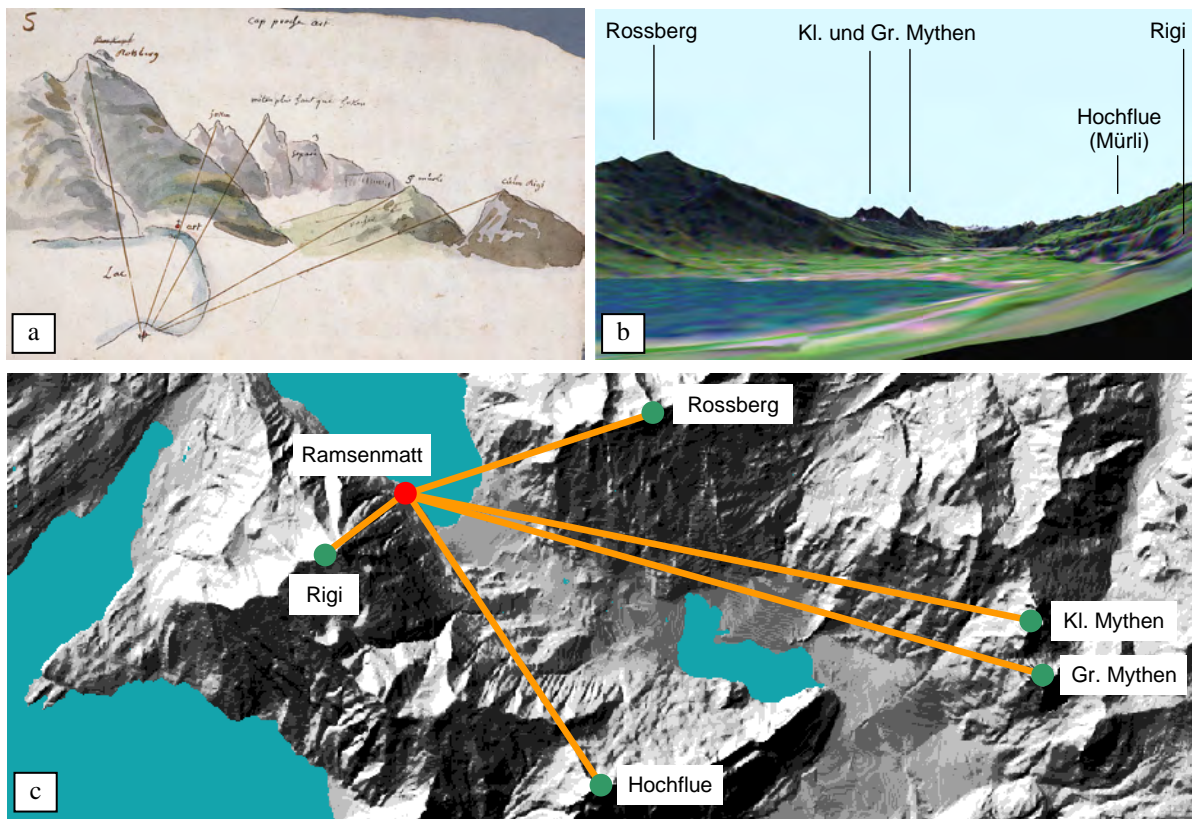


Abb. 6-18: (a) Pfyffers Originalskizze Nr. 39 mit dem Standort „Cap proche Art“³⁹, (b) Die gleiche räumliche Ansicht in der heutigen digitalen Landschaft, (c) Der Standort Ramsenmatt am südlichen Ende des Zuger Sees und die Visurlinien auf die umliegenden Gipfel.

Als letztes Beispiel folgt ein Vergleich der Skizze Nr. 60 mit den im Computer generierten 3D-Ansichten. Der als „Rüttli“ bezeichnete Standort lässt vermuten, dass es sich dabei um die Rütliwiese am Ufer des Urner Sees handelt, um den Ort mit historischem Symbolgehalt, wo die Vertreter der Urkantone 1291 das Bündnis schworen. Die Aussicht auf der Rütliwiese zeigt jedoch keine Ähnlichkeit mit der Feldskizze: Am Fuss des Seelisbergs stehend ergibt sich anstatt der abgebildeten Bergkette nur ein Blick auf die beiden zwischen dem Urmiberg und Fronalpstock gedrängten Mythen. Eine kurze Navigation in der heutigen virtuellen Landschaft entlang dem Ufer des Vierwaldstätter Sees führte zum Schluss, dass die Skizze nicht auf der Rütliwiese, sondern in der Ortschaft Ridli bei Beckenried aufgenommen wurde. Dieser Ort wird im 1802 herausgegebenen *Atlas Suisse* „Rutti“ genannt. Die Morphologie der Gebirge ist wiederum verblüffend realitätstreu dargestellt. Alle bezeichneten und durchnummerierten Gipfel lassen sich anhand ihrer Form problemlos identifizieren (Abb. 6-19). Wie bei den anderen untersuchten Skizzen ist die Geometrie verzerrt, die Berge präsentieren sich steiler und die Gebirgsumrisse im Hintergrund wirken dominanter. Der Öffnungswinkel zwischen den Visuren auf die Hochflue (Mürli) und den Druesberg ist infolge der Standortdarstellung in der Zeichnung viel breiter als in Wirklichkeit. Es wäre zu unpraktisch gewesen, diese nicht-grundrisstreue Darstellung als vermessungstechnische Skizze zu verwenden.

³⁹ © ZHB Luzern, Sondersammlung Handschriften & Alte Drucke, BB Ms.439.fol., Bl. 39 (Depositum Korporationsgemeinde Luzern).

Die beschriebenen Untersuchungen lassen darauf schliessen, dass die Feldzeichnungen von Pfyffer nicht zum Zweck der Vermessung, sondern als Vorlage für den Reliefbau erstellt wurden. Ihre Verzerrung schliesst eine gezielte Projektion der Landschaft aus und deutet auf eine einfache räumliche Darstellung der Situation hin. Pfyffer skizzierte die Gebirgsketten wohl, um die Bergformen im Detail modellieren zu können, um ihre Nomenklatur zu notieren und um die Bodenbedeckung möglichst naturgemäss wiederzugeben. In diesem Zusammenhang war die Geometrie für Pfyffer von sekundärer Bedeutung. Die in den Skizzen eingetragenen Visurlinien repräsentierten wahrscheinlich eine Gedächtnishilfe zur deutlicheren Darstellung der am Standort sichtbaren (manchmal auch nur vermuteten) Gipfel. Die Feldzeichnungen leisteten Pfyffer also einen Dienst, für den die späteren Reliefbauer von Xaver Imfeld (1853-1909) über Eduard Imhof (1895-1986) bis zu den heutigen Reliefkünstlern unzählige photographische Ansichten zu Hilfe genommen haben. Der Kartograph Eduard Imhof, der zwischen 1937 und 1939 selber ein Bergmodell vom Grossen Windgällen anfertigte, drückte das Bedürfnis, sich die Bergformen anhand der Zeichnungen und Photos zu verinnerlichen, folgendermassen aus: *Zur Modellierung im Massstab 1:2'000 genügen Karten und Pläne nicht. Ihre Höhenkurven wursteln sich an zerrissenen Steilwänden in unentwirrbaren Knäueln durcheinander. Da muss man selber hinauf und in jeden Winkel hineingucken. Man photographiert, man macht sich die Felsformen und Felsstrukturen auch zeichnerisch zu eignen. Man muss das Gestein mit Händen und Füssen greifen [Imhof, 1981].*

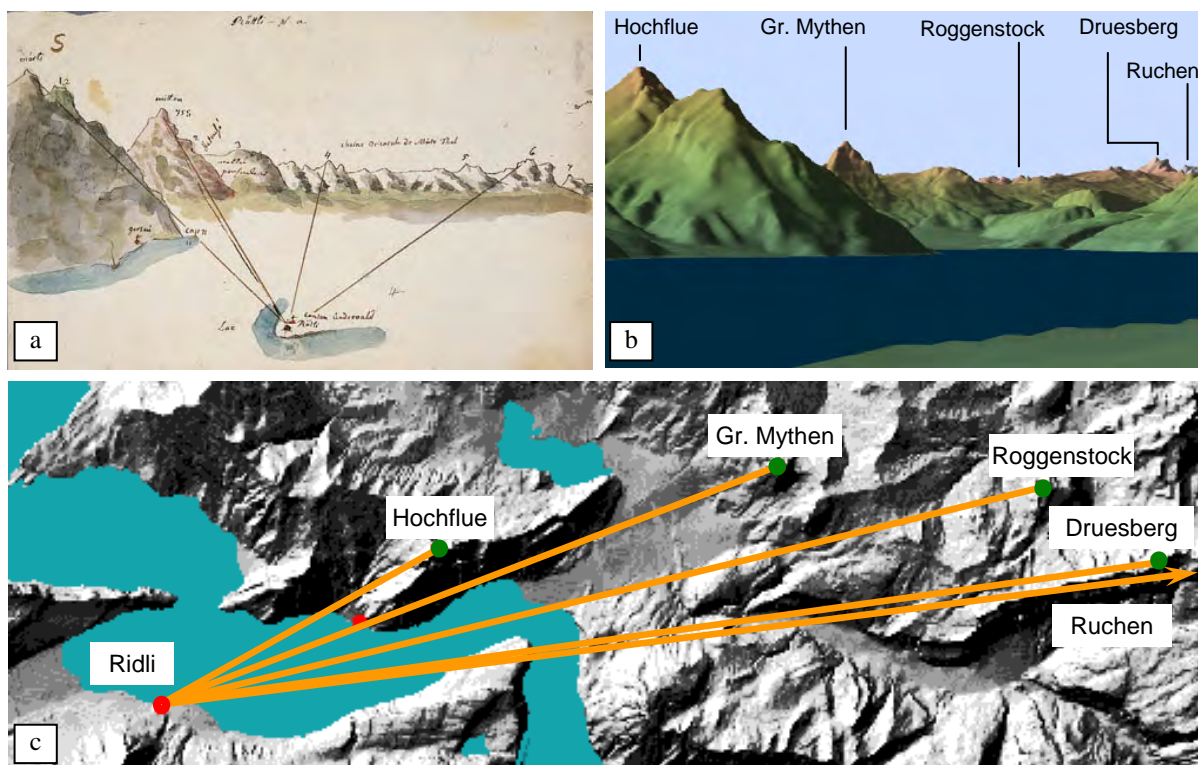


Abb. 6-19: (a) Pfyffers Originalskizze Nr. 60 mit dem Standort „Rüttli“⁴⁰, (b) Die gleiche räumliche Ansicht in der heutigen digitalen Landschaft (das digitale Höhenmodell mit eingefärbten Höhenstufen), (c) Der Standort und die Visurlinien auf dem Hintergrund des heutigen schattierten Geländemodell.

Die Bezeichnung „Station“ ist folglich nicht im vermessungstechnischen Sinne zu verstehen. Pfyffer meinte damit nicht seine Fixpunkte für die Trigonometrie, sondern seine Beobach-

⁴⁰ © ZHB Luzern, Sondersammlung Handschriften & Alte Drucke, BB Ms.439.fol., Bl. 60 (Depositum Korporationsgemeinde Luzern).

tungsstandorte bei der Erstellung der Feldzeichnungen. Die Skizzen dürften als Nebenprodukt der Vermessungsoperationen an den dafür geeigneten Stellen – im Gegensatz zu den Messpunkten eher im Tal – entstanden sein. Vielleicht bezieht sich die folgende Bemerkung Pfyffers auf die zeichnerische Wiedergabe der Landschaftsformen für den Reliefbau: *Imagines vous que je dessine chaque montagne avec ses escarpements et ses talus, et que je prend la hauteur de chaque objet. Par la raison que je rend le tout en detail et en relief, ce qui fera un ouvrage fort curieux*⁴¹. Es ist aber auch möglich, dass die Skizzen teilweise erst zu einem späteren Zeitpunkt bei neuen, von der Vermessung unabhängigen Feldbegehungen gezeichnet wurden. Diese Vermutung stützt sich auf eine neulich durchgeführte Untersuchung der von Pfyffer verwendeten Papierblätter [Wüest und Tschudin, 2004]. Die Analyse zeigte, dass das Papier einiger Skizzen sicher nicht vor 1770, in manchen Fällen sogar erst nach 1780 hergestellt wurde, also in der Zeit, als Pfyffer seine Vermessungen längst abgeschlossen haben musste und sich der Modellierung des Reliefs widmete⁴².

Im Gesamtbestand der 94 Feldskizzen befinden sich einige Ansichten des Berner Oberlands. Obwohl dieses Gebiet ausserhalb des Reliefs der Urschweiz liegt, wurde es von Pfyffer vermessen (vor allem im Zusammenhang mit der Höhenbestimmung, vgl. Kapitel 6.6.5). Die Zeichnungen bilden das Gebirge aus grosser Entfernung von etwa 90 km ab. Die Bergsilhouetten erscheinen nicht nur morphologisch, sondern auch geometrisch ausserordentlich korrekt (Abb. 6-30). Diese wenigen Panoramen im technischen Sinne können als „Ausnahme von der Regel“ bezeichnet werden. Sie bestätigen, dass die Verzerrung der restlichen Skizzen gewollt und gezielt durchgeführt worden war.

Um das Thema der Pfyfferschen Landschaftszeichnungen würdigend abzuschliessen, ist es noch nötig, kurz auf deren künstlerischen Wert und deren Vorbildliche Funktion in der Geschichte einzugehen. Als einer der ersten zeigt Pfyffer die Gebirge in einer kolorierten und ästhetischen Form. Anders als beim 1754 angefertigten Alpenpanorama von Micheli du Crest stehen bei Pfyffer nicht die Geometrie, sondern die Schönheit, Detailreichtum und Benennung der Bergwelt im Vordergrund. In seinen optisch anziehenden und kunstvollen Landschaftszeichnungen koppelt sich die Beobachtungskunst mit den zeichnerischen Qualitäten, was übrigens auch bei seinen Manuskriptkarten zum Ausdruck kommt. Pfyffers Leistung war es, dass er den in der Kartographie so bedeutenden Aspekt der Anschaulichkeit in die panoramaartige Gebirgsdarstellung neu einbrachte. Seine Erfahrungen auf diesem Gebiet beweist eine weitere Pionierarbeit, der in Kapitel 2.3 bereits erwähnte habkreisförmige, offensichtlich auf geometrischen Prinzipien aufgebaute „Alpenzeiger“, den Pfyffer 1790 auf die alte Hofbrücke in Luzern platzierte. Der von ihm eingeleitete Weg fand neue Impulse und Entwicklungen in den hervorragend gezeichneten Panoramen des Zürcher Staatsmannes und Wissenschaftlers Hans Conrad Escher von der Linth (1767-1823) sowie in den Produkten der weltberühmten Schweizer Panoramakunst der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts [vgl. dazu Kretschmer, 1997].

⁴¹ Stellen Sie sich vor, dass ich jeden Berg mit seinen Steilhängen und Böschungen zeichne und dass ich die Höhe jedes Objektes aufnehme. Aus dem Grund, dass ich alles im Detail und in einem Relief wiedergebe, welches ein sehr interessantes Werk sein wird [Pfyffer, 21. Juli 1761].

⁴² Das Wasserzeichen einiger Skizzen sowie der Zuger-Karte von Pfyffer (Anhang B4) zeigt ein Lilienschild mit Krone und der Kontermarke H. Huber. Hieronymus Huber gründete 1778 die Papiermühle in Augst und führte sie bis zu seinem Tod im Jahre 1790.

6.6 Rückschlüsse aus der Genauigkeitsanalyse

Die Beurteilung der geometrischen Qualität des Reliefs der Urschweiz basierte bis jetzt auf einem visuellen Vergleich des Reliefs mit zeitgenössischen und modernen Karten. So stellte sich bereits Anfang des 19. Jahrhunderts heraus, dass es Pfyffer als erstem gelungen ist, die Umriss des Vierwaldstätter Sees annähernd korrekt abzubilden. Die *Nova Helvetiae Tabula Geographica* von Johann Jakob Scheuchzer aus dem Jahre 1712, die im Zeitalter Pfyffers als eine wichtige topographische Grundlage galt, zeigt vor allem beim Urner- und Zuger See grosse Verzerrungen (Abb. 6-20). Pfyffer selber erkannte die Ungenauigkeit der damaligen Karten und glaubte seinerseits, präzise zu vermessen: *Du moins j'ay trouvé toutes les cartes d'ici, tout gravés que dessineés, très fautives (...) et nouveaux j'ose dire qu'aujourd'hui, j'opere exactement*⁴³, schreibt er an Micheli du Crest. Doch wie genau sind seine Ergebnisse, wenn man sie numerisch mit heutiger Karteninformation vergleicht? Und welche Schlüsse auf den Ablauf von Pfyffers Vermessungen können wir aus der Gegenüberstellung verschiedener seiner Werke ziehen?

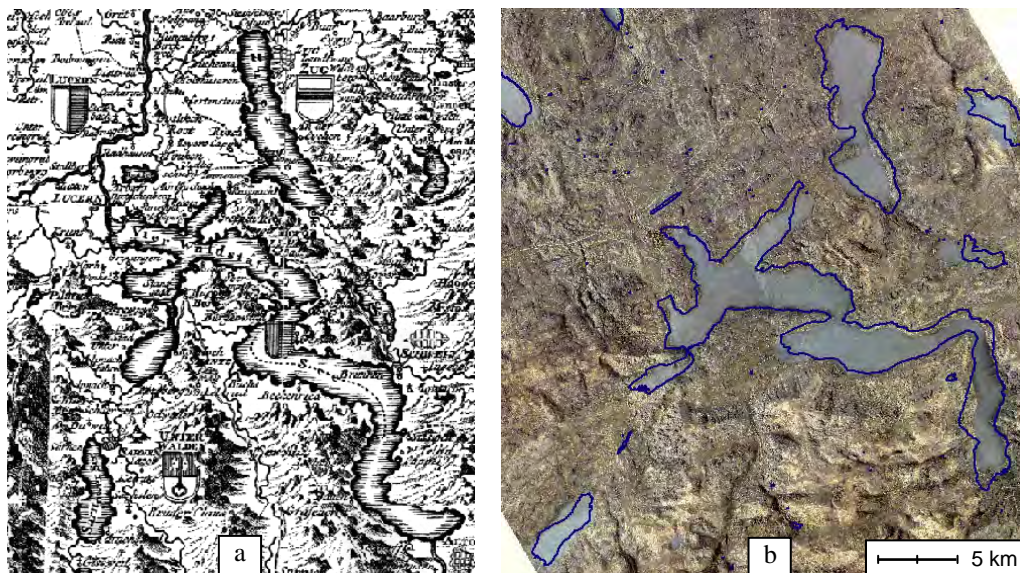


Abb. 6-20: Darstellung der Innerschweizer Seen (a) Ausschnitt aus der *Nova Helvetiae Tabula Geographica* von Johann Jakob Scheuchzer (ca. 1712), (b) Teil des georeferenzierten Reliefs der Urschweiz, mit den heutigen Seekonturen (dunkelblaue Linien) überlagert.

Um über die Genauigkeit von Pfyffers Triangulation und Geländeaufnahme zu urteilen, können wir einerseits auf das nun digital im Computer vorhandene Relief der Urschweiz, andererseits auf die von Pfyffer erstellten Karten zurückgreifen. Der Vergleich dieser Werke mit der heutigen Karteninformation basiert auf einer Anzahl „identischer Punkte“, die sowohl im historischen als auch im heutigen Datensatz gut identifiziert werden können. Es sind dies Kirchtürme, Gipfel, Kapellen und Strassenkreuzungen. Anschliessend folgt eine Umrechnung der identischen Punkte in das nationale Landeskoordinatensystem mittels einer geeigneten Transformation. Wäre die alte Aufnahme eine absolut fehlerlose Verkleinerung der heutigen Realität, müssten die Koordinaten der identischen Punkte nach der Transformation

⁴³ Zumindest habe ich herausgefunden, dass alle Karten von diesem Gebiet, sowohl die gedruckten als auch die gezeichneten, sehr fehlerhaft sind [Pfyffer, 19. Mai 1761] (...) und wieder, ich wage heute zu sagen, dass ich genau arbeite [Pfyffer, 28. April 1761].

exakt den in der Landeskarte definierten Punkten entsprechen. Aufgrund der Fehler bei Pfyffers Vermessung und Reliefmodellierung (bzw. Kartenherstellung) weisen jedoch die transformierten Punkte Abweichungen von ihrer Soll-Lage auf. Und gerade diese Abweichungen werden nun untersucht, denn sie stellen ein wichtiges Mass für die Beurteilung der Genauigkeit dar.

Die Ergebnisse der Transformation der identischen Punkte sind sowohl für das Relief der Urschweiz als auch für alle untersuchten Karten in Tabelle 6-2 zusammengestellt. Als Mass für die Genauigkeit werden der Gewichtseinheitsfehler und die mittleren Restfehler separat für die Koordinatenrichtungen X, Y, und Z angegeben (Formel siehe Kapitel 4.1.2 und 4.2.2). Zudem zeigt Tabelle 6-2 weitere metrische Parameter, die aus der Transformation der identischen Punkte gewonnen werden können: Massstäbe in den Koordinatenrichtungen und die Orientierung der Kartenwerke. Die für die Interpretation aufschlussreichen Visualisierungsprodukte (Verzerrungsgitter und georeferenzierte Daten) sowie weitere statistische Genauigkeitsindikatoren befinden sich im Anhang B.

	Relief der Urschweiz	<i>Carte originale...</i>	Karte des Rengg-Gebiets	<i>Plan du Canton de Zug</i>	<i>Carte en Perspective... (J. J. Clausner)</i>
Anzahl der identischen Punkte	208	115	14	40	178
Koordinatentransformation	3D-Affin	6-Param. Affin	5-Param. Affin	Ähnlichkeits-transf.	6-Param. Affin
Massstab in X-, Y- und Z-Richtung	1:11'700 1:11'600 1:11'300	1:244'700 1:249'200	1:36'100 1:33'300	1:50'100	1:125'000 1:123'200
Abweichung von Nordrichtung der modernen Karte*	30,45° südorientiert	-0,65° nordorientiert	15,29° südorientiert	-2,86° südorientiert	15,62° südorientiert
Gewichtseinheitsfehler	399 m	462 m	158 m	325 m	447 m
entsprechend im Relief bzw. in der Karte	34,3 mm	1,9 mm	4,5 mm	6,5 mm	3,6 mm
Mittlere Restfehler in Richtung der Koordinatenachsen	480 m 504 m 114 m	392 m 535 m	216 m 132 m	327 m 341 m	412 m 487 m
entsprechend im Relief bzw. in der Karte	41,0 mm 43,4 mm 10,0 mm	1,6 mm 2,2 mm	6,0 mm 4,0 mm	6,5 mm 6,8 mm	3,3 mm 3,9 mm

Tabelle 6-2: Genauigkeit und metrische Parameter des Reliefs der Urschweiz und der untersuchten Karten (*Die positiven Winkel werden im Gegenuhrzeigersinn, die negativen im Uhrzeigersinn von der Nordrichtung abgelesen – der Einfachheit halber auch bei den südorientierten Werken).

Im nachfolgenden Kapitel 6.6.1 werden die Genauigkeitsangaben in der Planimetrie interpretiert. Kapitel 6.6.2 widmet sich der Orientierung von Pfyffers Werken. In Kapitel 6.6.3 wird der unsignierte und undatierte *Plan du Canton de Zug* behandelt, bevor auf die Darstellung von Innerschweizer Seen eingegangen wird (Kapitel 6.6.4). Die neuen Erkenntnisse zu Höhenmessungen von Pfyffer sind in Kapitel 6.6.5 präsentiert. Zum Schluss zeigt Kapitel 6.6.6 den Einfluss der Modellierung auf die Reliefgenauigkeit auf.

6.6.1 Interpretation der Genauigkeit in der Planimetrie

Die Genauigkeiten in der Tabelle 6-2 sowie die einigermaßen homogenen Verzerrungsgitter von Pfyffers Landesaufnahmen im Anhang B bestätigen, dass das Verfahren der Triangulation mitsamt einer Basismessung tatsächlich angewendet worden sein muss. Auf der anderen Seite deuten diese Ergebnisse auf hauptsächlich graphische Methoden und die Verwendung einfacher Vermessungsinstrumente hin. Die grossen Verformungen des Reliefs sowie der *Carte originale du Général Pfyffer* bei der Gotthardroute südlich von Altdorf (Abb. 6-21) sind ein Indiz für die Fehlerfortpflanzung in Richtung Relief- bzw. Kartenrand. Sie zeugen davon, dass das Dreiecksnetz von Norden her aufgebaut wurde und auf der anderen Seite des Gotthardpasses nicht mehr gesichert worden war⁴⁴.



Abb. 6-21: Abweichungen der identischen Punkte des Reliefs der Urschweiz bei der Gotthardroute. Die roten Punkte markieren die heutige Ortslage; die gelben Linien zeigen die entsprechende Position im Relief. Die Visualisierung erfolgt im Landeskoordinatensystem nach der Georeferenzierung des Reliefs.

Die untersuchten Punkte der drei grossräumigen, die gesamte Innerschweiz darstellenden Werke weichen beinahe gleich stark von den Angaben der heutigen Landeskarte ab: Die mittleren Fehler in X- bzw. in Y-Richtung liegen bei allen drei bei etwa 480 m. Auch ihre Verzerrungsgitter weisen auf dieselbe Vermessungsgrundlage, nämlich diejenige von Pfyffer, hin. Die Verteilung der Abweichungen zeigt die gleichen Trends und zeugt von der Übertragung der gleichen grossen Fehler. Doch die zum Teil sehr unterschiedlichen Beträge und Orientierungen der Restklaffungen an den identischen Punkten beweisen, dass es sich bei diesen drei Werken keineswegs um direkte kartographische Reproduktionen *voneinander* handelt (Abb. 6-22). Wie bereits in Kapitel 6.5.1 angedeutet, wurden der Reliefgrundriss, die *Carte originale* sowie die Clausner-Karte sehr wahrscheinlich von Pfyffers Basiskarte abgeleitet. Die dabei entstandenen Differenzen zwischen den einzelnen Nachfolgeprodukten lassen sich damit erklären, dass die Übertragung in einem anderen Massstab jeweils mit Fehlern behaftet war und die Folgekarten anschliessend separat weiterbearbeitet wurden. Beim Relief wiegen die erst nach Pfyffers Tod getätigten Veränderungen in der räumlichen Einordnung der Bauteile besonders schwer. Die Umrechnung der mittleren Lagefehler in den Re-

⁴⁴ Das Dreiecksvermaschung bis zum Gotthard wird in Pfyffers Briefen erwähnt (vgl. Fussnote 26).

liefraum resultiert in erheblichen Werten von 41,0 und 43,4 mm für die X- bzw. Y-Richtung. Ein Teil dieser Abweichungen kann mit Sicherheit auf die in Kapitel 6.5.2 erwähnten, bis auf 2 cm angewachsenen Lücken zwischen den Einzelteilen zurückgeführt werden.

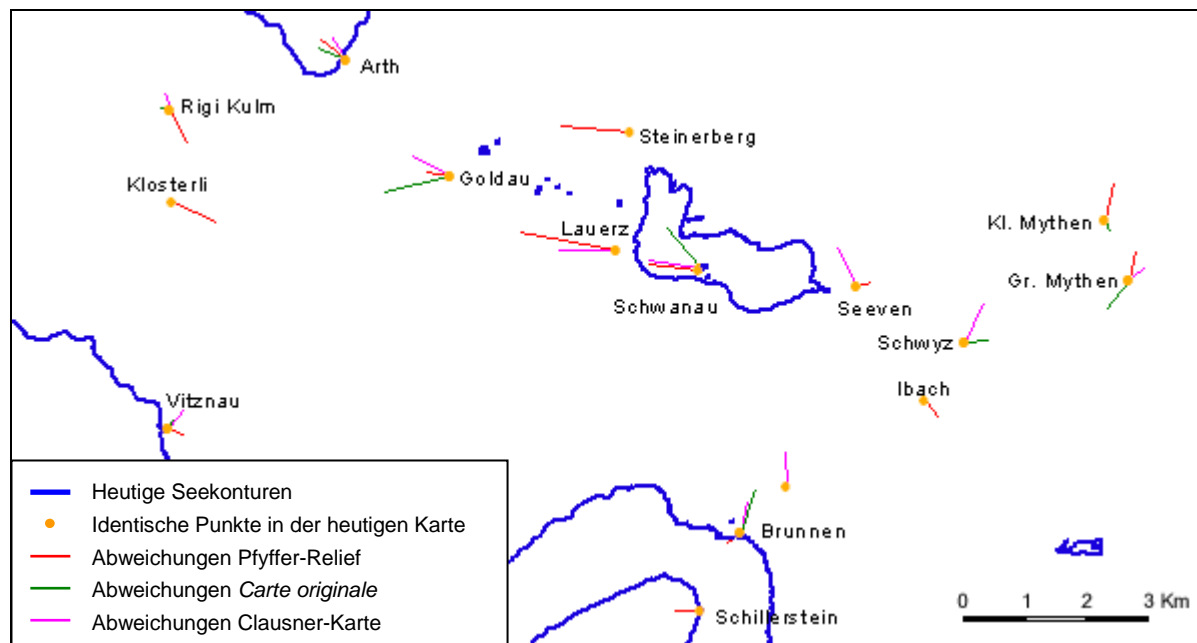


Abb. 6-22: Abweichungen an den identischen Punkten des Reliefs der Urschweiz, der *Carte originale du Général Pfyffer* (Anhang B2) und der Nachfolgekarte von J. J. Clausner (Anhang B5). Die Linien zeigen, wo der entsprechende identische Punkt im jeweiligen Werk liegt. Die Abbildung zeigt den Lauerzer See sowie Teile des Zuger und Vierwaldstätter Sees.

Um Rückschlüsse auf die Reliefentstehung ziehen zu können, wurde die gesamte Relieffläche in drei signifikante Regionen, den flachen Norden, den hügeligen Mittelteil und den gebirgigen Süden gegliedert. Die in diesen Gebieten vorkommenden identischen Punkte (Abb. 6-23) wurden jeweils separat in das heutige Landeskoordinatensystem transformiert. Es zeigte sich, dass der mittlere Teil im Grundriss deutlich besser abgebildet ist als die restlichen zwei Regionen (Tabelle 6-3). Die Vermutung, dass Pfyffer bei der Vermessung und Modellierung von der ihm am besten bekannten Landschaft in der Umgebung von Luzern vorsties, bekommt damit auch eine vermessungstechnische Bestätigung: Vom Luzernerland ausgehend, trat bei der Aufnahme von weiteren Gebieten beim Einsatz von einfachen Messmethoden aufgrund der Fehlerfortpflanzung eine Genauigkeitsabnahme auf. Die gleiche Ausrichtung der inneren Reliefteile südlich des Zuger Sees (Abb. 6-25b) lässt darauf schliessen, dass sich Pfyffer nach der Vermessung des Mittelteils zuerst an das schwierige Gebirgsgelände im Süden wagte und erst später die nördlichen Gebiete hinzufügte. Diese These stimmt mit dem Kartenbild der *Carte originale du Général Pfyffer* überein. Die Karte zeigt das Gebiet des Reliefs, allerdings ohne den Baldegger und den Hallwiler See im Norden. Offensichtlich zeichnete Pfyffer diese Manuskriptkarte, noch bevor er das nördliche Mittelland vermessen und im Relief darstellte.

Der am besten abgebildete Teil des Reliefs der Urschweiz, vielleicht gerade diejenige luzernische Ecke, von welcher Pfyffer bei seinen Arbeiten ausging, konnte dank der numerischen Analyse des Kartenfragments aus dem Renggtal ausfindig gemacht werden. Diese Karte bildet zwar nur ein kleines Gebiet von etwa 40 km² ab, doch sie ist wesentlich genauer als die restlichen von Pfyffers Landesaufnahmen (Gewichtseinheitsfehler 158 m, Tabelle 6-2). Von grosser Bedeutung ist dabei die Erkenntnis, dass sich diese hohe Genauigkeit im Relief der Urschweiz widerspiegelt: Die identischen Punkte des Reliefs weisen in der glei-

chen Gegend einen mittleren Restfehler von nur 237 m und 147 m in X- bzw. Y-Richtung auf⁴⁵. Dies ist ein Beweis dafür, dass Pfyffer vermessungstechnisch in der Lage war, qualitativ deutlich bessere Resultate zu erzielen als diejenigen seiner grossräumigen Werke. Zum Teil ist das geometrisch präzise Landschaftsbild der Rengg-Karte auf Pfyffers Ingenieurfähigkeit bei der Gewässerkorrektur des wilden Renggbachs zurückzuführen (vgl. Kapitel 2.1). Da Pfyffer die Verbauungsarbeiten in diesem Tal selber leitete, musste er davon möglichst genaue topographische Unterlagen besitzen. Die Aufnahme der gesamten Innerschweiz war wohl eine Aufgabe, welche die Kräfte des Generals bei weitem übertraf. Die einsame Vermessung in unbekanntem, durch Feindseligkeit der Anwohner und Behörden gekennzeichneten Alpengebieten erwies sich bestimmt als viel schwieriger, als er zu Beginn seines Unternehmens erwartet hatte. Wer weiss, vielleicht hätte das Relief unter besseren politischen und gesellschaftlichen Umständen die geometrische Qualität der Rengg-Karte erreichen können.

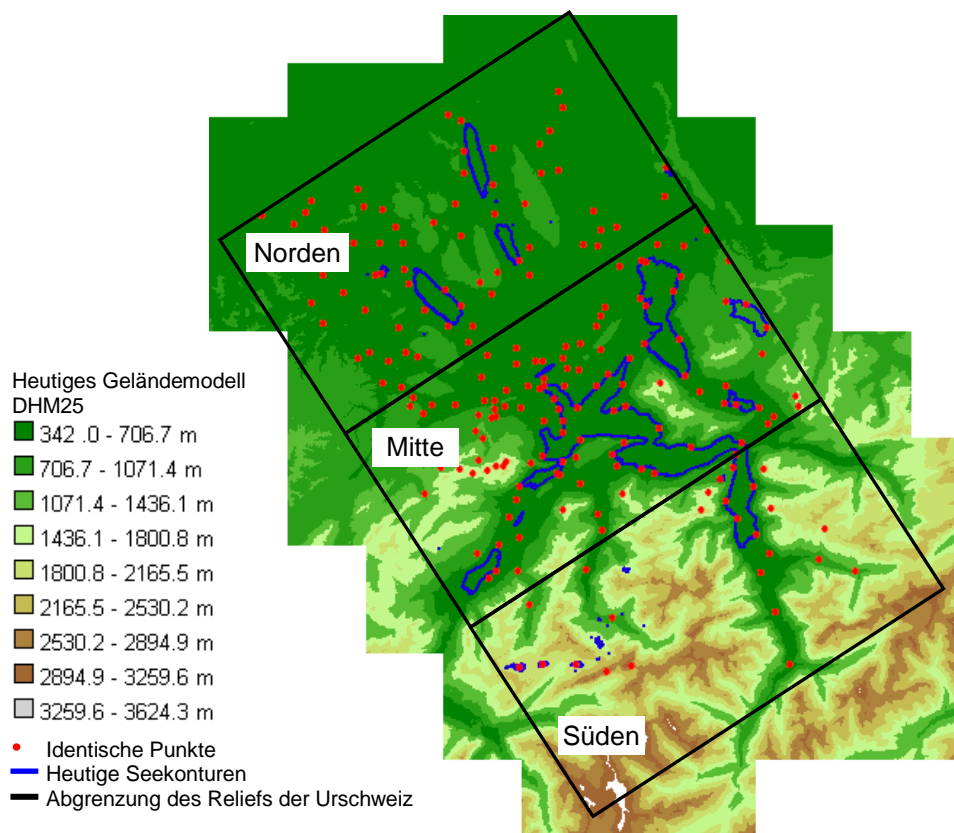


Abb. 6-23: Verteilung der identischen Punkte des Reliefs der Urschweiz in drei Regionen

⁴⁵ Der Durchschnitt der Absolutabweichungen beträgt 106 m und 69 m in X- bzw. Y-Richtung. Die Werte wurden mittels einer räumlichen 9-Parameter Transformation der 13 identischen Punkte aus dem Gebiet Rengg gewonnen.

		Mittlere Restfehler s_x, s_y, s_z		Durchschnitt der Absolutabweichungen	
		Im Gelände [m]	Im Relief [mm]	Im Gelände [m]	Im Relief [mm]
Norden (68 Punkte)	In X-Richtung	471	40,5	365	31,4
	In Y-Richtung	437	39,9	312	28,4
	In der Höhe	56	9,8	40	7,0
Mitte (114 Punkte)	In X-Richtung	425	36,1	294	25,0
	In Y-Richtung	315	27,0	235	20,2
	In der Höhe	110	9,3	72	6,1
Süden (26 Punkte)	In X-Richtung	590	51,6	424	37,0
	In Y-Richtung	823	67,1	458	37,4
	In der Höhe	188	17,1	116	10,6

Tabelle 6-3: Genauigkeit des Reliefs der Urschweiz in den drei Regionen Norden, Mitte und Süden. Der mittlere Restfehler und der Durchschnitt der Absolutabweichungen ergaben sich aus der räumlichen 9-Parameter Transformation der identischen Punkte in der jeweiligen Region.

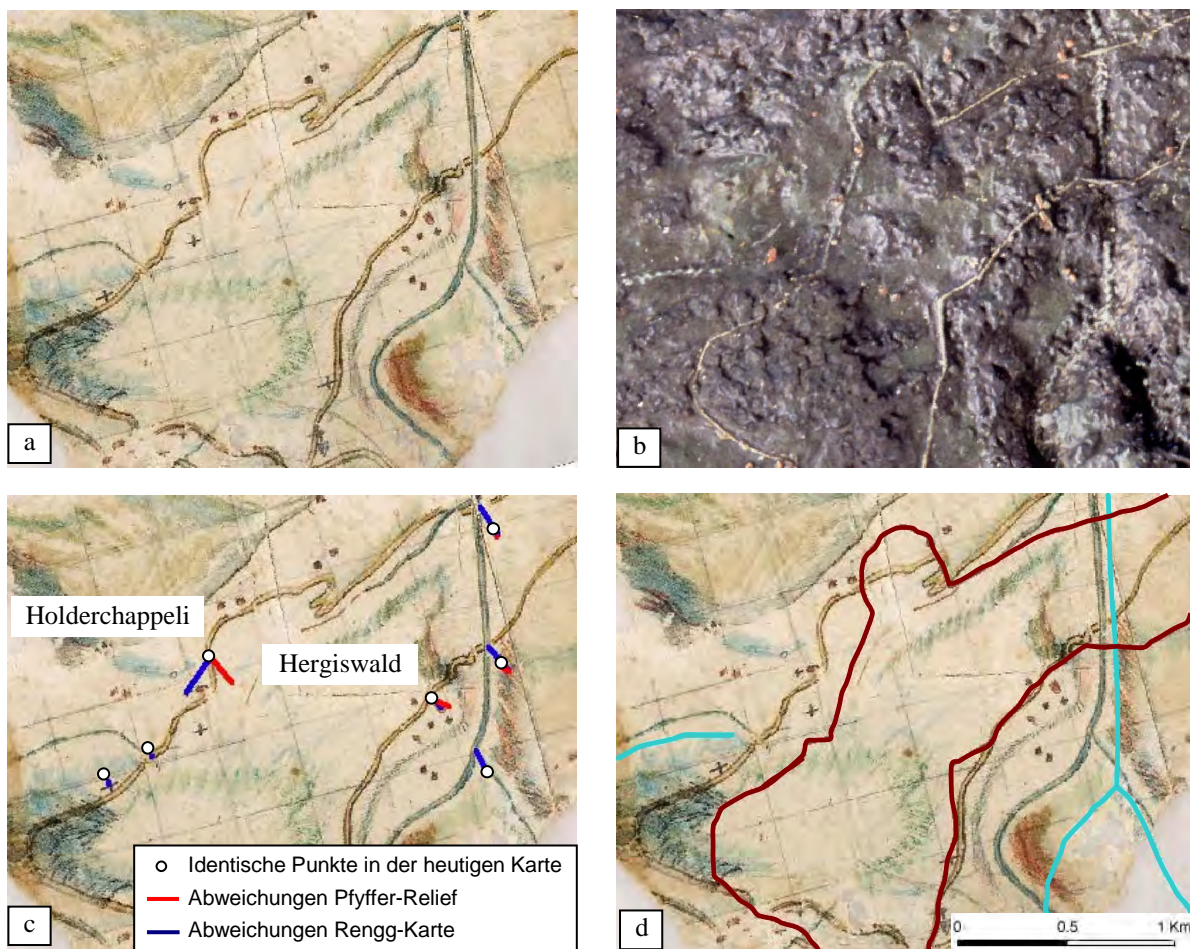


Abb. 6-24: Vergleich des Fragments der Rengg-Karte (Anhang B3) mit dem Relief der Urschweiz. (a) Ausschnitt aus der Rengg-Karte, (b) Das gleiche Gebiet im Relief, (c) Die Abweichungen der identischen Punkte im Relief und in der Karte, (d) Überlagerung der Rengg-Karte mit den Wegen (braune Linien) und Flüssen (blaue Linien) aus dem Relief.

Die Rechen- und Visualisierungsergebnisse der Analyse belegen beispielhaft, dass die Rengg-Karte kein Einzelprodukt von Pfyffers Ingenieurarbeiten war, sondern dass sie im Prozess der Reliefentstehung einen festen Platz hatte. Wie bereits erwähnt wurde, stellt das aufgefundene Fragment wahrscheinlich einen Teil von Pfyffers Basiskarte dar. Die Fragmentgenauigkeit sowie dessen Orientierung stimmen mit den entsprechenden Werten des Reliefs überein (mehr dazu im folgenden Abschnitt 6.6.2). Darüber hinaus gleicht der Infor-

mationsinhalt des Reliefs demjenigen der Rengg-Karte. Die Wege, Flüsse, Siedlungen und sogar die Wälder scheinen im Relief nach der Vorlage der Karte modelliert zu sein (Abb. 6-24a und b). Wenn man das georeferenzierte Fragment mit den Wegen und Flüssen aus dem Relief überlagert, kommt auch eine geometrische Ähnlichkeit zum Vorschein (Abb. 6-24c und d). Der Linienverlauf ist zwar nicht ganz identisch. Doch dies kann wiederum in der Übertragung von der Basiskarte sowie in der materialbedingten Vereinfachung und dem Detailverlust bei der Reliefmodellierung liegen.

6.6.2 Die Orientierung von Pfyffers Werken

Pfyffers Anliegen war es, sein Lebenswerk den Besuchern möglichst wirkungsvoll zu präsentieren. Deshalb stellte er das Relief stets so aus, dass sich zunächst ein freier Blick auf das gewaltige Alpengebirge im Süden zeigte. Auch die Berge in der *Carte en Perspective du Nord au Midi* erscheinen dank der Südorientierung besonders effektiv. Wie nun aus der Genauigkeitsanalyse hervorgeht, ist die geographische Ausrichtung des Reliefs, des Rengg-Fragments und der Clausner-Karte nicht exakt südlich: Alle diese Werke weichen von der Nord-Südlinie der heutigen Karte um 15,5 bzw. 30,5 Grad im Gegenuhrzeigesinn ab (Abb. 6-25). Exakt nach den Himmelsrichtungen ausgerichtet sind hingegen die *Carte originale du Général Pfyffer* (nach Norden) und der *Plan du Canton de Zug* (nach Süden).

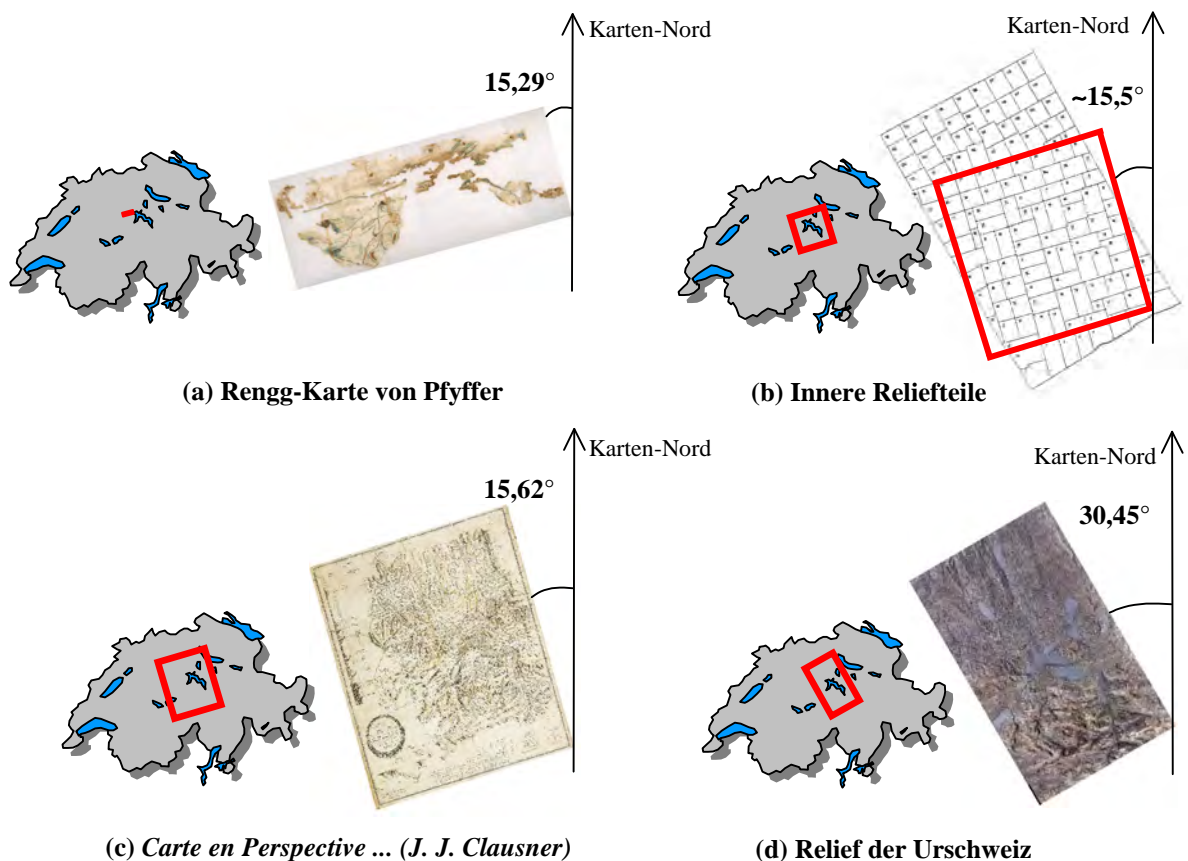


Abb. 6-25: Das in den untersuchten Werken dargestellte Gebiet der Schweiz und die jeweilige Abweichung von der Nordrichtung der modernen Karte.

Die Ausrichtung der *Carte originale* im Masstab von etwa 1:247'000 nach Norden entspricht der Tatsache, dass die Nordorientierung im 18. Jahrhundert für kleinmasstäbige Karten üblich war. Regionalaufnahmen hingegen wurden damals immer noch beliebig orientiert,

meist nach der Lage und Form des dargestellten Gebiets, welches das Kartenbild möglichst optimal füllen sollte. Die von Pfyffer verwendeten Werte von $15,5^\circ$ und $30,5^\circ$ scheinen aber doch recht ungewöhnlich. Warum wählte er für seine Werke gerade diese Ausrichtung, und welchen Nutzen konnte er daraus ziehen?

Die Antwort auf diese Fragen liefert ein Blick auf die Veränderungen des Magnetfelds der Erde in Europa während der letzten Jahrhunderte. Wie aus Publikationen [Fischer und Schnegg, 1994 sowie Stancey, 1977] hervorgeht, schwankte die sogenannte westliche Missweisung zwischen dem magnetischen Nordpol (auf welchen die Magnetnadel zeigt) und der geographischen Nordrichtung (auf den Polarstern) in der Innerschweiz zwischen 1740 und 1790 von etwa $13,5^\circ$ bis $18,5^\circ$ (Abb. 6-26). Die von Pfyffer verwendete Orientierung von etwa $15,5^\circ$ liegt innerhalb dieser Skala und besitzt die gleiche westliche Ausrichtung. Es kann also angenommen werden, dass Pfyffer seine Aufnahmen einfach nach der Nadel seiner Bussole orientierte. Dies war für die Feldarbeit praktisch und hatte den Vorteil, dass es sich sowohl in bewaldeten Gebieten als auch in Innenräumen zu Kontrollzwecken durchführen liess. Durch den Vergleich der aus der Genauigkeitsanalyse gewonnenen Orientierungswerte mit der damaligen Missweisung lassen sich Pfyffers Vermessungen auf wenige Jahre genau datieren. Dabei muss berücksichtigt werden, dass im Gegensatz zur magnetischen Deklination sich die ermittelten Drehwinkelwerte nicht auf die geographische Nordrichtung, sondern auf die Nord-Südlinie des heutigen Kartengitters beziehen. Aufgrund der Kartenprojektion in die Ebene entsteht zwischen diesen zwei Nordrichtungen eine Differenz, die als Meridiankonvergenz bezeichnet wird. In der Innerschweiz besitzt sie das positive Vorzeichen und liegt im Bereich von $0,5$ bis 1° [Bundesamt für Landestopographie, 2001b]. Um die Ausrichtung von Pfyffers Werken auf die geographische Nordrichtung beziehen zu können, müssen die Drehwinkelwerte um die entsprechende Meridiankonvergenz (im Durchschnitt $0,75^\circ$) verkleinert werden (Abb. 6-27). Zur Datierung von Pfyffers Landesaufnahme wird also dasjenige Jahr gesucht, in welchem die westliche Deklination in der Innerschweiz etwa $14,75^\circ$ erreichte ($15,5$ minus $0,75$). Gemäss der Abb. 6-26 sowie im frei verfügbaren Programm GeoMag [Petrie G., Geographic Magnetic Calculator, 2000] ergibt sich als dieser Zeitpunkt das Jahr 1747.

Die Zeit um 1747 kann als Beginn von Pfyffers Feldarbeiten interpretiert werden. Diese Erkenntnis ist von grosser Bedeutung für die Erforschung des Reliefs und dessen Erbauer. Es ist unbekannt, wann genau Pfyffer mit seinen Vermessungen begann. Die neuesten Untersuchungen der historischen Quellen deuten darauf hin, dass der Auftakt zur Arbeit im Gelände bereits Ende der Vierziger Jahre anzusetzen ist, also viel früher als die in der älteren Literatur immer wieder genannte Jahreszahl 1762 [Bürigi, 2006]. Die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse können nun diese Vermutung bestätigen. Die Entscheidung, seine Landesaufnahmen unter Einsatz einer Bussole zu orientieren, musste Pfyffer mit Sicherheit vor 1750 treffen, wobei er die Kartenunterlagen auf die damals geltende magnetische Nordrichtung bezog. Im Verlaufe der Jahrzehnte mussten ihm die starken, zu jener Zeit wenig erforschten Schwankungen des Magnetfelds auffallen. Er versuchte wohl, die anfänglich gewählte Ausrichtung zu behalten. Dabei griff er jedoch kaum auf genaue astronomische Messungen zurück. Da sich seine Arbeiten am Relief der Urschweiz über eine lange Zeitspanne sowie über ein grosses Gebiet erstreckten, wirkten sich die Veränderungen der Missweisung wesentlich auf die Gesamtverzerrung seiner Landesaufnahme aus. Heute beträgt die magnetische Deklination in der Schweiz weniger als ein Grad. Der Winkel sowie dessen jährliche Abnahme werden – bezogen auf die Nord-Südlinien des Kilometernetzes – in der Landeskarte 1:25'000 angegeben.

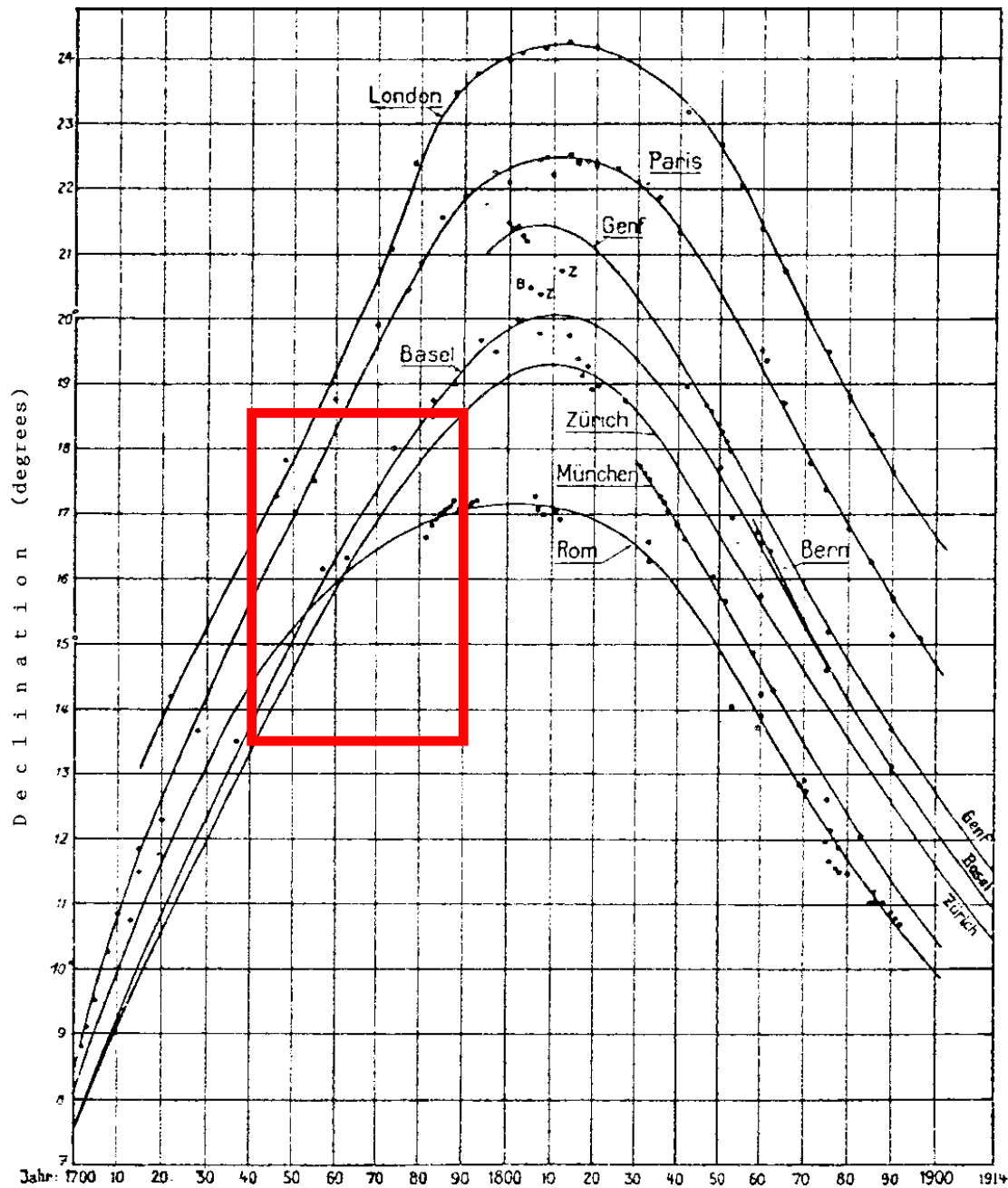


Abb. 6-26: Die Missweisung (magnetische Deklination) in Westeuropa zwischen 1700 und 1914 [aus Fischer und Schnegg, 1994]. Der rote Rahmen zeigt den für Pfyffer relevanten Zeitraum sowie das entsprechende Territorium.

Die Abweichung des Reliefs der Urschweiz von der Nord-Südlinie der heutigen Karte betrug vorerst die erwähnten 15,5 Grad. Das gesamte Relief wurde jedoch mit der Orientierung von 30,5 Grad fertiggestellt (Abb. 6-25b). Die Ursachen für diese Änderung sind unklar. Möglicherweise erhielt Pfyffer aufgrund der politisch-gesellschaftlichen Spannungen zwischen den Kantonen keine Messbewilligung und musste das im Relief abgebildete Gebiet neuen Bedingungen anpassen. Seinen Briefen an Micheli du Crest kann man entnehmen, dass ihm diese äusseren Hindernisse durchaus bewusst waren: *Pour moy je borne mon ambition a avoir un plan bien exacte de la Suisse, chose qui n'a pas encore été faite, par la peine et difficulté qui se trouve dans un país dont le plat est couvert le haut inaccessible, et un autre souverain a chaque lieuë qui vous contrecarre, et fait des difficultés, sans raisons, comme je*

*l'éprouve souvent*⁴⁶. Infolge der Neuorientierung konnte er beispielsweise auf die Vermessung der Zürcher sowie der Berner Gebiete verzichten. Andererseits erlaubte ihm diese Änderung die Aufnahme eines Grossteils des Kantons Luzern, was bei der ursprünglichen Nordausrichtung nicht möglich gewesen wäre. Interessanterweise besitzt die erst nach der Fertigstellung des Reliefs im Jahre 1786 erschienene Clausner-Karte die Ausrichtung der inneren Bauteile und nicht diejenige des gesamten Reliefs. Dies ist ein Beweis dafür, dass diese Nachfolgekarte nicht primär nach der Vorlage des Reliefs – wie man aus deren Titel entnehmen kann –, sondern auf der Basis von Pfyffers Übersichtskarte entstanden ist.

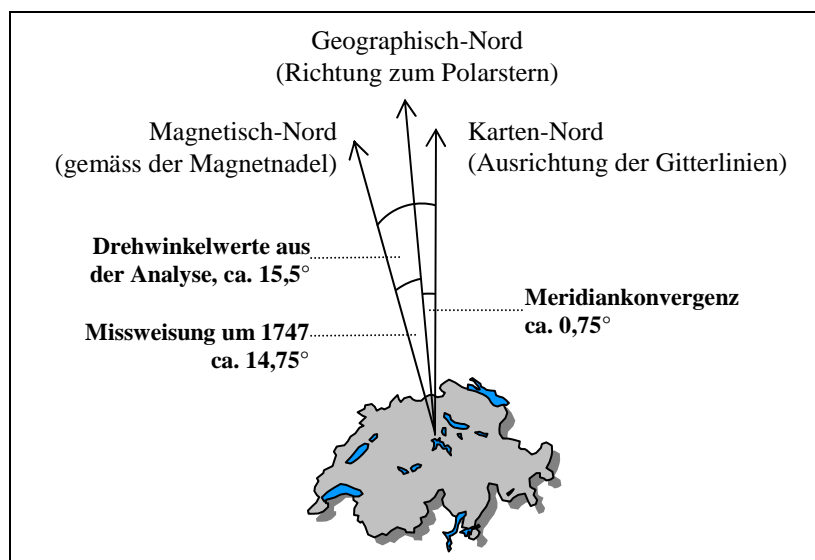


Abb. 6-27: Geographisch-, Magnetisch- und Karten-Nord in der Innerschweiz um 1747. Die westliche Missweisung betrug damals etwa 14,75°. Die Orientierung von Pfyffers Werken stimmt mit der damaligen magnetischen Nordrichtung überein.

6.6.3 Plan du Canton de Zug

Nach dem überraschenden Fund dieser unsignierten und undatierten Karte in einem Zuger Privatarchiv stellte sich die Frage, ob sie von Pfyffer stammt und falls ja, an welcher Stelle sie in den Prozess der Reliefentstehung eingegliedert werden kann. Die Analysen der Handschrift, des Inhalts, der Kartentechnik sowie der Genauigkeit lassen eindeutig auf Pfyffers Autorschaft schliessen. Für die Erstellung des Plans kam offenbar die für das Relief der Urschweiz durchgeführte Triangulation als geometrische Grundlage zum Einsatz. Die Karte wurde wohl von Pfyffer in einem separaten Auftrag, in einem dafür geeigneten Massstab (etwa 1:50'100) und mit einer vom Auftraggeber gewünschten Orientierung (südlich) um 1780⁴⁷ gezeichnet.

Die früheren Karten des Kantons Zug sind durch Überprüfung und Bereinigung der bereits vorhandenen Kartenwerke entstanden. So basiert die 1768 herausgegebene Zuger Karte von Gabriel Walser (1695-1776) auf der *Nova Helvetiae Tabula Geographica* von Johann Jakob Scheuchzer (ca. 1712, Abb. 6-20a). Es ist augenfällig, dass diese früheren Karten auf keiner

⁴⁶ Mein Ziel ist, einen genauen Plan der Schweiz zu erstellen, etwas, was bisher noch niemand gemacht hat, da dieses Land sehr bergig und unzugänglich ist, und die Landesherren einen behindern und Probleme machen, ohne Begründung, wie ich es oft erlebe [Pfyffer, 1. Juni 1761].

⁴⁷ Die ungefähre Jahreszahl ergab sich aus der Untersuchung des Wasserzeichens der Zuger-Karte [Wüest und Tschudin, 2004], vgl. Fussnote 42.

Vermessung beruhen. Die Karte von Walser beispielsweise zeigt im Kantonsgebiet nur eine einzige Strasse, und die Seeformen und Ortslagen sind ungenau abgebildet. Um 1770 wurden in Zug mehrere grossformatige Pläne im grossen Massstab erstellt, etwa die *Carte Topographique der Statt und Burgerschaft* von Franz Fidel Landwing (1714-1782) und Jakob Joseph Clausner (1744-1795). Diese Karten sind genauer, zeigen jedoch nur kleine Kantonsteile. Somit ist der *Plan du Canton de Zug* das erste auf geodätischen Grundlagen aufgebaute Werk des gesamten Kantons. Wie die Genauigkeitsanalyse zeigt, sind seine Landschaftsformen sehr gut erfasst: Der Gewichtseinheitsfehler s_0 beträgt 325 m. Dieser Wert liegt zwischen der Genauigkeit der kleinen Rengg-Karte und derjenigen der grossräumigen Landesaufnahmen von Pfyffer.

Zum Kartenbild der Zuger Karte muss noch beigefügt werden, dass anhand des Handschriftenvergleichs die deutliche, durch den Zuger See verlaufende und als „Meridien“ bezeichnete rote Linie nicht von Pfyffer stammt, sondern erst zu einem späteren Zeitpunkt eingetragen worden sein musste. Die Umrechnung der Karte in die Landeskoordinaten zeigt, dass diese Linie um etwa $23,5^\circ$ Grad von der geographischen Nordrichtung abweicht. Es handelte sich dabei sehr wahrscheinlich um einen Versuch, die damalige magnetische Nordrichtung darzustellen. Dies ist jedoch dem Autor nicht gut gelungen, da die westliche Deklination in der Innerschweiz des 18. und 19. Jahrhunderts den Wert von 20 Grad nie überschritt.

6.6.4 Zur Darstellung der Innerschweizer Seen

Neben der Lagegenauigkeit von identischen Punkten wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ebenfalls untersucht, wie genau Pfyffer die flächenförmigen Objekte in seinen Werken erfasste. Da das Relief und die alten Karten in das heutige Landeskoordinatensystem umgerechnet wurden, lassen sie sich problemlos mit den heutigen digitalen Daten – Strassen, Flüssen, Waldgrenzen oder Seen – überlagern. Für einen rechnerischen Vergleich wurden die wichtigen Landschaftsmerkmale der Innerschweiz, die Seen gewählt⁴⁸. Zunächst wurde analysiert, inwiefern die *Position* der in den alten Werken abgebildeten Seen mit deren heutiger Lage übereinstimmt. Als Mass für die Lagegenauigkeit gilt dabei die Distanz zwischen dem Seeschwerpunkt in der alten und in der modernen Karte (Abb. 6-28a). Im zweiten Schritt folgte ein Vergleich der *Seeformen*. Um die Seenumrisse in den alten Werken unabhängig von ihrer möglicherweise falschen Lage im Gelände betrachten zu können, wurden diese auf den heutigen Seeschwerpunkt verschoben (Abb. 6-28b). Nun konnten die nicht gemeinsamen Flächen – in der Abbildung blau und grün dargestellt – durch den heutigen Seeperimeter geteilt werden. Dies resultierte in der „durchschnittlichen Differenz“, einem neu eingeführten Mass für die Formgenauigkeit (Formel und weitere Beispiele vgl. Kapitel 5.8).

Die Ergebnisse der numerischen Analyse sind in Tabelle 6-4 zusammengestellt. Die entsprechenden anschaulichen Abbildungen zur visuellen Beurteilung sowie ein prozentualer Flächenvergleich aller untersuchten Seenumrisse befinden sich im Anhang B. Aus Tabelle 6-4 geht hervor, dass die *Lage* der Seen im Pfyffer-Relief und in den alten Karten sehr unterschiedlich erfasst ist: Das Genauigkeitsmass V zeigt diverse, inkonsistente Werte. Dies ist ein weiterer Hinweis dafür, dass diese Werke keine direkte Übertragung voneinander sind. Wenn die zum Teil erheblichen Lagefehler der Seen nach Pfyffer korrigiert werden, bleiben

⁴⁸ Auf eine numerische Analyse der Darstellung von anderen Relief- bzw. Kartenobjekten wurde verzichtet. Der Grund dafür ist, dass viele alte Wege, Flüsse und Waldgrenzen in den heutigen dichten Datensätzen nicht zuverlässig auffindbar sind.

relativ kleine Ungenauigkeiten in der *Form* und *Grösse*. Der Durchschnitt dieser durch das Genauigkeitsmass *D* ausgedrückten Fehler bewegt sich etwa im Rahmen der Zeichnungs- bzw. Modellierungsgenauigkeit. Dies zeugt von einer guten inneren geometrischen Qualität von Pfyffers Landesaufnahmen. Es zeigt sich aber auch eindeutig, dass das untersuchte Blatt 7 des 1802 ausgegebenen *Atlas Suisse* beinahe alle Seekonturen genauer wiedergibt als die Werke von Pfyffer (vgl. Anhang B6).

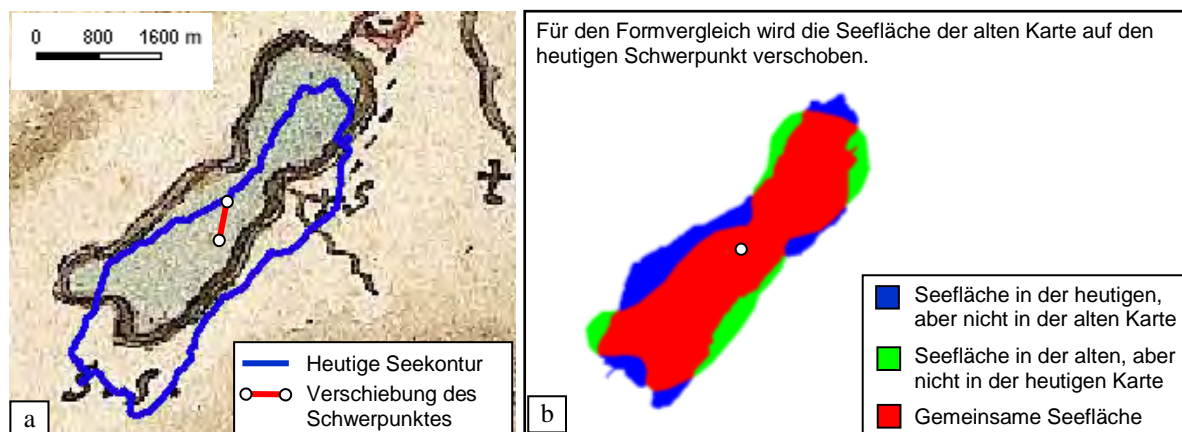


Abb. 6-28: Vergleich von Lage und Form des Sarner Sees in der *Carte originale du Général Pfyffer* (Anhang B2) und in der heutigen Karte. (a) Richtigkeit der Lage ausgedrückt durch die Verschiebung des Schwerpunktes, (b) Richtigkeit der Form und Grösse gegeben durch die durchschnittliche Differenz (nicht gemeinsame Flächen – blau und grün – geteilt durch den heutigen Seeperimeter).

	Pfyffer-Relief		Innerschweizer Karte		Zuger-Karte		Clausner-Karte	
	V [m]	D [m]	V [m]	D [m]	V [m]	D [m]	V [m]	D [m]
Ägerisee	594	188	1671	160	277	223	267	219
Baldegger See	232	180	-	-	-	-	389	120
Hallwiler See	1091	123	-	-	-	-	538	198
Lauerzer See	1460	172	1076	109	-	-	1045	126
Mauensee	819	74	-	-	-	-	-	-
Melchsee	448	59	-	-	-	-	-	-
Rotsee	408	43	190	110	-	-	484	84
Sarner See	136	188	934	168	-	-	448	150
Sempacher See	734	140	481	160	-	-	27	113
Soppensee	717	56	-	-	-	-	-	-
Tannensee	694	56	-	-	-	-	-	-
Türlersee	394	121	-	-	-	-	-	-
Vierwaldstätter See	429	336	472	220	-	-	388	176
Zuger See	129	330	313	175	327	200	94	188
Durchschnitt	592	147	734	157	302	211	409	153

V: Verschiebung des Schwerpunktes in Meter, Mass für die Lagegenauigkeit der Seen

D: Durchschnittliche Differenz in Meter, Mass für die Formgenauigkeit der Seen

Tabelle 6-4: Genauigkeit der Seedarstellungen in Pfyffers Werken

Eine Besonderheit von Pfyffers Landesaufnahmen kommt bei der genaueren Betrachtung der Form des Ägerisees zum Vorschein. In allen seinen Werken fehlt der deutliche Landvorsprung an der nordwestlichen Seite bei Unterägeri (Abb. 6-31a-d). Das grosse zweibändige Werk zur Geschichte des Ägeritals [Morosoli et al., 2003] gibt keine Hinweise auf natürliche oder künstliche Veränderungen des Seebeckens vor 1850. Zudem bilden drei Altkarten des Gebiets ersichtlich eine Einbuchtung in Übereinstimmung mit der heutigen Karte ab (Abb. 6-31e-g): die Karte des Kantons Zürich von Hans Conrad Gyger (1599-1674) von 1667, die 1794 erschienene *Carte der Gegend von Zug bis an Morgarten ...* des Zuger Kartographen

Franz Fidel Landtwing (1714-1782) sowie der *Atlas Suisse* aus dem Jahre 1802. Bei Pfyffer geht die fehlerhafte Darstellung des Ägerisees wohl auf seine unaufmerksame und einmalige Detailaufnahme in diesem Gebiet zurück. Interessant ist dabei die Tatsache, dass sich die gleiche falsche Seeform durch alle seine Werke konsequent gehalten hat. Dies ist vor allem von Bedeutung für den unsignierten *Plan du Canton de Zug*, für welchen nun ein weiterer Anhaltspunkt für Pfyffers Autorschaft vorliegt.

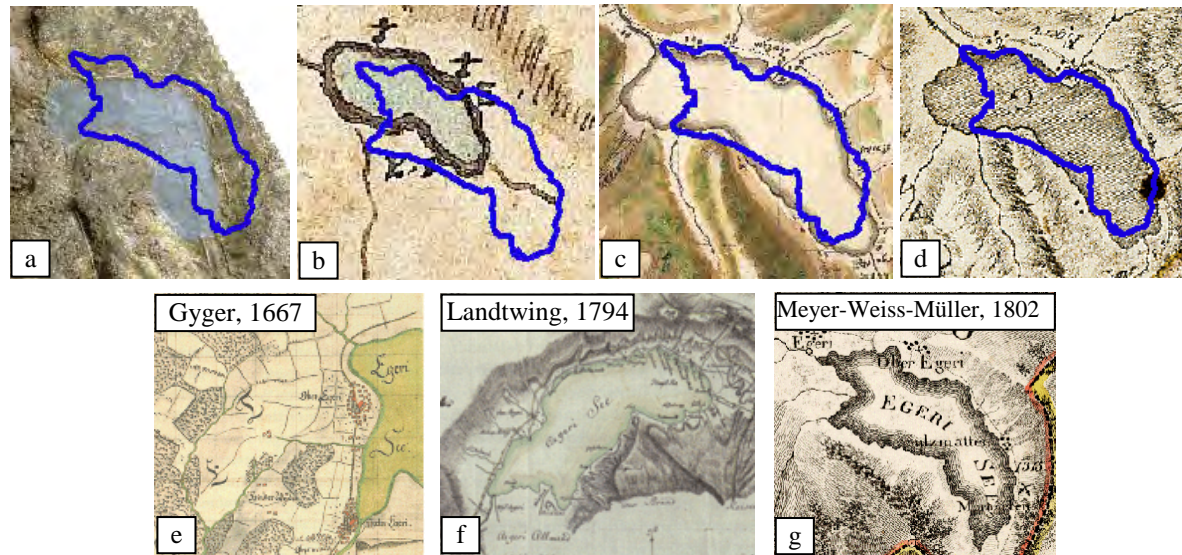


Abb. 6-29: (a-d) Vergleich der Abbildung des Ägerisees in den Aufnahmen von Pfyffer mit der heutigen Seeform (blaue Linien), (e-f) Darstellung des Sees in Karten anderer Autoren.

6.6.5 Genauigkeit von Pfyffers Höhenmessungen

Zur numerischen Beurteilung von Pfyffers Höhenmessungen wird in diesem Kapitel die *Carte en perspective du nord au midi* von Jakob Joseph Clausner (1786) untersucht, denn die zahlreichen in dieser Karte enthaltenen Höhen gehen auf die Messungen von Pfyffer zurück. Die Höhenwerte sind in französischen Toisen angegeben und beziehen sich auf den Nullhorizont des Vierwaldstätter Sees. Dessen Meereshöhe gibt Pfyffer mit 220 Toisen (428 m) an. Ein Vergleich mit der heutigen Höhe des Vierwaldstätter Sees über dem Meeresspiegel (434 m) belegt ein ausgezeichnetes Messresultat: Pfyffers Wert liegt nur 6 m zu tief. Dies lässt auf barometrische Beobachtungen über längere Zeit sowie auf ein fortschrittliches Verfahren zur Ableitung der Höhenwerte unter Berücksichtigung der Temperatur schließen. Die Messungen mussten zwischen 1761 und 1786 durchgeführt worden sein, da aus Pfyffers Briefen an Micheli du Crest hervorgeht, dass er zum Zeitpunkt des Schreibens die Seehöhe noch nicht kannte. Möglicherweise griff Pfyffer auf die Erfahrungen von Micheli zurück, welcher sich bei der Bestimmung der Meereshöhe seiner Gefängniszelle in Aarburg mit einer vierjährigen barometrischen Messreihe ebenfalls nur um 7,5 m irrte [Rickenbacher, 1995]. Allerdings ist der Richtungssinn der Abweichungen von den beiden Vermessern gegenläufig (die von Micheli festgelegte Meereshöhe liegt um die erwähnten 7,5 m zu hoch). Bei der Berechnung wird angenommen, dass Pfyffer seine Ausgangshöhen auf den Meeresspiegel des Mittelmeers bezogen hatte, an welchen das Höhensystem der heutigen Landesvermessung angeschlossen ist. Auch wenn diese Annahme nicht zutrifft, ist seine Leistung nicht weniger bemerkenswert, da die Horizontdifferenz zwischen den verschiedenen europäischen Meeresspiegeln nur einige Dezimeter beträgt (z.B. liegt der Schweizer Referenzhorizont im Mittelmeer um 27 cm tiefer als derjenige der deutschen Landesvermessung in der Nordsee).

	Name	Höhe heute [m über Meer]	Höhe Clausner-Karte [Toisen über See]	Höhe Clausner-Karte [m über Meer]	Differenz [m]
N o r d e n	Beromünster	649.8	117	656.8	-7.0
	Chastelenhof	651.0	132	686.0	-35.0
	Gormund	739.4	148	717.2	22.2
	Hildisrieden	679.6	139	699.7	-20.1
	Höhenrein	609.0	148	717.2	-108.2
	Horben	818.0	200	818.6	-0.6
	Neuenkirch	549.4	59	543.8	5.6
	Römerswil	719.0	146	713.3	5.7
	Sempach	514.7	32	491.1	23.6
	Tannenfels	666.0	117	656.8	9.2
Wartensee	551.6	57	539.9	11.7	
	Durchschnitt				-8.5
	Durchschnitt der Absolutwerte				22.6
	Mittlerer Höhenfehler RMSE				36.6
M i t t e	Bärtiswil	517.0	64	553.5	-36.5
	Bramég	1027.3	345	1101.2	-73.9
	Buochserhorn	1806.8	710	1812.6	-5.8
	Esel*	2118.7	930	2241.4	-122.7
	Gr. Mythen	1898.6	758	1906.1	-7.5
	Hergiswald	789.0	125	672.4	116.6
	Holzhof	556.1	80	584.7	-28.6
	Hunkelen	773.0	210	838.1	-65.1
	Kriens	509.7	27	481.4	28.3
	Littau	498.7	42	510.6	-11.9
	Menzingen	805.2	196	810.8	-5.6
	Mittagüppli	1916.6	826	2038.7	-122.1
	Rigi Kulm	1797.5	726	1843.8	-46.3
	Schimbrig	1815.3	741	1873.0	-57.7
	Sonnenberg	794.0	185	789.3	4.7
	Niederrickenbach	1162.0	353	1116.8	45.2
	Tomlishorn	2128.5	960	2299.8	-171.3
Widderfeld	2076.0	923	2227.7	-151.7	
	Durchschnitt				-39.5
	Durchschnitt der Absolutwerte				61.2
	Mittlerer Höhenfehler RMSE				80.4
S ü d e n	Brisen	2404.1	1064	2502.5	-98.4
	Eiger	3970.0	1819	3974.0	-4.0
	Engelberg	1017.6	433	1272.7	-255.1
	Finsteraahorn	4273.9	1975	4278.1	-4.2
	Fronalpstock	1921.1	680	1754.1	167.0
	Gr. Fiescherhorn	4048.8	1860	4053.9	-5.1
	Jungfrau	4158.2	1919	4168.9	-10.7
	Mönch	4099.0	1879	4091.0	8.0
	Schreckhorn	4078.0	1870	4073.4	4.6
	Titlis*	3238.3	1565	3479.0	-240.7
	Uri-Rotstock	2928.0	1370	3098.9	-170.9
Wetterhorn	3701.0	1690	3722.6	-21.6	
	Durchschnitt				-52.6
	Durchschnitt der Absolutwerte				82.5
	Mittlerer Höhenfehler RMSE				126.0
	Durchschnitt				-35.0
	Durchschnitt der Absolutwerte				57.1
	Mittlerer Höhenfehler RMSE				88.6

*Den Angaben von [Studer, 1863, S. 305] zu Folge liegt die Höhe von Pilatus Esel nach Pfyffer bei 2299,9 m (Differenz zu der heutigen Karte -181,2 m) und die Höhe vom Titlis bei 3344,5 m (Differenz -106,2 m)

Tabelle 6-5: Vergleich der Höhen in der Clausner-Karte mit ihren heutigen Werten

Für die Untersuchung der Höhenangaben in der Clausner-Karte müssen die Werte in Meter über Meer umgerechnet werden, wofür zunächst 220 Toisen addiert werden und das Ergebnis mit dem Faktor 1,949 zur Konversion von französischen Toisen in Meter multipliziert wird. Die Tabelle 6-5 zeigt die Höhen aller bezeichneten und gut identifizierbaren Orte der Clausner-Karte im Vergleich mit ihren heutigen Werten.

Tabelle 6-5 ist für die Beurteilung von Pfyffers Höhenmessungen von entscheidender Bedeutung. Sie enthält die von ihm selbst veröffentlichten primären Messergebnisse, welche eindeutig in das metrische Masssystem umgerechnet werden können. Die Höhenfehler lassen sich in die drei signifikanten Gruppen Norden-Mitte-Süden⁴⁹ verteilen. Die nördlichen, tief gelegenen Ortschaften sind am genauesten vermessen, bei den südlichen Berggipfeln zeichnen sich die grössten Abweichungen ab. Dies ist vom vermessungstechnischen Standpunkt betrachtet wenig verwunderlich, da die Darstellung unzugänglicher Gebirge anfälliger auf Fehler ist als jene des offenen Flachlandes. Die von Pfyffer erreichte Genauigkeit liegt im Mittelwert RMSE (s. Formel (3.7)) bei 88,6 m und im Durchschnitt der Absolutwerte bei 57 m. Für die damalige Zeit ist es ein erstaunlich gutes Ergebnis, denn es handelt sich um einen Vergleich von zahlreichen *Absoluthöhen* zwischen 500 m und 4300 m, welche in keiner Weise anhand von heutigen Vermessungsgrundlagen korrigiert wurden. Zudem muss man sich bewusst sein, dass der Vergleich nur mit einer gewissen Einschränkung gilt, da es nicht bekannt ist, auf welche Orte genau sich Pfyffers Messungen beziehen. Die Höhendifferenz zwischen dem heutigen Vergleichspunkt (in den Dörfern die Kirche, bei den Berggipfeln die Spitze) und der Stelle, wo Pfyffer seinerseits die Messungen vornahm, könnte an einigen Punkten bis 20 m betragen. Zu den Höhenmessungen von Pfyffers Zeitgenossen vgl. Kapitel 6.7.2.

Pfyffer hat die Höhen zu hoch bestimmt. Vor allem bei den Berggipfeln ist die Überhöhung markant. Diese Tatsache war im 18. Jahrhundert nicht neu und hat in der wissenschaftlichen Haltung zum unerforschten und unerreichbaren Phänomen Gebirge ihre Wurzel. Aus dem vermessungstechnischen Blickwinkel lässt der Richtungssinn der Höhenfehler im Allgemeinen auf den kumulativen Einfluss der Faktoren schliessen, von welchen die indirekte trigonometrische Höhenbestimmung abhängig ist: die als zu gross ermittelten Distanzen und die Vernachlässigung der Refraktion. Zwar entschärft sich das letztere der beiden Probleme bei Pfyffer – wie bereits erwähnt – durch seine vorwiegend kurzen Visuren. Die Überzeugung jedoch, dass die Berge höher liegen als es erscheint, könnte auch bei ihm zu einseitigen Abweichungen bei den Messungen und zur Vernachlässigung weiterer Nachforschungen geführt haben. Eine interessante Parallele zu dieser „psychologischen Seite“ der exakten Wissenschaften finden wir bei der lappländischen Gradmessungsexpedition von Maupertuis im Jahr 1736. Eine genaue Nachmessung durch den finnischen Geographen Y. Leinberg vor Ort im Jahre 1928 zeigte, dass dem Franzosen grobe Fehler unterlaufen waren – und zwar zufällig alle in die gleiche Richtung. Da das mit diesen Fehlern behaftete Ergebnis mit Maupertuis Theorie der Erdabplattung an den Polen korrespondierte, hatte er keinen Grund, am Resultat zu zweifeln. Hätten aber die auch für jene Zeit grossen Fehler das umgekehrte Vorzeichen gehabt, hätte die Gradmessung keine klare Entscheidung im Disput über die Erdform ermöglicht [Böhme, 1998].

Die zu hoch ausgefallenen Höhen der Alpengipfel in der Clausner-Karte unterstützen eine neue Erkenntnis über das Relief der Urschweiz. Die über die Jahrzehnte hinweg überlieferten Massstabsangaben des Reliefs (1:12'500 für die Horizontale und 1:10'000 für die Verti-

⁴⁹ Die drei Regionen wurden gleich wie bei dem Relief der Urschweiz gewählt (Abb. 6-23).

kale⁵⁰) liessen bisher darauf schliessen, dass Pfyffer sein Werk absichtlich überhöhte, damit sich die Alpen deutlicher vom Mittelland abheben. Die Genauigkeitsanalyse des Reliefs im Rahmen dieser Arbeit zeigt jedoch, dass Pfyffer sich um einen einheitlichen Massstab in der Lage und Höhe bemühte (1:11'500). Das in der Tat etwas überhöhte Südgebirge ist auf die ungewollten Fehler der Vermessung zurückzuführen. Diese Thesen werden durch die Untersuchung der Clausner-Karte bestätigt: Die dort von Pfyffer ermittelten und als Zahlen veröffentlichten Gipfelhöhen liegen im Schnitt ebenfalls zu hoch. Es ist also ersichtlich, dass es nicht Pfyffers Ziel war, die Berge im Relief noch beeindruckender als in Wirklichkeit darzustellen, sondern er wollte sie auch in der vertikalen Dimension möglichst realitätstreu modellieren.

Eine grosse Überraschung kommt bei der genaueren Betrachtung der Berghöhen im Berner Oberland (Eiger, Mönch, Jungfrau, Wetterhorn, Schreckhorn, Finsteraarhorn, Gross Fiescherhorn) in Tabelle 6-5 zum Vorschein. Die Höhen dieser Alpengipfel sind ohne Ausnahme bis auf wenige Meter genau bestimmt, wobei die restlichen Gipfelhöhen deutlich von den Angaben der Landeskarte abweichen. Auch die in Pfyffers „Heimatgebirge“ Pilatus liegenden Bergspitzen Esel, Tomlishorn, Widderfeld und Mittaggüpfli sind im Durchschnitt um 140 m zu hoch ermittelt. Wie kann man das hervorragende, mit anderen Gipfelhöhen jedoch inkonsistente Messergebnis im Berner Oberland erklären? Gewiss war Pfyffer, ähnlich wie seine Zeitgenossen von diesen spektakulären Riesen fasziniert und stellte sich der Herausforderung, ihre Höhe zu vermessen. Dies geschah vermutlich zu einem späteren Zeitpunkt, kurz vor der ersten Herausgabe der Clausner-Karte im Jahre 1786, als Pfyffer auf bessere Instrumente zurückgreifen konnte, die eine wesentliche Steigerung der Messgenauigkeit ermöglichten. Vielleicht verhalf ihm auch ein Zufall, eine Absoluthöhe der Berggruppe beinahe fehlerfrei zu bestimmen; die restlichen konnte er relativ dazu ausreichend genau trigonometrisch ermitteln. Zumindest in der Methode der Höhenbestimmung herrscht Klarheit: Schweizer Viertausender blieben im 18. Jahrhundert unbezwungen und somit für barometrische Beobachtungen unerreichbar. Folglich mussten in den Berner Alpen indirekte trigonometrische Höhenmessungen vorgenommen werden.

	Höhe heute [m]	Höhen nach Pfyffer (Clausner-Karte, 1786)			Höhen nach Tralles (<i>Bestimmung der Höhen...</i> , 1790)		
		[Toisen] über See	[m] über Meer	Differenz [m]	[Fuss] über Meer	[m] über Meer	Differenz [m]
Eiger	3970,0	1819	3974,0	-4,0	12268	3985,1	-15,1
Finsteraarhorn	4273,9	1975	4278,1	-4,2	13234	4298,9	-25,0
Jungfrau	4158,2	1919	4168,9	-10,7	12872	4181,3	-23,1
Mönch	4099,0	1879	4091,0	8,0	12666	4114,4	-15,4
Schreckhorn	4078,0	1870	4073,4	4,6	12560	4080,0	-2,0
Wetterhorn	3701,0	1690	3722,6	-21,6	11453	3720,4	-19,4
Durchschnitt				-4,6			-16,7
Durchschnitt der Absolutwerte				8,9			16,7

Tabelle 6-6: Vergleich der Höhen in den Berner Alpen nach Pfyffer und Tralles⁵¹

Der unerlässliche Einsatz der trigonometrischen Höhenbestimmung ist zugleich ein erster Hinweis dafür, dass die Berner Gipfelhöhen tatsächlich von Pfyffer stammen. Im Gegensatz zu den damals verbreiteten barometrischen Messungen geht nämlich die einzige

⁵⁰ Diese Werte stammen von [Studer, 1863] und wurden seither ungeprüft durch [Weber, 1912], [Imhof, 1981] und weitere Autoren übernommen.

⁵¹ Die Höhen von Tralles sind in französischen Pieds du Roi angegeben (1 Fuss = 0,32484 m, vgl. Anhang A).

überlieferte trigonometrische Höhenmessung im Berner Oberland auf die Arbeiten von Johann Georg Tralles (1763-1822) zurück. Doch die in [Tralles, 1790] publizierten Ergebnisse beruhen auf einer Präzisionsbasismessung, die erst 1788, also zwei Jahre nach der Erstausgabe der Clausner-Karte, durchgeführt wurde. Auch die unterschiedlichen Höhen der gemeinsamen Gipfel nach Tralles und Pfyffer bezeugen, dass die beiden Vermesser sie unabhängig voneinander ermittelten. Dabei gelang es Pfyffer, ein paar Jahre vor Tralles eine deutlich höhere Genauigkeit zu erreichen (Tabelle 6-6).

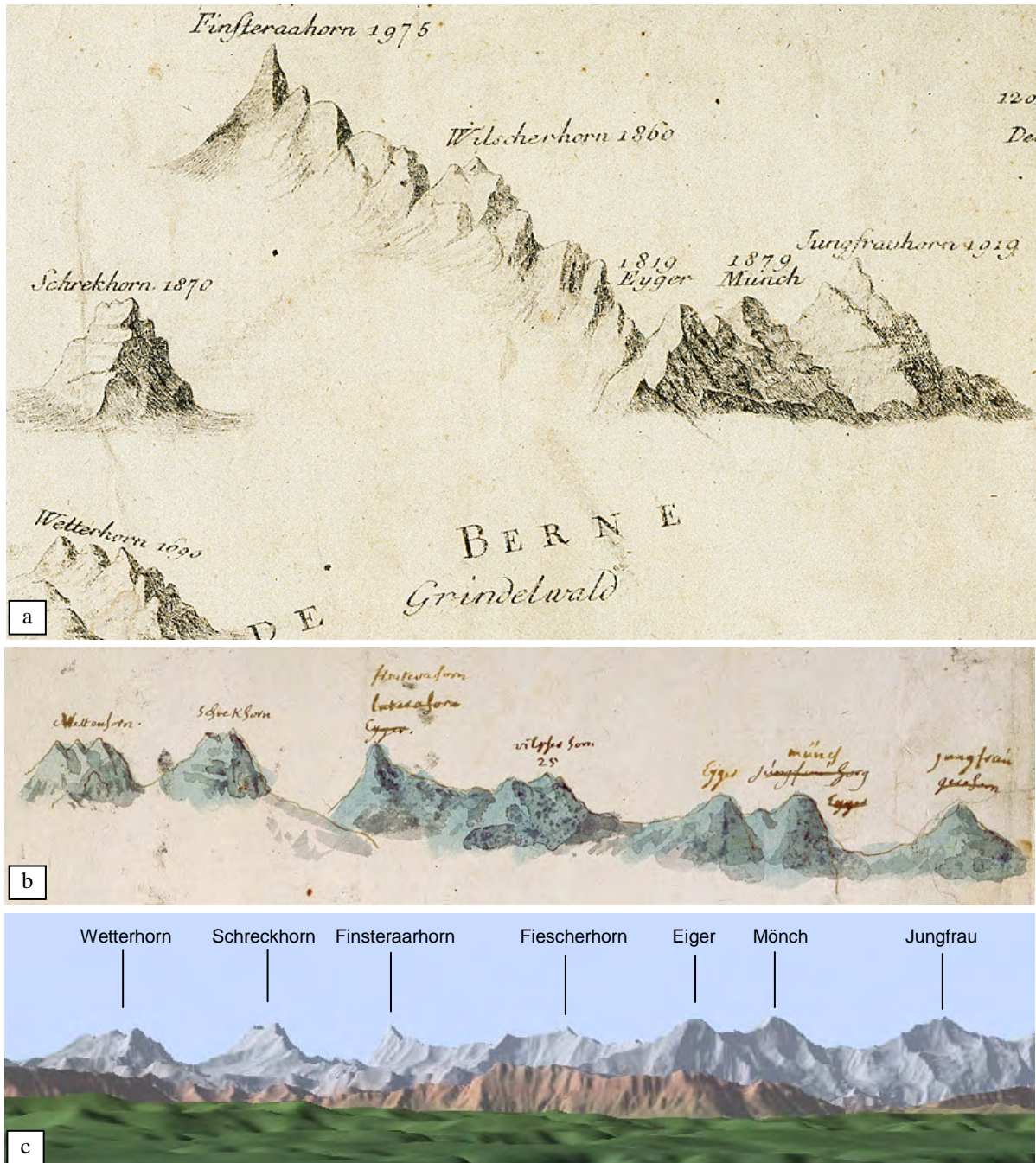


Abb. 6-30: Korrekte Benennung sowie topographisch und morphologisch richtige Darstellung der Berner Bergkette in den Werken von Pfyffer. (a) Ausschnitt aus der südorientierten *Carte en Perspective du Nord au Midi* (1786), (b) Pfyffers Skizze Nr. 2 mit dem Standort Subingen bei Solothurn⁵², (c) Die gleiche Ansicht wie (b) in der heutigen digitalen Landschaft.

⁵² © ZHB Luzern, Sondersammlung Handschriften & Alte Drucke, BB Ms.439.fol., Bl. 2 (Depositum Korporationsgemeinde Luzern).

Zum Zweiten deutet ein Zitat aus [Meiners, 1784] darauf hin, dass Pfyffer Höhenmessungen im Berner Oberland durchführte: *Er [Pfyffer] hält ferner das Schreckhorn für den höchsten unter allen [Gebirgen], wiewohl er selbst gesteht, dass er den Mont Blanc noch nicht genau, sondern nur mit den Augen gemessen habe.* Folglich hatte Pfyffer ein paar Jahre vor der Publikation von Meiners Werk, also um 1782, das Schreckhorn vermessen, und zwar nach seinem eigenen Befinden genau. Bis zur Herausgabe der Clausner-Karte im Jahre 1786 musste er weitere Höhenmessungen im Berner Gebiet durchführen, denn nach dieser Karte sind mehrere Gipfelhöhen grösser als diejenige vom Schreckhorn.

Im Zusammenhang mit Pfyffers Höhenmessungen im Berner Oberland muss abschliessend gewürdigt werden, dass er alle Berge in diesem Gebiet korrekt identifizierte. Wie die bereits erwähnten Untersuchungen von Michelis *Prospect Géométrique* [Rickenbacher, 1995] ergaben, war dies im geographisch unerforschten Alpenraum des 18. Jahrhunderts selbst in den gebildeten Gesellschaftskreisen keine Selbstverständlichkeit. Als einer der Ersten bezeichnete Pfyffer die Gipfel von Eiger, Mönch, Jungfrau, Wetterhorn, Schreckhorn, Finsteraarhorn und Gross Fiescherhorn, auf welche sich seine Messungen bezogen, richtig. Davon zeugt die topographisch und morphologisch korrekte Darstellung der Berner Bergkette am Rand der Clausner-Karte sowie in der Skizze Nr. 2 aus Pfyffers Hand (Abb. 6-30). Die mehrmals durchgestrichenen Bergnamen in der Feldzeichnung lassen sich dabei durch die grosse Distanz zwischen dem Aufnahmeort und der abgebildeten Silhouette (ca. 90 km) erklären.

6.6.6 Höhengenaugigkeit des Reliefs der Urschweiz: Einfluss des Modellbaus

Das vorherige Kapitel befasste sich mit der Analyse von Pfyffers Höhenmessungen anhand der in der Clausner-Karte publizierten *Messwerte*. Nun wird die Höhengenaugigkeit seines Hauptwerks genauer betrachtet. Im Gegensatz zu den primären numerischen Ergebnissen der Höhenmessung wurden die im Weiteren aufgeführten Höhenangaben dem Relief der Urschweiz entnommen. Daher schliessen sie nicht nur die Genauigkeit von Pfyffers Vermessungen ein, sondern auch den *Einfluss des Reliefbaus* sowie nachträgliche Veränderungen der Reliefoberfläche im Verlauf der Jahrhunderte.

Wie aus der Tabelle 6-2 hervorgeht, beträgt der mittlere Höhenfehler der 208 getesteten identischen Reliefpunkte 114 m (10,0 mm im Relief). Aus der geographischen Gliederung der identischen Punkte in die drei Gebiete Norden-Mitte-Süden zeigt sich der gleiche systematische Einfluss des Geländes auf die Mess- und Modellierungsergebnisse wie in der Clausner-Karte: Der flache Norden ist am besten modelliert, der abwechslungsreiche mittlere Teil weniger gut, und im gebirgigen Süden kommen die grössten Höhenfehler vor (Tabelle 6-3). Interessant ist die Verteilung der 208 Höhenabweichungen über die gesamte im Relief abgebildete Fläche. Wie die Abb. 6-31 veranschaulicht, liegt die östliche Reliefseite beim Ägerisee erstaunlicherweise um etwa 390 m zu tief, wo hingegen die Ortschaften im Reusstal sowie östlich vom Sarner See bis zu 500 m zu hoch dargestellt sind. Diese Abweichungen sind grossenteils in der Modellierungsphase entstanden; aufgrund der erwähnten Tatsache, dass im Relief der Urschweiz alle grossen Seen seltsamerweise direkt auf dem Grundbrett auf gleichem Niveau gemalt sind. Dazu kommt die im Abschnitt 6.6.4 geäusserte Vermutung, dass Pfyffer sich bei der Darstellung des Ägeritals wahrscheinlich nur auf wenige, zum Teil falsche Detailaufnahmen verliess.

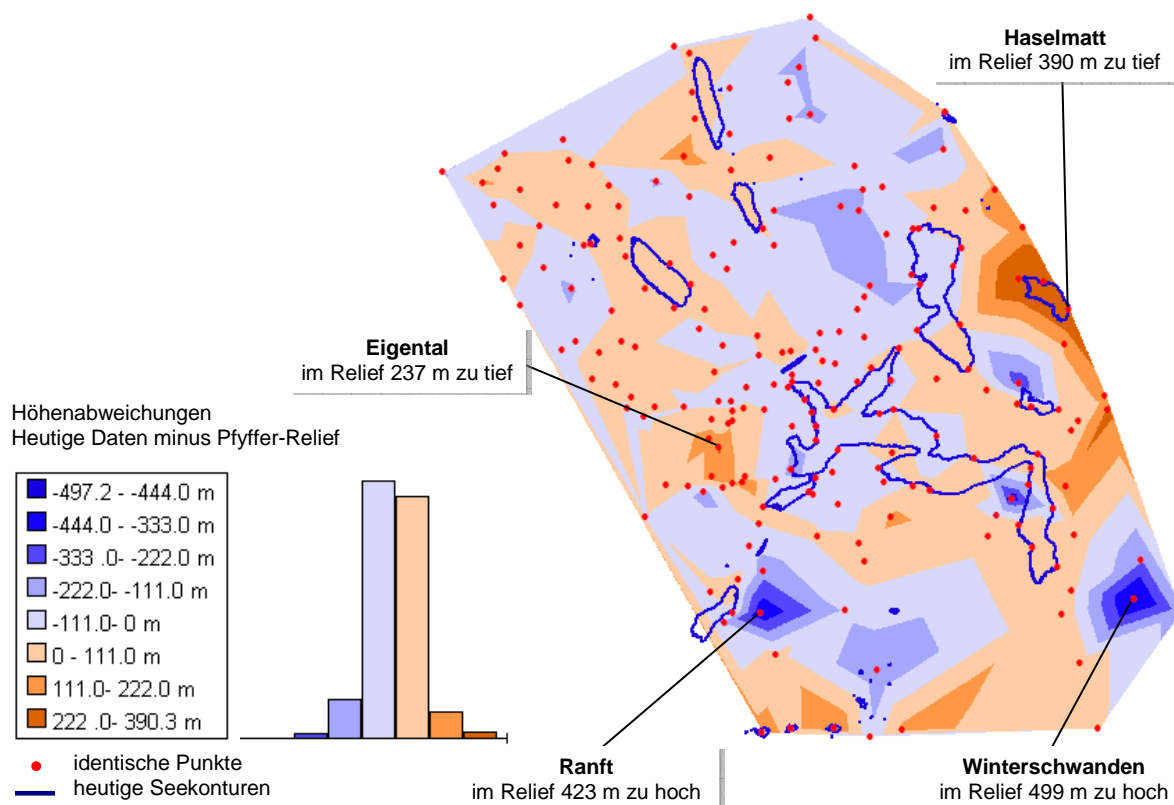


Abb. 6-31: Die Höhenabweichungen an den 208 identischen Punkten des Reliefs der Urschweiz, über die gesamte Relieffläche interpoliert und als eingefärbte Höhenstufen dargestellt.

Da die Clausner-Karte und das Relief der Urschweiz auf der gleichen Vermessungsgrundlage basieren, gibt der Vergleich deren gemeinsamen Ortschafts- und Gipfelhöhen Aufschluss darüber, inwiefern sich Pfyffers Modellbau auf die Höhengenaugigkeit auswirkte. Die Tabelle 6-7 verdeutlicht, dass die Ergebnisse dieses Vergleichs äusserst inkonsistent sind. Die Differenz zwischen der heutigen Höhe und derjenigen nach Pfyffer ist sehr variabel und oft unterschiedlich ausgerichtet. Auch die Höhenunterschiede zwischen der Clausner-Karte und dem Relief – unabhängig von den entsprechenden heutigen Werten – zeigen kaum Systematik. Einzig die Berghöhen sind im Relief alle niedriger als auf der Clausner-Karte. Wenn wir annehmen, dass Pfyffer seine Höhenmesswerte lediglich massstäblich angepasst in die dreidimensionale Relieflandschaft umzusetzen anstrebte, deutet dies auf die Modellierung als eine beträchtliche unsystematische Fehlerquelle hin. Die numerisch grössten Abweichungen kommen erwartungsgemäss bei den Bergspitzen vor (bis zu 385 m bzw. 3,4 cm im Relief). Im prozentuellen Anteil der heutigen Höhe liegen jedoch die meisten fehlerhaften Punkte im Flachland (Höhenabweichung bis zu 19 % der Soll-Höhe nach der Clausner-Karte). Ein Teil dieser Fehler ist auf die Übermalungen der Reliefoberfläche im Verlauf der Jahrhunderte zurückzuführen. Die Dicke der erst nach Pfyffers Tod aufgetragenen Schicht ist unterschiedlich und beträgt an einigen Stellen bis zu 2,5 mm (vgl. Kapitel 6.5.2).

Name	Höhe heute [m]	Höhe Clausner- Karte [m]		Höhe Pfyffer-Relief [m]		Einfluss des Reliefbaus im Gelände und im Relief		
		A	B	C	D	E	F [m]	G [cm]
Beromünster	649,8	656,8	-7,0	664,7	-14,9	-7,9	-0,1	-1,2
Buoechserhorn	1806,8	1812,6	-5,8	1676,4	130,4	136,1	1,2	7,5
Engelberg	1017,6	1272,7	-255,1	1226,6	-209,0	46,1	0,4	3,6
Esel	2118,7	2241,4	-122,7	2095,4	23,3	145,9	1,3	6,5
Fronalpstock	1921,1	1754,1	167,0	1722,5	198,6	31,6	0,3	1,8
Gormund	739,4	717,2	22,2	801,7	-62,3	-84,4	-0,8	-11,8
Gr. Mythen	1898,6	1906,1	-7,5	1645,5	253,1	260,6	2,3	13,7
Hergiswald	789,0	672,4	116,6	763,2	25,8	-90,8	-0,8	-13,5
Hildisrieden	679,6	699,7	-20,1	714,1	-34,5	-14,4	-0,1	-2,1
Holzhof	556,1	584,7	-28,6	623,7	-67,6	-39,0	-0,3	-6,7
Kriens	509,7	481,4	28,3	492,3	17,4	-10,9	-0,1	-2,3
Littau	498,7	510,6	-11,9	590,7	-92,0	-80,1	-0,7	-15,7
Menzingen	805,2	810,8	-5,6	655,7	149,5	155,1	1,4	19,1
Mittaggüpfl	1916,6	2038,7	-122,1	1919,3	-2,7	119,4	1,1	5,9
Neuenkirch	549,4	543,8	5,6	605,5	-56,1	-61,8	-0,6	-11,4
Rigi Kulm	1797,5	1843,8	-46,3	1681,9	115,6	161,9	1,4	8,8
Römerswil	719,0	713,3	5,7	791,9	-72,9	-78,6	-0,7	-11,0
Sempach	514,7	491,1	23,6	458,6	56,1	32,6	0,3	6,6
Titlis	3238,3	3479,0	-240,7	3093,8	144,5	385,1	3,4	11,1
Tomlishorn	2128,5	2299,8	-171,3	2013,3	115,2	286,6	2,6	12,5
Wartensee	551,6	539,9	11,7	496,7	54,9	43,1	0,4	8,0
Widderfeld	2076,0	2227,7	-151,7	2044,2	31,8	183,5	1,6	8,2
Durchschnitt			-37,1		32,0	69,1	0,6	1,7
Durchschnitt der Absolutwerte			71,7		87,6	111,6	1,0	8,6

A: Höhe nach Landeskarte 1:25'000

B: Höhe nach der Clausner-Karte, umgerechnet in Meter über Meer

C: Differenz A-B

D: Höhe aus dem Relief der Urschweiz, transformiert in die heutigen Koordinaten, vgl. Kapitel 5.5

E: Differenz A-D

F: Differenz B-D im Gelände in Meter

G: Differenz B-D im Relief in Zentimeter

H: Differenz B-D in % der B

Tabelle 6-7: Vergleich der Höhen in der *Carte en Perspective* von J. J. Clausner und im Relief der Urschweiz.

Zum Schluss folgt der *flächenhafte* Vergleich des gesamten Reliefs der Urschweiz mit dem heutigen digitalen Höhenmodell DHM25. Das virtuelle Relief der Urschweiz besteht aus rund 256'000 Höhenwerten, die in einem regelmässigen Raster mit einer Gitterweite von 1 cm angeordnet sind. Nach der Umrechnung von 208 identischen Punkten (Höhengenauigkeit $s_z = 114$ m) wurden auch die gesamten 256'000 räumlichen Reliefkoordinaten in das heutige Landeskoordinatensystem transformiert. Aus der Subtraktion der transformierten Reliefhöhen vom nationalen Höhenmodell DHM25 ergeben sich sowohl positive als auch negative Differenzen (Abb. 6-32). Rechnet man diese ohne Berücksichtigung des Vorzeichens zusammen und dividiert die Summe durch die Anzahl der zur Untersuchung herangezogenen Punkte, bekommt man den Durchschnitt der Absolutwertabweichungen, der bei 204,6 m liegt. Das statistisch besser geeignete Genauigkeitsmass, der mittlere Höhenfehler RMSE beträgt 320,4 m. Die maximalen Fehler sowohl im positiven als auch im negativen Bereich sind extrem gross, aber ihre Prozentanteile sind gering: Der Anteil der Punkte mit der Höhenabweichung über ± 960 m liegt bei 2,32% des gesamten Datensatzes. Die grössten Abweichungen befinden sich im Süden, wo keine identischen Punkte vorliegen. Die Höhenunterschiede grösser als rund ± 500 m sollen daher nicht als Fehler der Höhenmessung verstanden werden.

– sie kommen aufgrund der falschen *Lage* einiger Berge zustande. Daraus lässt sich schliessen, dass der Südrand des Reliefs, vor allem aber seine südwestliche Ecke, ohne genaue topographische Grundlagen von Pfyffer modelliert wurde.

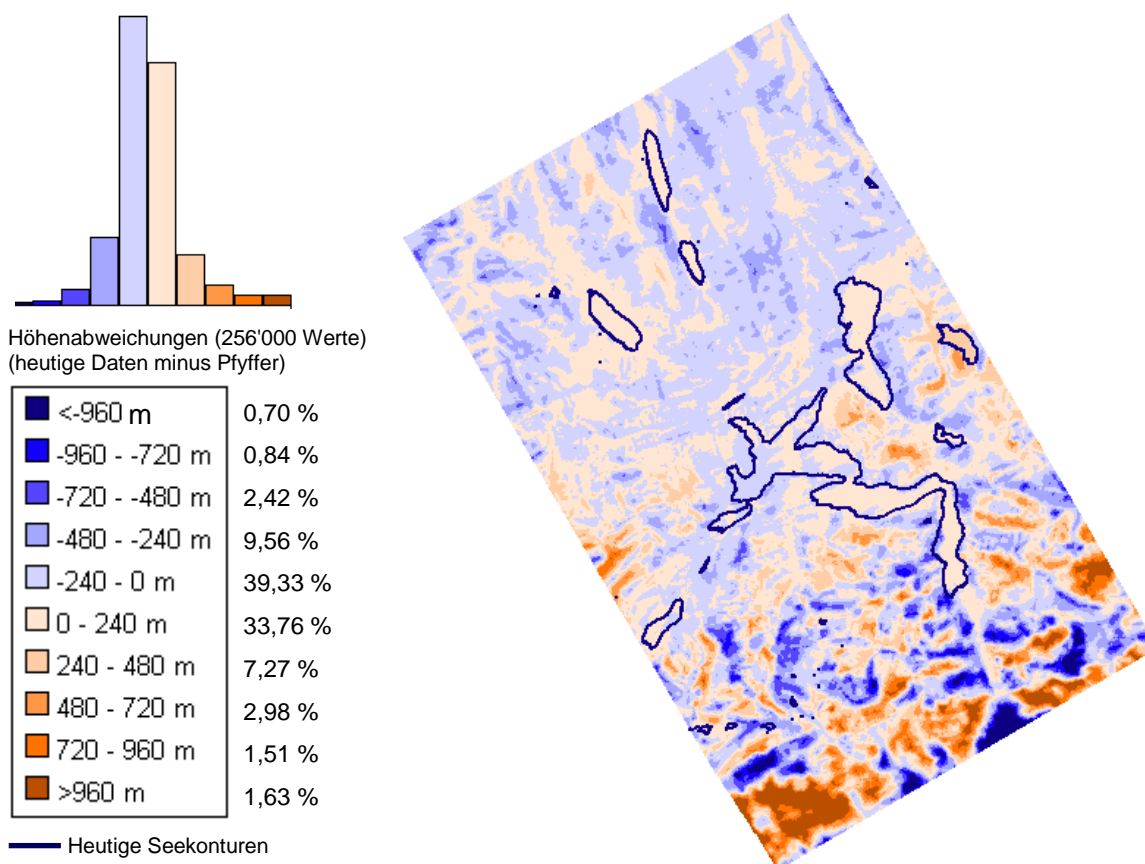


Abb. 6-32: Die Höhenabweichungen des gesamten Reliefs der Urschweiz (256'000 Werte) vom nationalen Höhenmodell DHM25.

6.7 Pfyffers Werk im zeitgenössischen Vergleich

Im letzten Viertel des 18. Jahrhunderts, als Pfyffer die Vermessungen für sein Relief vornahm, waren die geometrischen Prinzipien einer Landesaufnahme längstens bekannt. Vor allem in der Astronomie kamen viele neu entwickelte Instrumente zur Anwendung. Trotzdem konnten in Europa nur wenige grossräumige Kartenwerke den Anspruch erheben, geometrisch richtig aufgebaut zu sein. Offensichtlich brauchte es Zeit, bis die gesellschaftliche und politische Lage reif war für eine breitangelegte Landesvermessung. Pfyffer war einer der Vorreiter. Im Alleingang triangulierte und kartierte er mittels einfacher Winkelkreisgeräte und Messtisch fast einen Zehntel der heutigen Schweiz, wobei er – seiner Zeit voraus – den Schwerpunkt auf die flächendeckende Höhenmessung und -darstellung setzte. Die Ausführungen in den vorangegangenen Kapiteln zeigen, dass Pfyffer viel systematischer und grundlegender vermäss als bisher angenommen. Nun interessiert uns die Frage, wo seine Messverfahren, Instrumente und Ergebnisse im Vergleich mit Aufnahmemethoden und Genauigkeit der bedeutendsten Arbeiten seiner Zeitgenossen stehen. In Abschnitt 6.7.1 folgt ein Überblick über die europäische Kartenkunst des 18. Jahrhunderts mit Schwergewicht auf den vermessungstechnischen Aspekten, bevor auf die Darstellung der dritten Dimension fokussiert wird (Kapitel 6.7.2). In Kapitel 6.7.3 wird die Leis-

tion von Pfyffers Zeitgenossen zusammengefasst und interpretiert, und die Bedeutung von Pfyffers Werk wird aufgezeigt.

6.7.1 Europäische Karten des 18. Jahrhunderts

(a) Frankreich

Im Zeitalter der Aufklärung dominierte Frankreich im Vermessungswesen und in der Kartographie. Die Triangulationsarbeiten der ersten systematischen Landesvermessung begannen bereits im Jahre 1668 durch Jean Picard (1620-1682) und wurden durch die französischen Militärtopographen unter der Leitung von Jacques (1677-1756) und César-François Cassini de Thury (1714-1784) fortgesetzt. Das Dreiecksnetz der I. Ordnung, persönlich von den Cassinis vermessen, wurde mit den kleinmaschigen Dreiecken der II. und III. Ordnung verdichtet. Das Triangulationsinstrument der französischen Ingenieure war der Quadrant, ein auf einen Viertelkreis reduziertes Messgerät, das dank dem grösseren Radius im Vergleich zu den Voll- und Halbkreisinstrumenten eine genauere Winkelablesung erlaubte. Die damals in Frankreich eingesetzten Quadranten waren verbesserte Versionen des 1669 eingesetzten Modells von Jean Picard, welches als erstes geodätisches Messinstrument mit Zielfernrohren ausgerüstet war und durch Transversalen eine direkte Ablesung von einer Minute und die Schätzung von Viertelminuten zuließ [Daumas, 1972]. Nach der rechnerischen Auswertung und Festlegung des Triangulationsnetzes erfolgte ab 1747 die Detailaufnahme mittels kleineren, transportableren Halbkreisinstrumenten – Graphometer. Die Graphometer der Ingénieurs du Roi wurden mit je zwei Fernrohren ausgerüstet und konnten horizontal, vertikal sowie geneigt eingesetzt werden. Die gemessenen, bis auf eine Minute genau ablesbaren Winkel wurden zunächst notiert und erst nach eingehenden Kontrollen wurden die Geländeobjekte im Arbeitszimmer kartiert [Pelletier, 2001, 2002]. Die kartographischen Arbeiten konnten 1750 eingeleitet werden, und sechs Jahre danach folgte die erste Publikation. Das Kartenwerk von 184 Blättern im Massstab 1:86'400 (100 Toisen auf eine Linie, siehe Anhang A) wurde 1793 durch Jean-Dominique Cassini (1748-1845) vollendet. Das Kartenmaterial unterlag jedoch damals der militärischen Geheimhaltung, so dass die letzten Blätter erst 1815 publiziert wurden. Der staatlich geförderte systematische und sorgfältige Aufbau der *Carte géométrique de la France* sowie deren visueller Vergleich mit den heutigen Karten zeugen von der hohen Genauigkeit des grossen Werks von Cassini. Leider fehlen in der Literatur Untersuchungen, die auf die geometrischen Eigenschaften der Karte eingehen und deren Genauigkeit numerisch wiedergeben würden.

(b) Österreich-Ungarn

Im umfangreichen Länderkomplex der habsburgischen Monarchie ordnete Maria Theresia 1763 die erste kartographische Erfassung des Erblandes an. Sie wurde zwischen 1764 und 1787 durch Ingenieuroffiziere der Topographischen Abteilung des Hofkriegsrats durchgeführt und ist als *Josephinische Landesaufnahme* bekannt geworden. Aus Zeitgründen verzichtete man dabei auf eine einheitliche vermessungstechnische Grundlage – Triangulation – sowie auf eine einheitliche kartographische Oberleitung. Als Hauptinstrument diente ein mit einem Diopterlineal versehener Messtisch, die Entfernungen wurden vorwiegend in Stunden oder Schritten gemessen. Das gigantische Werk im Massstab 1:28'800 (400 Wiener Klafter auf ein Wiener Zoll, Anhang A) umfasste 4685 handgezeichnete farbige Aufnahmeblätter und deren textliche Landesbeschreibung [Hillbrand, 2001, Rajšp, 2001]. Zur Genauigkeit der Josephinischen Landesaufnahme liegen in der Literatur keine Angaben vor.

Die Josephinische Neukartierung erstreckte sich über die ganze Donaumonarchie mit Ausnahme der Gebiete, wo bereits gute Karten vorlagen. Zu diesen Landesteilen gehörten Nord- und Südtirol, die zwischen 1760 und 1769 von Peter Anich (1723-1766) und Blasius Hueber (1735-1814) im Massstab 1:104'200 aufgenommen wurden. Ihr *Atlas Tyrolensis* in 20 Blättern, eines der bedeutendsten topographischen Werke des 18. Jahrhunderts, beruht auf einer graphischen Triangulation mitsamt einer Basismessung. Die meisten Instrumente, deren sich die beiden Kartographen bedienten, wurden von Anich selbst hergestellt. Mit Ausnahme eines Instruments, das auf eine Zielvorrichtung mit einem abnehmbaren, nicht mehr vorhandenen Fernrohr deutet, waren Anichs und Huebers Messgeräte mit einer innovativen Diopertvorrichtung für hohe Visuren ausgerüstet. Sie erlaubten eine Ablesung mittels Nonius bis auf eine Winkelminute [Dürst-Rangger, 1966]. Im Rahmen einer blattweise durchgeführten Genauigkeitsanalyse des *Atlas Tyrolensis* wurden Hunderte von identischen Kartendistanzen mit ihren wahren Werten verglichen. Bei einer durchschnittlichen Länge von 24 km beträgt der mittlere Streckenfehler des *Atlas Tyrolensis* $\pm 1,1$ km [Steiner, 1994].

(c) Deutschland

Etwa zur gleichen Zeit, als Pfyffer seine Geländeaufnahme und Reliefmodellierung vornahm, ist die *Schmettausche Kabinettskarte* von Preussen (1767-1787) entstanden. Dieses mehrfarbige, handgezeichnete Kartenwerk beruht auf einer graphischen Triangulation und besteht aus 943 Blättern, grösstenteils im Massstab 1:50'000 [Grosjean, 1980].

In Südwestdeutschland ist im Anschluss an die Josephinische Landesaufnahme in den Jahren 1793-1797 ein grosses Kriegskartenwerk, die sogenannte *Schmittsche Karte* angefertigt worden. Die Festpunkte wurden durch graphische Triangulation mit dem Messtisch gewonnen, die Basis wurde mittels Messketten gemessen. Bei der Detailaufnahme kamen auch Entfernungsbestimmungen durch Abreiten oder Schätzen zur Anwendung. Die Karte in 198 Blättern im Massstab von 1:57'600, welche die Länder Bayern, Baden-Württemberg und Salzburg sowie Teile von Hessen und Rheinland-Pfalz umfasst, wurde auf ihre Genauigkeit hin analysiert. Der mittlere Punktfehler der 38 Vergleichspunkte des Verzerrungsgitters dieser Karte liegt bei $\pm 2,5$ km, der mittlere Streckenfehler bei einer durchschnittlichen Streckenlänge von 15 km beträgt ± 1 km [Finsterwalder, 1988].

Noch vor der Jahrhundertwende eingeleitet, erfolgte von 1780 bis 1825 die erste topographische Landesvermessung von Sachsen. Die sogenannten *Meilenblätter* im Massstab 1:12'000 beruhen auf einer durch Major Friedrich Ludwig Aster (1732-1804) geleiteten Triangulation mitsamt einer Präzisionsbasismessung. Zur Winkelmessung diente ein Theodolit, der mittels Lupen und Nonien eine Schätzung der Winkel auf 15'' erlaubte. Die Punkte des trigonometrischen Dreiecksnetzes wurden rechnerisch in Koordinaten bestimmt, die Geländeaufnahme erfolgte graphisch. [Brunner, 2002] untersuchte anhand des Streckenvergleichs einiger Blattseiten mit ihren Soll-Werten die Genauigkeit der Meilenblätter. Die insgesamt 15 ausgewählten Blätter von 1785, 1797 und 1810 weisen eine Abweichung von der Soll-Meile (6796,56 m) von 3 m, 68 m bzw. 14 m auf. Zudem gibt [Brunner, 2002] einen Lagefehler der über 4000 eindeutigen Grundrisspunkte von nur 20 m bis 60 m an, was im Massstab der Meilenblätter einem Wert von 1,5 mm bis 5 mm entspricht.

(d) Grossbritannien

Bis zur zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts gehen die Britischen Karten grösstenteils auf die Aufnahmen von Christopher Saxton (ca. 1542-1606) zurück, der in der kurzen Zeit zwischen 1574 und 1578 ein paar Dutzend Karten der Englischen und Walisischen Grafschaften im kleinen bis mittleren Massstab erstellte. Zur Wende kam es nach 1750, als die *Society for the Encouragements of Arts, Manufactures and Commerce* eine finanzielle Prämie für eine Neu-

aufnahme der Landteile im Massstab von einer Meile auf ein Zoll (1:63'360) offerierte. Der erste Gewinner war die 1765 erstellte Karte von Devon von Benjamin Donn, die auf einer Präzisionsmessung basierte [Harvey, 1993, Hodgkiss, 1981]. Die von der Gesellschaft insgesamt 13 ausgezeichneten Karten wurden wahrscheinlich mehrheitlich mit Theodoliten anstatt mit Scheibeninstrumenten aufgenommen. Dies liegt nahe, denn das Schwergewicht des Instrumentenbaus verlagerte sich bereits anfangs des 18. Jahrhunderts vom Kontinent nach England. Etwa um 1730 fanden die ersten modernen Theodolite von Jonathan Sisson (ca. 1690-1749) bei den Feldmessern grosse Verbreitung. Der Sissonsche Theodolit war mit einem noch nicht achromatischen Fernrohr und einer Libelle ausgerüstet und erlaubte mit Hilfe von Nonien eine Ablesegenauigkeit von 6 Minuten sowohl am Horizontal- als auch am Vertikalkreis [Engelberger, 1969].

Mit der Gründung des *Ordnance Survey* im Jahr 1787 und der Übernahme von Verantwortung für die Vermessung durch das Militär (1791) begannen die Triangulationsarbeiten für eine detaillierte Karte des Landes. Die ersten Blätter im Massstab 1:63'360 wurden 1801 gestochen und herausgegeben. Die Winkelmessungen im Dreiecksnetz der ersten Ordnung wurden erstmals mit einem Präzisionstheodolit getätigt, einem grossen Gerät von Jesse Ramsden (1735-1800), das bei einem Horizontalkreisdurchmesser von über 90 cm mittels Mikrometerschrauben eine direkte Winkelablesung von 5 Sekunden gestattete. Für die Detailaufnahme kamen auf der Insel auch kleinere Theodolite zum Einsatz [Brown, 1979].

(e) Dänemark

Die erste Landesaufnahme von Dänemark begann mit der königlichen Verordnung von 1761. Die flache Topographie im Land ermöglichte ein spezielles Aufnahmeverfahren: Zunächst wurden die quadratischen Kartenblätter von 10'000 dänischen Ellen (ca. 6274 m) Seitenlänge im Gelände abgesteckt. In Bezug auf diese Markierungen erfolgte dann die Detailvermessung mit dem Messtisch. Erst nachher wurde das Kartenwerk auf eine mittels Triangulation bestimmte geodätische Grundlage angepasst. Die Karten wurden von 1766 bis 1834 herausgegeben, ursprünglich in einem kleineren Massstab von 1:120'000 und nach weiteren Detailaufnahmen im Massstab 1:20'000 [Brown, 1979, Brunner, 2002].

(f) Schweiz

Die schweizerische Vermessungs- und Kartographiegeschichte erlebte ihren Höhenflug im 17. Jahrhundert, als die Wissenschaftler der sogenannten „Zürcher Schule“ einen wesentlichen innovativen Beitrag zur Verbesserung der Instrumente und Aufnahmemethoden leisteten. In unmittelbarer Verbindung mit der Zürcher Schule stand Hans Conrad Gyger (1599-1674), der nach jahrzehntelangen Arbeiten 1667 seine grosse Karte des Kantons Zürich anfertigte. Die Karte, die im Massstab 1:32'000 ein Gebiet von nahezu 5'000 km² abbildet, übertrifft in ihrer Genauigkeit die meisten Karten des 17. und 18. Jahrhunderts. Die Erklärung für die ausgezeichnete Genauigkeit von Gygers Karte war nach [Imhof, 1944] die erstmalige Anwendung einer methodisch wichtigen Erneuerung der Triangulation, und zwar die Kombination der primären und sekundären Dreiecksnetze (Abb. 6-2c). Gyger fügte kleine graphische Triangulationen, für die er jeweils eine kurze Basis mit Messlatten vermäss, zu einem grossmaschigen Netz zusammen. Zur Genauigkeit der Karte gibt [Imhof, 1944 und 1945] an, dass die grössten Punktabweichungen gegenüber der modernen Karte 700 bis 1000 m betragen und dass die Strecken von einigen Kilometern Länge nur um etwa 1-1,5% verfälscht sind.

Zu den in geometrischer Hinsicht bedeutendsten schweizerischen Karten des 18. Jahrhunderts gehören die zwischen 1734 und 1744 erstellte *Carte de quatre Mandements d'Aigle* im Massstab von etwa 1:60'000 von Gamaliel de Roveréa (1695-1766) sowie die im Jahr 1776

erschienene *Carte des environs de Genève ...* (Massstab ungefähr 1:50'000) von Henri Mallet (1727-1812). Die beiden auf einer Messtischaufnahme basierenden Werke wurden von [Wolf, 1879] auf ihre Genauigkeit überprüft. Aus der Analyse von 10 Distanzen ergaben sich mittlere Längenfehler von 250 m für die Karte von Roveréa und 350 m für diejenige von Mallet⁵³. Diese Ergebnisse sollen nur als Richtwerte verstanden werden, da die von Wolf eingesetzte einfache Methode des Streckenvergleichs das gesamte Kartenbild nur wenig erfasst. Zudem werden ungleich genaue Beobachtungen (unterschiedlich lange Vergleichsstrecken) unzulänglich arithmetisch gemittelt. Selbst infolge Messfehler bei der Entnahme der Soll-Strecken aus der als fehlerfrei unterstellten modernen Karte im Massstab von 1:250'000 liegt die Unsicherheit von Wolfs Untersuchung bei etwa ± 250 m.

Auch in der Innerschweiz waren zur Zeit von Franz Ludwig Pfyffer einige Feldmesser und Kartographen tätig (Tabelle 6-8). Es liegt nahe, dass in diesem Umfeld zu einem wissenschaftlichen Austausch kam. Im Gegensatz zu Pfyffer beschränkten sich seine Zeitgenossen auf die Kartierung viel kleinerer Gebiete, wozu am wahrscheinlichsten ein Messtisch und eine Bussole zum Einsatz kamen. Auch sind einige dieser Werke (z.B. die Luzerner Karte von Gabriel Walser) keine Neuaufnahmen, sondern Abzeichnungen und Verbesserungen älterer Unterlagen. Die einzige numerische Genauigkeitsuntersuchung der Regionalkarten im Raum Luzern geht wiederum auf die Arbeit von [Wolf, 1879] zurück. Seine in die heutige Terminologie umgesetzten Ergebnisse⁵⁴, die analog zu den erwähnten Karten von Gamaliel de Roveréa und Henri Mallet mit Vorsicht zu betrachten sind, sind ebenfalls in Tabelle 6-8 angegeben.

Im Jahre 1786, als Pfyffer sein Relief vollendete, begannen die Arbeiten an der ersten einheitlichen, auf geometrischen Grundlagen aufbauenden Aufnahme der Schweiz. Auftraggeber war der Aarauer Seidenfabrikant Johann Rudolf Meyer (1739-1813), der das Unternehmen selbst finanzierte. Er nahm zwei Topographen, den Geometer Johann Heinrich Weiss (1758-1826) aus Strassburg und den Engelberger Zimmermannsmeister und Bergkenner Joachim Eugen Müller (1752-1833), in seine Dienste. Als Basen für die graphische Triangulation mittels Winkelscheiben wurden wahrscheinlich die von Berner Professor Johann Georg Tralles (1763-1822) präzise vermessenen Strecken in Thun und in Aarau verwendet. Offenbar angeregt durch das Relief der Urschweiz entstanden aus dem Aufnahmematerial ungewöhnlicherweise zunächst Reliefblöcke im Massstab 1:60'000, die von 1796 bis 1802 in 16 Kartenblätter im Massstab von etwa 1:120'000 umgesetzt wurden. Der *Atlas Suisse*, welcher als genaueste Gesamtkarte des Landes bis zur Eidgenössischen Landesaufnahme unter der Leitung von Guillaume Henri Dufour (1787-1875) gilt, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf seine Genauigkeit untersucht. Zur Auswertung wurde die westliche Hälfte des Blatts 7 herangezogen. Dieser Kartenteil bedeckt beinahe das gesamte Gebiet des

⁵³ Die von Wolf durchgeführten Untersuchungen beruhen auf dem Vergleich der Distanzen zwischen den identischen Punkten einer alten Karte mit denselben Distanzen auf der Dufour-Generalkarte der Schweiz 1:250'000 (Vergleichsstrecken-Verfahren, siehe Kapitel 4.1.1 und Abb. 4-1). Aus 5 radialen und 5 peripherischen Distanzen in einem Fünfeck errechnete er den mittleren Kartenmassstab und die mittleren (sowie die maximalen und minimalen) Längenfehler. Als Äquivalent zur üblichen Massstabszahl verwendete Wolf einen Reduktionsfaktor gegenüber der Dufour-Generalkarte. Die Längenfehler gab er in Millimetern auf der Dufour-Generalkarte an. Zum Beispiel: Für die „Carte de quatre Mandements d'Aigle“ von Gamaliel de Roveréa erhielt er den Wert 0,247 für den Massstabsfaktor m und $\pm 1,0(+2,-1)$ für den mittleren Längenfehler f . Die herkömmliche Massstabszahl bekommt man durch Multiplikation von m mit dem Massstab der Generalkarte 250'000, die Längenfehler in Meter sind durch Multiplikation von f mit 250 zu berechnen. Die durch Wolf bestimmten Parameter der erwähnten Karte sind also folgendermassen zu interpretieren: Der Kartenmassstab ist 1:61'750, der durchschnittliche Längenfehler liegt bei 250 m und die maximale, bzw. minimale Abweichung einer Vergleichsstrecke gegenüber ihrer richtigen Länge ist +500 m, bzw. -250 m.

⁵⁴ Siehe Fussnote 53.

Reliefs der Urschweiz, und seine 115 identischen Punkte entsprechen exakt denjenigen des Reliefs. Das Ergebnis der Genauigkeitsanalyse ist der Gewichtseinheitsfehler von 294 m (2,4 mm in der Karte; Blattmassstab ca. 1:120'600) sowie weitere Genauigkeitsindikatoren und Visualisierungsprodukte (Anhang B6). Zur Interpretation dieser Werte vgl. Kapitel 6.7.3.

Autor und Werk	Genauigkeit anhand des Vergleichs von 10 Distanzen mit der Generalkarte der Schweiz 1:250'000 [Wolf, 1879]
Franciscus Ignatius Fassbind (?-?) <i>Karte des Kantons Luzern</i> Massstab ca. 1:73'000 Erscheinungsjahr 1752	Mittlerer Längenfehler $\pm 1'375$ m, max. bzw. min. Abweichung einer Vergleichsstrecke $+2'000$ m, bzw. $-2'500$ m
Gabriel Walser (1695-1776) <i>Karte des Kanton Luzerns</i> Massstab ca. 1:106'000 1763	Mittlerer Längenfehler ± 900 m, max. bzw. min. Abweichung einer Vergleichsstrecke $+1'750$ m, bzw. $-1'000$ m
Franz Joseph Scherer (1745-1796) U.a. <i>Plan oder Grund-Riss der löbl. Stadt Lucern ...</i> Erscheinungsjahr 1765	-
Moritz Anton Cappeler (1685-1769) <i>Karte des Pilatus und eines Teils des Vierwaldstättersee</i> Massstab ca. 1:102'600 Erscheinungsjahr 1767	Mittlerer Längenfehler $\pm 1'025$ m, max. bzw. min. Abweichung einer Vergleichsstrecke $+1'250$ m, bzw. $-1'000$ m
Johann Franz Fidel Landwing (1714-1782) <i>Karte eines Theils des Kantons Zug</i> Massstab ca. 1:6'800 Erscheinungsjahr 1770	Mittlerer Längenfehler ± 475 m, max. bzw. min. Abweichung einer Vergleichsstrecke $+750$ m, bzw. -750 m
Xaver Schnyder von Wartensee (1750-1784) <i>2 Karten des Entlebuch</i> Massstab ca. 1:42'000 Erscheinungsjahr 1782	Mittlerer Längenfehler ± 450 m, max. bzw. min. Abweichung einer Vergleichsstrecke $+750$ m, bzw. -750 m

Tabelle 6-8: Pfyffers kartographische Zeitgenossen im Raum Luzern und die Genauigkeit ihrer Werke nach [Wolf, 1879].

6.7.2 Höheninformation in Landesaufnahmen des 18. Jahrhunderts

Die Höhenverhältnisse der topographischen Werke des 18. Jahrhunderts kommen nur durch plastische Geländeformen oder durch vereinzelte Höhenwerte neben dem Kartenbild zum Ausdruck. Keine der erwähnten europäischen Karten gibt eine in Zahlen fassbare dritte Dimension wieder. Es wäre interessant, das eine oder andere in Kapitel 2.5 erwähnte alte Relief digital zu rekonstruieren und mit modernen Kartenwerken zu vergleichen. Daraus könnten interessante Informationen zur Genauigkeit früher Höhenmessungen abgeleitet werden.

Um die Leistung von Pfyffer im zeitgenössischen Vergleich zu betrachten, muss auf die in verschiedenen Abhandlungen publizierten Höhenwerte der Wissenschaftler und Naturforscher seiner Zeit zurückgegriffen werden. Nach [Studer, 1863] wurden in der Schweiz dank den neuen Erkenntnissen von Jean De Luc (1727-1817) die besten Resultate in der Romanie erzielt. Die von G. A. W. Shuckhurgh-Evelin (1751-1804) im Jahre 1775 barometrisch bestimmten absoluten Höhen von Genfer See, Salève und Buet weisen eine durchschnittliche Absolutabweichung von nur 5,6 m von den heutigen Werten auf⁵⁵. Eine hohe Genauigkeit

⁵⁵ Die in [Studer, 1863, S. 305] zusammengestellten Höhen von Shuckhurg-Evelin sind in Pariser Fuss wie

erreichte ebenfalls der bereits erwähnte deutsche Wissenschaftler Johann Georg Tralles bei der trigonometrischen Höhenbestimmung im Berner Oberland (vgl. Tabelle Tabelle 6-6). In [Tralles, 1790] dokumentierte er seine Vorgehensweise, Messwerte und Ergebnisse vorbildlich. In den restlichen Landesteilen unterscheiden sich die ermittelten Höhenwerte von denjenigen der heutigen Landesvermessung viel stärker. Nach den barometrischen Beobachtungen des Physikers Daniel Bernoulli (1700-1782) aus dem Jahre 1775 liegen die Meereshöhen von vier Orten in der Basler Landschaft (Basel, Waldenburg, Langenbruck und Wannenfliue) im Durchschnitt um 163,4 m zu hoch⁵⁶. In der Zentralschweiz lagen bis zum Ende des 18. Jahrhunderts keine zuverlässigen Höhenwerte vor. Der Genfer Wissenschaftler Micheli du Crest irrte sich bei seiner trigonometrischen Höhenbestimmung der 40 Alpengipfel im Jahre 1754 im Durchschnitt gar um -1127,1 m. Hätte er sich jedoch auf korrekte Distanzen zwischen seiner Gefangenzelle und den anvisierten Gipfeln stützen können, würde seine durchschnittliche Höhenabweichung von den Angaben in der heutigen Landeskarte nur -88,7 m betragen [Rickenbacher, 1995].

6.7.3 Würdigung und Bedeutung von Pfyffers geodätischen Leistung

Der kurze Exkurs durch die europäische Kartographiegeschichte des 18. Jahrhunderts belegt, dass es bis etwa 1775 mit der Ausnahme der *Carte géométrique de la France* kaum eine Karte auf dem Kontinent gab, die mit anderen Verfahren und Instrumenten aufgenommen worden war als die Werke von Franz Ludwig Pfyffer. Der Messtisch in Kombination mit den Scheibeninstrumenten war der zuverlässigste Begleiter der damaligen Vermesser. Die Triangulation verlief gewöhnlich einstufig. Sie resultierte in einem Kartengerippe, an welches der durch eine Detailaufnahme gewonnene Karteninhalt angepasst wurde. Wie [Engelberger, 1969] vermutet, waren es wohl die ungünstigen klimatischen Verhältnisse auf den britischen Inseln, die eine gewisse Abneigung gegenüber dem Messtisch hervorgerufen haben und der Anwendung des Theodolits bei den Feldmessern Vorschub geleistet hatten. Etwa ab 1750 wurden englische Theodolite auch auf dem europäischen Festland für die Arbeiten der praktischen Geometrie verkauft. Durch die Augsburger Werkstätte Branders fanden diese Instrumente, die dank der Feinmechanik und dem Verzicht auf das Zeichenzubehör eine kompaktere Bauweise besaßen und somit eine Genauigkeitssteigerung erlaubten, mehr und mehr Verbreitung. In diesem Zusammenhang ist es bemerkenswert – wie in Kapitel 6.2.1 festgehalten wurde – dass Pfyffer auch über ein englisches Instrument mit der Bauart eines Theodolits verfügte und bereits 1761 mit dem Instrumentenbauer G. F. Brander Kontakt aufgenommen hatte.

Auch in der erzielten Lagegenauigkeit liegt Pfyffer mit seinen Landesaufnahmen in der Bandbreite anderer topographischer Werke jener Zeit. Die im vorherigen Kapitel aufgeführten Ergebnisse einiger Genauigkeitsuntersuchungen sind in Tabelle 6-9 zusammengefasst. Zwar sind die Resultate in sehr unterschiedlichen Masszahlen ausgedrückt, was eine direkte

folgt angegeben: Genfer See 1154 Fuss (377,9 m), Salève 4235 Fuss (1375,7 m) und Buet 9499 Fuss (3085,6 m). Die heutigen Höhen betragen 372,0 m für den Genfer See (Landeskarte Blatt 1301), 1375,0 m für Grand Salève (Gd. Piton, Landeskarte Blatt 45) und 3099,0 m für Le Buet (Landeskarte Blatt 1344). Der Punkt Môle (5736 Fuss) wurde in die Berechnung nicht miteinbezogen, da er nicht zuverlässig der heutigen Landeskarte zugeordnet werden konnte. Der Höhenvergleich gilt nur unter der Voraussetzung, dass die heutigen Orte wirklich denjenigen entsprechen, an welchen die Messung vorgenommen wurde, denn die primären Quellen zu Shuckhurg-Evelin wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht untersucht.

⁵⁶ Die vier Höhen in Pariser Fuss [nach Studer, 1863, S. 298] sowie die entsprechenden heutigen Werte [nach Rickenbacher, 2001] sind: Basel 924 Fuss (300,2 m; heute 270 m), Waldenburg 2204 Fuss (715,9 m; heute 531 m), Langenbruck 2876 Fuss (934,2 m; heute 700 m) und Wannenfliue 3954 Fuss (1284,4 m; heute 1080 m).

Gegenüberstellung unmöglich macht. Doch im Grobvergleich können Pfyffers Werke mit den hervorragenden Arbeiten des 18. Jahrhunderts – für welche in der Literatur numerische Untersuchungen vorliegen – mithalten. In der Innerschweiz übertreffen Pfyffers Ergebnisse diejenigen seiner Zeitgenossen deutlich. Von Bedeutung ist dabei die Tatsache, dass das kleine, dem General bestens vertraute und zugängliche Gebiet des Renggtals wesentlich besser abgebildet ist als seine grossräumigen Kartierungen. Viel genauer als Pfyffers Ergebnisse sind einzig die Kartenblätter der ersten Sächsischen Landesvermessung, die allerdings erst zu einem späteren Zeitpunkt und unter anderen Rahmenbedingungen entstanden sind.

Autor und Werk	Genauigkeit*
Gamaliel de Roveréa <i>Carte de quatre Mandements d'Aigle</i> Massstab ca. 1:60'000 Zeitraum der Erstellung 1734-1744	Mittlerer Längenfehler anhand des Vergleichs von 10 Distanzen mit der Generalkarte der Schweiz 1:250'000: ±250 m ; max. bzw. min. Abweichung einer Vergleichsstrecke +500 m , bzw. -250 m
Henri Mallet <i>Carte des environs de Genève ...</i> Massstab ca. 1:50'000 Erscheinungsjahr 1776	Mittlerer Längenfehler anhand des Vergleichs von 10 Distanzen mit der Generalkarte der Schweiz 1:250'000: ±350 m
Peter Anich und Blasius Hueber <i>Atlas Tyrolensis</i> Massstab ca. 1:104'200 Erscheinungsjahr 1774	Mittlerer Streckenfehler bei einer durchschnittlichen Streckenlänge von 24 km: ±1,1 km
<i>Schmittsche Karte</i> von Südwestdeutschland Massstab ca. 1:57'600 Zeitraum der Erstellung 1793-1797	Mittlerer Punktfehler der 38 Vergleichspunkte des Verzerrungsgitters: ±2,5 km Mittlerer Streckenfehler bei einer durchschnittlichen Streckenlänge von 15 km: ±1 km
<i>Meilenblätter</i> der Kursächsischen Landesvermessung Massstab ca. 1:12'000 Zeitraum der Erstellung 1780-1825	Abweichung der Seitenlängen von 15 Blättern aus den Jahren 1785, 1797, 1810 von deren Soll-Distanz von 1 Meile (6796,56 m): 3 m, 68 m bzw. 14 m Lagefehler der über 4000 eindeutigen Grundrisspunkte: 20 bis 60 m (1,5 bis 5 mm in der Karte)
J. R. Meyer, J. H. Weiss, J. E. Müller <i>Atlas Suisse</i> Massstab ca. 1:120'000 Erscheinungsjahre 1796-1802 (Blatt 7 1796)	Mittlerer Lagefehler der westlichen Hälfte des Blatts 7 in Richtung der Koordinatenachsen (Affintransformation der 115 identischen Punkte): In X-Richtung: 339 m (2,8 mm in der Karte) In Y-Richtung: 251 m (2,1 mm in der Karte)
Franz Ludwig Pfyffer <i>Relief der Urschweiz</i> Massstab ca. 1:11'500 Vollendet 1786	Mittlerer Lagefehler in Richtung der Koordinatenachsen (3D-Affintransformation der 208 identischen Punkte): In X-Richtung 480 m (41,0 mm im Relief) In Y-Richtung 504 m (43,4 mm im Relief) In der Höhe 114 m (10,0 mm im Relief)

*Literaturangaben bzw. weitere Erklärungen zu den Genauigkeitsuntersuchungen befinden sich in Kapitel 6.7.1

Tabelle 6-9: Genauigkeit einiger bedeutenden Karten des 18. Jahrhunderts gemäss den in der Literatur veröffentlichten Werten. Zum Vergleich werden ebenfalls die Genauigkeiten des Reliefs der Urschweiz angegeben.

Pfyffers Erfassung der Landschaftsformen im Grundriss entsprach also der damals in der praktischen Geometrie erreichbaren Genauigkeit. Bei den Höhenmessungen war er selbst derjenige, der neue Massstäbe setzte. Als er 1786 die *Carte en perspective du nord au midi* vom Zuger Kupferstecher Jakob Joseph Clausner stechen liess, wagte er ein Novum: die flächenhafte Wiedergabe der gemessenen Höhenwerte im Kartenbild mittels Koten. Schon die Idee, überhaupt Höhen systematisch zu vermessen und sie in eine Karte einzutragen, war derart jenseits aller Vorstellungen, dass die damaligen Kartographen keinen Nutzen in diesem Zusatzaufwand sehen konnten. Es ist Pfyffers grösster Verdienst, das neue Zeitalter der kartographischen Wiedergabe der Messgrösse „Höhe“ eingeleitet zu haben, was dazu führte,

dass die Höheninformation bis heute ein untrennbarer Bestandteil unseres Kartenbildes geworden ist. Mit der Fertigstellung des Reliefs der Urschweiz trug Pfyffer ebenfalls zur Wende in der Kartographiegeschichte bei, denn erst die naturtreuen, plastischen Terrainformen der alten Reliefs förderten die Entwicklung des bis dahin fehlenden Sinns für Auffassung und Darstellung des Geländes. Eine Mitwirkung in diesem Prozess leisteten auch die panoramaartigen Ansichten der Bergwelt. Mit dem 1790 erstellten Alpenzeiger (siehe Kapitel 2.3) sowie mit seinen kunstvollen, kolorierten und morphologisch detailtreuen Skizzen war Pfyffer Pionier einer ästhetischen, gut verständlichen Panoramadarstellung.

Anhand des im vorherigen Kapitel aufgeführten Vergleichs ist die Ausdehnung und Genauigkeit von Pfyffers Höhenmessungen überaus beeindruckend. Man kann sich nur schwer der folgenden Meinung von [Studer, 1863] anschliessen: *Viele Höhen wurden vom General Pfyffer, während der Ausarbeitung seines grossen Reliefs, mit Hülfe des Barometers bestimmt. Sie sind sämtlich zu hoch; in den niedrigen Gebirgen um 200 Fuss [65 m], in den mittleren um 400 Fuss [130 m], in den höchsten bis 800 Fuss [260 m]. Er gibt z.B. dem Titlis 10296 Fuss [3344,5 m] statt 9970 Fuss [3238,6 m], dem Pilatus 7080 Fuss [2299,9 m] statt 6565 Fuss [2132,6 m], dem Rigi 5676 Fuss [1843,9 m] statt 5479 Fuss [1779,8 m].* Zwar betragen die Höhenfehler bei den Bergspitzen im Mittelland tatsächlich bis zu 170 m, und im Süden finden sich auch grössere Abweichungen. Doch die Höhen zahlreicher Ortschaften zwischen Beromünster und Niederrickenbach weichen im Absolutdurchschnitt und ohne grosse Ausreisser um weniger als 30 m von den entsprechenden heutigen Angaben ab. Die Meereshöhe des Vierwaldstätter Sees – sein Ausgangshorizont – ermittelte Pfyffer mit einer hervorragenden Genauigkeit von 6 m. Ebenfalls unseren vollen Respekt verdienen Pfyffers Messergebnisse im Berner Oberland. Auch wenn der Zufall mitspielte, weisen die kleinen Höhenfehler von Eiger (-4,0 m), Mönch (8,0 m), Jungfrau (-10,7 m), Wetterhorn (-21,6 m), Schreckhorn (4,6 m), Finsteraarhorn (-4,2 m) und Gross Fiescherhorn (-5,1 m) auf Pfyffers sorgfältiges Verfahren und vorzügliche Instrumente hin. Es musste wohl ein gewisses Misstrauen gegenüber dem konservativen Luzerner Patrizier Pfyffer sein, dass nicht seine, sondern die ungenaueren, von Professor Tralles ermittelten Berner Alpenhöhen bis in die nächste Generation überlebten. Wenn man bedenkt, dass auch einige im Rahmen der ersten Landesvermessung unter der Leitung von Guillaume Henri Dufour zwischen 1832 und 1864 bestimmte Höhen gegenüber den heutigen Werten einen Unterschied bis fast 20 m aufweisen⁵⁷, so sind die im Einzelgang erzielten Ergebnisse Pfyffers heute noch sehr beachtenswert.

Die Fehler in Pfyffers topographischen Landesaufnahmen sind aus vermessungstechnischer Sicht auf folgende Umstände zurückzuführen:

- Ungenauigkeit der Messinstrumente: Verwendung einer Dioptrvorrichtung anstatt eines Fernrohrs, Fehler der Kreisteilung, fehlende Hilfsmittel zur Ablesung der Teilkreise (Nonius, Transversalen), ungenügende Stabilität und Kompaktheit der Geräte, Längenfehler der Messketten und Eisenstangen, Konstruktionsfehler des Barometers.
- Mangel des Messverfahrens: Genauigkeitsabnahme durch zeichnerische Auswertung der Triangulation, keine festen Fixpunkte, einstufige Dreiecksnetzgrundlage anstatt einer Triangulation mit mehreren Ordnungen, fehlende genaue astronomische Messungen und somit schwerwiegende Orientierungsfehler aufgrund der Schwankungen

⁵⁷ Die *Sammlung trigonometrischer oder barometrisch-bestimmter absoluter Höhen der Schweiz und ihrer nähern Umgebung* [Durheim, 1850] gibt z.B. die von J. Eschmann trigonometrisch vermessene Höhe von Rigi 1780 m anstatt heute 1797,5 m an (Unterschied 17,5 m). Die Höhe von Jungfrau liegt gemäss [Durheim, 1850] bei 4167 m anstatt heute 4158,1 m (Unterschied -8,9 m). Die trigonometrisch von Frei bestimmte Höhe des Gr. Fiescherhorns wird mit 4061 m anstatt heute 4048,8 m angegeben (Unterschied -12,2 m). Nach [Studer, 1863] ist die damals geltende Höhe vom Pilatus 6565 Fuss (2132,6 m), wobei der heutige Wert 2118,7 m beträgt (Unterschied -13,9 m).

des magnetischen Felds der Erde, vereinfachte Hypothesen zur Ableitung der Höhenwerte aus den Barometerbeobachtungen.

- Fehler der Karten- bzw. Reliefherstellung: Ungenauigkeit der Übertragung aus den Primärunterlagen, Einfluss der Zeichnung, Gravur bzw. Reliefmodellierung. Aus diesem Blickwinkel scheint die aquarellierte Manuskriptkarte der Innerschweiz am besten gelungen zu sein, da ihr mittlerer Restfehler im Kartenraum (2 mm) kaum die Zeichnungsgenauigkeit überschreitet. Beim grossmassstäbigen, aus vielen kleineren Teilen zusammengesetzten Relief hatten der Modellbau sowie die nachträglichen Reliefveränderungen im Verlauf der Jahrzehnte einen beträchtlichen Einfluss auf die Gesamtgenauigkeit.

Neben den technischen Aspekten war es auch die gesellschaftliche und politische Lage sowie der Zeitgeist, die sich in der Qualität der alten topographischen Werke widerspiegeln. So gab es in der Schweiz des 18. Jahrhunderts weder öffentliche Mittel noch die Bereitschaft der Behörden zu umfassenden Vermessungen. Im Gegensatz dazu ist beispielsweise in Frankreich der Nutzen der Kartographie am königlichen Hof bereits früh erkannt worden. In der Folge wurden topographische Arbeiten nach der Gründung der Académie des Sciences 1666 durch den Staat zunehmend unterstützt [Petto, 1995]. In diesem Zusammenhang sind die aus Pfyffers Privatinitiative entstandenen ausgedehnten und detaillierten Landesaufnahmen von grosser Bedeutung, zumal sie von Grund auf neu entworfen worden sind und nicht durch Korrekturen und Verbesserungen älterer Vorlagen erarbeitet wurden, wie es bis zum Ende des Ancien Régime üblich war. Als bisher unterschätzte Leistung Pfyffers muss zudem betrachtet werden, dass er sich realistische Ziele setzte, diese mit angemessenen Verfahren in die Praxis umsetzte und sein Werk auch erfolgreich fertigstellte. Dies war nicht selbstverständlich. Die zweite Hälfte des 18. Jahrhunderts zeichnete sich durch hohe wissenschaftliche Ansprüche an die geodätischen Grundlagen aus; doch mit den damals vorhandenen technischen Mitteln wären die Ergebnisse solcher Präzisionsarbeiten innert nützlicher Frist kaum erreichbar gewesen. So kamen die Praktiker Johann Rudolf Meyer und Heinrich Weiss während den Vermessungen für den *Atlas Suisse* in Konflikt mit dem Wissenschaftler Johann Georg Tralles, da sie eine unterschiedliche Auffassung von der Triangulation vertraten. Tralles wollte Präzisionsmessung mit grossen und schweren Theodoliten betreiben, Meyer und Weiss hingegen strebten nach einer graphischen Triangulation mit Scheibeninstrumenten und setzten die Letztere auch durch, weil dies eine effiziente Bewältigung der gesteckten Ziele versprach [Grosjean, 1980]. Wie bei dem *Atlas Suisse*, der Jahrzehnte lang die beste topographische Darstellung der Schweiz blieb, hat die Zeit auch bei Pfyffer den Pragmatikern Recht gegeben: Das Wagnis, etwas Neues zu schaffen und das Werk erfolgreich abzuschliessen geht auch als Verdienst in die Geschichtsbücher ein.

Allerdings war die Geschichte dem Relief und dessen Erbauer – es wurde erwähnt – nicht immer positiv gesinnt. Die Begeisterung über die grösste Attraktion Luzerns und die europäische Berühmtheit begann noch zu Lebzeiten von Pfyffer nach der Jahrhundertwende abzuflauen. Die Fortschritte in der technologischen Entwicklung bedingten die Entstehung neuer kartographischer Aufnahmen, die den aktuellen Ansprüchen besser entsprachen. In den Augen von vielen wurde das Relief auf ein Bastelwerk, ein Spielzeug eines alten Generals reduziert, welches zwar sehr schön, aber letztlich ungenau und längst überholt war. Der Mangel an schriftlichen Quellen sowie die Schwierigkeit, die geometrische Qualität des Reliefs eingehend zu untersuchen, führten dazu, dass einige dieser früheren Behauptungen bis weit ins 20. Jahrhundert hinein ungeprüft übernommen wurden. Es ist nun deutlich geworden, dass Pfyffers Leistung als Geodät als kompetent und dem damaligen Wissensstand entsprechend einzustufen ist. Mit der erzielten Relief- und Kartengenauigkeit gehört er zwar nicht

zu den besten zeitgenössischen Kartenwerken in Europa, doch viele übertrifft er bei weitem. Als Pfyffers vermessungstechnische Pioniertat bleiben die systematischen Höhenmessungen und deren kartographische Wiedergabe. Unter Berücksichtigung der wissenschaftlichen Voraussetzungen und Möglichkeiten Pfyffers gilt es also heute, das Relief der Urschweiz wieder aufzuwerten und es als eine herausragende topographische Leistung und einen Meilenstein auf dem Weg zur modernen Kartographie zu betrachten.

Kapitel 7

Schlussfolgerungen und Ausblick

In diesem Kapitel werden zunächst die erzielten Ergebnisse zusammengefasst und als Ganzes kritisch analysiert (Kapitel 7.1). Anschliessend werden die neuen Erkenntnisse zum Relief der Urschweiz und dessen Erbauer dargelegt (Kapitel 7.2). In Kapitel 7.3 folgt schliesslich ein Ausblick auf weiterführende Fragestellungen und Entwicklungen, mit welchen an die vorliegende Arbeit angeknüpft werden kann.

7.1 Erreichung der Ziele und Gesamtbeurteilung

Das erste Ziel der Arbeit, die Erstellung eines 3D-Computermodells des Reliefs der Urschweiz, wurde erreicht. Dabei kamen Standardverfahren der photogrammetrischen Stereoauswertung und vorwiegend manuelle Messungen zum Einsatz. Das Besondere lag in der Kombination der Luft- und Nahbereichsphotogrammetrie: Die Aufnahmegeometrie und Relieflandschaft entsprachen dem klassischen Luftbildfall, doch der enge Kellerraum des Museums und die glänzende Objektoberfläche stellten eine technische und methodische Herausforderung dar. Die Vorgehensweise und Ergebnisse sind in der Arbeit sowohl numerisch als auch graphisch ausführlich dokumentiert, um bei zukünftigen ähnlichen Aufgabenstellungen den Projektlauf optimieren zu können. Die erzielte Genauigkeit des digitalen Höhenmodells beträgt 0,78 mm, was für die Projektzwecke ausreichend ist. Zudem wurde das Potenzial mehrerer kommerzieller Systeme zur automatischen Oberflächengenerierung untersucht. Es hat sich gezeigt, dass mit dieser Software die angestrebte Genauigkeit des 3D-Modells nicht erreicht wird. Der Hauptgrund dafür liegt in der detailreichen Reliefstruktur mit vielen Gefällswechseln sowie in den erwähnten spiegelnden Reflexionen. Im Hinblick auf die neuesten Entwicklungen im Bereich des terrestrischen Laserscannings kann die Abtastung mit einem Laserstrahl – nach eingehenden Tests der verschiedenen Systeme – als eine sinnvolle Alternative zur bildbasierten 3D-Rekonstruktion von alten Reliefs betrachtet werden.

Das zweite Hauptziel umfasste die Entwicklung von Verfahren zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs. Da es bisher nur eine Publikation gab, welche sich mit diesem Thema gründlich auseinandersetzte [Beineke, 2001], sind die Darlegung von elementaren mathematischen Methoden sowie die Herleitung und Implementierung neuer Ansätze von grosser Bedeutung für die kartographiegeschichtliche Forschung. Gemäss der Zielsetzung wurde in der vorliegenden Arbeit ein kompaktes Werk für Genauigkeitsanalysen im zwei- und dreidimensionalen Raum zusammengestellt, in einer einheitlichen Terminologie beschrieben und anhand von vielen Beispielen graphisch dokumentiert. Die Innovationen liegen vor allem in der computergestützten rein digitalen Datenerfassung, Georeferenzierung und Untersuchungen von flächenförmigen Karten- bzw. Reliefobjekten. Neu ist ebenfalls der gesamte Bereich der

dreidimensionalen Analyse. Insbesondere wurden die Massstäbe, Dreh- und Scherungswinkel aus den Parametern der 3D-Affintransformation isoliert und deren Bedeutung wurde aufgezeigt. Die entwickelte graphische Benutzerschnittstelle trägt zur Verbesserung des gesamten Analyseablaufs bedeutend bei. Zudem konnten die photorealistischen 3D-Modelle zur Abklärung der bisher unbekannt Funktion von panoramaartigen Skizzen aus der Hand von Franz Ludwig Pfyffer erfolgreich eingesetzt werden (vgl. Kapitel 7.2.2). Dafür mussten zunächst die Standorte der Zeichnungen durch Navigation in der virtuellen Landschaft gefunden werden, und die entsprechenden skizzenähnlichen Ansichten wurden generiert. Obwohl diese Untersuchung nicht wie anfänglich erhofft vollautomatisch verlief, zeigte sich die eingesetzte zweistufige Methode (automatische Sichtbarkeitsanalyse und anschließende manuelle Modellmanipulation in Echtzeit) als zweckmässig und effektiv.

Der dritte Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit lag im Einsatz der entwickelten Methoden zur Analyse des virtuellen Reliefs der Urschweiz und der zugehörigen Altkarten. Hier zeigen die erzielten Resultate beispielhaft, dass die 3D-Rekonstruktion der Kulturgüter und -landschaften nicht nur zur digitalen Dokumentation, sondern vielmehr auch zur Ableitung neuer Informationen dienen kann. Da die direkten schriftlichen Quellen zur Reliefentstehung als verloren gelten, konnten die gesuchten neuen Erkenntnisse mit Vorteil dem Meisterwerk selbst entnommen werden. Dabei ist jedoch deutlich geworden, dass es nicht ausreicht, sich allein auf die numerischen und visuellen Analyseergebnisse zu verlassen. Um einseitige Interpretationen zu vermeiden, sind die Kombination von verschiedenen Quellen (zeitgenössische Fachbücher und Sekundärliteratur, moderne einschlägige Werke, problemähnliche Untersuchungsberichte, andere Altkarten usw.) sowie ein interdisziplinärer Austausch unerlässlich. Im Projekt „Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz“ waren diese Rahmenbedingungen gegeben. Der zeitliche und räumliche Prozess der Reliefentstehung konnte rekonstruiert und nachvollziehbar belegt werden. Zudem wurden Pfyffers Ergebnisse unter Berücksichtigung der vermessungstechnischen, kartographischen und nicht zuletzt auch gesellschaftlichen und politischen Entwicklung in Europa gewürdigt. Um die Problematik der dreidimensionalen Landschaftsabbildungen abzurunden, enthält die Arbeit einen Überblick über andere alte Reliefs Europas mit Schwergewicht auf den frühesten Werken.

7.2 Neue Erkenntnisse

7.2.1 Vermessungsverfahren und -instrumente von Pfyffer

Zur Vermessung der Innerschweizer Landschaft griff Pfyffer auf das Verfahren der Triangulation zurück: Dreiecksbestimmung aus einer bekannten Seite und den zwei anliegenden, gemessenen Winkeln. Zunächst konstruierte er ein Kartengerippe, in welchem er überschüssige Winkel- und Basismessungen vornahm. Erst nachdem er mit dem Dreiecksnetz zufrieden war, widmete er sich der Detailaufnahme mittels des einfachen Vorwärtsschnitts. In regelmässigen Abständen notierte er sich die Terrainhöhe, offensichtlich auf der Ablesung seines Barometers basierend. Pfyffer arbeitete vorwiegend graphisch. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnten zwei seiner Winkelmessinstrumente rekonstruiert werden, darunter ein stabiler „Rahmen“ mit einem horizontalen und einem vertikalen in Grade und Minuten eingeteilten Winkelkreis: ein Theodolit. Dies weist darauf hin, dass Pfyffer über Instrumente verfügte, die genauer waren als ein Messtisch oder Graphometer und die ebenfalls zur trigonometrischen Höhenbestimmung eingesetzt werden konnten.

Die wissenschaftlichen Publikationen zur Kartographiegeschichte des 18. Jahrhunderts belegen, dass Pfyffers Vorgehensweise und Instrumente dem damaligen Stand des Wissens entsprachen. Interessant ist vor allem die Erkenntnis, wie systematisch und gründlich er arbeitete. So justierte er seine Messketten und Eisenmassstäbe regelmässig, berücksichtigte den Einfluss des unebenen Geländes auf die Distanzmessung und löste das Problem der fehlenden – weil unerlaubten und verdächtigen – festen Signalisierung mit einer ausgeklügelten Arbeitsorganisation. Diese und viele andere Anstrengungen verfolgten das Ziel, eine möglichst präzise und mehrfach überprüfte vermessungstechnische Grundlage zu schaffen.

7.2.2 Zeitlicher und räumlicher Verlauf der Reliefentstehung

Der Zeitpunkt, zu welchem Pfyffer mit seiner Vermessung anfang, war bisher unbekannt. Die über die Jahrzehnte hinweg überlieferte Jahreszahl 1762 erschien im Licht neuer Quellenforschung als willkürlich und unbelegt [Bürgi, 2006]. In Übereinstimmung mit den neu untersuchten zeitgenössischen Reiseberichten zeigt die Genauigkeitsanalyse, dass der Beginn von Pfyffers Arbeit im Gelände bereits viel früher, nämlich gegen Ende der Vierziger Jahre anzusetzen ist. Darauf weist die ungewöhnliche Orientierung von Pfyffers Landesaufnahmen im Bezug auf die geographische Nordrichtung (ca. $14,75^\circ$ westlich) hin. Aufgrund der Schwankungen des magnetischen Felds der Erde wich die Kompassnadel zu jener Zeit etwa um diesen Winkel von der Richtung auf den Polarstern ab. Daraus lässt sich einerseits schliessen, dass Pfyffer seine topographischen Werke einfach mittels einer Bussole im Innerschweizer Raum ausrichtete. Andererseits erlauben die alten Aufzeichnungen der magnetischen Deklination, dem ermittelten Winkelwert ($14,75^\circ$) eine Jahreszahl zuzuordnen (1747), die als Auftakt zu Pfyffers Vermessungen interpretiert werden kann.

Pfyffer arbeitete viel mehr mit Karten als früher angenommen. Er erstellte eine Basiskarte – wahrscheinlich im Massstab von etwa 1:35'000 –, von welcher er alle seine Karten sowie die Reliefplanimetrie abzeichnete. Dabei fing er von der ihm am besten bekannten Landschaft in der Umgebung von Luzern an, dann stiess er in den gebirgigen Süden vor und erst danach fügte er die flachen nördlichen Gebiete hinzu. Nach der abgeschlossenen (Teil)arbeit im Gelände modellierte er das Relief mit Hilfe von verschiedenen Materialien. Um die Landschaftsformen möglichst treu abbilden zu können, nahm er seine zahlreichen Skizzen zur Hand. Dies ergab die computergestützte Analyse von Pfyffers Aquarellen. Das Abbildungsmodell (Schrägansicht von einem tief gelegenen Standort) weist darauf hin, dass die Skizzen nicht in Zusammenhang mit der Vermessung, sondern erst später in der Modellierungsphase eingesetzt wurden. Diese schönen Zeichnungen sind morphologisch verblüffend korrekt, geometrisch jedoch – zwecks gewünschter Wiedergabe im Relief – deutlich verzerrt.

7.2.3 Der Massstab des Reliefs der Urschweiz

Der Reliefmassstab beträgt in allen drei Koordinatenrichtungen etwa 1:11'500. Dies ist eine neue Erkenntnis, denn der älteren Literatur zufolge war der Massstab in der Lage deutlich kleiner als in der Höhe (1:12'500 bzw. 1:10'000), was bisher auf eine absichtliche Reliefüberhöhung schliessen liess. Es wurde vermutet, dass Pfyffer sein Werk überhöhte, um die damals unerreichbare und bedrohliche Bergbarriere besser vom Mittelland abheben zu können. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen lassen eine andere Interpretation zu. Pfyffer bemühte sich um einen einheitlichen Massstab in der horizontalen und vertikalen Richtung (1:11'500). Die Gipfelhöhen in der südlichen Reliefland-

schaft sind zwar in der Tat leicht überhöht, doch dies ist auf die ungewollten Vermessungsfehler zurückzuführen. Es zeugt vom aufgeklärten Geist Pfyffers, dass es nicht sein Ziel war, die Alpen noch beeindruckender als in Wirklichkeit darzustellen, sondern auch in der dritten Dimension möglichst realitätstreu zu modellieren.

7.2.4 Lagegenauigkeit von Pfyffers Werken

Die genaueste heute bekannte Karte von Pfyffer ist das im Inneren des Reliefs gefundene aquarellierte Fragment, welches das kleine Gebiet Rengg bei Luzern sehr exakt wiedergibt: Der Gewichtseinheitsfehler der 14 getesteten identischen Punkte beträgt nur 158 m. Die zwei grossräumigen, die gesamte Innerschweiz darstellenden Karten – die *Carte originale du Général Pfyffer* und *Carte en Perspective du Nord au Midi* – bilden die Landschaftsformen etwa gleich genau ab (Gewichtseinheitsfehler 462 m und 447 m). In der aquarellierten *Carte originale* liegt dieser Wert sogar im Rahmen der Zeichnungsgenauigkeit. Der neulich entdeckte unsignierte *Plan du Canton de Zug* schliesslich, dessen Autorschaft zweifellos Pfyffer zugeordnet werden konnte, zeigt das Kantonsgebiet mit einer Genauigkeit von 325 m.

Die Lagegenauigkeit des Reliefs der Urschweiz entspricht etwa derjenigen von Pfyffers Karten im jeweiligen Gebiet. So beträgt der mittlere Relieffehler in X- und Y-Richtung bei Rengg im Kanton Luzern nur 237 bzw. 147 m. Das gesamte Relief ist aufgrund der Modellierungseinflüsse nur wenig ungenauer als die erwähnten *Carte originale* und *Carte en Perspective du Nord au Midi* (mittlere Restfehler in X- und Y-Richtung 480 m bzw. 504 m). Diese numerischen Ergebnisse zusammen mit den visuellen Produkten zeugen davon, dass die Karten und das Relief auf der gleichen vermessungstechnischen Grundlage basieren. Interessanterweise sind die Pfyffer vertrauten, zunächst vermessenen Gebiete deutlich besser abgebildet als die restlichen. Technisch gesehen ist dies ein Hinweis auf die Fehlerfortpflanzung in Richtung Karten- bzw. Reliefrand. Andererseits lässt es den Schluss zu, dass die Aufnahme der gesamten Innerschweiz wohl eine zu grosse Aufgabe für den General war. Die einsame Vermessung im unbekanntem und feindseligen Alpenraum erwies sich bestimmt viel schwieriger, als es ihm am Anfang erschienen war.

Die aufgeführten Genauigkeitsangaben von Pfyffers Landesaufnahmen mögen aus heutiger Sicht nicht sehr beeindruckend erscheinen. Doch mit dieser Genauigkeit liegt Pfyffer im Bereich anderer europäischer topographischer Werke seiner Zeit. Diejenigen in der Innerschweiz verbesserte er sogar deutlich. Um Pfyffers Ergebnisse in einem breiter gefassten Rahmen betrachten zu können, wurde in der vorliegenden Arbeit der 1802 erschienene *Atlas Suisse* mit dem gleichen Verfahren untersucht. Der Gewichtseinheitsfehler des Blatts 7 beträgt im Überlappungsbereich mit dem Relief 294 m. Wenn man bedenkt, dass der *Atlas Suisse* europaweit einen hervorragenden Ruf genießt, beeindruckt die Leistung von Pfyffer, der einige Zeit zuvor im Alleingang die Innerschweiz mit einer in der Grössenordnung vergleichbaren Genauigkeit vermäss.

7.2.5 Pfyffers Pioniertat: Flächendeckende Höhenmessungen

Bis zum ersten Viertel des 19. Jahrhunderts wurden Höhenmessungen von ein paar wenigen Wissenschaftlern vorgenommen, die auf ihren Reisen Gipfel- oder Stadthöhen mittels eines Barometers bestimmten. Die europäischen Karten gaben noch keine in Zahlen fassbare dritte Dimension wieder. Mit der 1786 herausgegebenen *Carte en Perspective du Nord au Midi* leitete Pfyffer die neue Ära der kartographischen Höhenvermittlung ein. Die 41 gut identifizierbaren Höhenkoten dieser Karte weichen von den korrespondierenden heutigen Meereshöhen um 88,6 m im Mittelwert ab. Darunter befinden sich 10 Orte, die deutlich falsch vermessen wurden (Höhendifferenz über 100 m); ohne sie ist der mittlere Höhenfehler der restlichen Punkte nur noch 33,0 m. Die Höhe seines Ausgangshorizonts – des Vierwaldstätter Sees – gibt Pfyffer mit einer hervorragenden Genauigkeit an: Der Höhenfehler beträgt nur 6 m. Eine grosse Überraschung zeigte sich bei der Betrachtung der Höhen von Eiger, Mönch, Jungfrau, Wetterhorn, Schreckhorn, Finsteraarhorn und Gross Fiescherhorn im Berner Oberland. Sie sind ohne Ausnahme korrekt identifiziert und auf wenige Meter genau vermessen. Die Höhenangaben in der Clausner-Karte (1786) sind sogar um einiges besser, als die Ergebnisse des berühmten Mathematikers und Physikers Johann Georg Tralles (1763-1822), welche auf einer 1788 durchgeführten Präzisionsbasismessung beruhen und bis weit ins 19. Jahrhundert überliefert wurden. Somit dürfte Pfyffer der Erste sein, dem es gelungen ist, die grosse wissenschaftliche Herausforderung der exakten Gipfelhöhenbestimmung in den Berner Alpen korrekt zu bewältigen.

7.3 Ausblick

Die Kartographiegeschichte ist ein spannendes Thema. Insbesondere in der Schweiz ist das Interesse an Altkarten, Reliefs und frühem kartenverwandten Material gross. Dies bezeugen unzählige Ausstellungen, Veröffentlichungen, Vorträge und Medienberichte, die von der wachsenden kartographischen Gemeinschaft – aber auch von interessierten Laien – aufmerksam verfolgt werden. Aufgrund der sich rasant entwickelnden Technologie werden die numerischen Altkartenuntersuchungen, die bis anhin vor allem den Geodäten vorbehalten waren, zunehmend auch durch Kartographen, Geographen und Kartenhistoriker durchgeführt. Die Möglichkeit, eine Altkarte einzuscannen (oder sie sogar aus einem Internetarchiv z.B. [Sammlung Ryhiner, 2003] digital zu erhalten) und sie auf einem gewöhnlichen Computer erforschen zu können, wird zu Fragen nach deren Genauigkeit und Entstehung führen. Auch im Bereich der frühen dreidimensionalen Kartographie sind neue Untersuchungen zu erwarten. Die digitale Dokumentation der Kulturgüter boomt, die Aufnahmesysteme werden genauer und zugänglicher und der Bedarf an neuen Informationen durch mehrfache Nutzung von einmal erstellten Daten wird steigen. Diese Entwicklungen lassen viele Türen für weitere Forschungsaktivitäten offen.

Im Bereich der bildbasierten 3D-Rekonstruktion wird vor allem die Automatisierung der Verfahren zur zuverlässigen und genauen Phototriangulation und Oberflächengenerierung weiter erforscht werden. Zur zügigen Aufnahme der oft ausgedehnten und detailreichen alten Reliefs mittels Laserscanning sind weitere Entwicklungen sowohl auf der Hardware- als auch an der Softwareseite nötig (Kameraintegration, automatische Verknüpfung von Einzelscans etc.). Ein wichtiges, bisher eher unterschätztes Forschungsfeld bleibt die photorealistische Visualisierung von immer umfangreicheren Datensätzen.

Unter Berücksichtigung der stark interdisziplinären Gemeinschaft, die sich mit den kartographiegeschichtlichen Genauigkeitsanalysen befasst, sollte die weitere Forschung in Richtung der Vereinfachung von komplexen Untersuchungsergebnissen gehen. So kann z.B. der Gewichtseinheitsfehler zwar zum Vergleich verschiedener Altkarten herangezogen werden, doch für die Gesamtbeurteilung von deren geometrischer Qualität sind weitere Parameter unerlässlich (Massstab, abgebildete Fläche, Orientierungsabweichung, Kartentechnik usw.). Es erscheint sinnvoll, eine mathematische Formel abzuleiten, mit welcher sich die primären numerischen Resultate für Vergleichszwecke in einer Zahl ausdrücken liessen. Zur Unterstützung von Interpretationen wäre auch die automatische Kartenaufteilung in Einzelflächen gleicher Grösse und Orientierung der Fehlervektoren von Vorteil. Forschungsbedarf besteht ebenfalls in der Weiterentwicklung der Verfahren zur numerischen Analyse von flächen- und linienförmigen Karten bzw. -Reliefobjekten.

Die Untersuchungen zur Entstehungsgeschichte des Reliefs der Urschweiz, die im dritten Teil der vorliegenden Arbeit beschrieben sind, werden mit dem Erscheinen dieser Dissertation sowie der Monographie [Bürgi, 2006] abgeschlossen. Es bleibt zu hoffen, dass die Gesamtbeurteilung dem Relief und dessen Erbauer gerecht wird und dass neue Projekte mit einer ähnlichen Fragestellung die hier dargelegten Ergebnisse vertiefen und an sie anknüpfen werden.

Literaturverzeichnis

- Alberz, J., Kreiling, W., 1989. Photogrammetrisches Taschenbuch. 4., überarbeitete und erweiterte Auflage, Wichmann Verlag, Karlsruhe, S. 40-46.
- AutoCAD 2000 DXF Reference, version u15.0.01, 2005. <http://www.autodesk.com/techpubs/autocad/dxf/>. Zuletzt zugegriffen im Februar 2005.
- Balletti, C., Guerra, F., Monti, C., 2000. Venice: New Life in an Old Map. Geometrical Analysis and Georeferenced Visualisation of Historical Maps. Geoinformatics, Magazine for Geo-IT Professionals, Nr. 7, Volume 3, S. 40-43.
- Baltsavias E. P., 1996. DeskTop Publishing Scanners. In Proceedings of the OEEPE Workshop „Application of Digital Photogrammetric Workstations“. OEEPE Official Publication No. 33, S. 75 – 97.
- Beineke, D., 2001. Verfahren zur Genauigkeitsanalyse für Altkarten. Heft 71, Universität der Bundeswehr München, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen. Studiengang Geodäsie und Geoinformation, Neubiberg.
- Bion, N., 1765. Neueröffnete mathematische Werkschule oder gründliche Anweisung wie die mathematische Instrumenten zuverfertigen und zugebrauchen sind. Aus dem Französischen übersetzt von Johann Gabriel Doppelmayr, 5. Auflage. Erste französische Ausgabe 1709.
- Böhm, J., Radouch, V., Hampacher, M., 1990. Teorie chyb a vyrovnávací počet (Fehlertheorie und Ausgleichsrechnung). Geodetický a kartografický podnik Praha.
- Böhme, R., 1998. Ringvorlesung „Geschichte der Mathematik“. Erdvermessung und Geometrie im Laufe der Zeit. <http://haegar.fh-swf.de/boehme/ringvorlesung/index.html>. Zuletzt zugegriffen im Februar 2004.
- Brachner, A. (Hrsg.), 1983. Ausstellung G. F. Brander (1713-1783). Wissenschaftliche Instrumente aus seiner Werkstatt. Deutsches Museum München.
- Bretterbauer, K., 2005. Zur Konstruktion von Verzerrungslinien mittels der multiquadratischen Methode von Hardy. In: Kartographische Nachrichten 2, S. 83-85.
- Brunner, H., 2002. Wie Sachsen vermessen wurde. Die Meilenblätter und die kursächsische Landesvermessung von 1780 bis 1825. Eine Geschichte der topographischen Kartographie in Sachsen. Dresden, Selbstverlag des Fachbereiches Vermessungswesen/Kartographie der Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden.

- Brown, D., 1971. Close-Range Camera Calibration. Photogrammetric Engineering, Vol. 37, No. 8, S. 855-866.
- Brown, L. A., 1979. The Story of Maps. Dover Publications, New York, S. 255-271.
- Bundesamt für Landestopographie, 2001. DHM25 – Das digitale Höhenmodell der Schweiz. Produktspezifikation.
- Bundesamt für Landestopographie, 2001b. Formeln und Konstanten für die Berechnung der Schweizerischen schiefachsigen Zylinderprojektion und der Transformation zwischen Koordinatensystemen. www.swisstopo.ch/data/geo/refsysd.pdf. Zuletzt zugegriffen im Juni 2004.
- Bürgi, A., 1998. Der Blick auf die Alpen: Franz Ludwig Pfyffers Relief der Urschweiz (1762 bis 1786). In: Cartographica Helvetica 18, Murten, S. 3-9.
- Bürgi, A., Cavelti Hammer, M., Wüest, O., 2000. Katalog der in der graphischen Sammlung der Zentralbibliothek Luzern aufbewahrten Blätter Franz Ludwig Pfyffers zum „Relief der Urschweiz“. Archiv des Gletschergarten Museums Luzern.
- Bürgi, A., 2006. Franz Ludwig Pfyffers „Relief der Urschweiz“ (*Arbeitstitel des Manuskripts, Publikation voraussichtlich 2006*).
- Carosio, A., 1998. Fehlertheorie und Ausgleichsrechnung, Band 1. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.
- Cavelti Hammer, M., 1998. Herstellung und Auswirkungen des Reliefs der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer. In: Cartographica Helvetica 18, Murten, S. 11-17.
- Cavelti Hammer, M., 2004. Xaver Imfeld als Reliefbauer (*in press*). In: Gebirgswelten im Zimmer. Die kulturelle Bedeutung der Reliefs in Europa, 16. bis 20. Jahrhundert. A. Bürgi, Zürich (Hrsg.).
- Cavelti Hammer, M., Feldmann, H.-U., Oehrli, M., 1997 (Hrsg.). Farbe, Licht und Schatten. Die Entwicklung der Reliefkartographie seit 1660. Sonderheft Nr. 13 der Fachzeitschrift für Kartengeschichte Cartographica Helvetica, Murten.
- Chaperon, F., Elmiger, A., 1996. Geodätische Messtechnik. Vermessungskunde. Band 1. ETH Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, S. 10.1-10.22.
- Daumas, M., 1972. Scientific instruments of the 17th and 18th centuries and their makers. Batsford, London, S. 51-56.
- Dubler, A.-M. 1975. Masse und Gewichte im Staat Luzern und in der alten Eidgenossenschaft, Luzern.
- Durheim, C. J., 1850. Sammlung trigonometrischer oder barometrisch-bestimmter absoluter Höhen der Schweiz und ihrer nähern Umgebung. Bern.

- Dürst-Rangger, A., 1966. Peter Anich, Ausstellung im Tiroler Landesmuseum Ferdinandeum Innsbruck. Katalog, Innsbruck Tyrolia, S. 9-36.
- Engelberger, M., 1969. Beitrag zur Entwicklungsgeschichte des Theodolits. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften München.
- Fäsi, J. C., 1766. Genaue und vollständige Staats- und Erdbeschreibung der ganzen helvetischen Eidgenossenschaft, derselben gemeinen Herrschaften und zugewandten Orten. Band II. Zürich, bey Orell, Gessner und Compagnie, S. 3-4.
- Ferrante, A. J., Moreira, L.F.R., Boggio Videla, J.M., Montagu, A., 1991. Computer Graphics for Engineers and Architects, Elsevier, S. 123 – 134.
- Finger, G., Mesenburg, P., Westerhausen, S., 2004. 3D-Darstellung im 17. Jahrhundert. Münster im Alerdinck'schen Plan (1636). Der Vermessungsingenieur 1/04, S. 22-26.
- Finsterwalder, R., 1988. Massstab und Genauigkeit alter Karten – gezeigt an einigen Kartierungen Bayerns. In: Cartographia Bavariae: Bayern im Bild der Karte, S. 193-211.
- Fischer, G., Schnegg, P.-A., 1994. Updating the geomagnetic survey of Switzerland. In Matériaux pour la Géologie de la Suisse. Géophysique No 27, Neuchâtel.
- Forstner, G., Oehrli, M., 1998. Graphische Darstellungen der Untersuchungsergebnisse alter Karten und die Entwicklung der Verzerrungsgitter. In: Cartographica Helvetica 17, Murten, S. 35-43.
- Fuchs, J., 1976. Die astronomischen Arbeiten Peter Anichs. In: Peter Anich, 1723-1766, der erste „Bauernkartograph“ von Tirol. Beiträge zur Kenntnis seines Lebenswerkes. Hrsg.: Kinzl., H., Innsbruck.
- Fuse, T., Shimizu, E., Morichi, S., 1998. A study on geometric correction of historical maps. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. XXXII, Part 5, S. 543-548.
- Fülscher, P., 1996. Anfänge der Photogrammetrie. In: Photogrammetrie in der Schweiz. Geschichte, Entwicklung, S. 16. Schweizerische Gesellschaft für Photogrammetrie, Bildanalyse und Fernerkundung, Bonn (Hrsg.).
- Gärtner, M., 2004. Das Wetterstein-Relief des Österreichischen Alpenvereins ... erinnert an einen „alten, graugrün verschossenen, verknüllten Hut“ (*in press*). In: Gebirgswelten im Zimmer. Die kulturelle Bedeutung der Reliefs in Europa, 16. bis 20. Jahrhundert. A. Bürgi, Zürich (Hrsg.).
- Grosjean, G., 1980. Geschichte der Kartographie. Geographisches Institut der Universität Bern, Geographica Bernensia U8, S. 113-140.
- Grün, A., 2000. Photogrammetrie Grundzüge, Photogrammetrie II. Vorlesungsskripten. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich.

- Grün, A., Bär, S., Bühner, T., 2000. DTMs Derived Automatically from DIPS. Where do we stand? *GeoInformatics, Magazine for Surveying, Mapping and GIS Professionals*, S. 36-39.
- Grün A., Roditakis, A., 2003. Visualization and Animation of Mount Everest. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. XXXIV-5/W10 (CD-ROM).
- Grün, A., Kahmen, H. (Eds.), 2003. Optical 3-D Measurement Techniques VI. Chair of Photogrammetry and Remote Sensing, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH Zurich, Volume I, S. 236-345.
- Harvey, P. D. A., 1993. Maps in Tudor England. The Public Record Office and the British Library, London, S. 54-64.
- Hillbrand, E., 2001. Zur Josephinischen Landesaufnahme. In: Rajšp, V.: Slovenija. Josephinische Landesaufnahme 1763-1787 (1804) für das Gebiet der Republik Slowenien, Ljubljana, S. IX-XII.
- Hodgkiss, A. G., 1981. Understanding Maps. A systematic history of their use and development. Davson, Kent, S. 95-99.
- Holzhalb, J. J., 1788. Supplement zu dem allgemeinen helvetisch-eidgenössischen oder schweizerischen Lexikon [von Hans Jacob Leu], Dritter Theil, H bis M. In: Zelger, Franz. Luzern im Spiegel alter Reiseschilderungen, 1757-1835. Eugen Haag Luzern, 1933, S.23.
- Imhof, E., 1981. Bildhauer der Berge. Ein Bericht über alpine Gebirgsmodelle in der Schweiz. Bern, S. 110 und 139-143.
- Imhof, E., 1945. Herstellung, Genauigkeit und Form der alten Schweizerkarten. In: Weisz, Leo: Die Schweiz auf alten Karten. Zürich, S. 233.
- Imhof, E., 1944. Hans Konrads Gygers Karte des Kantons Zürich von 1667. Sonderdruck aus der Monatsschrift Atlantis, Atlantis Verlag, Zürich.
- Imhof, V., 2001. Die Bergmodelle von Charles-François Exchaquet in Görlitz. Sonderdruck aus: Neues Lausitzisches Magazin. Zeitschrift der Oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Görlitz e. V. Neue Folge Band 4. Verlag Gunter Oettel, Görlitz – Zittau.
- Keller, D., Morf, B., 2003. Photogrammetrische Auswertung eines historischen Reliefs an digitalen Stationen. Vertiefungsblock in der Photogrammetrie, Wintersemester 2002/2003. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich.
- Kraus, K., 1982, 1996. Photogrammetrie. Band 1, Grundlagen und Standardverfahren. Band 2, Verfeinerte Methoden und Anwendungen. Dümmler Verlag, Bonn.
- Kretschmer, I., 1997. Frühe wissenschaftliche Alpenpanoramen. In: Farbe, Licht und Schatten. Die Entwicklung der Reliefkartographie seit 1660. Sonderheft Nr. 13 der Fachzeitschrift für Kartengeschichte *Cartographica Helvetica*. Murten, S. 29-30.

- Luhmann T., 2003. Nahbereichsphotogrammetrie. Grundlagen, Methoden und Anwendungen. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Luhmann, T. (Hrsg.), 2004. Photogrammetrie, Laser Scanning, Optische 3D-Messtechnik. Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2004. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Maas, H.-G., 1996. Digitale Geländemodelle. Teil II, Interpolation und Folgeprodukte. Unterlagen zum Nachdiplomkurs „Räumliche Informationssysteme“. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich.
- Maas, H.-G., 1994. A highspeed camera system for the acquisition of flow tomography sequences for 3-D least squares matching. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol. XXX, Part 5, S. 241-249.
- Manno, A., 2004. Rilievi scultorei e plastici di fortezze (*in press*). In: Gebirgswelten im Zimmer. Die kulturelle Bedeutung der Reliefs in Europa, 16. bis 20. Jahrhundert. A. Bürgi, Zürich (Hrsg.).
- Marino, A., 2004. Modelli e storia urbana (XVI-XVIII secolo) (*in press*). In: Gebirgswelten im Zimmer. Die kulturelle Bedeutung der Reliefs in Europa, 16. bis 20. Jahrhundert. A. Bürgi, Zürich (Hrsg.).
- Meiners, Ch., 1784. Briefe über die Schweiz, Theil II. Berlin, S. 127.
- Mekenkamp, Peter G. M., 1991. Die Entwicklung einer neuen Methode für die Bestimmung der Genauigkeit von alten Karten. In: 5. Kartographiehistorisches Colloquium Oldenburg 1990. W. Scharfe, H. Harms, Berlin (Hrsg.), S. 111-116.
- Meurer, P. H., 1995. Hintergründe und Analysen zu Tobias Mayers „Kritischer Karte von Deutschland“. In: Cartographica Helvetica 12, Murten, S. 19-25.
- Minow, H., 1982. Historische Vermessungsinstrumente. Ein Verzeichnis der Sammlungen in Europa. Wiesbaden.
- Morosoli, R., Sablonier, R., Furrer, B. 2003. Ägerital – seine Geschichte. Zwei Bände, Autor Band 2: Morosoli, R. Herausgegeben von den Gemeinden Oberägeri und Unterägeri. S. 129-133 (Band 2).
- Niederöst, J., 2002. Digitale Sicherheitsdokumentation des Reliefs der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer. Projektbericht. Archiv des Gletschergarten Museums Luzern sowie Kulturgüterschutz des Kantons Luzern.
- Niederöst, J., 2003. Untersuchung der Landschaftsskizzen von F. L. Pfyffer. Archiv des Gletschergarten Museums Luzern.
- Niederöst, M., Maas, H.-G., 1996. Entwurf und Erkennung von codierten Zielmarken. Tagungsband der 16. Wissenschaftlich-Technischen Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie und Fernerkundung. Oldenburg, S. 55-62.

- Niederöst, M., 2003. Detection and Reconstruction of Buildings for Automated Map Updating. IGP Mitteilung Nr. 78, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH Zürich.
- Ottiger, T., 1973. General Franz Ludwig Pfyffer von Wyher, Schöpfer des Reliefs der Ur-schweiz. Zur Geschichte des ältesten Reliefs der Schweiz. In: *Geographica Helvetica* 28, 2, S. 69-88 und in *Gletschergarten Luzern 1872-1972*. Festschrift. Zürich, S.21-40.
- Pelletier, M., 1990. La carte de Cassini: l'extraordinaire aventure de la carte de France. Pres-ses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Pelletier, M., 2001. Cartographie de la France et du monde de la Renaissance au Siècle des lumières. Bibliothèque Nationale de France, Paris.
- Pelletier, M., 2001. La Carte de Cassini: l'oeuvre scientifique et les exigences des utilisateurs. In: *Sur les traces des Cassinis*. Édition du CTHS. Sous la direction de Paul Brouzeng et Suzanne Débarbat, Paris.
- Pelletier, M., 2002. Les cartes des Cassinis. La science au service de l'État et des régions. Éditions du C.T.H.S., Paris.
- Petrie, G., 2000. GeoMag, Geographic Magnetic Calculator. Freeware zur Berechnung der magnetischen Deklination. <http://www.resurgentsoftware.com/GeoMag.html>. Zuletzt zu-gegriffen im Juni 2004.
- Petto, Ch. M., 1995. Kartographie als Staatsaufgabe – die Förderung französischer Kartogra-phen im 17. und 18. Jahrhundert. In: *Cartographica Helvetica* 12, Murten, S. 38-41.
- Pfyffer, F. L., 1761. Pfyffer an Micheli du Crest, vom 28. April bis 15. September. Landecy, Arch. Micheli, Papiers JBMC no 720bis.
- Quitt, E., 1996. Photogrammetrische Vermessung des Sandtner'schen Modells von München (1570). Einsatz des Bündelblockausgleichungsprogramms CLIC (TUM) für eine Mass-stabsuntersuchung. *Mitteilungsblatt DVW-Bayern*, 1/1996.
- Rajšp, V. (Hrsg.), 2001. Slovenija. Josephinische Landesaufnahme 1763-1787 (1804) für das Gebiet der Republik Slowenien. Ljubljana.
- Remondino, F., Niederöst, J., 2004. Generation of High-Resolution Mosaic for Photo-Realistic Texture-Mapping of Cultural Heritage 3D Models. In: *Proceedings of the 5th International Symposium on Virtual Reality, Archaeology and Cultural Heritage, VAST 2004*. K. Cain, Y. Chrysanthou, F. Niccolucci, N. Silberman (Editors).
- Rickenbacher, M., 1995. Das Alpenpanorama von Micheli du Crest – Frucht eines Versuches zur Vermessung der Schweiz im Jahre 1754. Sonderheft Nr. 8 der Fachzeitschrift für Kar-tengeschichte *Cartographica Helvetica*.
- Rickenbacher, M., 2001. Die ältesten Höhenmessungen in der Basler Landschaft. Daniel Ber-noullis Expedition auf die Wannengflue im Mai 1755. Sonderdruck aus Band 101 der „Bas-ler Zeitschrift für Geschichte und Altertumskunde“.

- Sammlung Ryhiner, 2003. Bildarchiv der Schweizer Karten, topographischen Ansichten und Pläne. Stadt- und Universitätsbibliothek Bern. Online Katalog, <http://www.stub.unibe.ch/stub/ryhiner/>. Zuletzt zugegriffen im März 2004.
- Sauerbier, M., Lambers, K., 2003. A 3D model of the Nasca lines at Palpa (Peru). *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. XXXIV-5/W10 (CD-ROM).
- Sauerbier, M., 2004. Accuracy of automated aerotriangulation and DTM generation for low textured imagery. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. XXXV/B2, pp. 521-527.
- Schmid, H., Heggli, S., 1978. Räumliche Koordinatentransformation. Eine Pseudolineare Formulierung als Annäherungslösung und eine strenge Ausgleichung mit entsprechendem Fortran-Programm. IGP Mitteilungen 23, ETH Zürich.
- Shene, C.-K., 2003. Geometric Transformations. Introduction to Computing with Geometry Notes. <http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/>. Zuletzt zugegriffen im April 2005.
- Shewchuk, J.R., 2004. Triangle: A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator. <http://www-2.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>. Zuletzt zugegriffen im November 2004.
- Shimizu, E., Fuse, T., Shirai, K., 1999. Development of GIS integrated historical map analysis system. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. XXXII, Part 5-3W12, S. 79-84.
- SIK (Schweizerisches Institut für Kunstwissenschaft, Zürich), 1998. Untersuchungsbericht Nr. 29'139 Franz Ludwig Pfyffer: „Relief der Urschweiz“. Archiv des Gletschergarten-Museums Luzern.
- Stacey, F.-D., 1977. *Physics of the Earth*. Second Edition, Wiley & Sons, Inc., New York, S. 221-227.
- Steiner, Ch., 1994. Genauigkeitsanalyse des Atlas Tyrolensis. Diplomarbeit. Technische Universität Wien, Studienrichtung Vermessungswesen, Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik, Abteilung Theoretische Geodäsie.
- Studer, Bernhard, 1863. *Geschichte der physischen Geographie der Schweiz: bis 1815*. Bern, Stämpfli; Zürich, Schulthes, S. 294-306.
- Tralles, J. G., 1790. Bestimmung der Höhen der bekannten Berge des Canton Bern. Bern, im Verlage der litterarischen und topographischen Gesellschaft, 156 S., inklusive *Plan der Dreyecke für die Bestim[m]ung der Höhen einiger Berge des Canton Bern*.
- Viganò, M., 2004. Le fortezze in casa. Modelli di piazzeforti tra guerra e conoscenza del territorio (XVI-XIX secolo) (*in press*). In: *Gebirgswelten im Zimmer. Die kulturelle Bedeutung der Reliefs in Europa, 16. bis 20. Jahrhundert*. A. Bürgi, Zürich (Hrsg.).

- Warmoes, I., 2003. Conférence à la mairie de Blaye (29 novembre 2003). La collection des plans-reliefs de Louis XIV. http://www.blaye.net/plans_relief1.htm. Zuletzt zugegriffen im September 2004.
- Warmoes, I., 2004. La question de la représentation du relief chez les ingénieurs militaires, à travers la collection des plans-reliefs français (XVII^e-XIX^e siècles) (*in press*). In: Gebirgs-
welten im Zimmer. Die kulturelle Bedeutung der Reliefs in Europa, 16. bis 20. Jahrhun-
dert. A. Bürgi, Zürich (Hrsg.).
- Weber, P. X., 1912. Franz Ludwig Pfyffer von Wyer. General-Lieutenant und Topograph,
1716-1802. In: Der Geschichtsfreund 67, S.115- 158.
- Wolf, R., 1879. Geschichte der Vermessungen in der Schweiz als historische Einleitung zu
den Arbeiten der schweizerischen geodätischen Commission.
- Wüest, O., Tschudin, F., 2004. Untersuchungen des Wasserzeichens des *Plan du Canton de
Zug* sowie der Skizzen von Pfyffer. Archiv des Gletschergarten-Museums Luzern.
- Zölly, H., 1948. Geschichte der geodätischen Grundlagen für Karten und Vermessungen in
der Schweiz, Bern, 1948, S. 9-65.

Lebenslauf

Name: Jana Niederöst
Geburtsdatum: 31.1.1972
Geburtsort: Prag, Tschechische Republik
Nationalität: Slowakin
Zivilstand: Verheiratet

Ausbildung und Berufsweg:

1999-2005	Doktorandin und Unterrichtsassistentin am Lehrstuhl für Photogrammetrie und Fernerkundung am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich, Schweiz
1997-1999	Analytikerin bei der Entwicklung von Geographischen Informationssystemen (GIS) für Leitungskataster bei der Corinex Group AG, Bratislava, Slowakei
1996-1997	GIS-Spezialistin bei der ArtInApples GmbH (objekt-orientierte Informationstechnologien) in Bratislava, Slowakei
1995-1997	Unterrichtsassistentin am Lehrstuhl für Geoinformationssysteme der Slowakischen Technischen Universität in Bratislava, Slowakei
1995-1996	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Forschungsinstitut für Geodäsie und Kartographie in Bratislava, Slowakei
1990-1995	Studium der Geodäsie und Kartographie an der Slowakischen Technischen Universität in Bratislava, Slowakei
1986-1990	Gymnasium in Martin, Slowakei
1978-1986	Grundschule in Martin, Slowakei

Dank

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Tätigkeit als Doktorandin und Unterrichtsassistentin am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie an der ETH Zürich entstanden. Ein besonderer Dank gilt meinem Referenten Prof. Dr. Armin Grün, der mir ein ideales Forschungsumfeld zur Verfügung gestellt hat. Seine Hinweise und kritischen Anregungen im Bereich der 3D-Objektrekonstruktion, Ausgleichsrechnung und mathematischen Statistik haben zum Gelingen dieser Dissertation sehr viel beigetragen.

Ein grosser Dank geht an meine Projektpartner und Korreferenten Dr. Andreas Bürgi und Madlena Cavelti Hammer, lic. phil. II für die stetige Diskussionsbereitschaft und die zahlreichen Verbesserungsvorschläge aus kartographiehistorischer Sicht. Dem Direktor des Gletschergarten Museums in Luzern Peter Wick, lic. phil. II und seinem wissenschaftlichen Mitarbeiter Oscar Wüest gebührt Dank für ihre jederzeit vorhandene hilfreiche Projektunterstützung. Die Arbeit in diesem interdisziplinären Team war für mich sehr motivierend und herausfordernd.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinem Korreferenten Prof. Dr. Lorenz Hurni vom Institut für Kartographie der ETH Zürich für die konstruktiven Anregungen bei der Korrektur des Manuskripts.

Mein Kollege dipl. Ing. ETH Martin Rickenbacher von swisstopo in Bern, Leiter der Arbeitsgruppe für Kartengeschichte der SGK (Schweizerische Gesellschaft für Kartographie), hat mich mit seinem Enthusiasmus und kundiger Kritik immer wieder angespornt. Zudem hat er mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Programm DiGrid viele Altkarten analysiert und mir wertvolle Tipps zur Verbesserung zukommen lassen. Herzlichen Dank.

Ein weiterer Dank gilt den jetzigen und ehemaligen Mitarbeitern der Professur für Photogrammetrie und Fernerkundung der ETH. Ich hatte nicht nur die Möglichkeit, neue Länder und Kulturen kennen zu lernen und eine unvergessliche Zeit zu erleben, sondern auch in fachlicher Hinsicht von der Erfahrung und Hilfsbereitschaft meiner Kollegen zu profitieren.

Und schliesslich ein Dank an meine beiden Familien in der Slowakei und in der Schweiz, die mich immer unterstützt und motiviert haben. Ganz besonders bedanke ich mich bei meinem Mann Markus, der alles Niedergeschriebene gelesen und es sowohl einer sprachlichen als auch einer fachlichen Überprüfung unterzogen hat. Ohne ihn wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Anhang A

Verwendete alte Einheiten

Das französische Masssystem:¹

1 toise (Klafter), in 6 pieds du Roi (Fuss) aufgeteilt: 1,94904 m
1 pied du Roi, in 12 pouces (Zoll) aufgeteilt: 0,32484 m
1 pouce, in 12 lignes (Linien) aufgeteilt: 0,02707 m
1 ligne, in 12 points (Punkte) aufgeteilt: 0,00225 m

Die Längen- und Landvermessungsmasse im Kanton Luzern:²

1 Klafter (la toise), in 6 rheinländische Fuss unterteilt: 1,88 m
1 Rute (la perche), in 10 rheinländische Fuss unterteilt: 3,14 m
1 rheinländischer Fuss: 0,3140 m
1 Stadtfuss (Luzerner Mass): 0,2842 m

Das Josephinische Masssystem:³

1 Wiener Klafter, in 72 Wiener Zoll aufgeteilt: 1,896 m
1 Wiener Zoll: 0,0263 m

Andere alte Einheiten:

1 sächsische Elle: 56,638 cm; 12'000 Ellen ergeben eine kleine sächsische Meile (6796,56)⁴
1 dänische Elle: 62,738 cm⁵

¹ [Pelletier, 1990]

² [Dubler, 1975]

³ [Rajšp, 2001]

⁴ [Brunner, 2002]

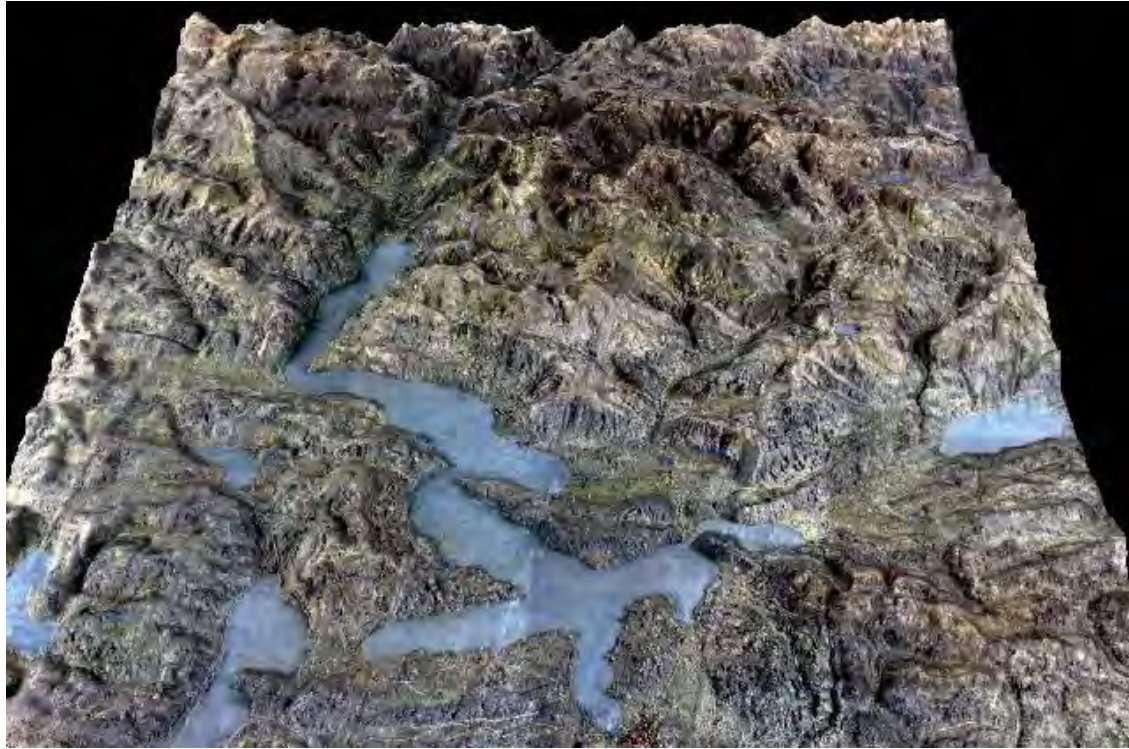
⁵ [Brown, 1979]

Anhang B

Das Relief der Urschweiz und die zeitgenössischen Karten: Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse

B1.	Das Relief der Urschweiz von F. L. Pfyffer.....	b-3
B2.	<i>Carte originale du Général Pfyffer</i>	b-7
B3.	Fragment einer Manuskriptkarte von F. L. Pfyffer	b-11
B4.	<i>Plan du Canton de Zug</i> von F. L. Pfyffer.....	b-15
B5.	<i>Carte en Perspective du Nord au Midi</i> von J. J. Clausner	b-19
B6.	<i>Atlas Suisse</i> von J. R. Meyer, J. H. Weiss und J. E. Müller.....	b-23

B1. Das Relief der Urschweiz von F. L. Pfyffer



Das Relief der Urschweiz: Ansichten des virtuellen Modells.

Allgemeine Angaben

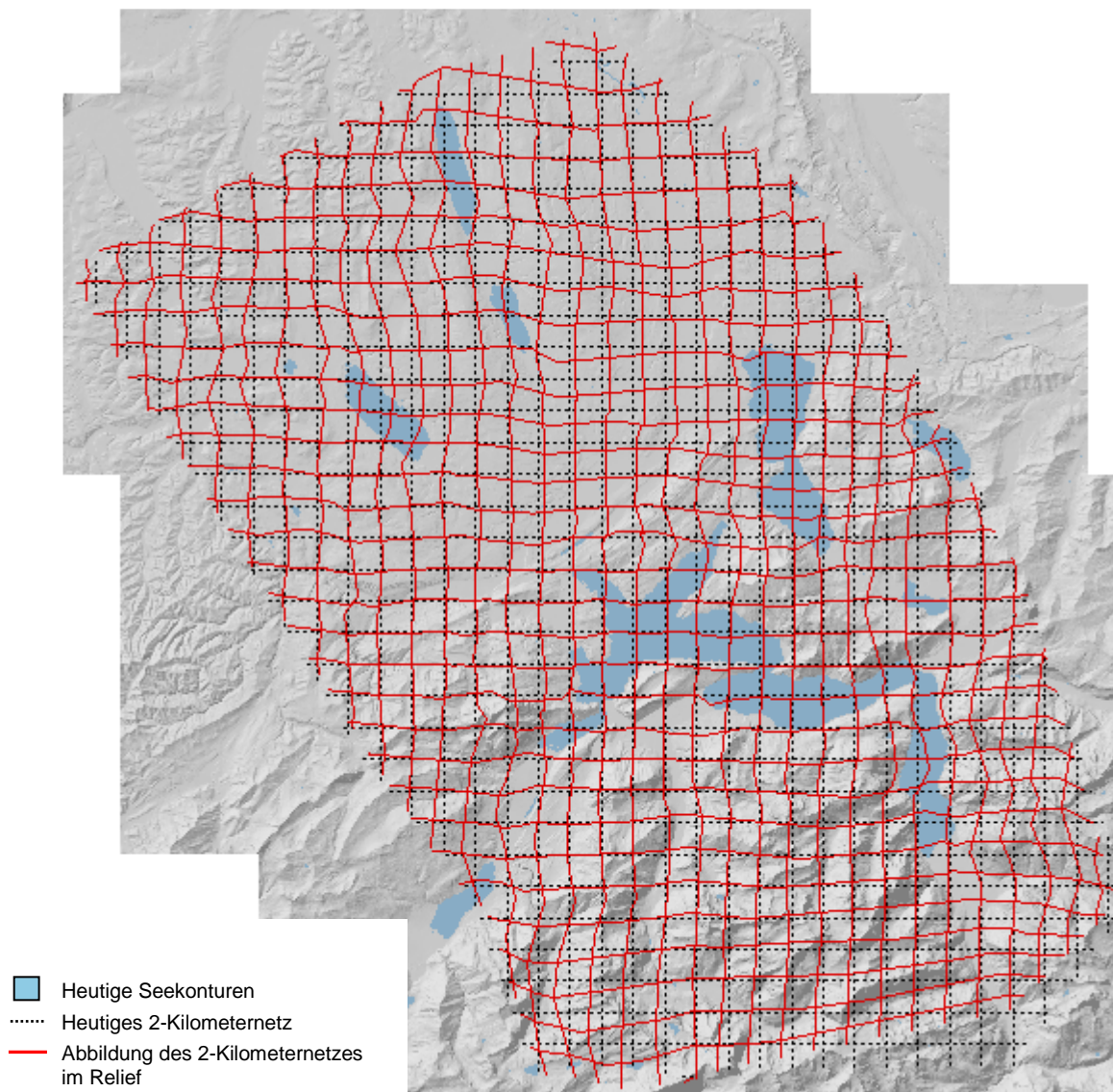
Autor:	Franz Ludwig Pfyffer
Jahr der Fertigstellung:	1786
Abgebildetes Gebiet:	Innerschweiz
Grösse:	670 cm x 390 cm
Orientierung:	Süden, Abweichung etwa 30,5°
Standort:	Das Relief ist seit 1873 im Gletschergarten-Museum Luzern ausgestellt. Leihgabe der Korporation Luzern.

Metrische Parameter des Reliefs

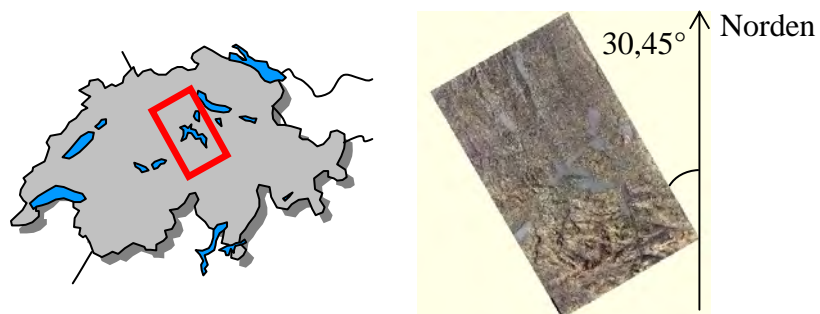
Anzahl identischer Punkte:	208
Koordinatentransformation:	Ausgleichende gewichtete 3D-Affintransformation
Massstabzahl in X-Richtung:	11'691 (± 19)
Massstabzahl in Y-Richtung:	11'594 (± 21)
Massstabzahl in der Höhe:	11'256 (± 733)
Orientierungsabweichung (im Gegenuhrzeigersinn vom Norden):	30,45° ($\pm 0,16^\circ$)
Scherungswinkel in der XY-Ebene¹:	0,72° ($\pm 0,17^\circ$)
Genauigkeit:	
A. Gewichteinheitsfehler s_0 und mittlere Restfehler in X, Y- und Z-Richtung s_x, s_y und s_z	399 m (34,3 mm im Relief) In X-Richtung: 480 m (41,0 mm im Relief) In Y-Richtung: 504 m (43,4 mm im Relief) In der Höhe: 114 m (10,0 mm im Relief)
B. Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x, d_y und d_z	In X-Richtung: 363 m (31,0 mm im Relief) In Y-Richtung: 327 m (28,2 mm im Relief) In der Höhe: 76 m (6,8 mm im Relief)
C. Mittlerer Lagefehler s_{xy} und der mittlere räumliche Punktfehler s_{xyz}	696 m (59,6 mm im Relief) 705 m (60,6 mm im Relief)
D. Anzahl Punkte mit der Abweichung	
(a) $0 \cdot s_0 - 1 \cdot s_0$	(a) 87 Punkte
(b) $1 \cdot s_0 - 2 \cdot s_0$	(b) 75 Punkte
(c) $2 \cdot s_0 - 3 \cdot s_0$	(c) 37 Punkte
(d) $> 3 \cdot s_0$	(d) 9 Punkte

¹ Die restlichen zwei Scherungswinkel erwiesen sich anhand des t-Tests auf dem Hypothesenniveau von $\alpha=5\%$ als nicht signifikant (vgl. Kapitel 4.2.3).

Visualisierung der Genauigkeitsanalyse



Verzerrungsgitter des Reliefs der Urschweiz auf dem Hintergrund des heutigen digitalen Höhenmodells (DHM25, © swisstopo, Visualisierung im modernen Koordinatensystem). Die grauen gepunkteten Linien stellen das heutige 2-Kilometernetz dar. Die roten Linien zeigen das verzerrte Koordinatennetz des Reliefs.



Das im Relief dargestellte Gebiet der Schweiz und die Reliefabweichung von Norden.

Analyse der Seedarstellung



Visuelle Beurteilung der Seedarstellung: Überlagerung eines Teils des Reliefs mit den heutigen Seekonturen (blaue Linien).

	V [m]	D [m]	(1) [%]	(2) [%]	(3) [%]
Ägerisee	594	188	76,0%	24,0%	16,4%
Baldegger See	232	180	63,4%	36,6%	7,8%
Hallwiler See	1091	123	88,3%	11,7%	11,6%
Lauerzer See	1460	172	77,3%	22,7%	45,0%
Mauensee	819	74	41,6%	58,4%	2,8%
Melchsee	448	59	61,0%	39,0%	7,2%
Rotsee	408	43	64,1%	35,9%	14,1%
Sarner See	136	188	99,6%	0,4%	40,8%
Sempacher See	734	140	82,9%	17,1%	2,0%
Soppensee	717	56	82,1%	17,9%	32,5%
Tannensee	694	56	73,7%	26,3%	31,8%
Türlersee	394	121	51,4%	48,6%	42,7%
Vierwaldstätter See	429	336	72,3%	27,7%	16,7%
Zuger See	129	330	69,6%	30,4%	6,7%
Durchschnitt	455	175	75,9%	24,1%	24,7%

V: Verschiebung des Schwerpunktes in Meter

D: Durchschnittliche Differenz (nicht gemeinsame Flächen geteilt durch den heutigen Seeperimeter) in m

(1): Gemeinsame Fläche in % der heutigen Seefläche (soll möglichst gross sein)

(2): Seefläche in der heutigen Karte, aber nicht im Relief in % der heutigen Seefläche (soll möglichst klein sein)

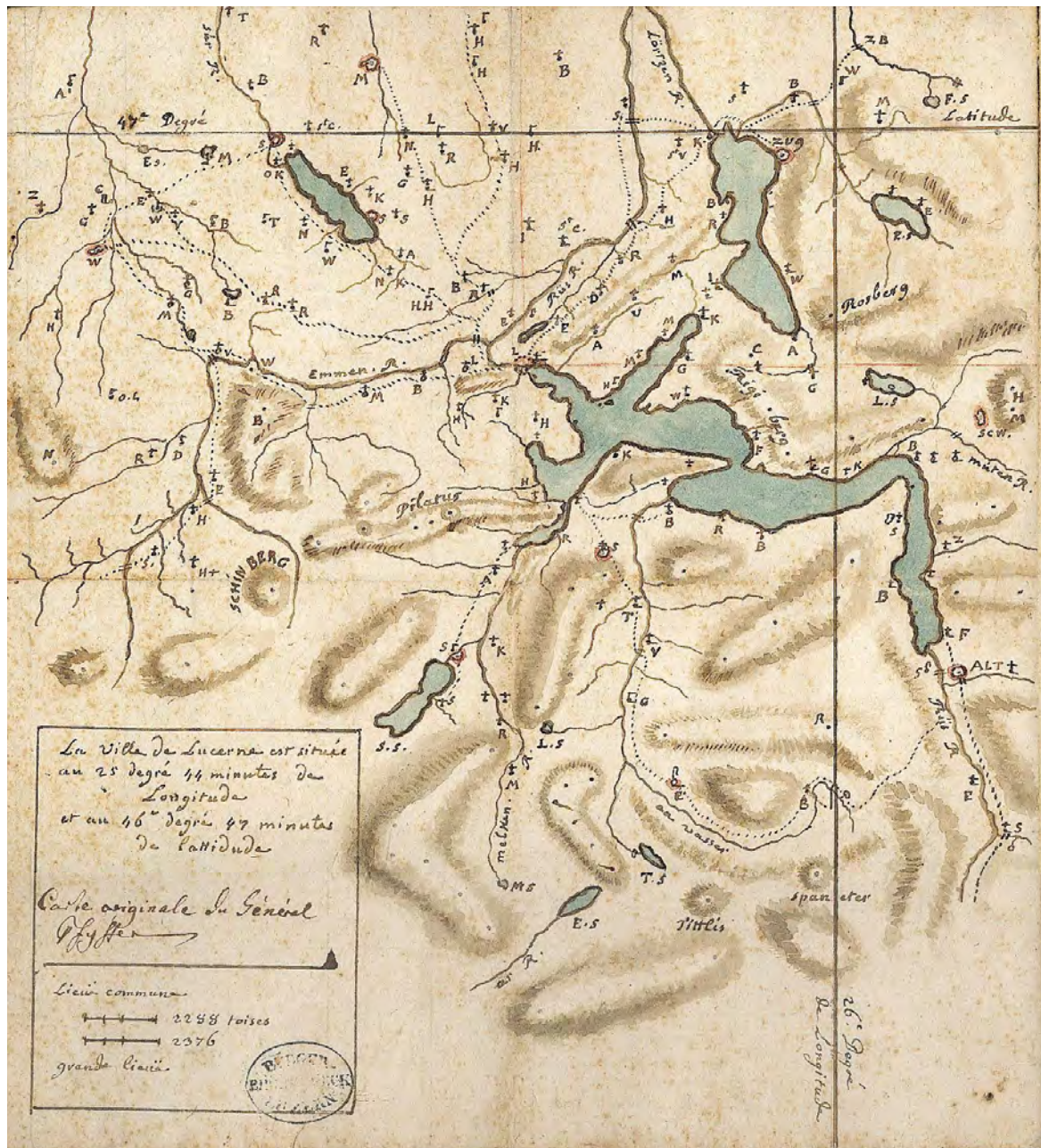
(3): Seefläche im Relief, aber nicht in der heutigen Karte in % der heutigen Seefläche (soll möglichst klein sein)

Gesamte relative Formunähnlichkeit in % der heutigen Seefläche = (2) + (3)

Die Werte von D sowie (1), (2) und (3) wurden für die auf den heutigen Schwerpunkt verschobenen Seeabbildungen berechnet

Quantitative Beurteilung der Seedarstellung: Verschiebung des Schwerpunktes, durchschnittliche Differenz und Flächenvergleich.

B2. Carte originale du Général Pfyffer



Carte originale du Général Pfyffer (gesamtes Kartenbild, auf ca. 60% verkleinert)¹.

¹ © ZHB Luzern, Sondersammlung Handschriften & Alte Drucke, BB Ms.439.fol., Bl. 93 (Depositum Korporationsgemeinde Luzern).

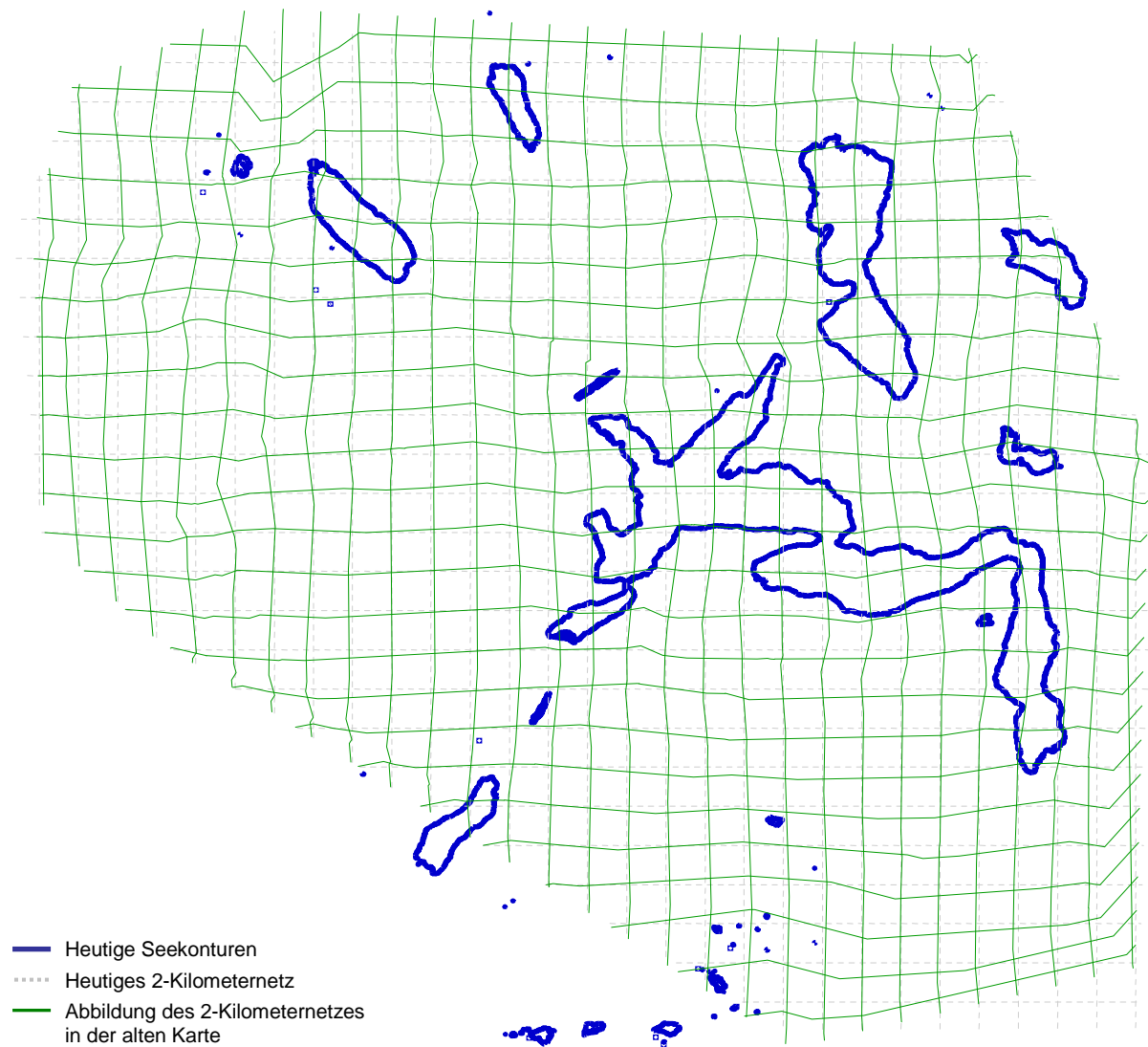
Allgemeine Angaben

Kartentitel (Vermerk):	<i>La ville de Lucerne est située au 25 degré 44 minutes de Longitude et au 46 degré 41 minutes de l'altitude. Carte originale du Général Pfyffer.</i>
Autor:	Franz Ludwig Pfyffer
Erscheinungsjahr:	Unbekannt, wahrscheinlich vor der Fertigstellung des Reliefs in den 1770er Jahren
Abgebildetes Gebiet:	Relief der Urschweiz ohne den nördlichen Teil
Kartengrösse:	ca. 25 cm x 27 cm
Kartentechnik:	Kolorierte Aquarellzeichnung. Rechts neben dem Kartenbild befindet sich eine Liste mit den Ortsbezeichnungen in alphabetischer Reihenfolge.
Orientierung:	Norden
Kartenstandort:	Zentral- und Hochschulbibliothek Luzern

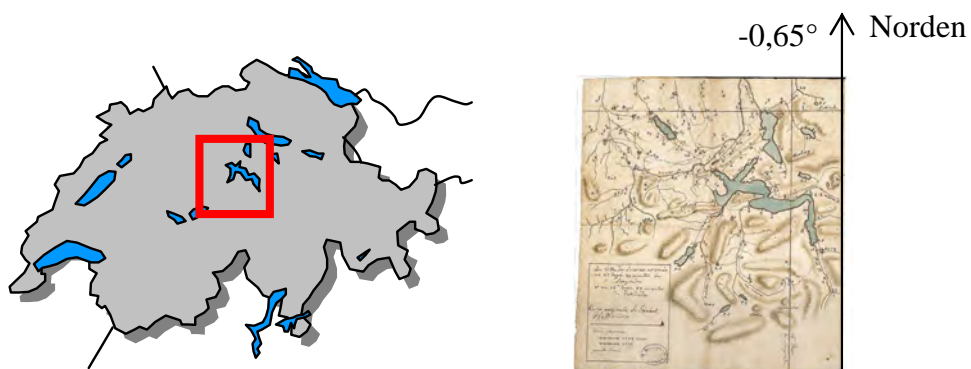
Metrische Parameter der Karte

Anzahl identischer Punkte:	115
Koordinatentransformation:	Ausgleichende gewichtete Affintransformation (6 Parameter)
Massstabzahl in X-Richtung:	244'698 (± 710)
Massstabzahl in Y-Richtung:	249'153 (± 964)
Orientierungsabweichung (im Gegenuhrzeigersinn vom Norden):	$-0,65^\circ$ ($\pm 0,22^\circ$)
Abweichung vom rechten Winkel:	$-0,42^\circ$
Genauigkeit:	
A. Gewichteinheitsfehler s_θ und mittlere Restfehler in X und Y-Richtung s_x und s_y	462 m (1,9 mm in der Karte) In X-Richtung: 392 m (1,6 mm in der Karte) In Y-Richtung: 535 m (2,2 mm in der Karte)
B. Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x und d_y	In X-Richtung: 302 m (1,2 mm in der Karte) In Y-Richtung: 352 m (1,4 mm in der Karte)
C. Mittlerer Lagefehler s_{xy}	663 m (2,7 mm in der Karte)
D. Anzahl Punkte mit der Abweichung	
(a) $0 \cdot s_0 - 1 \cdot s_0$	(a) 63 Punkte
(b) $1 \cdot s_0 - 2 \cdot s_0$	(b) 42 Punkte
(c) $2 \cdot s_0 - 3 \cdot s_0$	(c) 7 Punkte
(d) $> 3 \cdot s_0$	(d) 3 Punkte

Visualisierung der Genauigkeitsanalyse

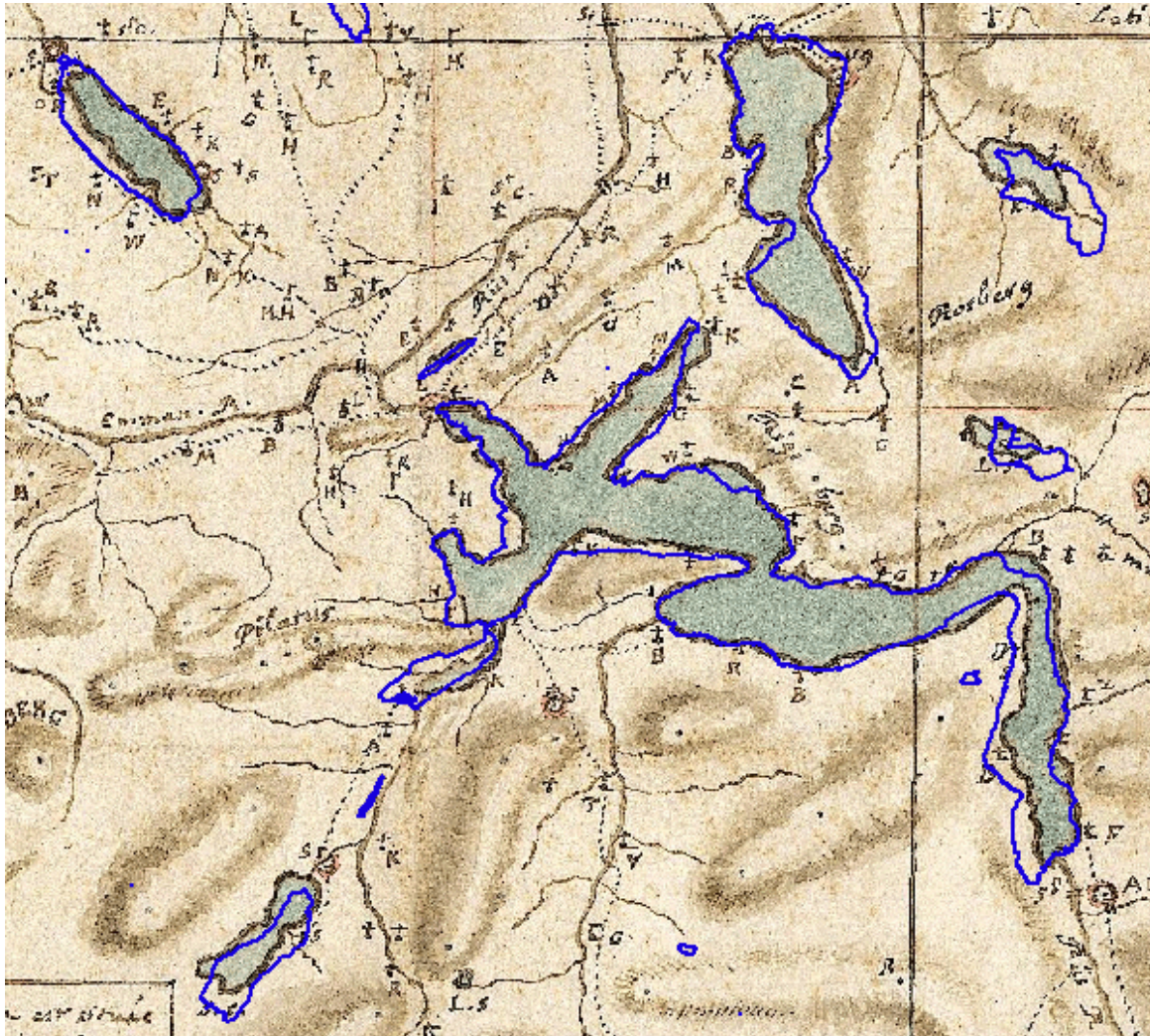


Verzerrungsgitter der untersuchten Karte im modernen Koordinatensystem. Die grauen gepunkteten Linien zeigen das heutige 2-Kilometernetz. Die grünen Linien bilden das entsprechende (verzerrte) Koordinatennetz der alten Karte ab.



Das in der Karte dargestellte Gebiet der Schweiz und die Kartenabweichung von Norden.

Analyse der Seedarstellung



Visuelle Beurteilung der Seedarstellung: Überlagerung der Altkarte mit den heutigen Seekonturen (blaue Linien).

	V [m]	D [m]	(1) [%]	(2) [%]	(3) [%]
Ägerisee	1671	160	70,0%	30,0%	4,2%
Lauerzer See	1076	109	76,9%	23,1%	19,5%
Rotsee	1076	110	89,3%	10,7%	114,1%
Sarner See	934	168	89,0%	11,0%	25,5%
Sempacher See	481	160	82,4%	17,6%	4,2%
Vierwaldstätter See	472	220	85,0%	15,0%	13,6%
Zuger See	313	175	85,0%	15,0%	4,6%
Durchschnitt	860	157	82,5%	17,5%	26,5%

V: Verschiebung des Schwerpunktes in Meter

D: Durchschnittliche Differenz (nicht gemeinsame Flächen geteilt durch den heutigen Seeperimeter) in m

(1): Gemeinsame Fläche in % der heutigen Seefläche (soll möglichst gross sein)

(2): Seefläche in der heutigen, aber nicht in der alten Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

(3): Seefläche in der alten, aber nicht in der heutigen Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

Gesamte relative Formunähnlichkeit in % der heutigen Seefläche = (2) + (3)

Die Werte von D sowie (1), (2) und (3) wurden für die auf den heutigen Schwerpunkt verschobenen Seeabbildungen berechnet

Quantitative Beurteilung der Seedarstellung: Verschiebung des Schwerpunktes, durchschnittliche Differenz und Flächenvergleich.

B3. Fragment einer Manuskriptkarte von F. L. Pfyffer



Fragment der Karte des Rengg-Gebiets, oben das gesamte auf ca. 30 % verkleinerte Kartenbild, unten ein Ausschnitt in Originalgrösse.

Allgemeine Angaben

Kartentitel:	Ohne Titel
Autor:	Franz Ludwig Pfyffer
Erscheinungsjahr:	Unbekannt. Die Karte wurde bei der Restaurierung im Inneren des Reliefs gefunden; sie muss also vor der Fertigstellung der südlichen Relieftteile in den 1760-1770er Jahren gezeichnet worden sein.
Abgebildetes Gebiet:	Luzern, Rotsee, Renggloch, Hergiswald
Kartengrösse und -technik:	ca. 48 cm x 20 cm / kolorierte Aquarellzeichnung
Orientierung:	Süden, Abweichung etwa 15,5°
Kartenstandort:	Archiv des Gletschergarten-Museums Luzern

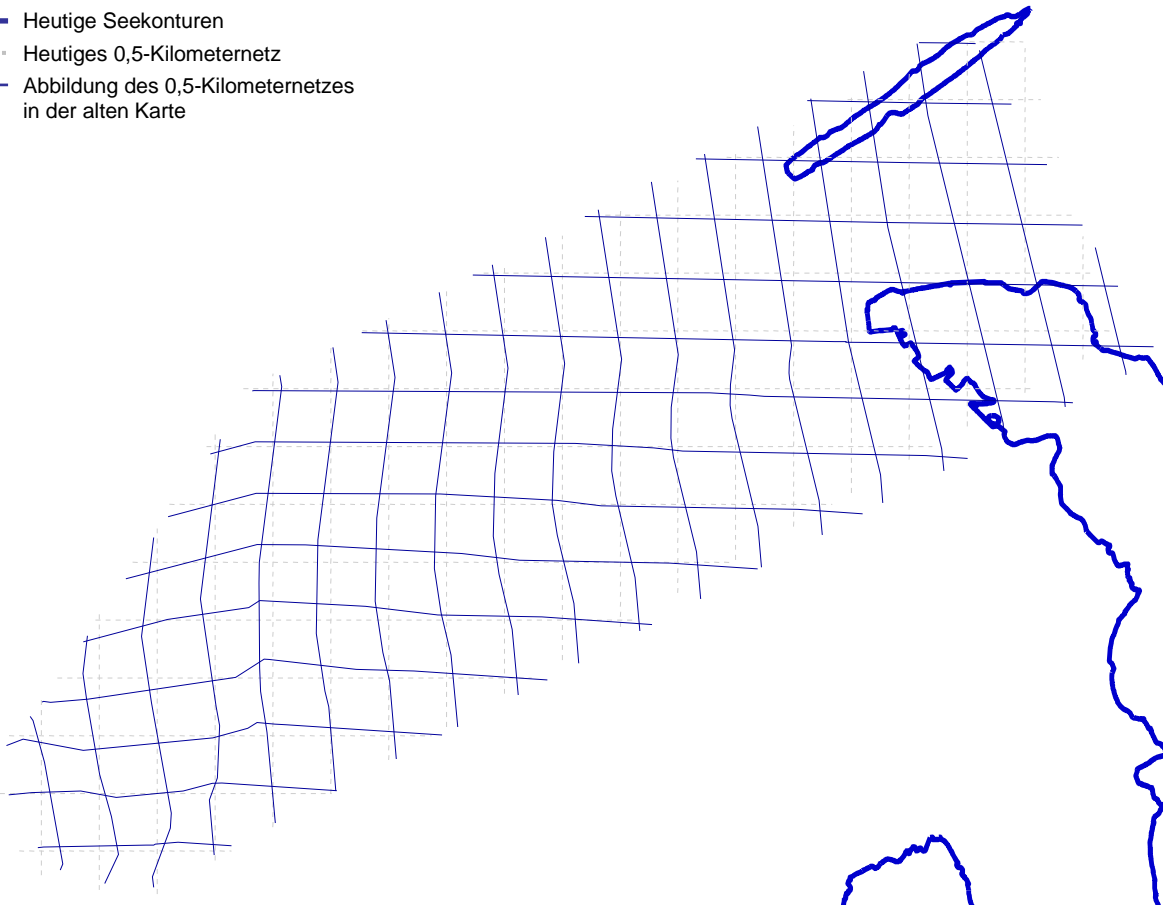
Metrische Parameter der Karte

Anzahl identischer Punkte:	14
Koordinatentransformation:	Ausgleichende gewichtete Affintransformation (5 Parameter)*
Massstabzahl in X-Richtung:	36'057 (± 482)
Massstabzahl in Y-Richtung:	33'300 ($\pm 1'476$)
Orientierungsabweichung (im Gegenuhrzeigersinn vom Norden):	15,29° ($\pm 0,90^\circ$)
Abweichung vom rechten Winkel:	Mit der 5-Parameter Affintransf. nicht bestimmbar
Genauigkeit:	
A. Gewichteinheitsfehler s_0 und mittlere Restfehler in X und Y-Richtung s_x und s_y	158 m (4,5 mm in der Karte) In X-Richtung: 216 m (6,0 mm in der Karte) In Y-Richtung: 132 m (4,0 mm in der Karte)
B. Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x und d_y	In X-Richtung: 132 m (3,8 mm in der Karte) In Y-Richtung: 84 m (2,4 mm in der Karte)
C. Mittlerer Lagefehler s_{xy}	253 m (7,2 mm in der Karte)
D. Anzahl Punkte mit der Abweichung	
(a) $0 \cdot s_0 - 1 \cdot s_0$	(a) 7 Punkte
(b) $1 \cdot s_0 - 2 \cdot s_0$	(b) 5 Punkte
(c) $2 \cdot s_0 - 3 \cdot s_0$	(c) 2 Punkte
(d) $> 3 \cdot s_0$	(d) 0 Punkte

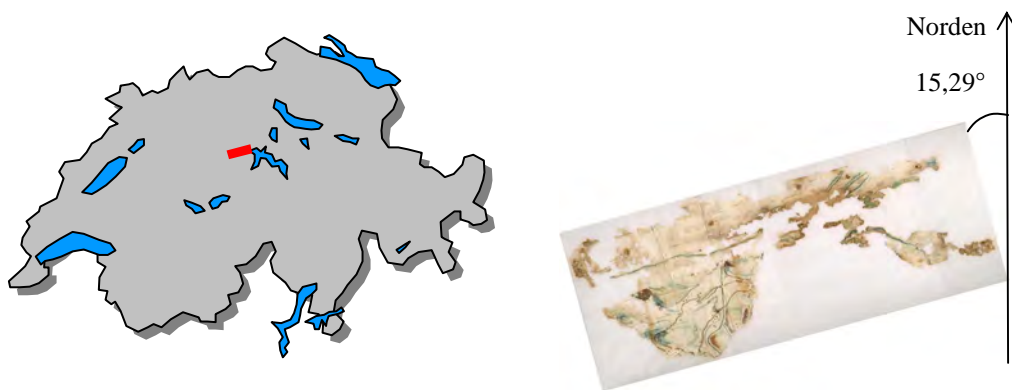
* Die 5-Parameter Affintransformation wurde der 6-Parameter Affintransformation aufgrund der grossen Kartenabweichung vom rechten Winkel ($-7,91^\circ$) vorgezogen (siehe Abschluss des Kapitels 5.5).

Visualisierung der Genauigkeitsanalyse

- Heutige Seekonturen
- Heutiges 0,5-Kilometernetz
- Abbildung des 0,5-Kilometernetzes in der alten Karte



Verzerrungsgitter der untersuchten Karte im modernen Koordinatensystem. Die grauen gepunkteten Linien stellen das heutige 0,5-Kilometernetz dar. Die dunkelblauen Linien zeigen das entsprechende (verzerrte) Koordinatennetz der alten Karte.



Das in der Karte dargestellte Gebiet der Schweiz und die Kartenabweichung von Norden.

B4. Plan du Canton de Zug von F. L. Pfyffer



Plan du Canton de Zug (das gesamte Kartenbild, auf ca. 30% verkleinert).

Allgemeine Angaben

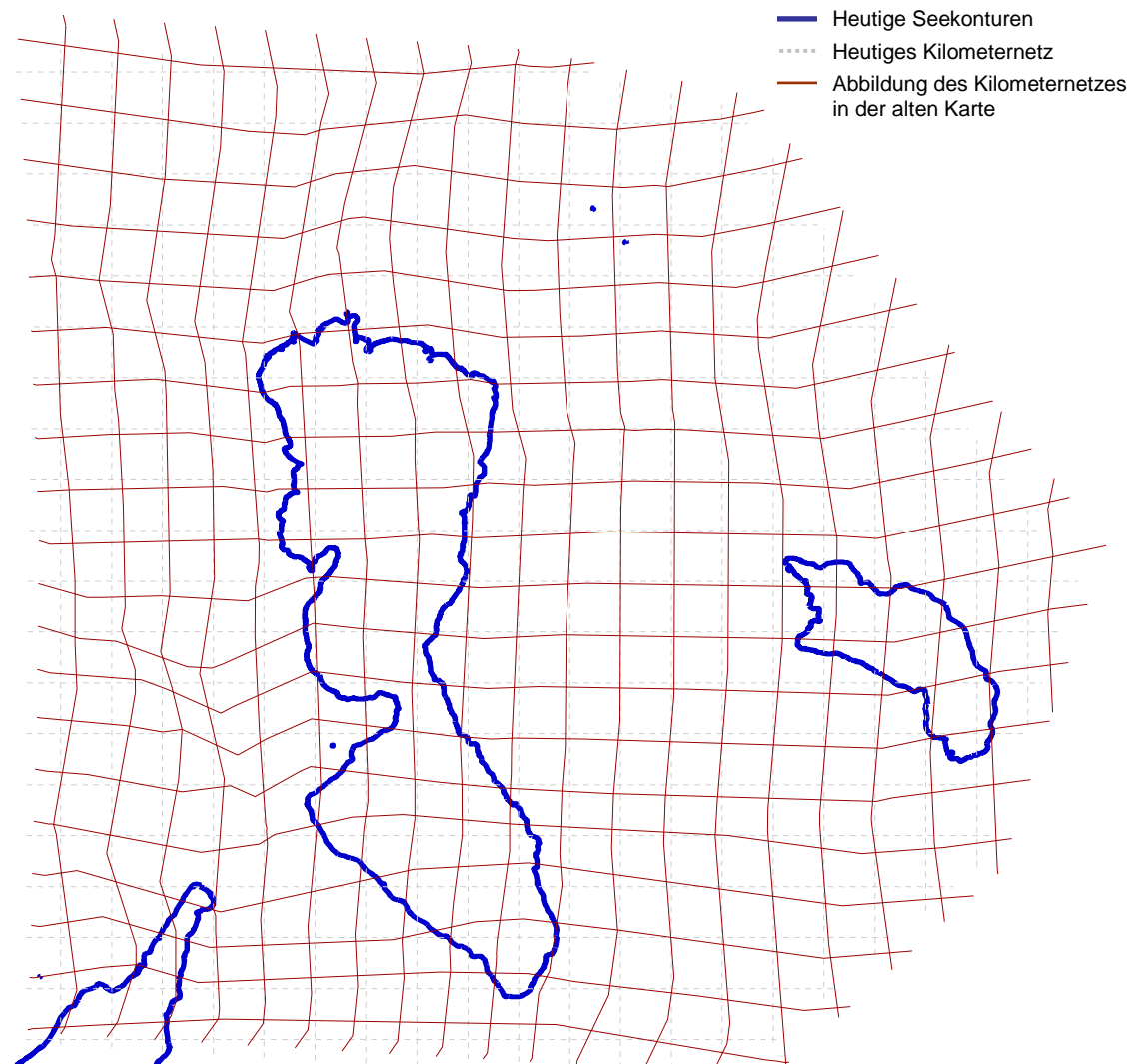
Kartentitel:	<i>Plan du Canton de Zug</i>
Autor:	Franz Ludwig Pfyffer
Erscheinungsjahr:	Unbekannt. Die Karte wurde im Privatarchiv der Familie Landtwing in Zug gefunden. Franz Fidel Landtwing (1714-1782) hat selber Karten vom Kanton Zug gezeichnet und stand mit Pfyffer in Verbindung.
Abgebildetes Gebiet:	Kanton Zug
Kartengrösse und -technik:	ca. 55 cm x 45 cm / kolorierte Aquarellzeichnung
Orientierung:	Süden
Kartenstandort:	Zur Zeit im Archiv des Gletschergarten-Museum Luzern (geht später wahrscheinlich wieder an den Besitzer Herrn Landwing zurück).

Metrische Parameter der Karte

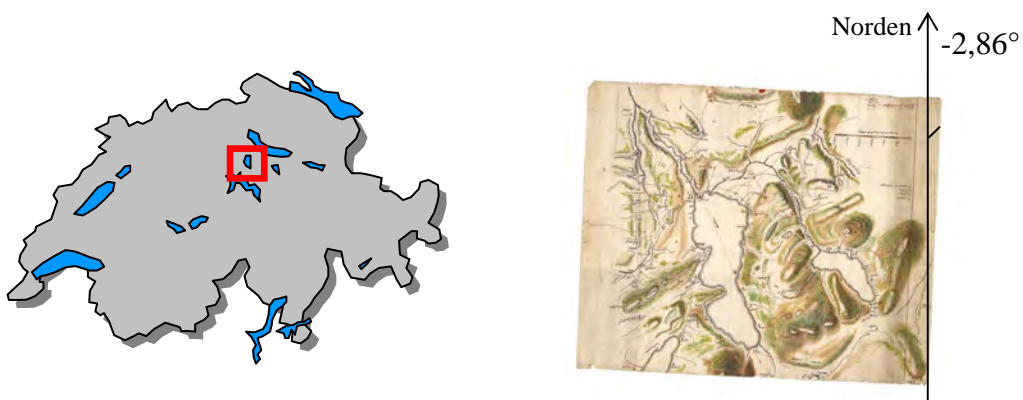
Anzahl identischer Punkte:	40
Koordinatentransformation:	Ausgleichende gewichtete Ähnlichkeitstransformation (4 Parameter)*
Masstabzahl (in X- und Y-Richt.)	50'113 (± 312)
Orientierungsabweichung (im Gegenuhrzeigersinn vom Norden):	$-2,86^\circ$ ($\pm 0,36^\circ$)
Abweichung vom rechten Winkel:	Mit der Ähnlichkeitstranf. nicht bestimmbar
Genauigkeit:	
A. Gewichteinheitsfehler s_θ und mittlere Restfehler in X und Y-Richtung s_x und s_y	325 m (6,5 mm in der Karte) In X-Richtung: 327 m (6,5 mm in der Karte) In Y-Richtung: 341 m (6,8 mm in der Karte)
B. Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x und d_y	In X-Richtung: 243 m (4,8 mm in der Karte) In Y-Richtung: 266 m (5,3 mm in der Karte)
C. Mittlerer Lagefehler s_{xy}	472 m (9,4 mm in der Karte)
D. Anzahl Punkte mit der Abweichung	
(a) $0 \cdot s_0 - 1 \cdot s_0$	(a) 16 Punkte
(b) $1 \cdot s_0 - 2 \cdot s_0$	(b) 19 Punkte
(c) $2 \cdot s_0 - 3 \cdot s_0$	(c) 5 Punkte
(d) $> 3 \cdot s_0$	(d) 0 Punkte

* Die Ähnlichkeitstransformation hat bei dieser Karte zu besseren Ergebnissen geführt als die 6-Parameter Affintransformation (siehe Abschluss des Kapitels 5.5).

Visualisierung der Genauigkeitsanalyse

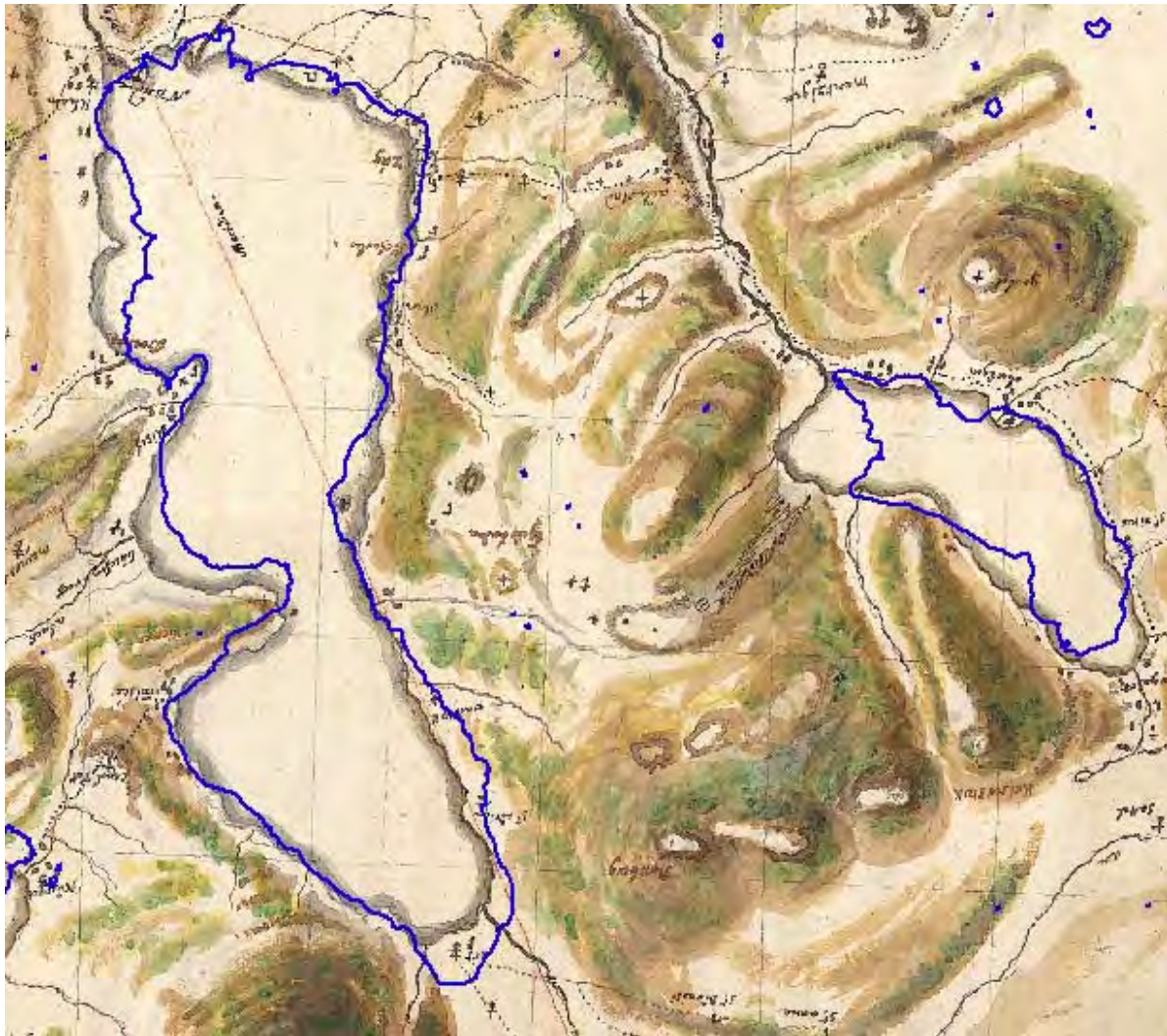


Verzerrungsgitter der untersuchten Karte im modernen Koordinatensystem. Die grauen gepunkteten Linien zeigen das heutige Kilometernetz. Die braunen Linien bilden das entsprechende (verzerrte) Koordinatennetz der alten Karte ab.



Das in der Karte dargestellte Gebiet der Schweiz und die Kartenabweichung von Norden.

Analyse der Seedarstellung



Visuelle Beurteilung der Seedarstellung: Überlagerung der Altkarte mit den heutigen Seekonturen (blaue Linien).

	V [m]	D [m]	(1) [%]	(2) [%]	(3) [%]
Ägerisee	277	223	90,7%	9,3%	38,0%
Zuger See	327	200	89,5%	10,5%	11,7%
Durchschnitt	335	253	79,6%	20,4%	19,6%

V: Verschiebung des Schwerpunktes in Meter

D: Durchschnittliche Differenz (nicht gemeinsame Flächen geteilt durch den heutigen Seeperimeter) in m

(1): Gemeinsame Fläche in % der heutigen Seefläche (soll möglichst gross sein)

(2): Seefläche in der heutigen, aber nicht in der alten Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

(3): Seefläche in der alten, aber nicht in der heutigen Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

Gesamte relative Formähnlichkeit in % der heutigen Seefläche = (2) + (3)

Die Werte von D sowie (1), (2) und (3) wurden für die auf den heutigen Schwerpunkt verschobenen Seeabbildungen berechnet

Quantitative Beurteilung der Seedarstellung: Verschiebung des Schwerpunktes, durchschnittliche Differenz und Flächenvergleich.

B5. Carte en Perspective du Nord au Midi von J. J. Clausner



Carte en Perspective du Nord au Midi von Jakob Joseph Clausner (Ausschnitt in Originalgrösse).

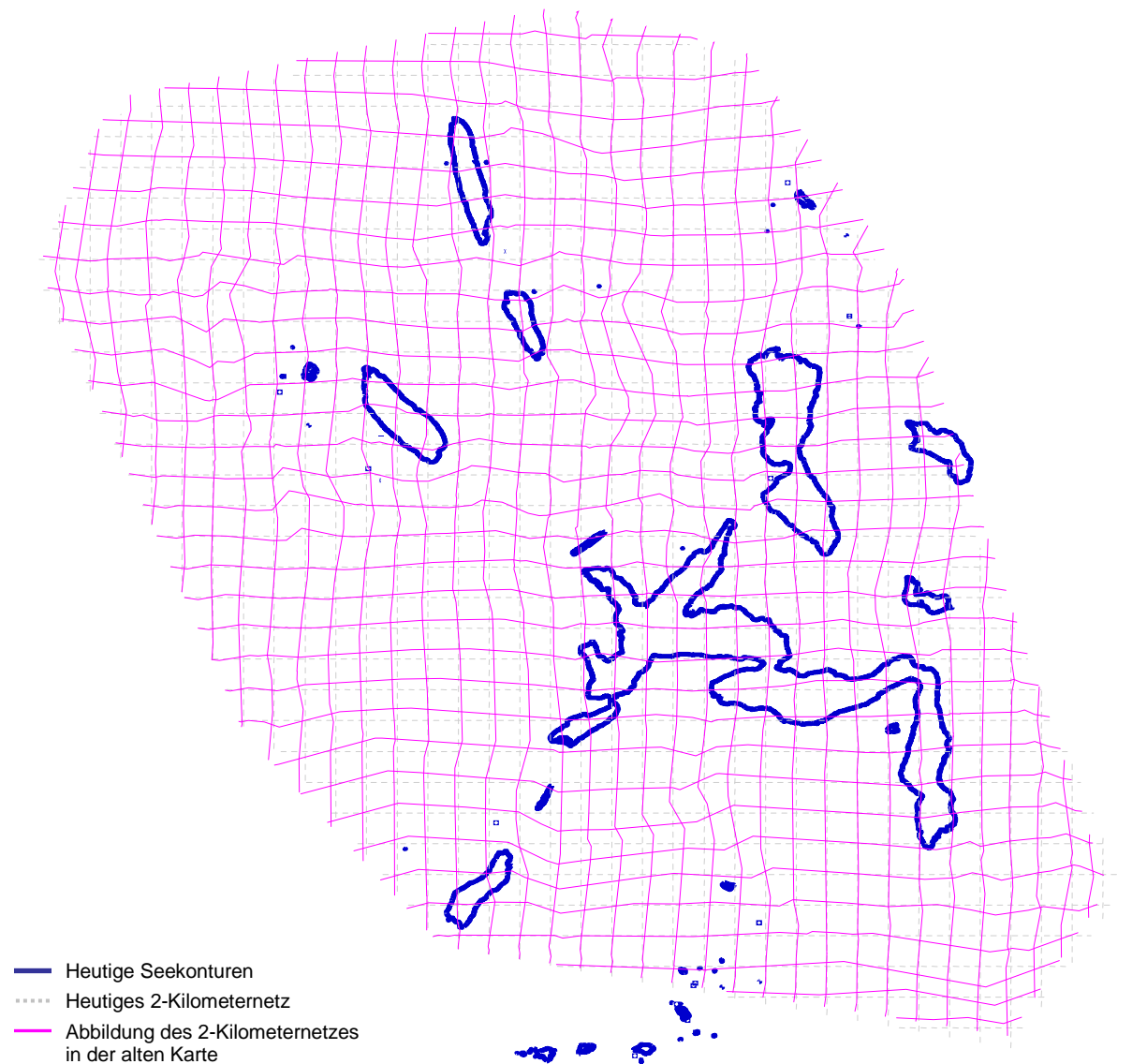
Allgemeine Angaben

Kartentitel:	<i>Carte en Perspective du Nord au Midi</i> Vermerk: <i>d'après le Plan et les mesures du Général Pfyffer, réduit sous son inspection....</i>
Autor:	Jakob Joseph Clausner
Erscheinungsjahr:	1786, im Auftrag von Pfyffer nach Vorlage seiner Karten erstellt
Abgebildetes Gebiet:	Relief der Urschweiz plus Südgebirge
Kartengrösse und -technik:	ca. 65 cm x 80 cm / Kupferstich
Orientierung:	Süden, Abweichung etwa 15,5°
Kartenstandort:	Archiv des Gletschergarten-Museums Luzern

Metrische Parameter der Karte

Anzahl identischer Punkte:	178
Koordinatentransformation:	Ausgleichende gewichtete Affintransformation (6 Parameter)
Masstabzahl in X-Richtung:	124'978 (± 320)
Masstabzahl in Y-Richtung:	123'211 (± 270)
Orientierungsabweichung (im Gegenuhrzeigersinn vom Norden):	15,62° ($\pm 0,12^\circ$)
Abweichung vom rechten Winkel:	-2,30°
Genauigkeit:	
A. Gewichteinheitsfehler s_0 und mittlere Restfehler in X und Y-Richtung s_x und s_y	447 m (3,6 mm in der Karte) In X-Richtung: 412 m (3,3 mm in der Karte) In Y-Richtung: 487 m (3,9 mm in der Karte)
B. Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x und d_y	In X-Richtung: 305 m (2,4 mm in der Karte) In Y-Richtung: 373 m (3,0 mm in der Karte)
C. Mittlerer Lagefehler s_{xy}	638 m (5,1 mm in der Karte)
D. Anzahl Punkte mit der Abweichung	
(a) $0 \cdot s_0 - 1 \cdot s_0$	(a) 83 Punkte
(b) $1 \cdot s_0 - 2 \cdot s_0$	(b) 70 Punkte
(c) $2 \cdot s_0 - 3 \cdot s_0$	(c) 20 Punkte
(d) $> 3 \cdot s_0$	(d) 5 Punkte
E. Höhengenaugkeit des Nullhorizonts sowie der 41 Höhenangaben der Karte	Höhenfehler des Nullhorizonts: 6 m Mittlerer Höhenfehler RMSE: 88,6 m Durchschnitt der Absolutabweichungen: 57,1 m

Visualisierung der Genauigkeitsanalyse

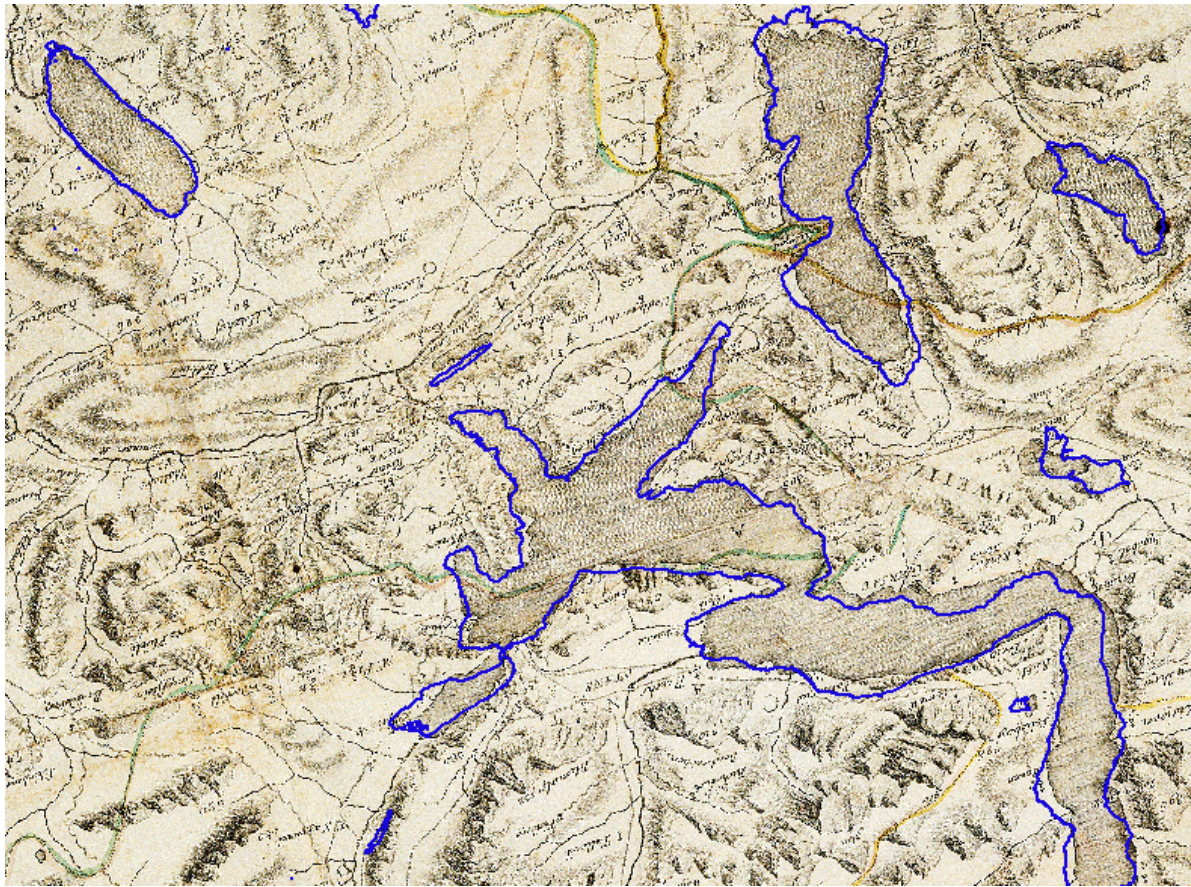


Verzerrungsgitter der untersuchten Karte im modernen Koordinatensystem. Die grauen gepunkteten Linien zeigen das heutige 2-Kilometernetz. Die violetten Linien bilden das verzerrte Koordinatennetz der alten Karte ab.



Das in der Karte dargestellte Gebiet der Schweiz und die Kartenabweichung von Norden.

Analyse der Seedarstellung



Visuelle Beurteilung der Seedarstellung: Überlagerung eines Teils der Karte mit den heutigen Seekonturen (blaue Linien).

	V [m]	D [m]	(1) [%]	(2) [%]	(3) [%]
Agerisee	267	219	89,8%	10,2%	36,4%
Baldegger See	389	120	74,5%	25,5%	25,5%
Hallwiler See	538	198	99,2%	0,8%	35,9%
Lauerzer See	1045	126	60,1%	39,9%	9,6%
Rotsee	484	84	87,6%	12,4%	83,0%
Sarner See	448	150	81,3%	18,7%	13,9%
Sempacher See	27	113	89,9%	10,1%	5,3%
Vierwaldstätter See	388	176	88,9%	11,1%	11,8%
Zuger See	94	188	84,7%	15,3%	6,8%
Durchschnitt	409	153	84,0%	16,0%	25,4%

V: Verschiebung des Schwerpunktes in Meter

D: Durchschnittliche Differenz (nicht gemeinsame Flächen geteilt durch den heutigen Seeperimeter) in m

(1): Gemeinsame Fläche in % der heutigen Seefläche (soll möglichst gross sein)

(2): Seefläche in der heutigen, aber nicht in der alten Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

(3): Seefläche in der alten, aber nicht in der heutigen Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

Gesamte relative Formähnlichkeit in % der heutigen Seefläche = (2) + (3)

Die Werte von D sowie (1), (2) und (3) wurden für die auf den heutigen Schwerpunkt verschobenen Seeabbildungen berechnet

Quantitative Beurteilung der Seedarstellung: Verschiebung des Schwerpunktes, durchschnittliche Differenz und Flächenvergleich.

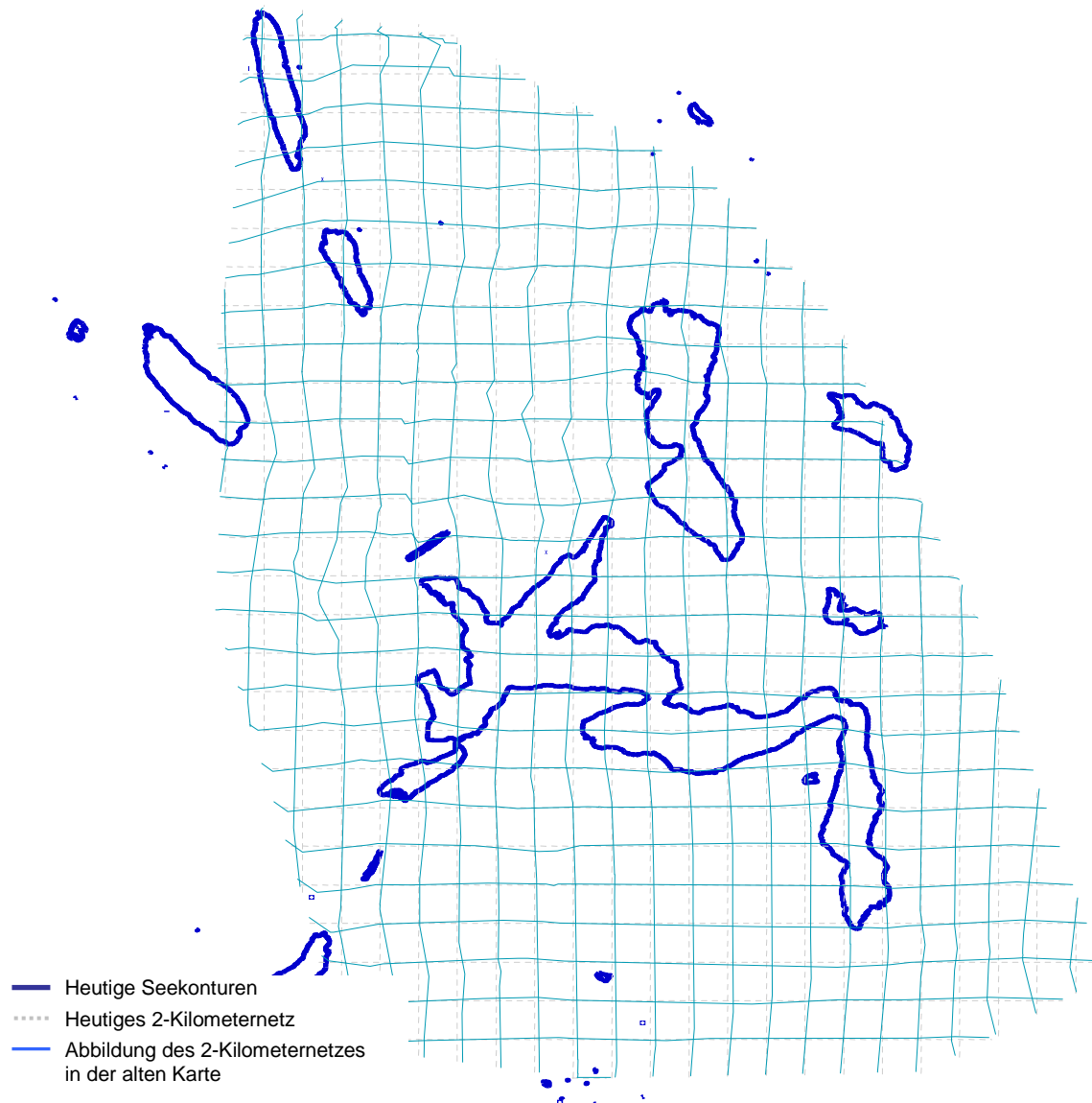
Allgemeine Angaben

Kartentitel:	<i>Atlas Suisse</i>
Autor:	Johann Rudolf Meyer, Johann Heinrich Weiss und Joachim Eugen Müller
Erscheinungsjahre:	1796-1802
Abgebildetes Gebiet:	Schweiz
Kartengrösse:	16 Blätter von 52 cm x 71 cm Untersucht wurde nur die westliche Hälfte des Blatts 7 (Überlappungsgebiet mit dem Relief der Urschweiz).
Kartentechnik:	Kupferstich
Orientierung:	Norden
Kartenstandort:	Das getestete Kartenblatt 7 stammt aus der Aargauischen Kantonsbibliothek in Aarau.

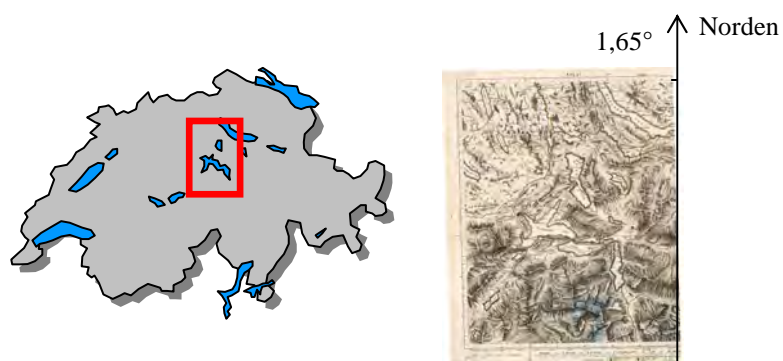
Metrische Parameter der Karte

Anzahl identischer Punkte:	115
Koordinatentransformation:	Ausgleichende gewichtete Affintransformation (6 Parameter)
Masstabzahl in X-Richtung:	121'131 (± 318)
Masstabzahl in Y-Richtung:	120'054 (± 247)
Orientierungsabweichung (im Gegenuhrzeigersinn vom Norden):	1,65° ($\pm 0,12^\circ$)
Abweichung vom rechten Winkel:	0,83°
Genauigkeit:	
A. Gewichteinheitsfehler s_θ und mittlere Restfehler in X und Y-Richtung s_x und s_y	294 m (2,4 mm in der Karte) In X-Richtung: 339 m (2,8 mm in der Karte) In Y-Richtung: 251 m (2,1 mm in der Karte)
B. Durchschnitt der Absolutabweichungen d_x und d_y	In X-Richtung: 231 m (1,9 mm in der Karte) In Y-Richtung: 180 m (1,5 mm in der Karte)
C. Mittlerer Lagefehler s_{xy}	422 m (3,5 mm in der Karte)
D. Anzahl Punkte mit der Abweichung	
(a) $0 \cdot s_0 - 1 \cdot s_0$	(a) 66 Punkte
(b) $1 \cdot s_0 - 2 \cdot s_0$	(b) 35 Punkte
(c) $2 \cdot s_0 - 3 \cdot s_0$	(c) 10 Punkte
(d) $> 3 \cdot s_0$	(d) 4 Punkte

Visualisierung der Genauigkeitsanalyse



Verzerrungsgitter des untersuchten Teils der Karte im modernen Koordinatensystem. Die grauen gepunkteten Linien zeigen das heutige 2-Kilometernetz. Die hellblauen Linien bilden das entsprechende (verzerrte) Koordinatennetz der alten Karte ab.



Das in dem untersuchten Kartenteil dargestellte Gebiet der Schweiz und dessen Abweichung von Norden.

Analyse der Seedarstellung



Visuelle Beurteilung der Seedarstellung: Überlagerung eines Teils der Karte mit den heutigen Seekonturen (blaue Linien).

	V [m]	D [m]	(1) [%]	(2) [%]	(3) [%]
Ägerisee	444	95	93,4%	6,6%	13,3%
Baldegger See	88	131	95,8%	4,2%	27,2%
Hallwiler See	211	90	92,9%	7,1%	9,5%
Lauerzer See	141	81	94,5%	5,6%	25,8%
Rotsee	713	115	89,4%	10,6%	115,8%
Sarner See	498	139	83,4%	16,6%	13,4%
Türlersee	805	98	73,2%	26,8%	45,9%
Vierwaldstätter See	272	152	87,4%	12,6%	7,0%
Zuger See	432	205	86,5%	13,5%	9,2%
Durchschnitt	401	123	88,5%	11,5%	29,7%

V: Verschiebung des Schwerpunktes in Meter

D: Durchschnittliche Differenz (nicht gemeinsame Flächen geteilt durch den heutigen Seeperimeter) in m

(1): Gemeinsame Fläche in % der heutigen Seefläche (soll möglichst gross sein)

(2): Seefläche in der heutigen, aber nicht in der alten Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

(3): Seefläche in der alten, aber nicht in der heutigen Karte in % der heutigen Seefläche (soll klein sein)

Gesamte relative Formunähnlichkeit in % der heutigen Seefläche = (2) + (3)

Die Werte von D sowie (1), (2) und (3) wurden für die auf den heutigen Schwerpunkt verschobenen Seeabbildungen berechnet

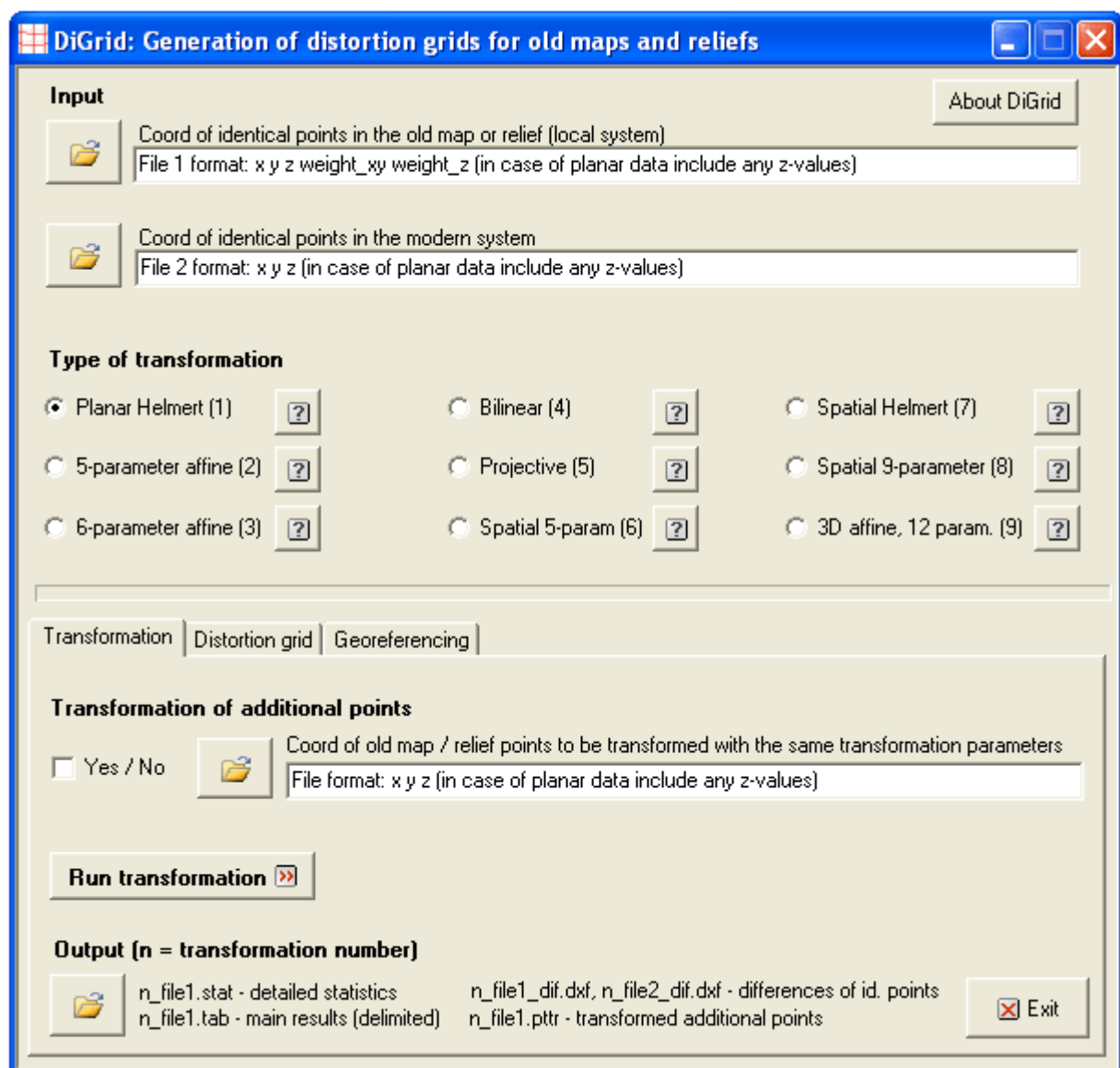
Quantitative Beurteilung der Seedarstellung: Verschiebung des Schwerpunktes, durchschnittliche Differenz und Flächenvergleich.

Anhang C

DiGrid: Die entwickelte Software zur Genauigkeitsanalyse von Altkarten und Reliefs

C1.	Transformation der identischen Punkte	c-3
C2.	Berechnung von Verzerrungsgittern	c-5
C3.	Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs	c-7

C1. Transformation der identischen Punkte



Graphische Benutzeroberfläche der entwickelten Software DiGrid: Transformation der identischen Punkte (Hauptfenster des Programms).

Inputparameter

Input About DiGrid

Coord of identical points in the old map or relief (local system)
File 1 format: x y z weight_xy weight_z (in case of planar data include any z-values)

Coord of identical points in the modern system
File 2 format: x y z (in case of planar data include any z-values)

1	88.139	234.844	1.00	1.00	1.00
2	93.753	227.817	1.00	1.00	1.00
3	97.761	213.579	1.00	1.00	1.00
4	100.367	218.010	1.00	1.00	1.00
5	67.631	226.165	1.00	1.00	1.00
6	77.283	225.432	1.00	1.00	1.00
7	70.522	240.215	1.00	1.00	1.00
8	70.617	245.682	1.00	1.00	1.00

1	655432.849	222701.604	1
2	657192.152	220822.741	1
3	658069.311	216834.320	1
4	658519.918	218391.172	1
5	650853.556	220821.199	1
6	653098.094	220390.892	1
7	651318.837	223274.744	1
8	650850.708	224924.910	1

Eingangsdaten: Zwei Koordinatenlisten im lokalen bzw. modernen Koordinatensystem.

Type of transformation

Planar Helmert (1) ?
 Bilinear (4) ?
 Spatial Helmert (7) ?

5-parameter affine (2) ?
 Projective (5) ?
 Spatial 9-parameter (8) ?

6-parameter affine (3) ?
 Spatial 5-param (6) ?
 3D affine, 12 param. (9) ?

6 parameters affine transformation

Transformation equations:

$$x_2 = x_0 + m_x \cdot \cos(\alpha) \cdot x_1 - m_y \cdot \sin(\beta) \cdot y_1$$

$$y_2 = y_0 + m_x \cdot \sin(\alpha) \cdot x_1 + m_y \cdot \cos(\beta) \cdot y_1$$

Unknowns:

6 unknowns: x_0 , y_0 , m_x , m_y , α , β

Close

Wahl der Koordinatentransformation.

Transformation of additional points

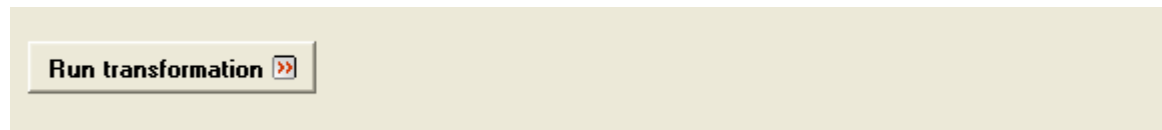
Yes / No ?

Coord of old map / relief points to be transformed with the same transformation parameters
File format: x y z (in case of planar data include any z-values)

500	132.018	203.615	1.00
501	148.656	209.018	1.00
502	153.208	216.526	1.00
503	63.317	228.763	1.00
504	173.072	203.402	1.00
505	176.441	210.378	1.00
506	169.347	193.352	1.00

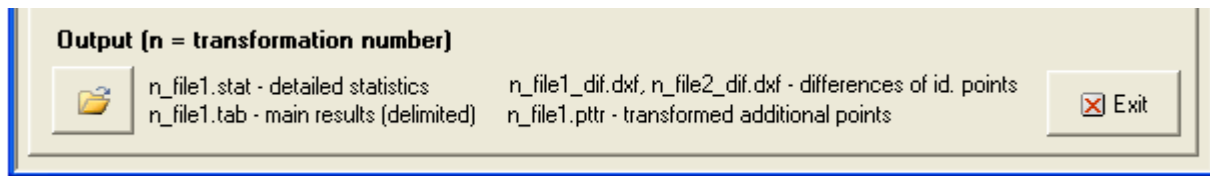
Datei zur Umrechnung weiterer Karten- bzw. Reliefpunkte (z.B. der Kartenecken) mit den gleichen Transformationsparametern (optional).

Berechnung

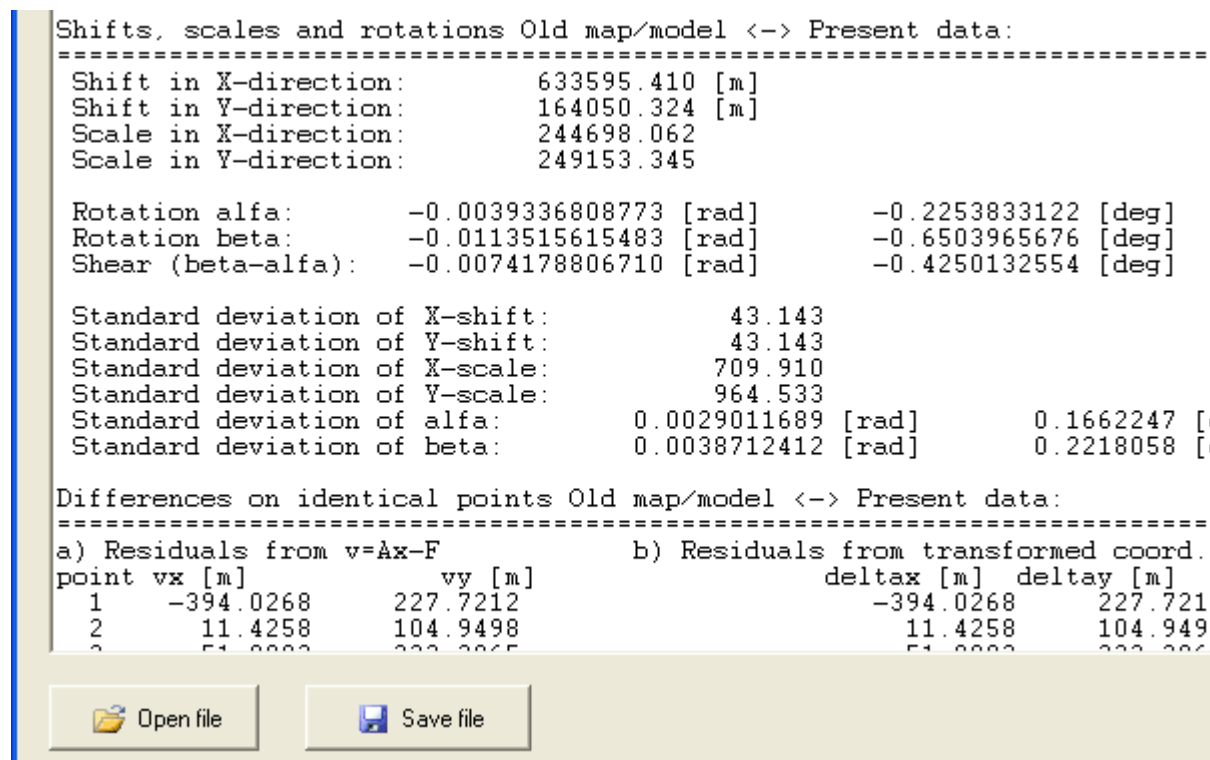


Berechnung der Transformation mit den eingestellten Inputparametern.

Ergebnisse



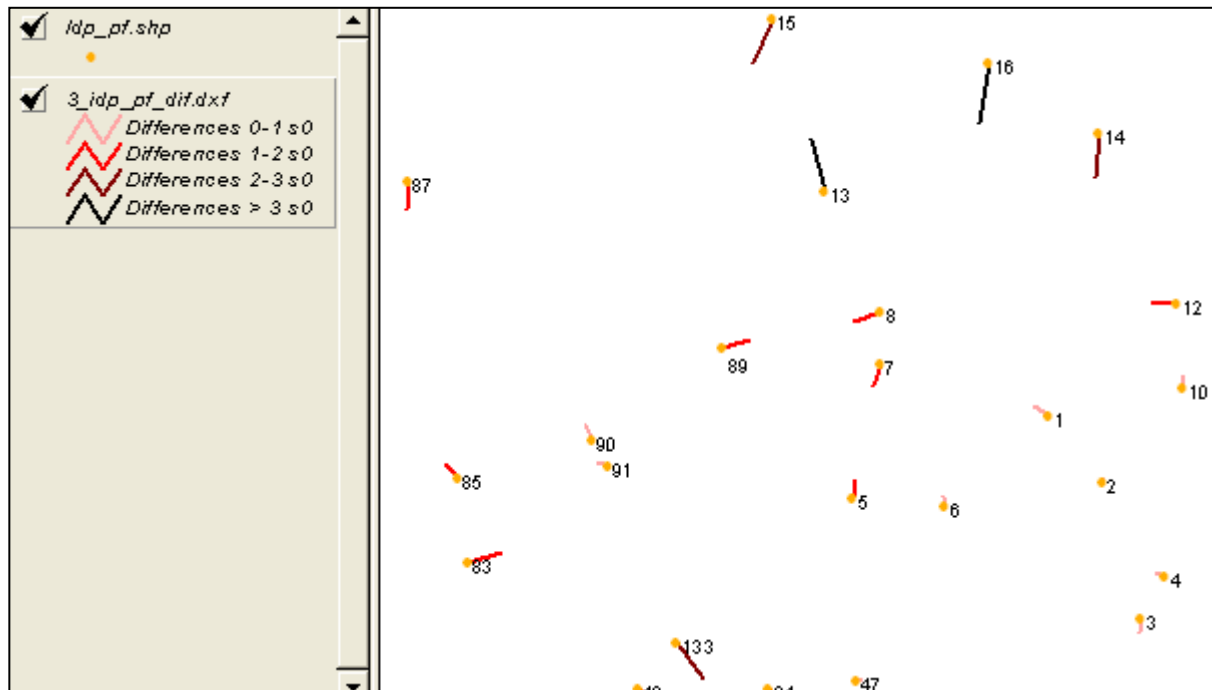
Ergebnisdateien der Transformation: der detaillierte statistische Output (*.stat), die wichtigsten Transformationsergebnisse in der Tabellenform (*.tab), die Abweichungen der identischen Punkte im lokalen und modernen Koordinatensystem (*_dif.dxf) und ev. die transformierten Koordinaten der weiteren Punkte (*.pttr).



Ein Teil des statistischen Outputs (*.stat).

Stdv of scale in x	Scale in y	Stdv of scale in y	Rotation alfa [deg]	Stdv of alfa [deg]	Rotation beta [deg]	Stdv of beta [deg]	Shear (beta-alfa) [deg]
709.91	249153.345	964.533	-0.22538331	0.16622473	-0.65039657	0.22584426	-0.42501326

Ein Teil der wichtigsten Transformationsergebnisse in Tabellenform (*.tab, nach dem Import in MS Excel).

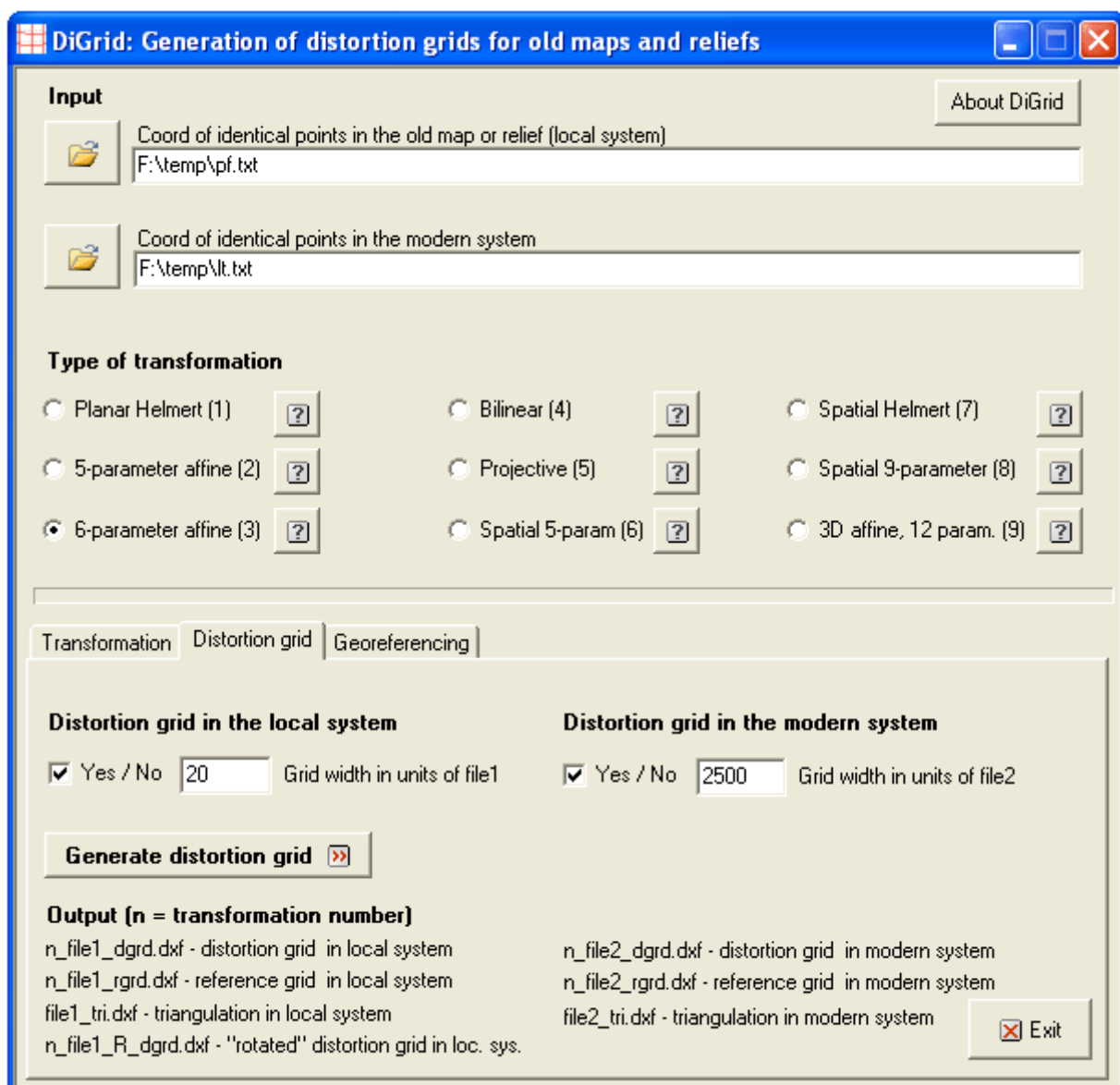


Ein Teil der Abweichungen der identischen Punkte im lokalen Koordinatensystem (*_dif.dxf, nach dem Import in ArcView GIS). Die Abweichungen sind der Grösse nach abgestuft (im Vergleich mit dem Gewichtseinheitsfehler s_0).

500	666475.5766	214651.3380
501	670562.1123	215981.4117
502	671697.2036	217847.5529
503	674205.4460	220886.5154
504	676520.7307	214558.7548
505	677364.8418	216293.4937
506	675580.8139	212058.5105

Die transformierten Koordinaten der weiteren Punkte im modernen Koordinatensystem (*.pttr, optional).

C2. Berechnung von Verzerrungsgittern




Graphische Benutzeroberfläche zur Berechnung von Verzerrungsgittern.

Inputparameter

Distortion grid in the local system		Distortion grid in the modern system	
<input checked="" type="checkbox"/> Yes / No	<input type="text" value="20"/> Grid width in units of file1	<input checked="" type="checkbox"/> Yes / No	<input type="text" value="2500"/> Grid width in units of file2

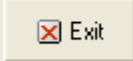
Eingabe der gewünschten Maschenweite des Verzerrungsgitters im lokalen und im modernen Koordinatensystem (in diesem Fall 20 mm bzw. 2500 m).

Berechnung

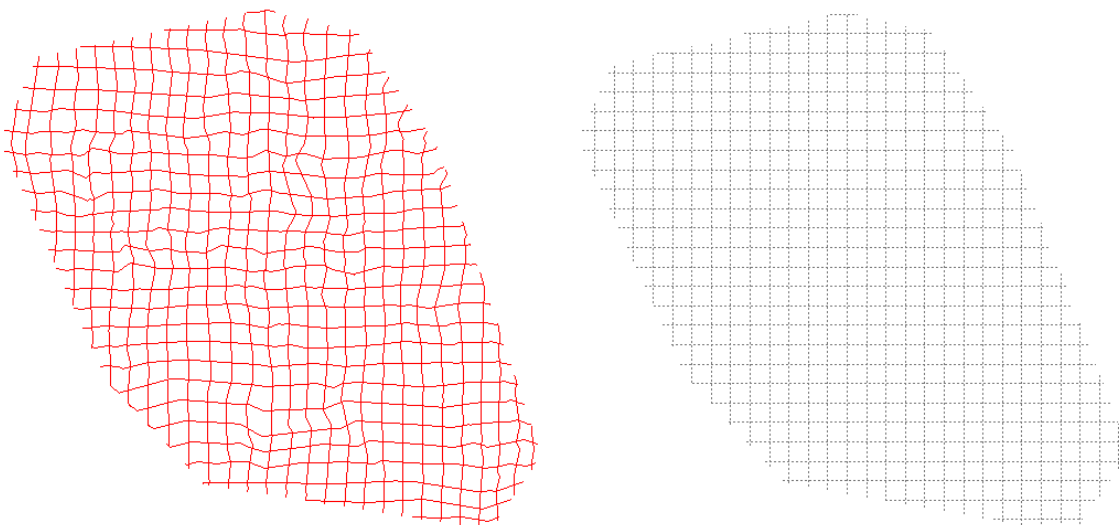
Generate distortion grid 

Berechnung des Verzerrungsgitters für die zwei angegebenen Koordinatendateien, die gewählte Transformation und für die eingestellte Maschenweite.

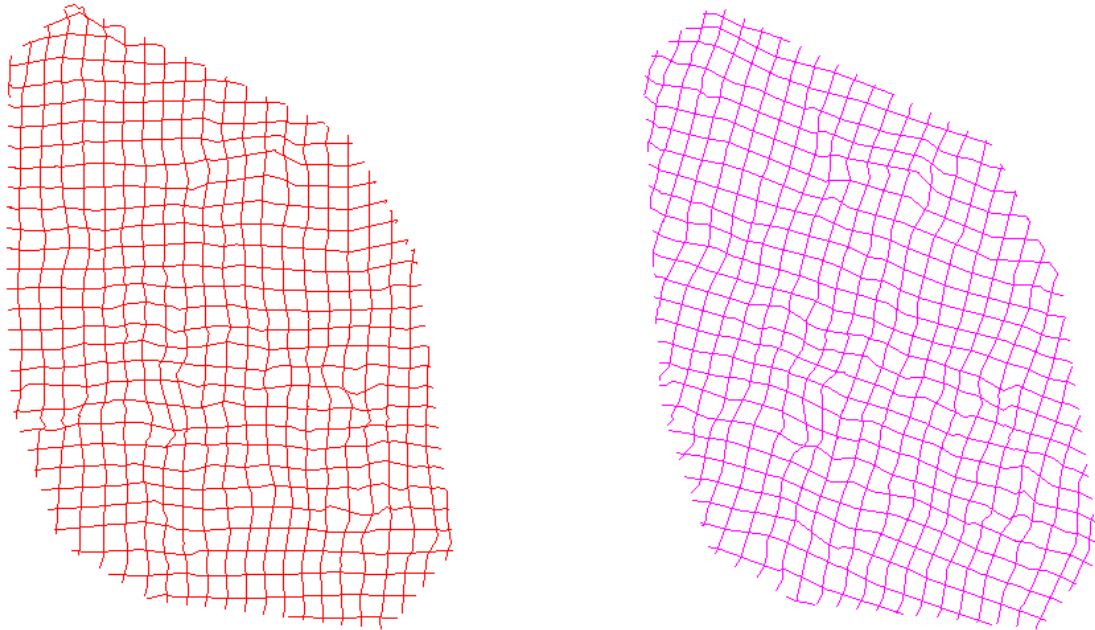
Ergebnisse

Output (n = transformation number)	
n_file1_dgrd.dxf - distortion grid in local system	n_file2_dgrd.dxf - distortion grid in modern system
n_file1_rgrd.dxf - reference grid in local system	n_file2_rgrd.dxf - reference grid in modern system
file1_tri.dxf - triangulation in local system	file2_tri.dxf - triangulation in modern system
n_file1_R_dgrd.dxf - "rotated" distortion grid in loc. sys.	

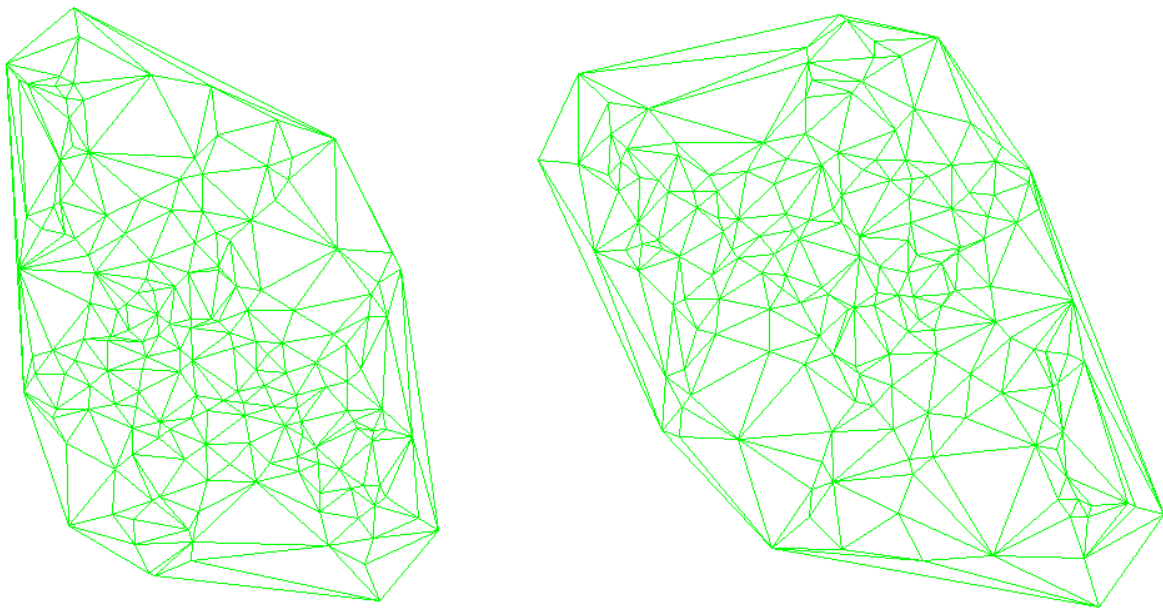
Ergebnis der Berechnung: die Verzerrungsgitter im lokalen und modernen Koordinatensystem (*_dgrd.dxf), die Referenzgitter im lokalen und modernen Koordinatensystem (*_rgrd.dxf) und die graphische Darstellung der Triangulation (*_tri.dxf). Das Verzerrungsgitter im lokalen Koordinatensystem ohne Bezug auf den Kartenrahmen ist als *_R_dgrd.dxf bezeichnet.



Links das Verzerrungsgitter mit der Maschenweite 2500 m im Landeskoordinatensystem, rechts das entsprechende heutige Referenzgitter. Beide Abbildungen sind nach dem DXF-Import in ArcView GIS entstanden.

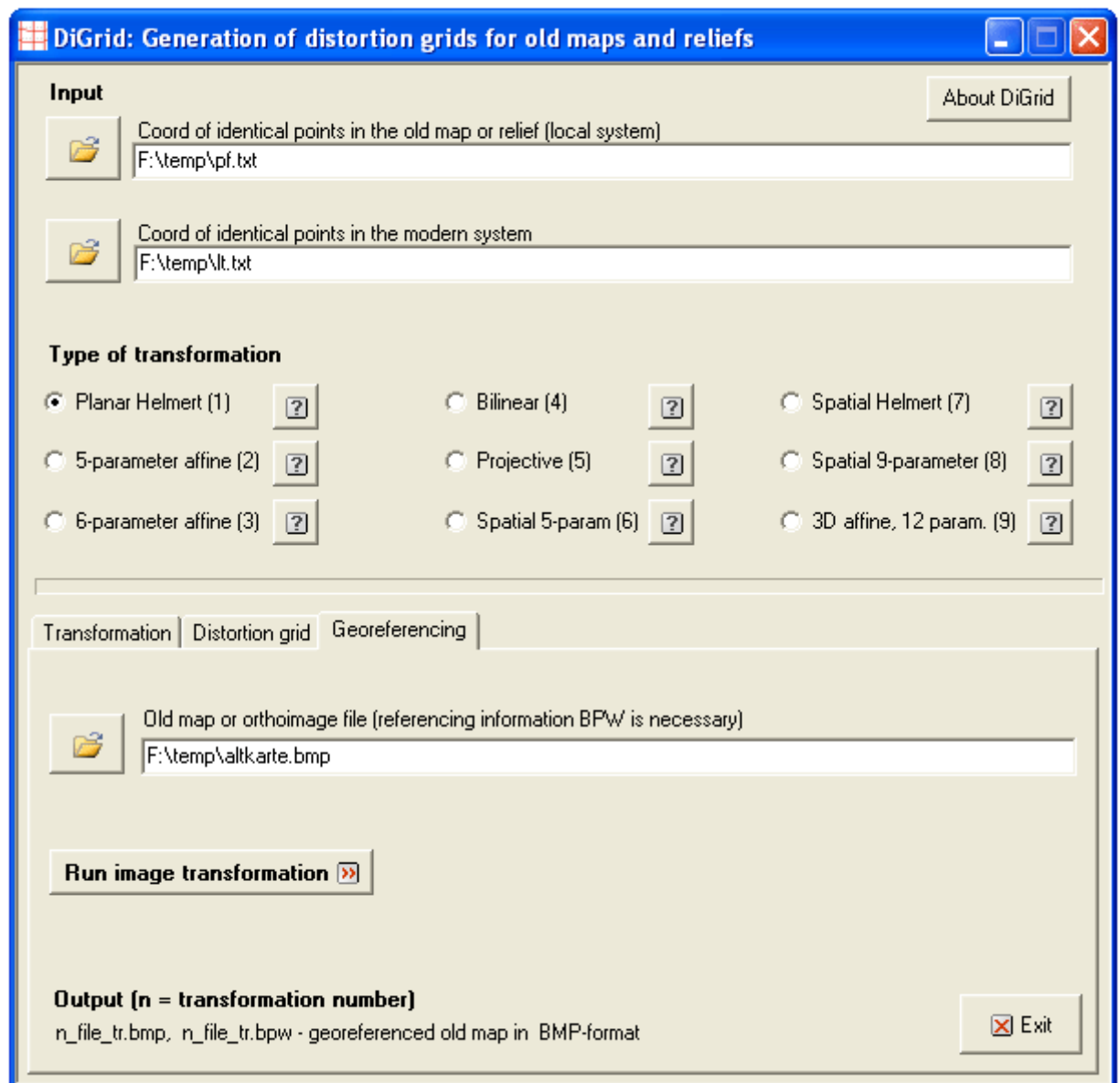


Zwei Verzerrungsgitter im lokalen Koordinatensystem der Altkarte: Links das Gitter mit der Maschenweite von 20 mm, bezogen auf den Kartenrahmen. Rechts die Abbildung des heutigen 2,5-km-Netzes in der Altkarte, ohne Bezug auf den Kartenrahmen. Dadurch wird die Kartenverdrehung um etwa $15,5^\circ$ von der Nordrichtung deutlich. Die Abbildungen sind nach dem DXF-Import in ArcView GIS entstanden.



Links die graphische Darstellung der im Hintergrund verlaufenden Triangulation im lokalen Koordinatensystem der Altkarte. Rechts das Dreiecksnetz im modernen Koordinatensystem. Die Abbildungen sind nach dem DXF-Import in ArcView GIS entstanden.

C3. Georeferenzierung von Altkarten und Reliefs




Graphische Benutzeroberfläche zur Georeferenzierung.

Inputparameter

Old map or orthoimage file (referencing information BPW is necessary)

F:\temp\alkarte.bmp



```

0.28251
0
0
-0.28251
0.141255
478.995705
    
```

Die zu transformierende Altkarte im BMP-Format. Die Referenzierungsdatei *.bpw (rechts) muss im gleichen Verzeichnis vorhanden sein.

Berechnung

Run image transformation >>


Die Berechnung der Bildtransformation für die zwei angegebenen Koordinatendateien und die gewählte Transformationsart.

Ergebnisse

Output (n = transformation number)

n_file_tr.bmp, n_file_tr.bpw - georeferenced old map in BMP-format

Exit



```

14.139774
0
0
-14.139774
667002.896544
235544.097999
    
```

Ergebnis der Berechnung: die transformierte Altkarte und die Georeferenzierungsdatei *.bpw