

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Institut für Geodäsie  
und Photogrammetrie

Bericht

**209**

**Hochpräzise Azimutbestimmung  
mit  
Vermessungskreiseln**

M. Zanini

Dezember 1992

**Anmerkung des Herausgebers**

Die Beiträge, die in der Schriftenreihe "Berichte des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie" erscheinen, dienen vor allem dem Unterricht und der Dokumentation. Sie sind deshalb in erster Linie für Mitarbeiter des Instituts und für Studenten bestimmt. Einzelne Hefte können auch einem weiteren Kreis von Interessenten zur Verfügung gestellt werden. Die Auflage ist auf den besonderen Zweck des Heftes abgestimmt.

---

Hochpräzise Azimutbestimmung mit  
Vermessungskreiseln

Marc Zanini

© 1992  
Institut für Geodäsie und Photogrammetrie  
an der Eidg. Technischen Hochschule Zürich

Alle Rechte vorbehalten

ISBN 3-906513-25-4

---

## Vorwort

Die Eisenbahninfrastruktur in Europa hat während eines Jahrhunderts keine wesentliche Verbesserung in der Linienführung erfahren. Erst in diesem Jahrzehnt wird man eine echte Qualitätssteigerung erleben, die das Ende des 20. Jahrhunderts als Zeit der historischen Eisenbahnwerke charakterisieren wird.

Das europäische Eisenbahnnetz wird gewaltig verbessert. Dafür werden ganz neue Eisenbahnlinien entstehen, welche neue extrem lange Tunnelbauten erfordern.

Alle Komponenten des Tunnelbaus müssen diesen neuen Bedürfnissen gerecht werden. Das Vermessungswesen bildet keine Ausnahme.

Bei der Absteckung langer Tunnel wächst der mittlere Durchschlagsfehler mit steigender Tunnellänge. Die Hauptursache liegt in der abnehmenden Genauigkeit der Orientierung in den langen Polygonzügen. Die einzige Möglichkeit, die Durchschlagsfehler in tragbaren Grenzen zu halten, ist die Verbesserung der Orientierung mit Azimutmessungen höchster Präzision. Die ist mit modernen Kreiseltheodoliten möglich. Damit man die Genauigkeit der Instrumente tatsächlich ausnutzen kann, müssen die physikalischen Hintergründe sowie die dazugehörigen mathematischen Modelle gut bekannt sein. Dies gilt vor allem im Alpengebiet, wo die Lotabweichung einen erheblichen Einfluß auf die Kreismessung haben kann.

Die vorliegende Arbeit von Herrn M. Zanini füllt eine bestehende Lücke im Bereich der hochgenauen Kreismessung und beschreibt übersichtlich und anwendungsbezogen die mathematischen Voraussetzungen, die bekannt sein sollten, um die volle Genauigkeit der Kreiseltheodolite zu erreichen.

Als Herausgeber bedanke ich mich beim Autor für die ausgezeichnete Arbeit, die sicher während mehreren Jahren als Referenz in diesem sehr speziellen Fachgebiet dienen wird.

Zürich, im Dezember 1992

Prof. Dr. A. Carosio

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>0. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1. Das Kreiselprinzip: mechanisch-physikalische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1. Drehimpuls und Drehmoment eines Massenpunktes	3
1.2. Drehimpuls und Drehmoment eines starren Körpers	4
1.3. Drehimpuls und Drehmoment eines Kreisels	6
1.4. Satz vom Drehimpuls	10
1.5. Satz vom gleichsinnigen Parallelismus	12
<b>2. Kreiselarten</b>	<b>13</b>
2.1. Freier Kreisel	13
2.2. Inklinationskreisel	15
2.3. Deklinationskreisel	16
<b>3. Der schweregefesselte Vermessungskreisel</b>	<b>20</b>
3.1. Definition	20
3.2. Aufbau	20
3.3. Prinzip	22
3.4. Anforderungen an einen Präzisionsvermessungskreisel	23
3.5. Anwendungsmöglichkeiten	23
3.6. Ein Präzisionsvermessungskreisel : Der GYROMAT - 2000	25
<b>4. Beobachtungsmethoden</b>	<b>27</b>
4.1. Vororientierung	27
4.2. Schnellorientierung	27
4.3. Präzise Orientierung	28
4.3.1. Umkehrpunktmethode	28
4.3.2. Durchgangsmethode	29
4.3.3. Zeitdifferenzverfahren	32
4.3.4. Automatische Verfahren	32
4.4. Richtungsabnahme	34
<b>5. Kreiselcharakteristiken</b>	<b>35</b>
5.1. Bandnullage	35
5.2. Eichwert	36
5.3. Temperatureinflüsse	37
5.4. Breitengradabhängige Größen	38
5.4.1. Kreiselschwingzeit	38
5.4.2. Kreiselrichtgröße	39
5.4.3. Meßgenauigkeit	39
5.5. Drift	41

---

<b>6. Azimutreduktionen</b>	<b>42</b>
6.1. Koordinatensysteme	43
6.2. Winkelbeziehungen	46
6.3. Reduktionen des astronomischen Azimutes	47
6.3.1. Polhöenschwankung	47
6.3.2. Lotabweichung	49
6.3.3. Höhenreduktion	53
6.3.4. Meridiankonvergenz	54
6.3.5. Richtungsreduktion	55
6.4. Beispiel	56
6.5. Zusammenfassung der Reduktionsschritte	57
<b>7. Kreiseinsatz bei Tunnelabsteckungen</b>	<b>58</b>
7.1. Allgemeines	58
7.2. Genauigkeitsbetrachtungen	59
7.3. Refraktion	64
<b>8. Beispiele von Tunnelabsteckungen</b>	<b>66</b>
8.1. Kreiselorientierungsunbekannte	66
8.2. Der Eurotunnel	69
8.2.1. Trassenführung	69
8.2.2. Tunnelsystem	70
8.2.3. Lagenetz	71
8.2.4. Höhennetz	72
8.2.5. Hauptkontrollmessungen des ILV	72
8.2.6. Durchschlag des Servicetunnels	75
8.2.7. "Einige interessante Daten"	75
8.3. Vortriebsnetzvarianten	76
<b>9. Literaturverzeichnis</b>	<b>78</b>

---

## 0. Einleitung

Bereits 1852 konnte der französische Physiker L. Foucault die nordweisende Eigenschaft eines Kreisels mit zwei Freiheitsgraden theoretisch nachweisen. Zur instrumentellen Realisierung fehlten ihm jedoch die technischen Mittel.

Um die Jahrhundertwende brachten die immer länger werdenden Vortriebe der Bergwerke erhebliche Schwierigkeiten für die markscheiderischen Orientierungsmessungen mit sich. Da die bis dahin zur Angabe der Vortriebsrichtung gebräuchliche Bussole durch den verstärkten Gebrauch von Eisen (schienegebundene Abraumbeseitigung, Stützbogen, usw.) immer unzuverlässiger wurde, begann die Suche nach einem neuen Orientierungsverfahren. Ein solches ergab sich aus dem Bereich der Schifffahrt. Dort wurde ein Kreiselkompaß eingesetzt, der anstatt des Magnetfeldes die Erddrehung ausnutzte, um die Nordrichtung aufzufinden. Gestützt auf diese Erkenntnisse, übernahm die Firma Anschütz aus Kiel eine führende Rolle bei der Entwicklung eines für die Vermessung geeigneten Kreisels. 1922 konnte M. Schuler auf dem 13. Deutschen Markscheidertag in Bochum über das erste fertiggestellte Versuchsgerät berichten. 1949 wurde dann der erste in der Praxis einsetzbare Meridianweiser MW-1 fertiggestellt. 1950/51 folgten die Geräte MW-2 und MW-3 (Stier, 1982). Ab 1953 wurden die Entwicklungen dieses Kreiseltheodolits am Institut für Markscheidewesen der Westfälischen Berggewerkschaftskasse (heute DMT: Deutsche Montan Technologie), Bochum, weitergeführt. Diese führten zum heutigen vollautomatisierten Präzisionsvermessungskreisel GYROMAT-2000.

Seit der Entwicklung des Vermessungskreisel stellt dieses Gerät für viele Geodäten ein "Orchideeninstrument" dar, dessen Funktionsweise erst nach dem vertieften Studium physikalischer Gesetze verständlich wird. Die Handhabung war früher umständlich, ungewohnt und zeitintensiv. Die damit direkt und indirekt entstehenden Kosten und nicht zuletzt auch das Vertrauen in die Ergebnisse waren somit Argumente, die Kreiseleinsätze lange Zeit eher in den Randbereich des Vermessungswesen rücken ließen.

Nach 40 Jahren erfolgreicher Weiterentwicklung auf dem Gebiet der Kreiseltechnik hat die heutzutage innerhalb kurzer Meßzeit (ca. 10 min) erreichbare Genauigkeit einen sehr hohen Stand erreicht ( $\sigma = \pm 0.7$  mgon). Einen wesentlichen Beitrag dazu leistete die Automatisierung des Beobachtungsablaufes und die Einführung verbesserter mathematischer Modelle zur Interpretation der Kreiselschwingung. Auch praktische Aspekte wie Abmessung und Gewicht der Instrumente, Bedienungskomfort und Wartung wurden deutlich verbessert.

Unabhängig von diesen instrumentellen Entwicklungen ist für die Genauigkeitssteigerung der Kreisellazimute wichtig, alle Reduktionen durchzuführen, die auch bei der astronomischen Azimutbestimmung notwendig sind. Ein Schwerpunkt bildet dabei die korrekte Berücksichtigung des Lotabweichungseinflusses auf die Kreiselmessungen.

Zu den bekanntesten (zivilen) Einsatzgebieten des Kreisels sind zu zählen:

- \* Kontrolle der Orientierung geodätischer Netze,
- \* Orientierung und Zwischenorientierung der langen ober- oder untertägigen Polygonzügen,
- \* Orientierung präziser Durchschlagsmessungen,
- \* Aufdeckung und Modellierung von Einflußgrößen wie Refraktion, Gebirgsdeformationen im Referenzpunktbereich, usw.



# 1. Das Kreiselprinzip: mechanisch-physikalische Grundlagen

## 1.1. Drehimpuls und Drehmoment eines Massenpunktes

$\underline{r}$  sei der vom Koordinatenursprung ausgehende Ortsvektor eines Massenpunktes der Masse  $m$ , der sich mit der Geschwindigkeit  $\underline{v} = d\underline{r}/dt$  bewegt und den Impuls  $\underline{p} = m\underline{v}$  besitzt. Der **Drehimpuls** (Drall)  $\underline{l}$  des Massenpunktes ist durch das folgende Vektorprodukt definiert (Kuchling, 1988):

$$\underline{l} = \underline{r} \times \underline{p} = m \underline{r} \times \underline{v} \quad [11]$$

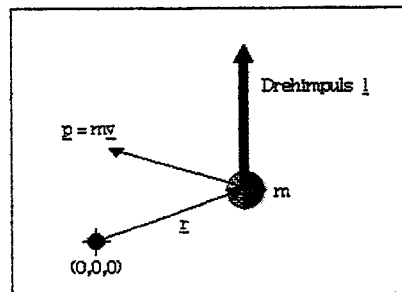


Abb. 1.1 : Drehimpuls eines Massenpunktes

Der Drehimpuls kann sich im Laufe der Zeit ändern. Das Differential nach der Zeit  $t$  ergibt:

$$\frac{d\underline{l}}{dt} = \frac{d(\underline{r} \times \underline{p})}{dt} = \frac{d\underline{r}}{dt} \times \underline{p} + \underline{r} \times \frac{d\underline{p}}{dt} \quad [12]$$

Der erste Summand wird Null, da  $d\underline{r}/dt$  und  $\underline{p} = m d\underline{r}/dt$  parallel sind. Ersetzt man  $d\underline{p}/dt$  durch die äußere Kraft  $\underline{F}^{\text{außen}}$ , die auf den Massenpunkt wirkt, folgt:

$$\frac{d\underline{l}}{dt} = \underline{r} \times \frac{d\underline{p}}{dt} = \underline{r} \times \underline{F}^{\text{außen}} := \underline{D}^{\text{außen}} \quad [13]$$

Man bezeichnet  $\underline{D}^{\text{außen}}$  als **Drehmoment** der am Ort  $\underline{r}$  angreifenden Kraft  $\underline{F}^{\text{außen}}$ .

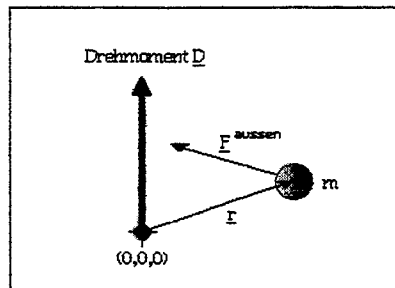


Abb. 1.2 : Drehmoment eines Massenpunktes

Das Drehmoment steht zu  $\underline{r}$  und  $\underline{F}^{\text{ausser}}$  senkrecht und wird zu Null, falls  $\underline{r}$  und  $\underline{F}^{\text{ausser}}$  auf einer Linie liegen. Letzteres ist der Fall, wenn  $\underline{F}^{\text{ausser}}$  zum Koordinatenursprung hin oder von ihm weggerichtet ist (Zentralkraft). Als Beispiel sei die Schwerkraft genannt, mit der ein Planet von der Sonne angezogen wird. Legt man den Koordinatenursprung daher in die Sonne, so ist  $\underline{D}^{\text{ausser}} = 0$  bzw.  $\underline{L} = \text{const.}$  Planeten besitzen also zeitlich konstante Drehimpulse.

## 1.2. Drehimpuls und Drehmoment eines starren Körpers

Drehimpuls und Drehmoment sind geeignete Größen zur Beschreibung der Drehbewegung starrer Körper.

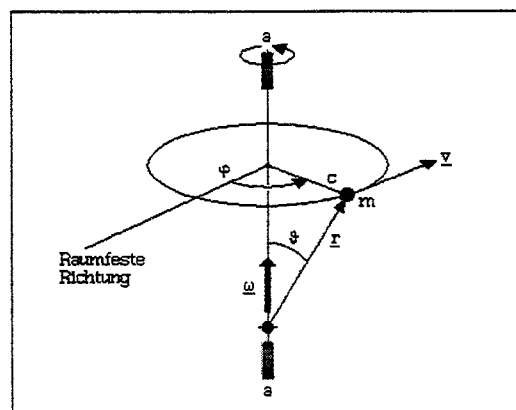


Abb. 1.3 : Drehbewegung eines starren Körpers

Eine Masse  $m$  ist z.B. über eine Fahrradspeiche der Länge  $c$  fest mit einer vertikalen Drehachse  $a$  verbunden. Der Koordinatenursprung liege auf der Drehachse. Weiter gelte  $c = r \sin(\vartheta)$ , wobei  $\vartheta$  der Winkel zwischen der Drehachse und dem Ortsvektor  $\mathbf{r}$  sei.

Wenn sich die Anordnung dreht, bewegt sich  $m$  mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  auf einer Kreisbahn mit Radius  $c$ . Es erweist sich als zweckmässig, die Winkelgeschwindigkeit  $d\varphi/dt$  der Drehbewegung als Vektor  $\boldsymbol{\omega}$  vom Betrag  $|d\varphi|/dt$  aufzufassen. Die Richtung von  $\boldsymbol{\omega}$  soll mit der Drehachse zusammenfallen. Für die Geschwindigkeit der Masse  $m$  gilt:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad [14]$$

- weil :
1.  $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  parallel zu  $\mathbf{v}$  weist
  2.  $|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}| = \omega r \sin(\vartheta) = \omega c = c |d\varphi|/dt = v$ , da  $c |d\varphi|$  der in der Zeit  $dt$  zurückgelegte Weg auf der Kreisbahn ist

Für den Drehimpuls  $\mathbf{l}$  gelte mit  $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{e}_a \omega_a$  ( $\mathbf{e}_a$  sei der Einheitsvektor auf der Drehachse,  $\omega_a$  die Komponente von  $\boldsymbol{\omega}$  in Richtung  $\mathbf{e}_a$ ):

$$\mathbf{l} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v} = m \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = m \omega_a \mathbf{r} \times (\mathbf{e}_a \times \mathbf{r}) \quad [15]$$

Die Drehimpulskomponente parallel zur Drehachse lautet:

$$l_a = \mathbf{e}_a \cdot \mathbf{l} = m \omega_a \mathbf{e}_a \cdot (\mathbf{r} \times (\mathbf{e}_a \times \mathbf{r})) = m \omega_a (\mathbf{e}_a \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{e}_a \times \mathbf{r}) \quad [16]$$

Für  $(\mathbf{e}_a \times \mathbf{r})$  gilt:

$$(\mathbf{e}_a \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{e}_a \times \mathbf{r}) = e_a r \sin(\vartheta) = r \sin(\vartheta) = c \quad [17]$$

Daraus folgt für [1.6]:

$$l_a = m c^2 \omega_a \quad [18]$$

$c$  ist der kürzeste Abstand der Masse  $m$  von der Drehachse  $a$ . Man nennt

$$m c^2 = \theta_a \quad [19]$$


---

das **Massenträgheitsmoment** von  $m$  in Bezug auf  $a$ . Es folgt für den Drehimpuls:

$$l_a = \theta_a \omega_a \quad [1.10]$$

Betrachtet man anstatt der einen Masse  $m$  viele Massen  $m_i$  mit  $i=1,2,\dots,N$ , so kann das Konzept des starren Körpers eingeführt werden. Unter einem starren Körper versteht man einen Körper mit der Eigenschaft, daß die Distanz zweier beliebiger Punkte  $N_i$  und  $N_{i+1}$  zeitlich konstant bleibt. Wenn sich ein starrer Körper um eine feste Achse  $a$  dreht, bewegen sich alle seine Massenpunkte  $m_i$  mit derselben Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \underline{e}_a \omega_a$ . Für die  $a$ -Komponente  $L_a = \underline{e}_a \underline{L}$  des **Gesamtdrehimpulses** gilt:

$$L_a = \sum_{i=1}^N m_i c_i^2 \omega_a = \theta_a \omega_a \quad [1.11]$$

also das Produkt des **Gesamtträgheitsmomentes** um die Achse  $a$

$$\theta_a = \sum_{i=1}^N m_i c_i^2 \quad [1.12]$$

mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_a$  (Kuchling, 1988). Bei einem starren Körper ändert sich der Abstand  $c_i$  der Masse  $m_i$  von der Drehachse nicht.  $\theta_a$  ist daher eine für die Massenverteilung des starren Körpers charakteristische, zeitlich konstante Grösse.  $\theta_a$  hängt allerdings von der Lage der Drehachse ab.

Für das **Gesamtdrehmoment** des starren Körpers gilt entsprechend [1.3]:

$$\frac{d\underline{L}}{dt} = \sum_{i=1}^N \underline{r}_i \times \underline{F}_i^{\text{außen}} = \sum_{i=1}^N \underline{D}_i^{\text{außen}} = \underline{D}^{\text{außen}} \quad [1.13]$$

wobei :  $\underline{F}_i^{\text{außen}}$  = äußere Kräfte, die auf den Körper einwirken  
(z.B. Gewicht im Schwerfeld der Erde)

### 1.3. Drehimpuls und Drehmoment eines Kreisels

In diesem Kapitel wird das Kreiselprinzip anhand der vorherigen Aussagen erläutert.

Die **Läuferachse**  $ab$  des Kreisels (= Symmetrieachse) hängt an zwei Seilen  $ac$  und  $bd$  an einer nahezu masselosen Stange  $cd$ , deren Mittelpunkt durch das Seil  $ef$  mit der Decke fest verbunden ist (Abb. 1.4). Die Aufhängung soll zwei Freiheitsgrade besitzen:

- Freie Bewegung des Kreisels um die Läuferachse  $ab$
- Bewegung um das Aufhängeseil  $ef$

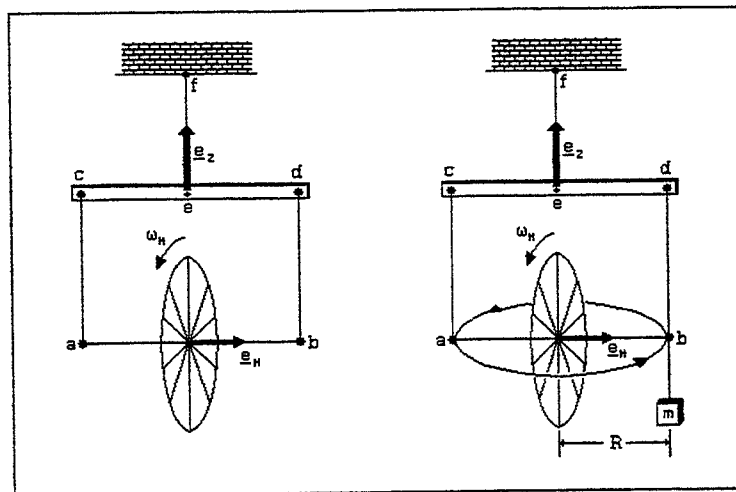


Abb. 1.4 : Kräftefreier- und Schwere-Kreisel

Die Winkelgeschwindigkeit  $\underline{\omega}$  und der Drehimpuls  $\underline{L}$  des Kreisels lassen sich in zwei Komponenten zerlegen:

- (i) Rotation um die Symmetrieachsenrichtung  $\underline{e}_H$

$$\underline{\omega}_H = \underline{e}_H \omega_H \quad \underline{L}_H = \underline{e}_H \theta_H \omega_H \quad [1.14]$$

- (ii) Rotation um eine dazu senkrechte Drehachsenrichtung  $\underline{e}_Z$

$$\underline{\omega}_Z = \underline{e}_Z \omega_Z \quad \underline{L}_Z = \underline{e}_Z \theta_Z \omega_Z \quad [1.15]$$

Wenn beide Rotationen gleichzeitig erfolgen, gilt:

$$\underline{\omega} = \underline{\omega}_Z + \underline{\omega}_H = \underline{e}_Z \omega_Z + \underline{e}_H \omega_H \quad [1.16]$$

$$\underline{L} = \underline{L}_Z + \underline{L}_H = \underline{e}_Z \theta_Z \omega_Z + \underline{e}_H \theta_H \omega_H \quad [1.17]$$

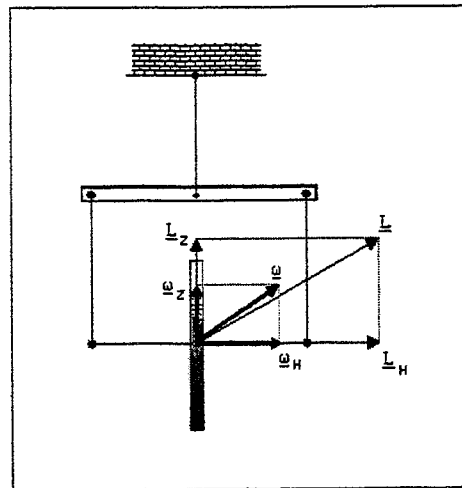


Abb. 1.5 : Drehimpuls- und Rotationsvektor ( $\omega_Z$  und  $L_Z$  stark vergrößert)

$\underline{L}$  genügt der Bewegungsgleichung [1.13]:

$$\frac{d\underline{L}}{dt} = \underline{D}^{\text{außen}} = \sum_{i=1}^N \underline{r}_i \times \underline{F}_i^{\text{außen}} \quad [1.18]$$

Die Aufhängung des linken Kreisels in Abbildung 1.4 ist so eingerichtet, daß  $\underline{D}^{\text{außen}}$  verschwindet, wenn das Koordinatensystem im Kreiselmittelpunkt liegt. Wegen der Symmetrie der Anordnung heben sich in diesem Fall die auf den Kreisel wirkenden Drehmomente der äußeren Kräfte - das sind die Gewichte der verschiedenen Kreiselteile und die Zugkräfte der Drahtseile  $ac$  und  $bd$  - paarweise auf.

Ein Kreisel heißt **kräftefrei**, wenn  $\underline{D}^{\text{außen}} = 0$  ist. Für solche Kreisel gilt:

$$\underline{L} = e_Z \theta_Z \omega_Z + e_H \theta_H \omega_H = \text{const.} \quad [1.19]$$

Der Übergang vom kräftefreien Kreisel zum sogenannten **Schwere**-Kreisel erfolgt, indem man an das  $b$ -Ende der Läuferachse im Abstand  $R$  von der Kreiselmitte ein Gewichtsstück der Masse  $m$  hängt (Abb. 1.4 rechts), das eine in Schwererichtung zeigende Kraft  $\underline{G} = -e_Z gm$  und damit ein äußeres Drehmoment auf den Kreisel ausübt. Vom Koordinatenursprung (= Kreiselmitte) aus gesehen, greift  $\underline{G}$  an der Stelle  $\underline{r} = R e_H$  an, so daß gilt:

$$\underline{D}^{\text{außen}} = \underline{r} \times \underline{G} = R \underline{e}_H \times (-\underline{e}_z g m) = m g R \underline{e}_z \times \underline{e}_H \quad [1.20]$$

Wenn sich der Kreisel nicht um seine Läuferachse dreht, bewirkt [1.20], daß die Kreiselachse dem Gewicht  $\underline{G}$  folgt und umkippt. Ganz anders verhält sich der Kreisel, wenn der Läufer zunächst in schnelle Rotation versetzt wird, und erst anschließend bei  $b$  das Gewicht angehängt wird: Sobald es hängt, bewegen sich das Achsenende  $a$  und  $b$  mit der in Abbildung 1.4 rechts angedeuteten waagrechten Kreisbahn. Die Bewegung der Kreiselachse wird als **Präzessionsbewegung** bezeichnet.

[1.17] in [1.20] eingesetzt, erklärt dieses Verhalten:

$$\underline{D}^{\text{außen}} = m g R \underline{e}_z \times \underline{e}_H = \frac{m g R}{\theta_H \omega_H} \underline{e}_z \times (\underline{L} - \underline{L}_z) \quad [1.21]$$

Wenn der Kreisel schnell um seine Läuferachse rotiert, ist der Betrag der zu  $\underline{e}_H$  orthogonalen Drehimpulskomponente  $\underline{L}_z$  viel kleiner als jener des Gesamtdrehimpulses  $\underline{L}$ , so daß in [1.21]  $\underline{L}_z$  neben  $\underline{L}$  vernachlässigt werden kann (Fabeck, 1980):

$$|\underline{D}^{\text{außen}}| = |\Omega \underline{e}_z \times \underline{L}| = \Omega L \sin(\vartheta) \quad [1.22]$$

$$\text{mit : } \Omega = \frac{m g R}{\theta_H \omega_H}$$

$$\vartheta = \text{Winkel zwischen } \Omega \underline{e}_z \text{ und } \underline{L}$$

$\Omega$  wird als **Winkelgeschwindigkeit der Präzessionsbewegung** bezeichnet. Diese ist unabhängig vom Neigungswinkel der Läuferachse zur Vertikalen. Der Kreisel präzediert um so schneller, je langsamer der Kreisel selbst rotiert und je größer das einwirkende Drehmoment  $m g R$  ist. Eine große Kreiselmasse dagegen verlangsamt die Präzession.

Da  $|\underline{L}_z| \ll |\underline{L}|$  angenommen wurde, kann  $\underline{L}_z$  auch in der Gleichung [1.17] vernachlässigt werden. Der Drehimpuls  $\underline{L}$  des Kreisels liegt daher auf der Kreiselsymmetrieachse  $\underline{e}_H$ :

$$\underline{L} = \underline{L}_H = \underline{e}_H \theta_H \omega_H \quad [1.23]$$

Der Öffnungswinkel beträgt somit  $\vartheta = 90^\circ$ . Dies hat zur Folge, daß die Endpunkte  $a$  und  $b$  (Abb. 1.4 rechts) mit der Präzessionsgeschwindigkeit  $\underline{\Omega}$  auf einer waagrechten Kreisbahn um  $\underline{e}_z$  wandern.

#### 1.4. Satz vom Drehimpuls

Der **Satz vom Drehimpuls** (Drallsatz) klärt den Zusammenhang zwischen einem von außen aufgebrachtem Drehmoment  $\underline{D}^{\text{außen}}$  und der Änderung (Betrag und/oder Richtung) des Drehimpulses  $\underline{L}$ . Unter dem Drehmoment  $\underline{D}^{\text{außen}}$  ist die Resultierende aller von außen am Körper angreifenden Drehmomente zu verstehen:

$$\underline{D}^{\text{außen}} = \frac{d\underline{L}}{dt} = \underline{\Omega} \times \underline{L} \quad [1.24]$$

wobei :  $\underline{\Omega}$  : Winkelgeschwindigkeitsvektor der Präzessionbewegung  
 $\underline{L}$  : Drehimpuls des Kreisels

Die Schwenkbewegung des Drehimpulsvektors wird, wie bereits in Kapitel 1.3. beschrieben, als Präzession bezeichnet. Aus [1.24] ist somit ersichtlich, daß zu jeder Präzessionsbewegung stets ein Drehmoment gehört. Der Satz vom Drehimpuls führt somit zu folgenden Aussagen:

- \* Wirkt kein Drehmoment auf den Kreisel, so bleibt der Drehimpuls, insbesondere seine Richtung, unverändert.
- \* Wirkt ein Drehmoment  $\underline{D}$  auf den Kreisel ein, ändert sich dessen Drehimpuls. Die Drehimpulsänderung steht senkrecht zur Drehimpulsachse und zeigt in die gleiche Richtung des Drehmomentes.
- \* Wird die Drehimpulsrichtung des Kreisels zwangsweise geändert, entsteht ein Drehmoment  $\underline{D}^*$ , das zur Drehimpulsachse und zur Richtung, um die die Drehimpulsachse gedreht wird, senkrecht steht.  $\underline{D}$  und  $\underline{D}^*$  unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen (Pohl, 1982).

Wichtig ist außerdem, daß der Satz vom Drehimpuls nur gilt, falls  $d\underline{L}/dt$  als Änderung von  $\underline{L}$  gegenüber einem **Inertialraum** aufgefaßt wird. Eine Änderung des Drehimpulsvektors kann in diesem Fall nur durch ein Drehmoment  $\underline{D}$  hervorgerufen werden (Fabeck, 1980). In einem schwenkenden Koordinatensystem hingegen, würden auch ohne Drehmoment Änderungen des Drehimpulsvektors auftreten (relative Änderung der Komponenten des Drehimpulsvektors gegenüber dem Bezugssystem).



In Abbildung 1.6 sind einige mögliche Fälle der Drehimpulsänderung in Form von Vektoradditionen dargestellt, da der veränderte Drehimpulsvektor  $\underline{L}''$  auch als Summe des ursprünglichen Drehimpulsvektors  $\underline{L}'$  und der Vektoränderung  $\Delta \underline{L}$  beschrieben werden kann.

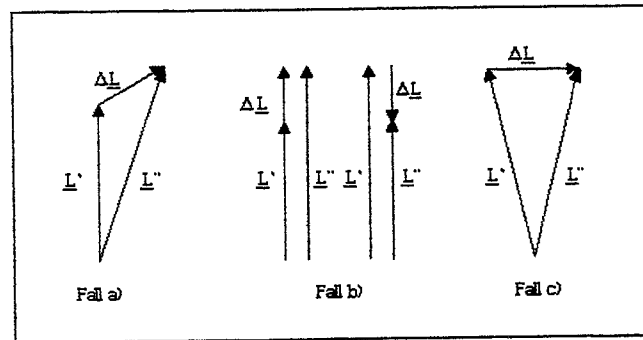


Abb. 1.6 : Drehimpulsänderungen in Form von Vektoradditionen

$$\underline{L}'' = \underline{L}' + \Delta \underline{L} = \underline{L}' + \underline{D}^{\text{außen}} \Delta t \quad [1.25]$$

- Fall a)** : Allgemeiner Fall, in dem sich der Drehimpulsvektor in der Zeit  $\Delta t$  sowohl nach Betrag als auch in der Richtung ändert.
- Fall b)** : Die Richtung des äußeren Momentenvektors ist gleich der des inneren Drehimpulsvektors; es ändert sich nur die Größe des Drehimpulsvektors. Dieser Vorgang entspricht dem **Hochlauf** oder **Abbremsen** des Kreisels.
- Fall c)** : Fall der **Präzession**.  $\Delta \underline{L}$  wirkt (im infinitesimalen Sinn) rechtwinklig auf  $\underline{L}'$ ; der Drehimpulsbetrag bleibt konstant, während sich nur die Richtung ändert.

Zusammenfassend werden die Auswirkungen eines äußeren Drehmomentes, hervorgerufen durch eine an der Drehimpulsachse  $\underline{L}$  angreifenden Kraft  $\underline{F}^{\text{außen}}$ , in Abbildung 1.7 verdeutlicht.

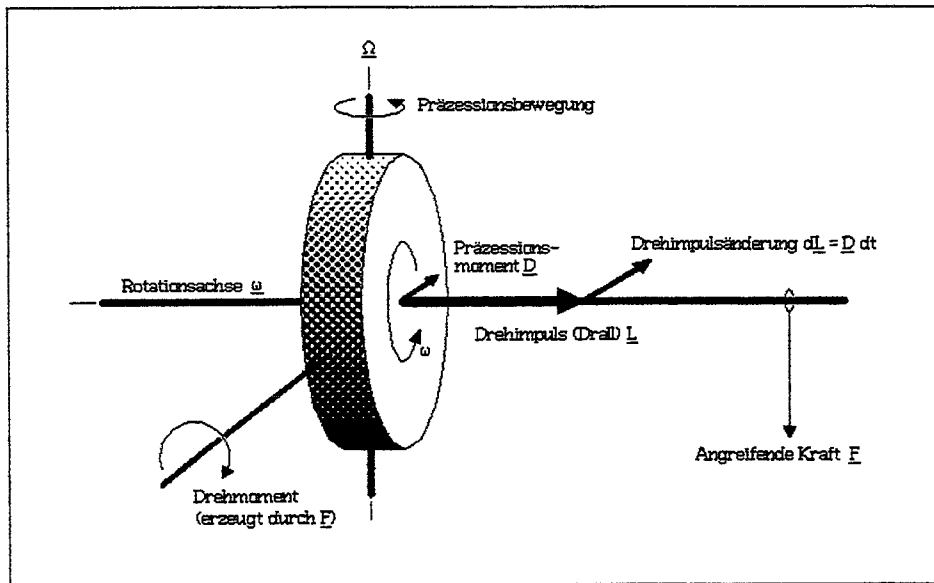


Abb. 1.7 : Auswirkungen einer angreifenden Kraft  $F$

Es bleibt die Feststellung, daß man sich leicht über die Schwenkrichtung täuschen kann. Versucht ein Drehmoment die Richtung der Läuferachse zu ändern, so gibt der Kreisel diesem Drehmoment nicht nach, sondern weicht rechtwinklig dazu aus.

### 1.5. Satz vom gleichsinnigen Parallelismus

Der Satz vom gleichsinnigen Parallelismus besagt, daß "der Läufer eines Kreisels sich unter dem Einfluß eines äußeren Drehmomentes so verhält, daß sich der Vektor des Drehimpulses auf dem kürzesten Weg gleichsinnig parallel zum Vektor des äußeren Drehmomentes zu stellen versucht" (Fabeck, 1980).

## 2. Kreiselarten

Abbildung 2.1 stellt die Achsen des Kreisels dar, um die er Bewegungen vollführen kann. Die X-Achse gibt die Rotationsachse an, die auch der Drehimpulsachse bzw. der Läuferachse entsprechen soll. Je nachdem, ob der Kreisel Bewegungsmöglichkeiten um alle drei, zwei oder nur eine Achse besitzt, spricht man von Kreiseln mit zwei, drei oder einem Freiheitsgrad.

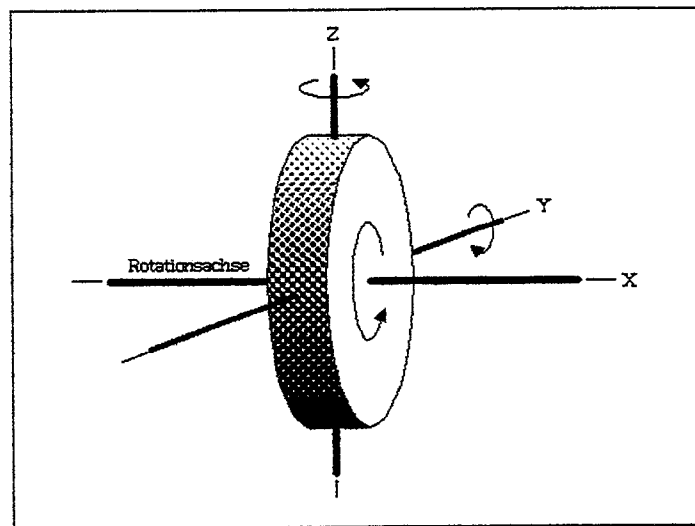


Abb. 2.1 : Kreiselsystem  $(X,Y,Z)$

Im folgenden sollen drei verschiedene Kreiselarten beschrieben werden:

- \* Freier Kreisel
- \* Inklinationskreisel
- \* Deklinationskreisel

### 2.1. Freier Kreisel

Besitzt ein Kreisel alle drei Freiheitsgrade, so nennt man ihn einen freien Kreisel oder seiner Hauptanwendung in Flug- und Landfahrzeugen nach, auch einen **Kurskreisel**. Einmal ausgerichtet, behält der Kreisel seine Richtung bei und dient als Richtungsgeber im Inertialraum. Die übliche Ausführung stellt ein Kardangelenk dar.

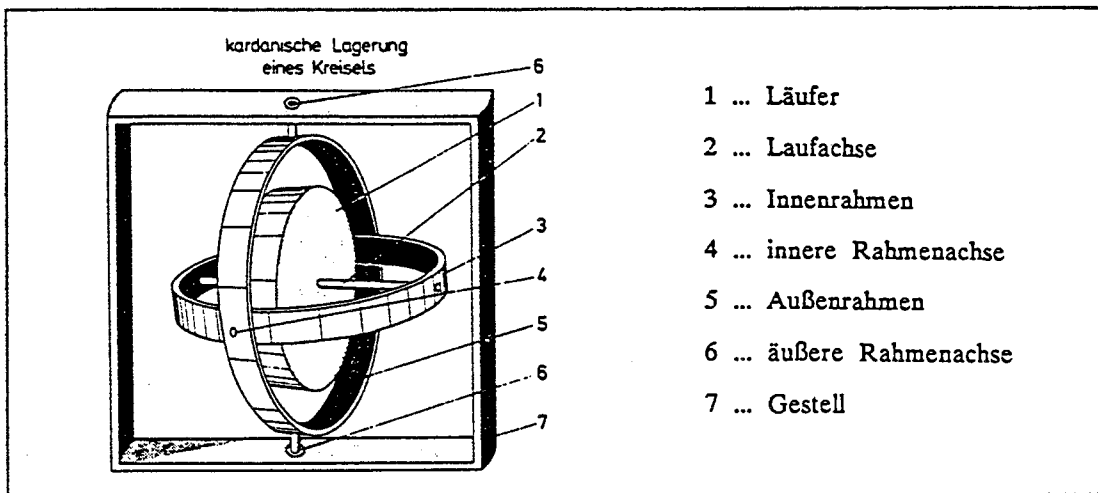


Abb. 2.2 : Kardanische Aufhängung eines freien Kreisels (Fabeck, 1980)

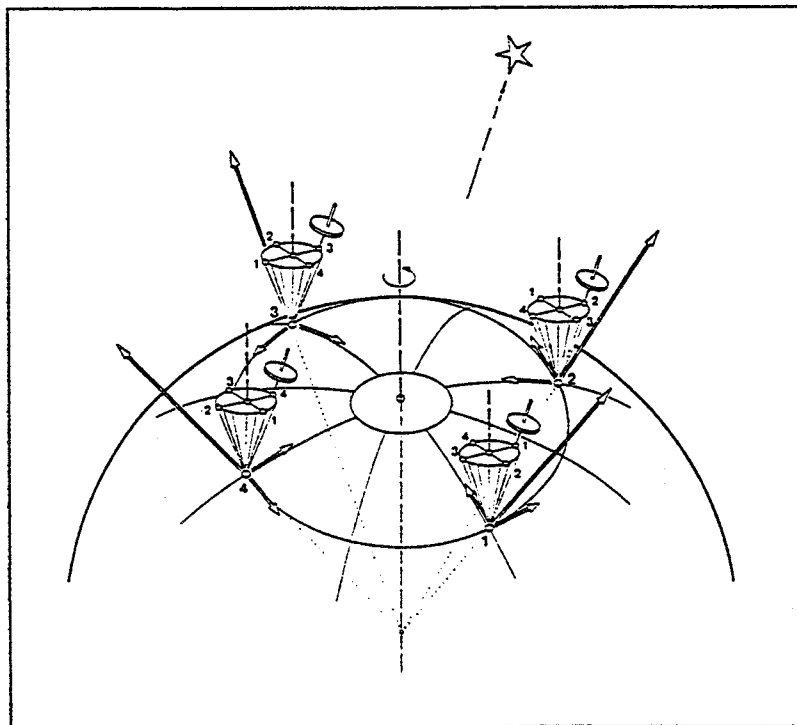


Abb. 2.3 : Kräftefreier Kreisel mit drei Freiheitsgraden (Matthias, 1985)

Da auf das Kardangehänge kein Präzessionsmoment wirkt, läßt sich die Bewegung folgendermaßen beschreiben: Ist die Rotationsachse zum Zeitpunkt  $t_0$  im Punkt P auf einen Fixstern ausgerichtet, so beschreibt der Kreisel aufgrund der Erddrehung eine relative Bewegung zu einem erdfesten Koordinatensystem. Es handelt sich also um eine permanente Rotation des Kreisels um seine Figurenachse, wobei der Drehimpulsvektor eine konstante Richtung im Fixsternsystem (Inertialsystem) einhält (Abb. 2.3).

Zwei miteinander gekoppelte freie Kreisel, deren Achsen senkrecht zueinander stehen, sind also in der Lage, zwei senkrecht aufeinander stehenden Ebenen im Inertialraum zu stabilisieren.

Als wesentlicher Fehlereinfluß bei der Verwendung von Kurskreiseln tritt die sogenannte Drift auf, d.h. ein Auswandern der Läuferachse des Kreisels. Sie wird durch den Einfluß äußerer Störmomente verursacht.

## 2.2. Inklinationskreisel

Auch **polsuchender Kreisel** genannt. Bei dieser Anordnung handelt es sich um ein Kreiselssystem mit zwei Freiheitsgraden, da man die Bewegungsmöglichkeit um die Z-Achse verhindert.

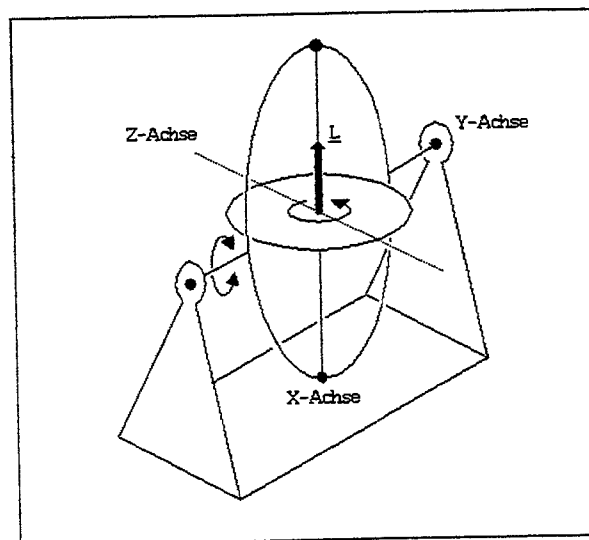


Abb. 2.4 : Schematischer Aufbau eines Inklinationskreisels

Steht die Y-Achse in Ost-West-Richtung wird der Z-Achse aufgrund der Erdrotation  $\omega_E$  ein äußeres Drehmoment aufgezwängt:

$$D^{\text{außen}} = \omega_E L \sin(h - \varphi) \quad [2.1]$$

$h$  sei dabei der Höhenwinkel der Läuferachse gegen die Horizontalebene,  $\varphi$  die geographische Breite im Standpunkt. Die Läuferachse weicht diesem Drehmoment mit einer Präzessionsbewegung aus (Satz vom Drehimpuls, Kap. 1.4.). Die angestrebte Ruhelage des Kreisels ist die Richtung auf den Polarstern. Die Abweichung der Läuferachse gegenüber der Horizontalen (Inklination) entspricht dann der geographischen Breite.

$$D^{\text{außen}} = \omega_E L \sin(h - \varphi) = 0 \quad \text{falls : } h = \varphi \quad [2.2]$$

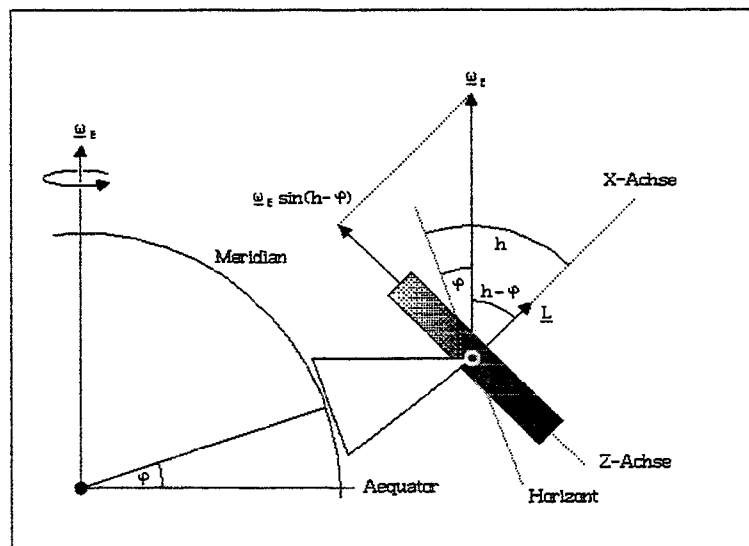


Abb. 2.5 : Prinzip des Inklinationskreisels

### 2.3. Deklinationskreisel

Auch **nordsuchender Kreisel** oder **Meridiankreisel** genannt. Bei dieser für geodätische Zwecke bisher wichtigsten Anordnung wird dem Kreisel die Bewegungsmöglichkeit um die horizontale Y-Achse genommen.

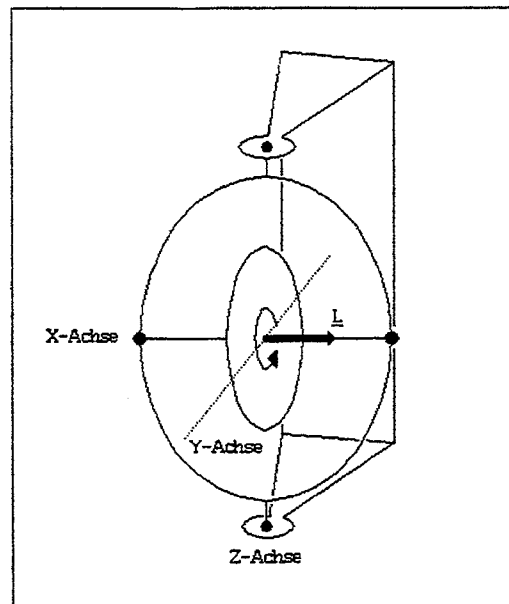


Abb. 2.6 : Schematischer Aufbau eines Deklinationskreisels

Durch die erdlotfeste Rahmenachse bzw. durch die Fesselung des rotierenden Kreisels an die Horizontalebene wird der Läuferachse die breitengradabhängige Horizontalkomponente  $\underline{\omega}_E \text{ horiz.}$  des Erddrehvektors  $\underline{\omega}_E$  (Abb. 2.7) aufgezwungen.

Dieser Erddrehgeschwindigkeitsanteil bewirkt ein Kreiselmoment resp. eine Präzessionsbewegung um die Z-Achse. Es gelte:

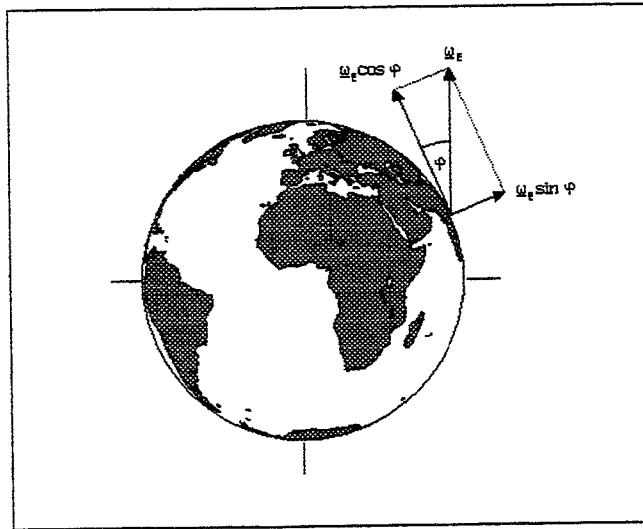
$$\underline{\omega}_E \text{ horiz.} = \underline{\omega}_E \cos(\varphi) \quad [2.3]$$

Die breitengradabhängige **Richtgröße** des Kreisels beträgt:

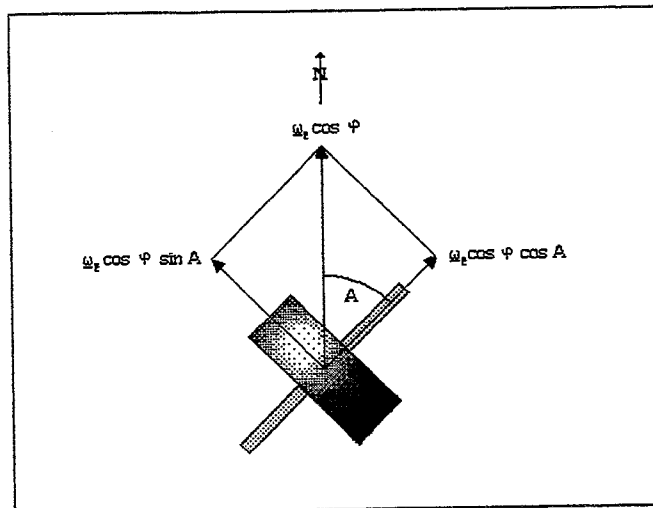
$$D_k = \omega_E L \cos(\varphi) \quad [2.4]$$

Bildet die Läuferachse mit dem Ortsmeridian ein Azimut  $A$  (Abb. 2.8), so entsteht ein breitengradabhängiges **Nordungsmoment**, mit dem der Kreisler in den Meridian strebt (Abb. 2.9):

$$D = \omega_E L \cos(\varphi) \sin(A) = D_k \sin(A) \quad [2.5]$$



**Abb. 2.7 :** Zerlegung des Erddrehvektors



**Abb. 2.8 :** Zerlegung der Horizontalkomponente des Erddrehvektors

Ein derart gebauter Kreisel weicht somit unter dem Einfluß der Erddrehbewegung der Erddrehung aus, und versucht seinen Drallvektor parallel zum Vektor der Erddrehachse zu stellen (Satz vom gleichsinnigen Parallelismus, Kap. 1.5.).



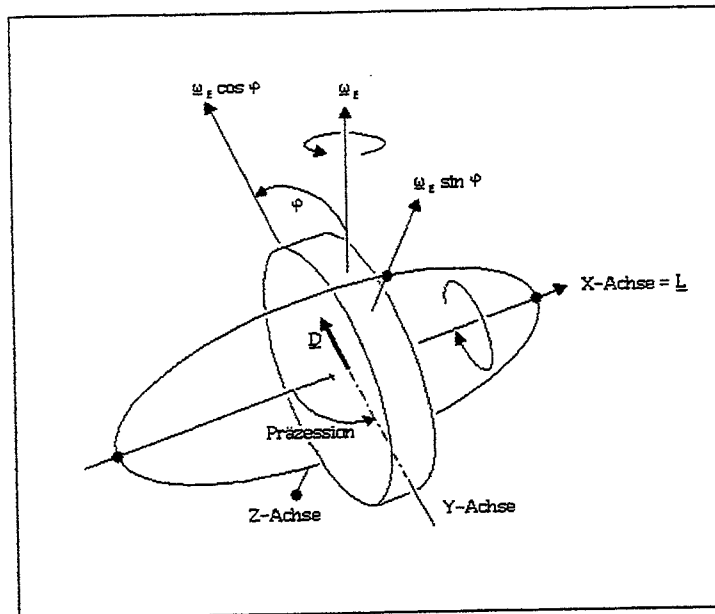


Abb. 2.9 : Prinzip des Deklinationskreisels

In hohen Breiten nimmt das Nordungsmoment rasch ab und wird zu Null in den Polen. Dort zeigt nämlich jede Richtung nach Norden bzw. Süden, so daß auch der Deklinationskreisel in jede Richtung ungestört rotieren kann. Das Maximum des Nordungsmomentes liegt bei einer Stellung der Läuferachse in Ost-West-Richtung, während ein Minimum des Nordungsmomentes in Richtung des Ortsmeridians auftritt, da dort die Ruhestellung des Kreisels liegt:

$$D = \omega_E L \cos(\varphi) \sin(A) = 0 \quad [26]$$

falls :  $A=0^\circ$  oder  $\varphi=90^\circ$

## 3. Der schweregefesselte Vermessungskreis

### 3.1. Definition

Ein Vermessungskreis ist ein als Pendel aufgehängter elektrisch angetriebener Kreis, dessen Figurenachse unter dem Einfluß der Schwerkraft und der Erddrehung in die astronomische Nordrichtung weist.

### 3.2. Aufbau

Die Bauelemente eines Vermessungskreisels werden üblicherweise in drei Gruppen eingeteilt:

- a) Das **tragende System**,
- b) das **richtungsgebende** oder **schwingende System** (Kreiselsystem) und
- c) das **richtungsnehmende System** (Theodolit).

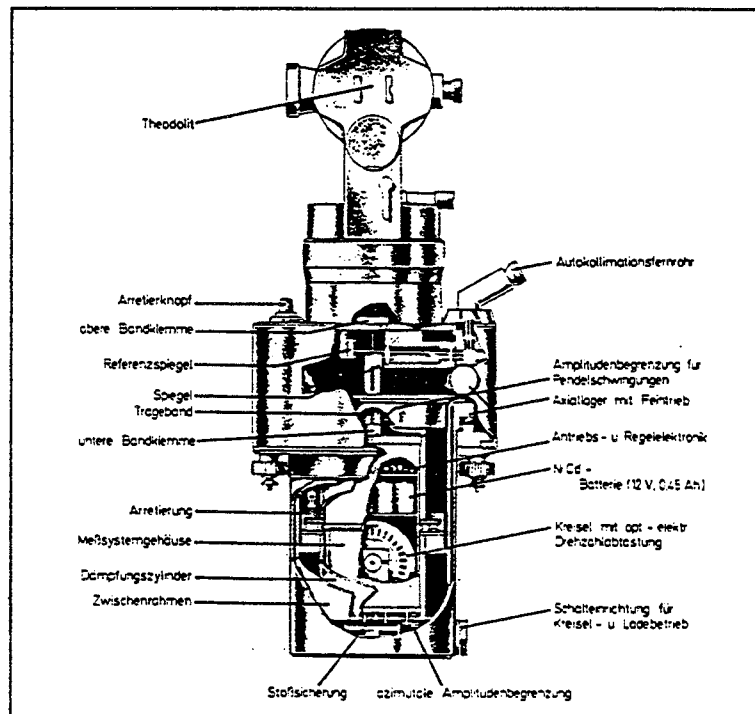


Abb. 3.1 : Aufbau eines Kreisels am Beispiel des Vermessungskreisels MW-77 (Fabeck, 1980)

Kreis und Theodolit können in einer Einheit zusammengebaut sein (**Kreisetheodolit**), oder der Kreis kann auf den Theodolit bei Bedarf aufgesetzt werden (**Aufsatzkreis**).

Das schwingende System besteht im wesentlichen aus:

- \* Dem **Läufer** (als Außenläufer eines Elektromotors in der **Kreiselskappe**),
- \* dem **Mast**, starr mit der **Kreiselskappe** verbunden, und
- \* dem **Tragband**.

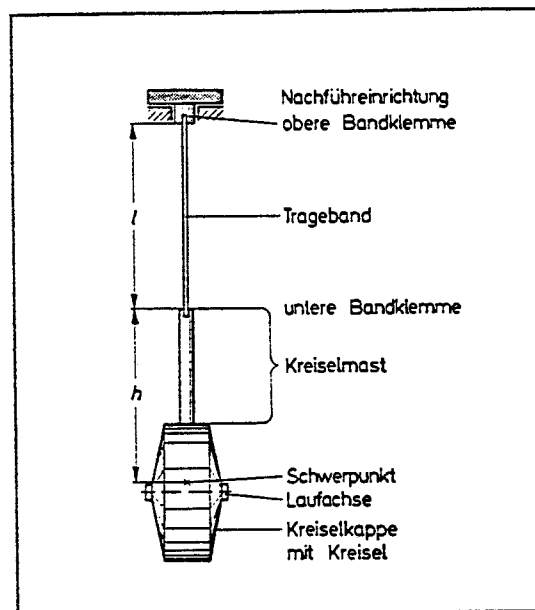


Abb. 3.2 : Schwingendes System (Fabeck, 1980)

Das schwingende System hängt an einem Aufhängeband, das durch je eine Klemmschraube in den beiden Bandklammern befestigt ist. Die obere Bandklemme ist in ihrer Halterung drehbar und durch Halterungsschrauben und Justierschrauben fixiert.

Der Kreiselmotor ist als Elektromotor ausgebildet. Um ein möglichst hohes Trägheitsmoment und damit einen großen Drall zu erreichen, werden Außenläufer verwendet, d.h. die Rotormasse ist als Ring ausgebildet und rotiert um den im Zentrum angeordneten Stator.

### 3.3. Prinzip

Der Kreisel ist mit Hilfe eines Tragbandes wie ein Torsionspendel aufgehängt und ist somit an das Lot gefesselt. Seine Rotationsachse wird daher durch die Schwerkraft immer horizontal gehalten. Der schnell rotierende Kreisel will nun wegen seiner Trägheit seine zufällig im Raum eingenommene Richtung der Rotationsachse beibehalten.

Weist die Läuferachse eine Richtungsablage gegenüber astronomisch Nord (Richtung, die die Horizontalprojektion der momentanen Rotationsachse der Erde darstellt; vgl. Kap. 6.3.1.) auf, so bewirkt die horizontale Erddrehkomponente ein (infinitesimales) Auswandern der Kreiselachse aus der Horizontalen (Abb. 3.2). Es wird dann durch die Gewichtskraft ein Drehmoment (sogenanntes **Kreiselrichtmoment**) auf Mast und Kreiselkappe ausgeübt. Die Reaktion des Kreisels ist eine Präzessionsbewegung um die Lotrichtung, bis seine Läuferachse in der Meridianebene (astronomisch Nord) zu liegen kommt. In dieser Stellung liegen der Drehimpulsvektor des Kreisels und der Vektor des äußeren Drehmomentes parallel. Infolge seiner Massenträgheit sowie der feinen Luft- und Lagerreibung stellt sich der Kreisel aber nicht sofort auf die Nordrichtung ein, sondern oszilliert um diese Richtung in Form einer schwach gedämpften Drehschwingung.

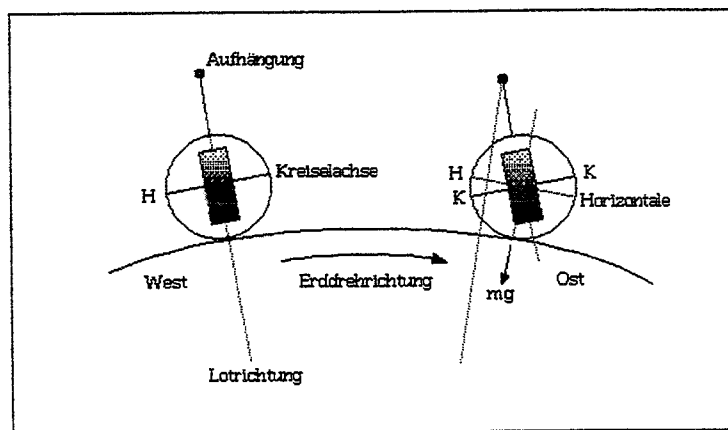


Abb. 3.3 : Entstehung einer Schwerkraftwirkung (Blickrichtung von Süden)

Genauer genommen hat auch die Vertikalkomponente des Erddrehvektors einen Einfluß auf den Kreisel. Diese verursacht ein Moment, das den Kreisel veranlasst, um eine resultierende Ebene außerhalb der Horizontalebene zu schwingen. Der Betrag der Abweichung von der Horizontalen bleibt, auch aus konstruktiven Gründen, klein. Es soll hier nicht näher darauf eingegangen werden. Man vergleiche dazu (Fabeck, 1980) und (Rommel, 1991).

Eine weitere Folge der Aufhängung ist, daß zusätzlich zum Kreiselrichtmoment ein **Bandrichtmoment** auf den Kreisel wirkt. Dieses Moment wird durch die Steifigkeit des Tragbandes erzeugt und versucht den Kreisel in die Richtung zu drehen, in der das Band torsionsfrei ist. Diese Stellung bzw. Richtung nennt man **Bandnulllage** (vgl. Kap. 5.1.). Ein entarretierter, nicht-rotierender Kreisel vollführt eine Drehschwingung um die Bandnulllage. Die Drehschwingung bei rotierendem Kreisel um die **Schwingungsmittellage** ist somit auf ein Zusammenwirken der oben genannten Momente zurückzuführen.

### 3.4. Anforderungen an einen Präzisionsvermessungskreis

Zu den Anforderungen an einen Präzisionsvermessungskreis zählen:

- \* Kleine Abmessungen
- \* Geringes Gewicht
- \* Robustheit
- \* Geringe Störempfindlichkeit
- \* Wenig Wartung
- \* Einfaches Meßverfahren
- \* Kurze Meßzeit
- \* Hohe Meßgenauigkeit

Ein interessantes Beispiel zur technischen Entwicklung einer "Familie" von Vermessungskreisen stellt die MW-Serie (später GYROMAT) der DMT (Deutsche Montan Technologie, ehemalige WBK (Westfälische Bergwerkschaftskasse)) in Abbildung 3.4 dar.

### 3.5. Anwendungsmöglichkeiten

Die (zivilen) Anwendungsgebiete eines Vermessungskreisels können sein:

- \* Geodätische Richtungsangaben in Tunnel-, Stollen- und Kanalbau (Orientierung und Zwischenorientierung der Polygonzüge)
- \* Relative und absolute Netzorientierungen
- \* Orientierung von GPS-Netzen
- \* Steuerung von untertägigen Vortriebsmaschinen (Orientierung von präzisen Durchschlagsmessungen)

- \* Bestimmung von atmosphärischen Refraktionseinflüssen
- \* Anlegen von Referenzlinien für Inertialnavigationssysteme
- \* Deformationsanalysen (Aufdecken von Verdrehungen geodätischer Netze)
- \* usw.

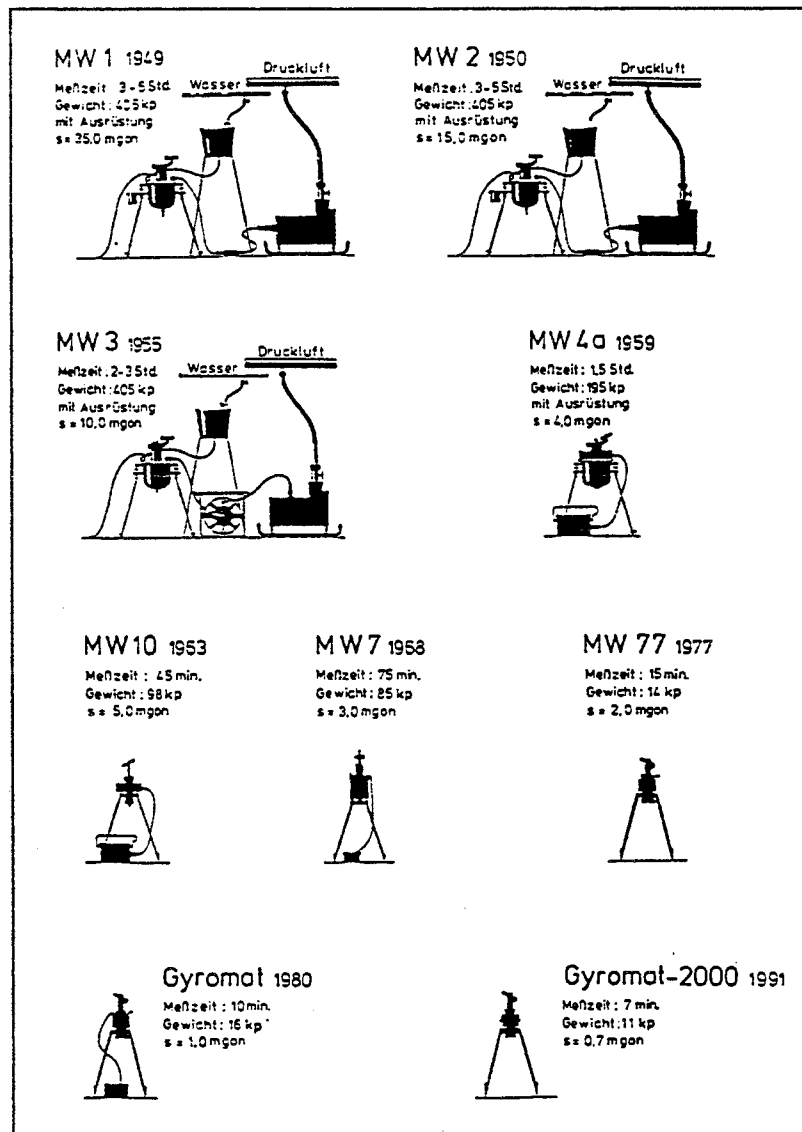


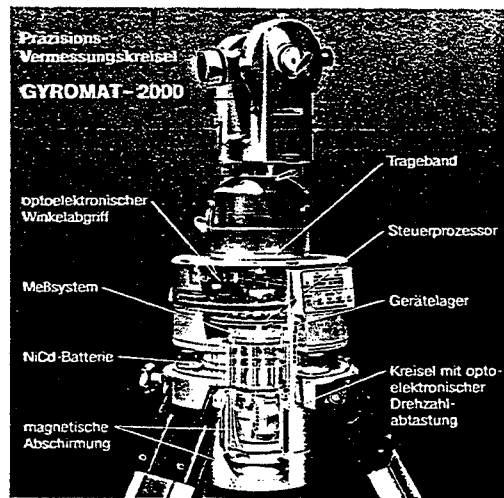
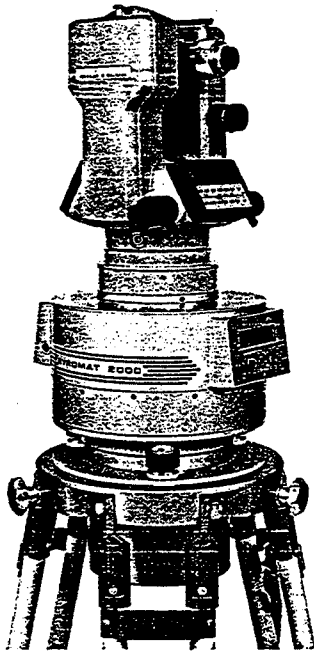
Abb. 3.4 : Entwicklung der MW-Serie (Rommel, 1991)

### 3.6. Ein Präzisionsvermessungskreis : Der GYROMAT - 2000

Einer der präzisesten und kompaktesten Vermessungskreis auf dem aktuellen Markt ist der GYROMAT-2000 der DMT. Es handelt sich hierbei um ein Instrument mit vollautomatisiertem Meßablauf und Stehachslager für Messungen aus beliebiger Nordablage.

Die Orientierungsablage gegenüber astronomisch Nord ermittelt der GYROMAT-2000 über ein optoelektrisches Verfahren; dabei wird die Kreiselschwingung über eine Schwingungsperiode kontinuierlich abgetastet, integriert und digital ausgewertet (vgl. Kap. 4.3.4.).

Die folgende Abbildung mit den wichtigsten Eigenschaften des Gerätes ist dem Firmenprospekt der DMT entnommen.



Technische Daten	
- Meßgenauigkeit und Meßzeiten (Breitenbereich $\pm 70$ Grad; Nordablage $\pm 180$ Grad)	
Meßmodus 1:	$s \leq 0,6$ mgon      Meßzeit $\leq 7$ Minuten
- für Steueraufgaben:	
Meßmodus 2:	$s \leq 10,0$ mgon      Meßzeit $\leq 2$ Minuten
Meßmodus 3:	$s \leq 3,0$ mgon      Meßzeit $\leq 4$ Minuten
- zulässiger Breitengradbereich: 0 - 80 deg	
- Nullpunktstabilität: $\leq 2$ mgon/Jahr (typisch $\leq 1$ mgon/Jahr)	
- Temperatur: - 20°C bis +50°C (Messen) - 40°C bis +60°C (Lagern)	
- Batteriekapazität (integrierter Akku bei 20°C)	
Meßmodus 1:	$\geq 30$ Messungen
Meßmodus 2:	$\geq 50$ Messungen
Meßmodus 3:	$\geq 40$ Messungen
- Kreisell-Hochlauf < 20 Sekunden	
- Kreisell-Austauf < 30 Sekunden	

Technische Daten. Änderungen vorbehalten

Abmessungen und Gewichte	
GYROMAT-2000:	Masse 10 kg Durchmesser 215 mm, Höhe 330 mm
Transportbehälter:	Masse 4 kg Länge 300 mm, Breite 300 mm, Höhe 440 mm
Stativ:	Masse 9 kg Durchmesser 300 mm, minimale Höhe 1000 mm

## Einsatzgebiete

- Die Anwendungsgebiete des GYROMAT-2000 sind:
- Geodätische Richtungsangaben im Tunnel- und Kanalbau
  - Relative und absolute Netzorientierungen
  - Orientierungen von GPS-Netzen
  - Steuerung von untertägigen Vortriebsmaschinen
  - Ausrichtung siderischer Drehtische
  - Anlegen von Referenzlinien für Inertialnavigationssysteme
  - Bestimmung von Anomalien des Erdmagnetfeldes
  - Bestimmung von atmosphärischen Refraktionseinflüssen

## Meßablauf

Der vollautomatische Meßablauf gliedert sich intern in drei Meßphasen, die vom Prozessor automatisch abgearbeitet werden:

- Kalibriermessung
- Eindrehen des Gerätegehäuses in die Nordlage
- Feinmessung mit abschließender Anzeige des Azimutes



## 4. Beobachtungsmethoden

Ziel der verschiedenen Beobachtungsmethoden bei Vermessungskreiseln ist, die Nordrichtung zu ermitteln. Abgesehen von der Bandnullage und der Eichkonstante (vgl. Kap. 5.), die abhängig sind vom Justierzustand des Instrumentes, zeigt die Mittellage der Drehschwingung der Läuferachse in Richtung astronomisch Nord. Die Aufgabe des Beobachters besteht also darin, die Mittellage der Schwingungen zu bestimmen.

Nachstehend werden die grundlegenden Beobachtungsverfahren zur Nordbestimmung beschrieben. Ausführlichere Beschreibungen und verfeinerte Methoden findet man in (Brunken, 1981), (Caspary u.a., 1982b), (Caspary/Scheuring, 1990), (Grafarend, 1971a), (Grafarend, 1971b), (Halmos, 1977b), (Halmos, 1980), (Korittke, 1988), (Korittke, 1989), (Rommel, 1991) und (Schwendener, 1964).

### 4.1. Vororientierung

Da die Kreiselschwingung auf wenige Winkelgrade begrenzt ist, muß man vor Beginn der Messung die Nullmarke des Kreiselgerätes so gut als möglich nach astronomisch Nord ausrichten. Die Begrenzung der Kreiselbewegung dient dem Schutz des Tragbandes, das als Lager- und Tragelement betrachtet werden muß und dessen Nullpunkteigenschaften im Meßvorgang zu berücksichtigen sind. Nullageänderungen des Tragbandes wirken sich als Rückstellmomente auf das Kreiselrichtmoment und damit in direkter Weise auf das Meßergebnis aus. Zur Vororientierung können bei traditionellen Geräten (z.B. GAK-1 von WILD) übliche Hilfsmittel wie Uhr und Sonne, Karte, Kompass usw. verwendet werden. Moderne Vermessungskreisel, wie z.B. der GYROMAT-2000 der DMT (Deutsche Montan Technologie), automatisieren das Verfahren der Vororientierung; innerhalb von ca. 1 min erreicht man aus beliebigen Nordablagen eine Nordungsgenauigkeit besser als  $\pm 1$  gon (Rommel, 1991).

### 4.2. Schnellorientierung

Bei dieser Methode genügen zwei Umkehrpunkte der Kreiselschwingung, um eine verbesserte Vororientierung zu erhalten.

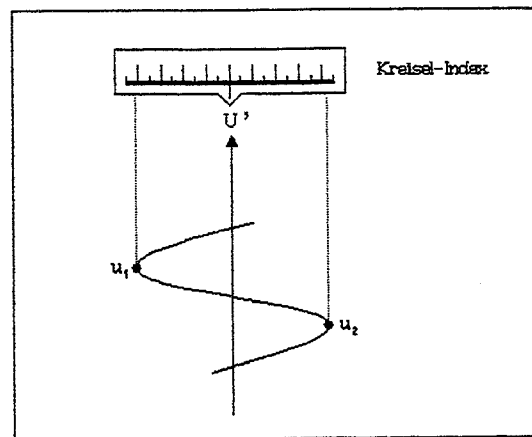


Abb. 4.1 : Schnellorientierung

Die Alhidade des Theodolits wird der Drehschwingung des Kreisels so nachgeführt, daß die Kreiselmarke immer innerhalb des Ableseindexes bleibt. Beim ersten Umkehrpunkt liest man am Horizontalkreis des Theodolits die Richtung  $u_1$ , beim zweiten Umkehrpunkt analog die Richtung  $u_2$  ab.

Für die genäherte Kreisellage gilt : 
$$U' = \frac{1}{2} (u_1 + u_2) \quad [4.1]$$

### 4.3. Präzise Orientierung

#### 4.3.1. Umkehrpunktmethode

Die Drehschwingung des freigegebenen Kreisels wird mit der Alhidade des Theodolits verfolgt, indem man durch stetes Nachdrehen des Seitentriebes die wandernde Kreiselmarke so scharf wie möglich kontinuierlich in der Skalenmitte des Skalenindexes hält. Dadurch wird die obere Bandklemme nachgeführt, was das Aufhängeband torsionsfrei hält und somit den Torsionseinfluß auf die Schwingung ausschaltet (dies gilt nur unter der Annahme, daß kein Bandnullagefehler vorhanden ist). Der Schwingungsverlauf ist sinusförmig. Während in der Mitte der Drehschwingung die Geschwindigkeit der Marke am größten ist, nimmt diese gegen die beide Umkehrpunkte hin deutlich ab. Im Umkehrpunkt selber steht die Kreiselmarke für einige Sekunden still. Bevor die Alhidade im gegenläufigen Sinn wieder nachgeführt wird, liest man am Horizontalkreis des Theodolits die Kreiselstelle für den Umkehrpunkt ab (analog zu Abbildung 4.1).

Aus je drei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten kann die Schwingungsmitte  $U$  durch Bildung des sogenannten **Schuler-Mittels** berechnet werden:

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{1}{2} \left( \frac{u(i) + u(i+2)}{2} + u(i+1) \right) \\ &= \frac{1}{4} \left( u(i) + 2u(i+1) + u(i+2) \right) \end{aligned} \quad [4.2]$$

$$U = \frac{\sum U_i}{n} \quad ; n = 1, 2, \dots, i$$

Die Hauptfehlerquelle bei dieser Methode ist die Nachführung der Alhidade mit freier Hand. Neuere Vermessungskreisel, wie z.B. der GT-12 von MOM (Magyar Optikai Művek - Hungarian Optical Works), schalten diese Fehlerquelle durch automatische Nachdrehung der Alhidade aus.

Die Dauer für eine vollständige Schwingung (Periode) ist von der Amplitude unabhängig. Für ein bestimmtes Gerät ist die Schwingzeit  $T_U$  nur von der Horizontal-komponente der Erdrotation, also von der geographischen Breite  $\varphi$ , abhängig:

$$T_U(\varphi) = \left( \frac{T_U(0)^2}{\cos \varphi} \right)^{1/2} \quad [4.3]$$

wobei :  $T_U(0)$  : Schwingzeit am Äquator  
 $\varphi$  : Geographische Breite

#### 4.3.2. Durchgangsmethode

Hauptmerkmal der Durchgangsmethode ist die feste, z.B. mit der Schnellorientierung genähert nach Norden orientierte Richtung  $U'$ . Da während der Messung die Alhidade und somit die obere Bandklemme fest bleibt, ist am Schwingungsablauf neben der Erdrotation auch eine Bandtorsion (nicht zu verwechseln mit dem Bandnullagefehler) beteiligt. Die Schwingungsmittellage setzt sich infolgedessen aus dem Richtmoment der Erdrotation sowie einer Bandtorsion zusammen. Für die Bestimmung der Mittellage  $U$  der Kreiselschwingungen werden die Durchgänge der Strichmarke durch die Indexmitte an einer Stoppuhr mit Schleppzeiger gestoppt. Gleichzeitig liest man die Amplituden  $a_w$  und  $a_0$  der Kreiselschwingung ab und mittelt diese. Aus je drei aufeinanderfolgenden Durchgängen ergibt sich die an der Vororientierung  $U'$  anzubringende Korrektur  $\Delta U$ .

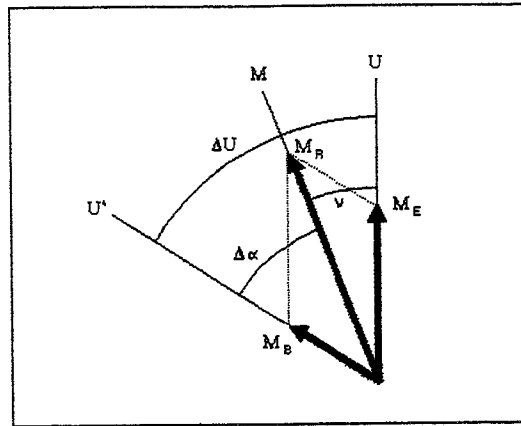


Abb. 4.2 : Einfluss der Bandtorsion auf die Nordrichtung

Bezeichnungen :

- U    Astronomische Nordrichtung
- U'   Genäherte Nordrichtung nach Vororientierung
- M    Schwingungsmittellage
- M<sub>R</sub>   Resultierendes Richtmoment
- M<sub>E</sub>   Erdrichtmoment
- M<sub>B</sub>   Bandrichtmoment
- ΔU   Korrektur an U' = Δα + ν
- Δα   Winkelkorrektur
- ν    Verschwenkung der Richtung M von U (Einfluß des Bandrichtmomentes)

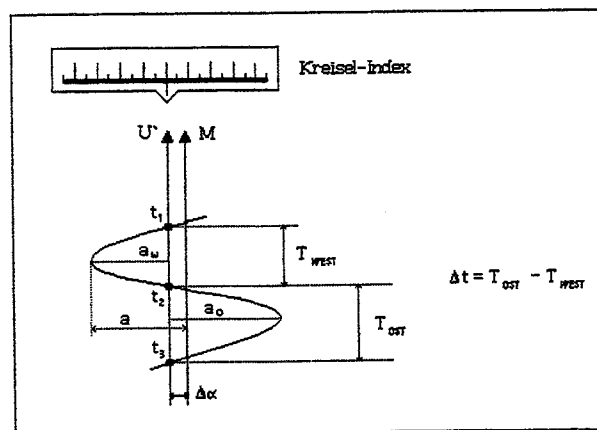


Abb. 4.3 : Durchgangsmethode

Die Korrektur  $\Delta U$  läßt sich berechnen aus:

$$\Delta U = c \Delta t a \quad [4.4]$$

wobei :

- $\Delta U$  : Korrektur (Erddrehung und Bandtorsion) an  $U'$ .
- $c$  : Einmal zu bestimmender Proportionalitätsfaktor, der den Einfluß der Bandtorsion ( $\Delta\alpha$  und  $\nu$ ) enthält.
- $\Delta t$  : Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeiten T-West und T-Ost.
- $a$  : Amplitude der Schwingung in Einheiten der Hilfstheilung (berechenbar aus  $a_w$  und  $a_o$ ).

Proportionalität zwischen der Zeitdifferenz  $\Delta t$  und der Korrektur  $\Delta U$  besteht nur im linearen Bereich der Sinusschwingung. Die Zeitdifferenz sollte deshalb nicht mehr als 30 s betragen.

Die Nordrichtung  $U$  ergibt sich aus:

$$U = U' + \Delta U_{\text{mittel}} \quad [4.5]$$

Der Proportionalitätsfaktor  $c$  wird aus Schwingungsbeobachtungen in zwei verschiedenen Richtungen  $U'_1$  und  $U'_2$  ca.  $20^\circ$  westlich bzw. östlich der Schwingungsmitte bestimmt:

$$\begin{aligned} U &= U'_1 + c \Delta t_1 a_1 \\ U &= U'_2 + c \Delta t_2 a_2 \end{aligned}$$

$$\text{Daraus : } c = \frac{U'_2 - U'_1}{\Delta t_1 a_1 - \Delta t_2 a_2} \quad [4.6]$$

Der Faktor  $c$  ist nicht empfindlich gegen Breitenänderungen, falls für die Vororientierung nach der Schnellmethode eine Genauigkeit von  $10^\circ$  bis  $20^\circ$  erreicht wird (Schwendener, 1964).

Für die Schwingzeit  $T_D$  in Funktion der geographischen Breite  $\varphi$  gilt analog zur Umkehrpunktmethode:

$$T_D(\varphi) = \left( \frac{T_U(0)^2}{\cos \varphi + M_B} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [4.7]$$

wobei :  $T_U(0)$  : Schwingzeit am Äquator (vgl. [4.3])  
 $\varphi$  : Geographische Breite  
 $M_B$  : Richtmoment der Bandtorsion

Wurden auf einer bestimmten geographischen Breite die Schwingzeiten  $T_U$  und  $T_D$  für eine Periode gemessen und wurde  $T_U(0)$  nach Formel [4.3] bestimmt, so kann der konstante Torsionseinfluß  $M_B$  sowie die Schwingzeit  $T_D$  für jede andere Breite berechnet werden.

#### 4.3.3. Zeitdifferenzverfahren

Eine Weiterentwicklung der Durchgangsmethode besteht darin, die Nordlage des Kreiselzeigers nur aus Zeitdifferenzen abzuleiten. In (Grafarend, 1971b) werden dazu sechs verschiedene Beobachtungsverfahren vorgestellt. Sie unterscheiden sich nach der Anzahl der Ortsmarken, an denen die Durchgangszeit gemessen wird und nach der Präzessionsschwingzeit, die entweder im vorhinein bekannt ist oder nicht. Die Kenntnis der Amplitude ist dabei nicht notwendig. (Brunken, 1981) und (Caspary u.a., 1982b) erweitern dieses Verfahren, indem sie die Kreisrichtung und die entsprechende Zeit so oft wie möglich registrieren. In (Caspary/Scheuring, 1990) werden Ausgleichungsmodelle für diese Meßverfahren geschildert.

#### 4.3.4. Automatische Verfahren

Das Zeitdifferenzverfahren eignet sich besonders für eine Automatisierung. Die Erfassung der Durchgangszeiten erfolgt dabei mit Photodioden. Es gibt prinzipiell zwei automatische Verfahren, um die Nordrichtung feststellen zu können: Das kinematische und das statisch-dynamische Verfahren.

Die **kinematische Methode** zeichnet sich dadurch aus, daß die durch die Präzession hervorgerufene Kreiselschwingung um die Schwingungsmittellage mit Photodioden abgegriffen wird. Beim MOM Gi-11 wird die Schwingung mit zwei gehäusefesten Photodioden erfaßt, die im Bereich der Schwingung des Rotors liegen. Die Meßgrößen sind Durchgangszeiten eines Lichtzeigers (Halmos, 1977 b; Halmos, 1980). Ein verbessertes Verfahren wird vom GYROMAT-2000 der DMT verwendet: Die Schwingung der Läuferachse wird während einer Periode  $T$  kontinuierlich abgetastet. Die

Kreiselablagen werden über eine gehäusefeste positionsempfindliche Diode erfaßt und den entsprechenden Epochen zugeordnet (Korittke, 1989). Die Integration dieser Ablagen liefert ein Maß für die Abweichung der Schwingungsmittellage und der opto-elektronischen Referenz (Orientierung des Kreiselgehäuses) gegenüber astronomisch Nord. Dieses Integrationsverfahren bietet zwei Vorteile: Erstens kann der Zeitpunkt des Integrationsbeginns beliebig gewählt werden und zweitens wird der Integralbetrag durch überlagerte Schwingungen nicht verändert. Der Meßablauf läßt sich in folgende automatische Schritte gliedern:

- 1) Bestimmung der aktuellen Bandnullage des Tragebandes (Winkel zwischen Nullpunkt des opto-elektronischen Abtastsystems (=Gehäusenullpunkt) und Schwingungsmittellage des freigegebenen, nicht-rotierenden Kreiseläufers). Auch hier wird eine vollständige Kreiselschwingung um die Bandnullage registriert und integriert. (Notwendige Zeit: ca. 1.5 min)
- 2) Vornordung des Gerätes. Nach Freigabe des rotierenden Kreisels ist es möglich, aufgrund der nordtreibenden Kraft die Nordablage zu berechnen. Das Gerätegehäuse wird dann mit arretierter Meßzelle nach Norden ausgerichtet. So erhält man eine Nordungsgenauigkeit von ca.  $\pm 1$  gon. (Notwendige Zeit: ca. 1.0 min)
- 3) Freigabe der Meßzelle mit eingeschaltetem Kreisel und Dämpfung der Kreiselschwingung. Die Restschwingung um die Nordrichtung wird soweit gedämpft, daß die Nordablage  $< \pm 0.05$  gon beträgt. (Notwendige Zeit: ca. 2.0 min)
- 4) Signalintegration über eine Periode der Kreiselschwingung zur Bestimmung der Gehäuserestnordablage. (Notwendige Zeit: ca. 2.5 min)

Die **statisch-dynamische Methode** beruht auf Messungen von Drehmomenten. Das Prinzip besteht darin, ein Gegendrehmoment (sogenanntes Fesselmoment) zu erzeugen, daß den Drehmomenten der Erddrehung und der Bandtorsion entgegenwirkt und eine Schwingung der Läuferachse verhindert (Schödlbauer, 1990). Es wird dabei nicht direkt das Fesselmoment gemessen, sondern der elektrische Strom, welcher in dem Drehmomentgeber das Drehmoment erzeugt. Dieses ist ein Maß für die Nordablage der Kreiseläuferachse. Als Beispiele für dieses Prinzip seien die Vermessungskreisel MK15 und MK12-4 von BGT (Bodenseewerk-Gerätetechnik) genannt.

---

#### 4.4. Richtungsabnahme

Wie auch immer die Bewegung des nordsuchenden Kreisels zur Richtungsbestimmung ausgenutzt wird, es muß in jedem Fall eine Einrichtung vorhanden sein, mit der auf die Stellung der Kreiselimpulsachse geschlossen werden kann. Da der Kreiselrotor keine materielle Achse besitzt (Aussenläufer), kann die Lage der Impulsachse nur indirekt beobachtet werden. Dazu projiziert das schwingende System z.B. eine Strichmarke auf einen gehäusefesten Index, oder die Normale eines mit dem Kreiselssystem verbundenen Spiegels dient als Bezugsrichtung in einer Ablesevorrichtung. Moderne Kreisel (z.B. GYROMAT-2000) automatisieren die Ablesung mit Hilfe von Lichtstrahlen, Spiegeln und Photosensoren (Rommel, 1991).

Die Richtungsübertragung der festgestellten Nordrichtung vom Kreiselgehäuse auf den Theodolit erfolgt auf zwei Wegen: Entweder durch eine feste Verbindung des Theodolit-Unterteils und -Teilkreises mit dem Kreiselgehäuse, oder durch Autokollimation (Schödlbauer, 1990).



## 5. Kreiselcharakteristiken

### 5.1. Bandnulllage

Unter dem Begriff Bandnulllage versteht man die Ruhelage des hängenden Systems in bezug auf die Gehäuseskala bei nicht rotierendem Kreisel. Die Kreiselachse sollte eine Schwingung symmetrisch zum Ablesenullindex ausführen. Ist dies nicht der Fall, so wirkt bei der eigentlichen Messung ein zusätzliches Rückstellmoment, wodurch die von der Kreiselachse angezeigte Nordrichtung verfälscht wird. In der Bandnulllage sind die auf das hängende System wirkenden Torsionskräfte im Gleichgewicht.

Die Bestimmung erfolgt durch Beobachtung der Torsionsschwingung bei nichtlaufendem Kreisel. Eine Abweichung  $\tau$  der Bandnulllage von der Indexmitte bewirkt eine Verschwenkung der Schwingungsmittellage, die rechnerisch wie folgt berücksichtigt werden kann (Schwendener, 1964):

$$\Delta U' = \Delta U + \tau \frac{M_B}{M_E} \quad [5.1]$$

wobei :  $M_B$  : Moment der Bandtorsion  
 $M_E$  : Moment der Erdrotation  
 $\tau$  : Bandnullagefehler

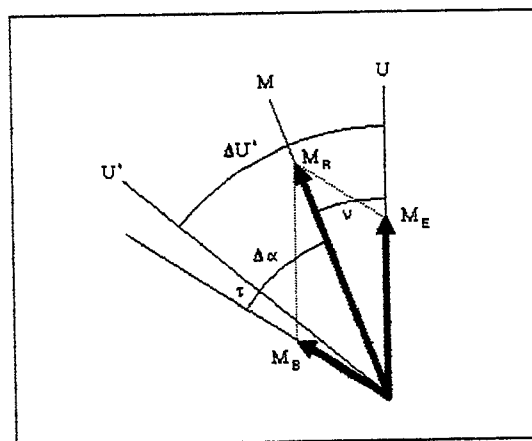


Abb. 5.1 : Einfluß eines Bandnullagefehlers  $\tau$  auf die Schwingungsmittellage

Die Nullage des Tragebandes kann beeinflusst werden durch (DMT, 1990):

* Alterung	$\leq 2.0$	mgon/Jahr
* Temperatur	$\leq 0.3$	mgon/°Cel.
* Gravitation	$\leq 1.0$	mgon/mgal
* Torsion (elastische Nachwirkung)	$\leq 0.1$	mgon/Gon
* Horizontierung	$\leq 0.1$	mgon/mgon

Die alterungs- und gravitationsabhängigen Nullageänderungen werden durch die Kalibrierungsmessung (Kap. 5.2.) vollständig erfaßt und sind daher für die Nordungsgenauigkeit bedeutungslos. Bei einer der Umgebungstemperatur angeglichenen Instrumententemperatur gilt dies auch für den Temperatureinfluß. Nicht erfaßbar sind mit der Kalibrierungsmessung die torsions- und horizontierungsabhängigen Nullageänderungen, da sich diese zwischen der Kalibrierungs- und der Kreismessung verändern können.

## 5.2. Eichwert

Der Eichwert  $E$  ist der Horizontalwinkel zwischen der Normalen des gerätefesten Abgriffspiegels (= Theodolit-Teilkreis-Null bei fest adaptiertem Theodolit) und der durch die Symmetrie der Kreisel-schwingung definierten Richtung. Der Eichwert, welcher auf Einbaufehler der Einzelkomponenten des Kreisels zurückzuführen ist, wird festgelegt durch Vergleich eines mit dem Kreisel bestimmten Azimuts  $\alpha_K$  mit dem bekannten Azimut  $\alpha_E$  einer Eichlinie. Da der Kreisel immer die Richtung nach astronomisch Nord festlegt, müssen bei der Berechnung von  $E$  zwei Fälle unterschieden werden:

- a) Das Vergleichsazimut wurde astronomisch festgelegt:

$$E = \alpha_E - \alpha_K = \alpha_E - (Z-U) \quad [5.2]$$

- b) Das Vergleichsazimut ist ein ebenes Azimut  $t$  einer Triangulationsseite:

$$E = (t - dT + \gamma + \Delta\alpha + \Delta\alpha_p) - (Z-U)$$

oder:

$$E = t - \left[ (Z-U) - \Delta\alpha_p - \Delta\alpha - \gamma + dT \right] \quad [5.3]$$

<u>Bezeichnungen</u> :	Z	Zielung	
	(vgl. Abb. 6.4)	U	Orientierungsablage
	$\Delta\alpha$	Lotabweichungseinfluß	
	$\Delta\alpha_p$	Einfluß der Polhöschwankung	
	$\gamma$	Meridiankonvergenz	
	t	Ebener Richtungswinkel	
	dT	Korrektur für ellipsoidischen Richtungswinkel; nur bei langen Strecken (> 20 km) notwendig	

Man beachte, daß jede Exzentrizität der Bandnullage einen Anteil des Eichwertes E bildet. Jede signifikante Änderung der Nullage bewirkt somit auch eine Änderung des Eichwertes.

Die vom Kreisel angezeigte Richtung stimmt folglich bis auf eine kleine Abweichung mit der lokalen astronomischen Nordrichtung überein. Die für die Azimutbestimmung wirksame Komponente dieser Abweichung hängt im wesentlichen von der Bandnullage ab und kann für alle praktischen Anwendungen als in der Gerätekonstante enthalten betrachtet werden.

Der Eichwert E ist somit ein wichtiger Bestandteil einer Kreismessung und ist mit der Additionskonstante eines Distanzmeßgerätes oder mit der Orientierungsunbekannten eines Richtungssatzes vergleichbar. Damit kann einerseits jede Netzverschwenkung gegenüber astronomisch Nord festgestellt werden, andererseits ist es möglich, durch eine entsprechende Änderung des Eichwertes eine örtliche Netzverschwenkung zu berücksichtigen.

### 5.3. Temperatureinflüsse

Da sich im Verlauf des praktischen Einsatzes die Umgebungstemperatur und somit auch die Innentemperatur des Instrumentes ändern kann, müssen folgende temperaturabhängige Größen bekannt sein und korrigiert werden (Rommel, 1990):

- \* Temperaturverhalten des Tragebandes:  
Eine Temperaturänderung führt zu einer Änderung der Bandnullage.
- \* Temperaturverhalten des Eichwertes:  
Aufgrund der temperaturabhängigen Änderung des Eichwertes ändert sich die Weisung (Winkel zwischen Kreismittellage und Richtung zum Zielpunkt; vgl. Kap. 6.2.) des Gerätes.

Im GYROMAT-2000 der Firma DMT werden die Temperatureinflüsse mit Polynomen approximiert, im Gerät abgespeichert und an den Messungen als Korrekturen angebracht. Desweiteren werden die Ergebnisse einer Kreismessung auf  $0^\circ$  Celsius reduziert. Ändert sich die Instrumententemperatur während der Feinmessung um mehr als  $0.25^\circ$  Celsius, leuchtet eine Temperatur-Warnlampe auf. Für Nordungsfehler  $\leq 1.0$  mgon muß die Instrumententemperatur auf  $\leq 5^\circ$  Celsius der Umgebungstemperatur angeglichen sein.

## 5.4. Breitengradabhängige Grössen

Nachstehende Kapitel sollen verdeutlichen, daß Kreismessungen je nach Breitenlage verschiedene Meßzeiten, Nordrichtgrößen und Meßgenauigkeiten aufweisen. Die Graphiken wurden der Bedienungsanleitung des GYROMAT-2000 der Firma DMT entnommen.

### 5.4.1. Kreiselschwingzeit

Abbildung 5.2 gibt die Kreiselschwingzeit am Meßort an.  $x_0$  ist eine Gerätekonstante.

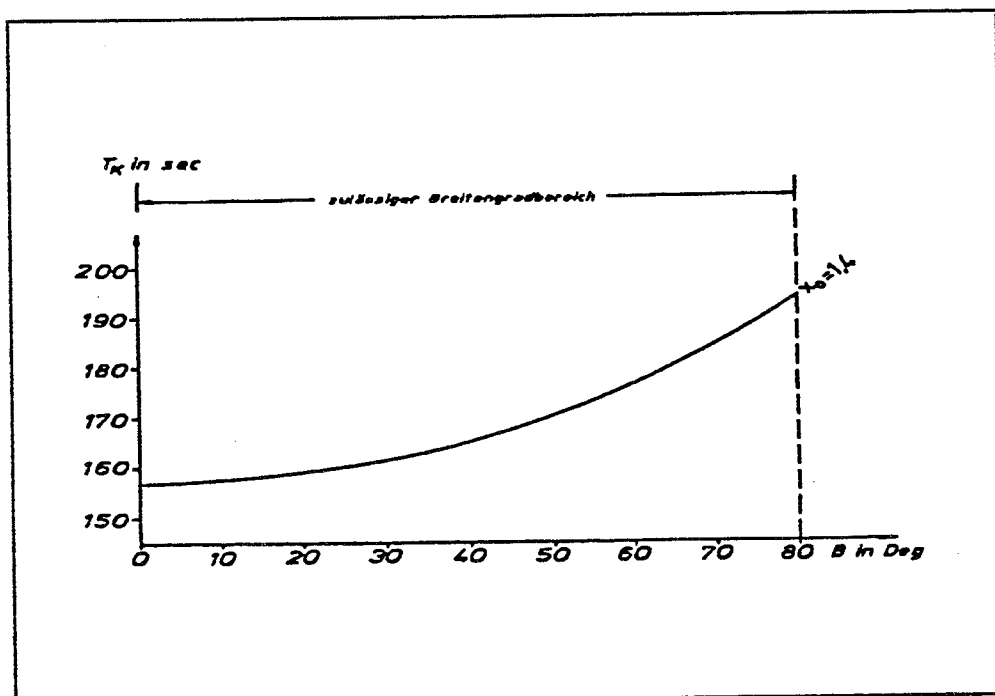


Abb. 5.2 : Breitengradabhängige Kreiselschwingzeit

### 5.4.2. Kreiselrichtgröße

Die Kreiselrichtgröße wurde in Formel [2.4] hergeleitet. Zeichnet man deren relative Abnahme zur Kreiselrichtgröße am Äquator in Abhängigkeit vom Breitengrad auf, dann gilt:

$$D_k(B) = \omega_E L \cos(B) \quad [5.4]$$

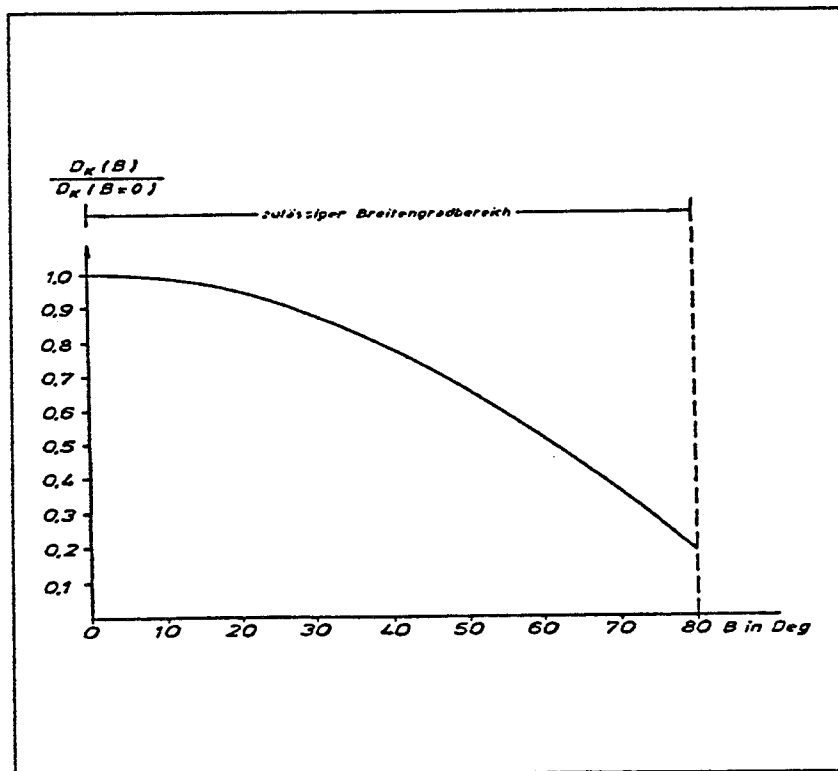


Abb. 5.3 : Relative Abnahme der Kreiselrichtgröße in Abhängigkeit von der geographischen Breite

### 5.4.3. Meßgenauigkeit

Bei der Abschätzung der Meßgenauigkeit ist zu beachten, daß nicht alle Fehlerquellen breitengradabhängig sind. Die wesentlichen Einflußgrößen lassen sich wie folgt unterscheiden:

Breitengradabhängige Fehlerquellen:

- \* Nullpunktfehler des Tragebandes durch Horizontierungsänderungen und/oder mechanische Streßnachwirkungen (z.B. Stöße) (DMT, 1990)
- \* Drehzahlschwankungen (Eichholz, 1980a)
- \* Äußere Störmomente, z.B. magnetische Deviationsmomente (DMT, 1990; Eichholz, 1980a)

Nicht breitengradabhängige Fehlerquellen:

- \* Konstruktive Maßnahmen (z.B. Lagerung und dynamische Empfindlichkeit des Kreisels, plastische Verformungen, Dämpfungsmaßnahmen zur Erhöhung der Meßruhe, Teilkreis- und Adaptionfehler des Theodolits, usw.)
- \* Temperatur (Kap. 5.3.)

Das Zusammenwirken dieser Fehlerquellen bestimmt die Meßgenauigkeit des GYROMAT-2000:

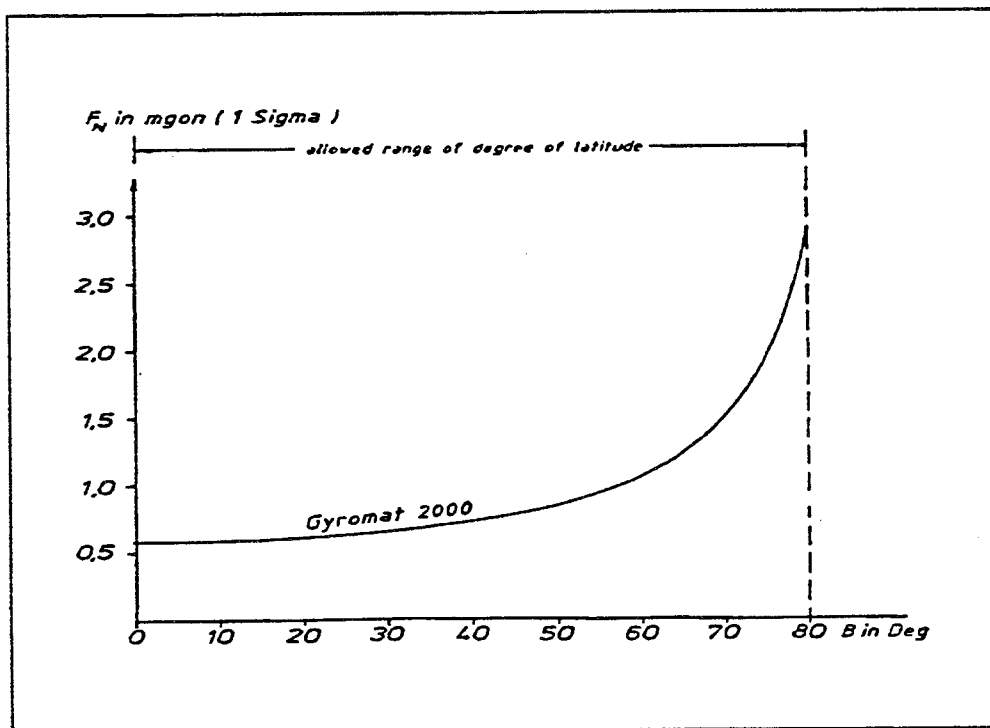


Abb. 5.4 : Breitengradabhängige Meßgenauigkeit des GYROMAT-2000

Aus Abbildung 5.4 ist ersichtlich, daß der Vermessungskreisel seine größte Meßgenauigkeit am Äquator erreicht (breitengradabhängige Fehlerquellen werden zu Null) und bis etwa  $80^{\circ}$  nördlicher und südlicher Breite einsetzbar ist.

### 5.5. Drift

Unter Drift versteht man eine ungewollten Änderung der Schwingungsmittellage des Kreisels während des Meßprozesses. Gründe dafür können sein:

- \* Elastische Nachwirkungen des Tragbandes nach einer Stoßeinwirkung,
- \* ungenügender Temperaturangleich,
- \* Horizontierungsänderungen,
- \* Bodenbewegungen und/oder -erschütterungen,
- \* Gleichlaufschwankungen des Kreisels.

Beim GYROMAT-2000 wird eine Drift  $> 0.3$  mgon über eine Driftwarnanlage angezeigt, da ansonsten die Nennmeßgenauigkeit nicht mehr eingehalten werden kann.

## 6. Azimutreduktionen

Da sowohl bei der Kreismessung als auch bei der astronomischen Azimutbestimmung das örtliche Lot und die Umdrehungsachse der Erde die bestimmenden Größen sind, werden Kreiselazimute den astronomischen Azimuten gleichgestellt (Caspary, 1984). Je nachdem, ob das Kreiselazimut zur absoluten oder zur relativen Orientierung dient, stellt sich das Problem der Azimutreduktion.

Wenn Kreiselazimute zur genauen **absoluten** Orientierung in der Landes- oder Ingenieurvermessung dienen, so sind alle Reduktionen, die auch bei astronomischen Azimutbestimmungen auftreten, streng durchzuführen. Dies sind:

- \* Polbewegung
- \* Lotabweichung
- \* Höhenreduktion
- \* Meridiankonvergenz
- \* Richtungsreduktion

Ein besonderes Problem stellt dabei die Bestimmung der Lotabweichung dar. Es ist theoretisch notwendig, für jeden Standpunkt die Lotabweichung mittels astronomischen Beobachtungen zu bestimmen. Dies erfordert insbesondere, daß die Lotabweichung mit einer Genauigkeit bekannt ist, die wesentlich größer ist, als die angestrebte Azimutgenauigkeit. Da jedoch die Verfahren zur Lotabweichungsbestimmung (z.B. Standlinienmethode (Sigi, 1983)) einen relativen grossen Aufwand mit sich bringen, wird man in der Praxis im allgemeinen nicht für jeden Standort die Lotabweichungskomponenten bestimmen. Andere Lösungen bestehen darin, die Lotabweichungskomponenten als Parameter im Netzausgleichungsmodell mitzuschätzen (Caspary/Heister, 1983), die Lotabweichungen aus Zenitdistanzen und Schweremessungen abzuleiten (Hein u.a., 1984) oder sogenannte Massenmodelle einzuführen (Gurtner, 1978).

Bei **relativen** Orientierungen, wie im Untertagebau, im Tunnelbau und anderen ingenieurtechnischen Problemen, spielen die Reduktionen der Polbewegung und der Lotabweichung nur in seltenen Fällen eine Rolle. Der Kreisel dient bei dieser Anwendung dazu, die Richtung einer geeigneten oberirdischen Linie auf eine unterirdische Polygonseite zu übertragen. Wählt man den oberirdischen Standpunkt so, daß seine Lage möglichst wenig von der des unterirdischen Standpunktes abweicht, so darf man den gleichen Reduktionseinfluß in diesen beiden Punkten voraussetzen; eine Lotkrümmung soll dabei unberücksichtigt bleiben. Demzufolge ist im Rahmen der Meßgenauigkeit die Richtungsdivergenz frei vom Reduktionseinfluß.



Die folgenden Kapitel schildern die oben aufgeführten Reduktionsschritte, mit deren Hilfe aus astronomischen Azimuten ebene Richtungswinkel berechnet werden.

## 6.1. Koordinatensysteme

Grundsätzlich sind drei Koordinatensysteme zu betrachten :

- a) Das **astronomische Koordinatensystem**, in dem die Kreismessungen durchgeführt werden:

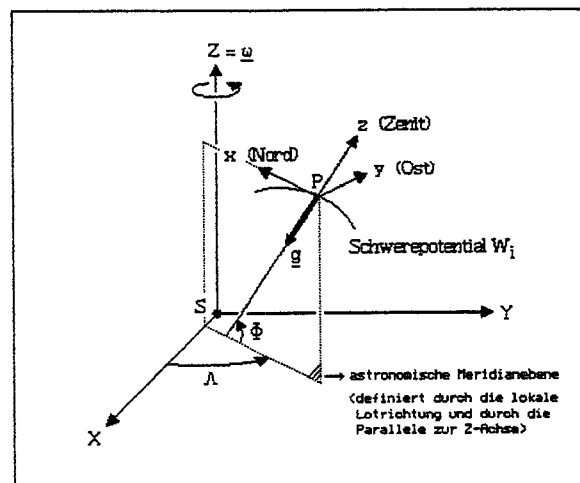


Abb. 6.1 : *Astronomisches (natürliches) Koordinatensystem*

Das fundamentale Bezugssystem der Geodäsie ist das globale, geozentrische kartesische (X,Y,Z)-System mit folgender Definition:

S	:	Erdschwerpunkt (= Geozentrum)
X	:	Mittlerer astronomischer Meridian von Greenwich
Y	:	Senkrechte Ost-Richtung zur (X,Z)-Ebene
Z	:	Mittlere Rotationsachse der Erde = Richtung des CIO-Pols (Conventional International Origin)

Das globale, astronomische krummlinige Koordinatensystem bezieht sich auf das Erdschwerefeld. Die Koordinaten lauten:

$\Phi$	:	Astronomische Breite
$\Lambda$	:	Astronomische Länge
$W$	:	Schwerepotential

Die astronomische Breite ist der in der Meridianebene gemessene Winkel zwischen der Äquatorebene und der Lotrichtung in P. Die astronomische Länge ist der in der Äquatorebene gemessene Winkel zwischen der Meridianebene von Greenwich und der Meridianebene von P, welche durch die Lotrichtung in P und durch eine Parallele zur Rotationsachse festgelegt wird.

Für das lokale, astronomische kartesische Koordinatensystem, dessen Ursprung im Punkt P liegt, gilt:

$x$	:	Astronomisch Nord
$y$	:	Astronomisch Ost
$z$	:	Zenit (= Lotrichtung)

Die Kreiselmessungen erfolgen im lokalen, astronomischen kartesischen Koordinatensystem. Die Beobachtungsgröße ist das astronomische Azimut, festgelegt durch die Richtung der momentanen Rotationsachse (vgl. Kap. 6.3.1.) und die Normalprojektion der Meßrichtung auf die Tangentialfläche.

- b) Das **geodätische Koordinatensystem**, bezogen auf das Referenzellipsoid, auf welches die beobachteten Azimute reduziert werden:

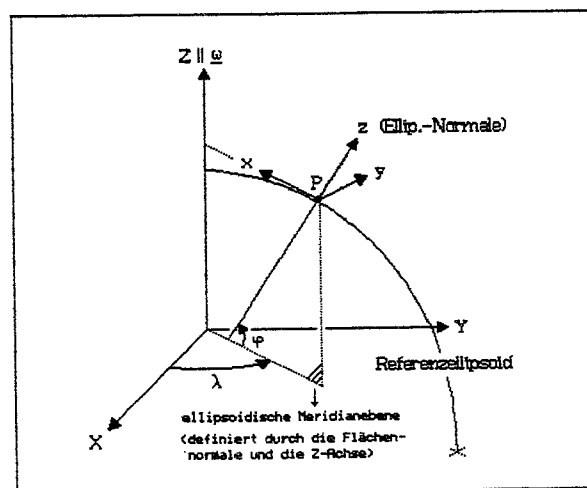


Abb. 6.2 : Ellipsoidisches (geodätisches) Koordinatensystem

Das globale, ellipsoidische krummlinige Koordinatensystem ist definiert durch:

$\varphi$	:	Geodätische (geographische) Breite
$\lambda$	:	Geodätische (geographische) Länge
$h$	:	Ellipsoidische Höhe

Für das lokale, ellipsoidische kartesische Koordinatensystem gilt hingegen:

$x$	:	Geodätisch Nord
$y$	:	Geodätisch Ost
$z$	:	Ellipsoidnormale durch den Punkt P

Die Kreismessungen werden in das lokale, ellipsoidische kartesische Koordinatensystem reduziert (vgl. Kap. 6.3.1.-6.3.3.).

- c) Das Koordinatensystem der Landesvermessung, in welchem die Azimute weiter verwendet werden:

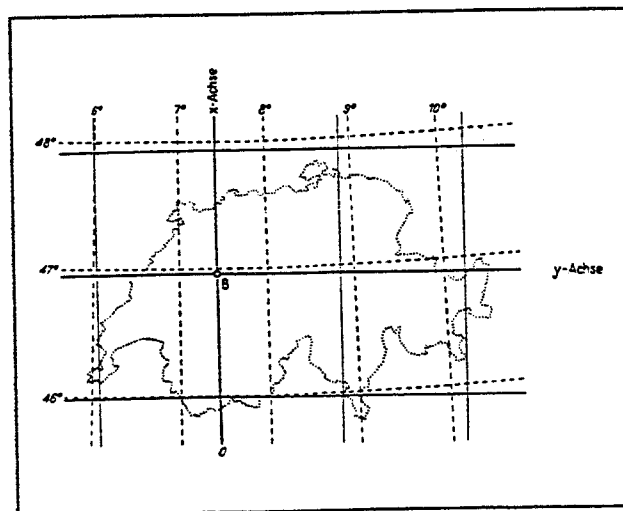


Abb. 6.3 : Koordinatensystem der schweizerischen Landesvermessung (Imhof, 1950)

Die Landesvermessung arbeitet im allgemeinen mit getrennten Bezugssystemen für die Lagekoordinaten und die Höhen. Ein Punkt P wird in einem Referenzellipsoid durch die ellipsoidischen Koordinaten  $\varphi$ ,  $\lambda$  und  $h$  (vgl. Punkt b) ) festgelegt. Da die ellipsoidischen Höhen  $h$  für den praktischen Gebrauch wenig geeignet sind, wird oft als Höhenbezugsfläche das Geoid gewählt. Man spricht dann von orthonometrischen Höhen  $H$ . Den Abstand des Geoids vom Ellipsoid bezeichnet man als **Geoidundulation N**. Das Lagenetz entsteht zweistufig durch eine Abbildung der Oberflächenpunkte in Ellipsoidpunkte und anschließender Projektion des Referenzellipsoides in eine Ebene. Die Projektion ist je nach Land unterschiedlich (z.B. Schweiz: schiefachsige, winkeltreue Zylinderprojektion).

Der Winkel zwischen Karten-Nord und geodätisch Nord wird als **Meridiankonvergenz** bezeichnet (vgl. Kap. 6.3.4.). Diese ist je nach Projektionssystem verschieden.

## 6.2. Winkelbeziehungen

Abbildung 6.4 stellt die verschiedenen Winkel dar, die bei einer Kreisbeobachtung zu berücksichtigen sind. Die Winkel E und U beziehen sich auf den Fall, daß der Theodolit starr mit dem Kreis verbunden ist. In (Schödlbauer, 1990) sind die Beziehungen für Aufsatzkreisel zu finden.

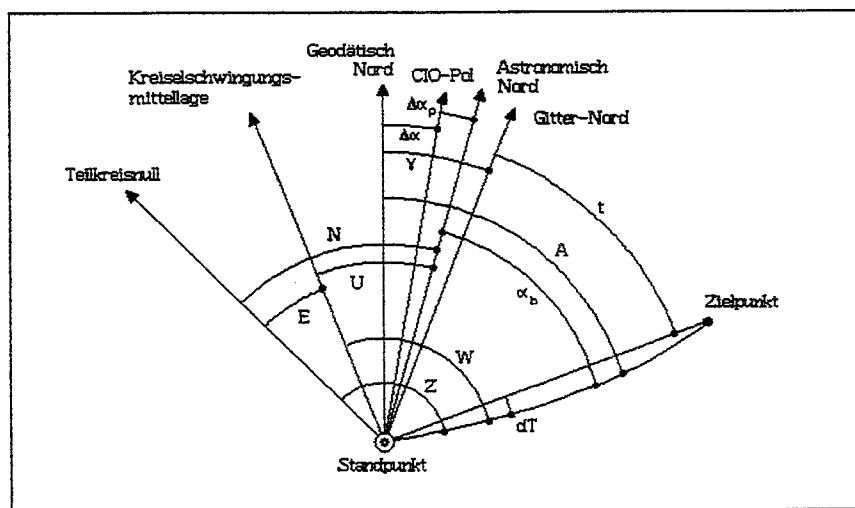


Abb. 6.4 : Winkelbeziehungen bei Kreisbeobachtungen

---

<u>Bezeichnungen</u> :	Z	Zielung
	E	Eichwert
	W	Weisung
	U	Orientierungsablage
	N	Nordablage
	$\alpha_b$	Beobachtetes astronomisches Azimut
	A	Ellipsoidisches Azimut
	t	Ebenes Azimut
	$\Delta\alpha_p$	Einfluß der Polhöenschwankung
	$\Delta\alpha$	Lotabweichungseinfluß
	$\gamma$	Meridiankonvergenz
	dT	Korrektur für ellipsoidischen Richtungswinkel; nur bei langen Strecken (> 20 km) notwendig

Daraus ergibt sich gemäß Abbildung 6.4:

$$\text{Astronomisches Azimut} : \alpha_b = Z - (E+U) = Z - N = W - U$$

(bezogen auf momentane Rotationsachse)

$$\text{Astronomisches Azimut} : \alpha = \alpha_b - \Delta\alpha_p$$

(bezogen auf mittlere Rotationsachse (CIO-Pol))

$$\text{Ellipsoidisches Azimut} : A = \alpha - \Delta\alpha$$

$$\text{Ebenes Azimut} : t = A - \gamma + dT$$

### 6.3. Reduktionen des astronomischen Azimutes

#### 6.3.1. Polhöenschwankung

Die geographischen Pole der Erde liegen nicht fest, sondern führen eine nahezu spiralförmige, periodische Drehbewegung (sogenannte CHANDLER-Periode von ca. 14 Monaten) um eine mittlere Lage aus. Die Ursachen sind darin zu suchen, daß erstens die Rotationsachse nicht genau mit einer der Hauptträgheitsachsen der Erde zusammenfällt und zweitens, daß die Erde kein starrer Körper ist, sondern sich elastisch verhält. Kräfte verursacht durch Gravitation von Sonne und Mond, Massenverlagerungen tektonischer und seismischer Natur im Erdinnern als auch meteorologisch bedingt in der Atmosphäre und auf der Erdoberfläche, führen dazu, daß die Lage der Figurenachse (=Hauptträgheitsachse) in bezug auf den Erdkörper nicht fest ist.

Würde die Z-Achse in Abbildung 6.1 in Richtung der momentanen Rotationsachse zeigen, hätte dies zur Folge, daß der Erdkörper seine Lage gegenüber der als fest betrachteten Rotationsachse kontinuierlich verändert und sich somit auch die geographischen Koordinaten eines Standortes bzw. die beobachteten Werte (Richtungen, Azimute, etc.) verändern. Da dies für den praktischen Gebrauch natürlich nicht geeignet ist, wurde 1960 durch die IUGG (Internationale Union für Geodäsie und Geophysik) der mittlere Pol von 1900-1905, welcher als Conventional International Origin (CIO) bezeichnet wird, als fester Bezugspunkt eingeführt. Die Koordinaten des wahren Pols (Momentanpols) werden wöchentlich vom 'International Earth Rotation Service' (IERS) veröffentlicht.

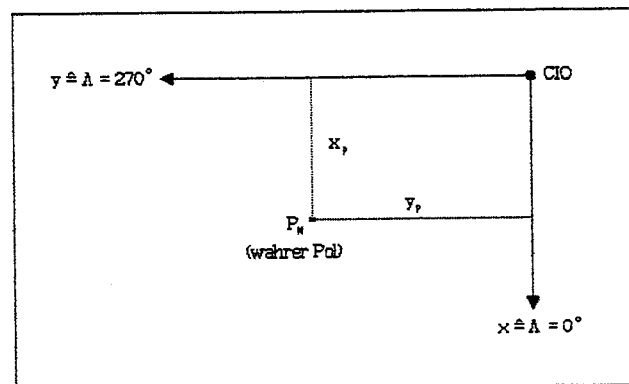


Abb. 6.5 : Zusammenhang CIO-Pol - wahrer Pol

Die erste Reduktion betrifft also den Übergang von der momentanen Rotationsachse zur erdfesten CIO-Bezugsachse (Torge, 1975):

$$\alpha = \alpha_b - (x_p \sin \Lambda + y_p \cos \Lambda) \sec \Phi \quad [6.1]$$

wobei :

$\alpha$	:	Korrigiertes Azimut
$\alpha_b$	:	Beobachtetes Azimut
$\Lambda, \Phi$	:	Astronomische Länge/Breite des Standortes
$x_p, y_p$	:	Koordinaten des wahren Pols in Bogensekunden

Die Polschwankung führt zu Verschiebungen des Nord- und Südpols bis zu maximal 10 bis 15 m von der mittleren Lage. Abbildung 6.6 zeigt den Einfluß der Polhöhen-schwankung, wenn man z.B.  $\Lambda = 0^\circ$ ,  $x_p = 0''$  und  $y_p = 0.5''$  setzt:

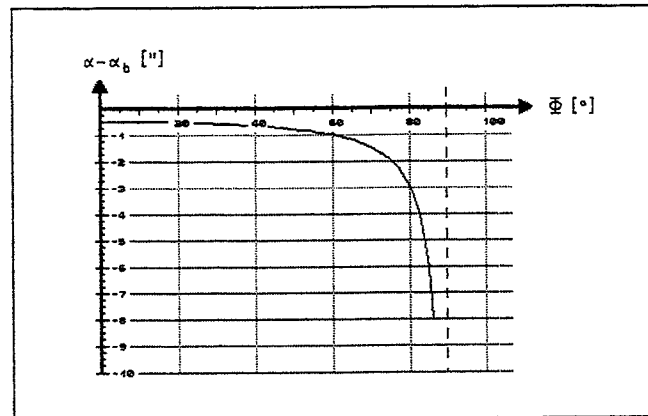


Abb. 6.6 : Einfluß der Polhöschwankung

Man beachte, daß im allgemeinen vor einer Kreiselmessung mit höherer Genauigkeit auf einer astronomisch bestimmten Referenzlinie der Eichwert  $E$  bestimmt wird, welcher bereits den systematischen Anteil der Polhöschwankung beinhaltet. Die Korrektur muss im Normalfall somit nicht mehr angebracht werden. Kreiselmessungen, die hingegen in einem zeitlichen Abstand von mehreren Monaten - untereinander oder nach der Konstantenbestimmung - durchgeführt werden, sollten eventuell, je nach Breitengrad, korrigiert werden.

### 6.3.2. Lotabweichung

Alle örtlichen Messungen werden im astronomischen System ausgeführt, da nur dieses auf physikalischer Grundlage definiert ist und örtlich realisiert werden kann. Eine praxisgerechte mathematische Weiterbehandlung der Messungen ist andererseits nur innerhalb eines Referenzsystems möglich. Ein solches ist das ellipsoidische System.

Kreiselmessungen müssen somit in ein ellipsoidisches Azimut umgerechnet werden. Der Zusammenhang zwischen dem astronomischen und dem ellipsoidischen Koordinatensystem ist über die Lotabweichung gegeben. Die Lotabweichung  $\theta$  (nach Helmert) ist der Winkel zwischen der Lotrichtung und der Ellipsoidnormalen durch den Punkt  $P$ . Der Ellipsoidpunkt  $P_0$  ist dem Punkt  $P$  durch die Ellipsoidnormale zugeordnet.

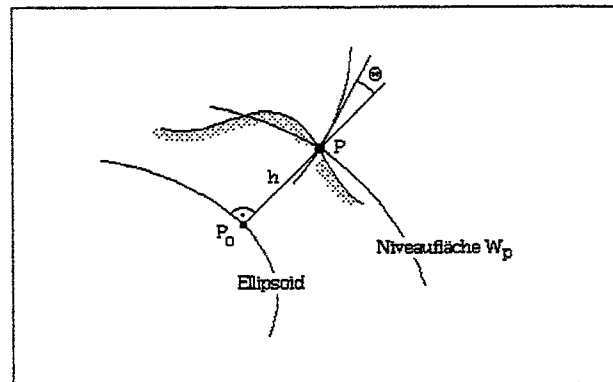


Abb. 6.7 : Lotabweichung in einem Punkt P

Zerlegt man die Lotabweichung  $\theta$  in zwei Komponenten, in eine Nord-Süd Komponente  $\xi$  und in eine Ost-West Komponente  $\eta$ , dann gilt:

$$\begin{aligned}\xi &= \Phi - \varphi \\ \eta &= (\Lambda - \lambda) \cos \varphi\end{aligned}\quad [6.2]$$

wobei :

$\Phi$	:	Astronomische Breite
$\varphi$	:	Geodätische Breite
$\Lambda$	:	Astronomische Länge
$\lambda$	:	Geodätische Länge

Mit Hilfe dieser Lotabweichungskomponenten wird das astronomische Kreiselazimut  $\alpha$  in ein ellipsoidisches Azimut A umgerechnet (Torge, 1975):

$$\begin{aligned}A &= \alpha - \eta \operatorname{tg} \varphi - (\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \operatorname{ctg} z \\ A &= \alpha - dA_1 - dA_2\end{aligned}\quad [6.3]$$

wobei :  $z$  : Zenitdistanz

Gleichung [6.3] ist die sogenannte **LAPLACE'sche Gleichung**, die den Unterschied zwischen dem astronomischen und dem geodätischen Azimut angibt. Betrachtet man die Terme  $dA_1$  und  $dA_2$ , besitzen folgende Aussagen Gültigkeit:



- Term  $dA_1$  :
- \* ist für jeden Zielpunkt gleich und somit unabhängig von Azimut und Zenitdistanz
  - \* enthält nur die Ost-West-Lotabweichungskomponente
  - \* entsteht aufgrund der Nichtübereinstimmung der astronomischen Nordrichtung mit der geodätischen Nordrichtung und stellt daher eine Verdrehung der Richtungssätze (Nullpunktänderung) dar
- Term  $dA_2$  :
- \* ist von Azimut und Zenitdistanz abhängig
  - \* entspricht dem Einfluß eines Stehachsenfehler des Theodolits

Abbildung 6.8 gibt einen Eindruck über den Einfluß der Lotabweichung. Dabei wurde angenommen, daß  $\alpha = 90^\circ$  und  $\varphi = 47^\circ$  seien. Die Lotabweichungskomponenten  $\xi$  und  $\eta$  werden als gleich gesetzt und variieren zwischen  $5''$  und  $25''$ :

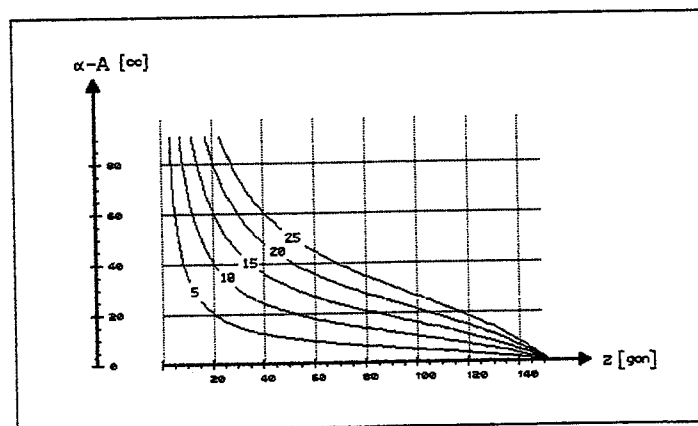


Abb. 6.8 : Einfluß der Lotabweichung

Aus der Abbildung folgt, daß auch schon kleinere Lotabweichungen größere Einflüsse auf das gemessene Azimut haben können. Bei einer horizontalen Visur ( $z = 100^\circ$ ) hat nur der erste Term  $dA_1$  der Lotabweichung eine Auswirkung auf das Azimut  $\alpha$ . Mit abnehmender bzw. zunehmender Zenitdistanz nimmt der Unterschied zwischen dem astronomischen und ellipsoidischen Azimut zu bzw. ab. Steile Visuren können infolgedessen kritisch werden. Allgemein kann gesagt werden, daß der erste Term  $dA_1$  den größten Beitrag leistet und keinesfalls vernachlässigt werden darf. Der zweite Term  $dA_2$  ist etwa eine Zehnerpotenz kleiner, muß aber bei höheren Genauigkeitsanforderungen ebenfalls berücksichtigt werden.

Eine ebenfalls interessante Darstellung, ist die Abhängigkeit der Korrektur  $dA_1$  von der geographischen Breite  $\varphi$ . Berücksichtigt man verschiedene Azimutkorrekturen  $\Delta\alpha = \alpha - A$ , so ergibt sich folgende Abbildung:

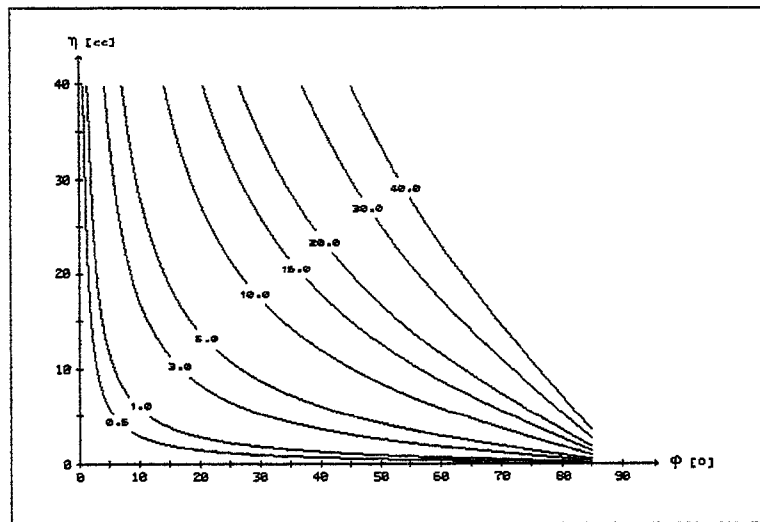


Abb. 6.9 : Linien gleicher Azimutkorrekturen in [0.1 mgon]

Je mehr man sich dem Äquator nähert, desto weniger hat die Ost-West-Komponente  $\eta$  der Lotabweichung einen Einfluß auf die Azimutreduktion. Im Alpengebiet ( $\varphi = 47$  Grad) entspricht die Korrektur in etwa der Lotabweichungskomponente  $\eta$ .

Abbildung 6.10 ist eine graphische Darstellung der funktionalen Abhängigkeit der Korrektur  $dA_2$  vom Azimut  $\alpha$  und der Zenitdistanz  $z$  ( $= 95, 90, 85, 80, 70, 60, 50$  und  $40$  gon). Dabei gelte  $\eta = 25^{\text{cc}}$  und  $\xi = 0^{\text{cc}}$ :

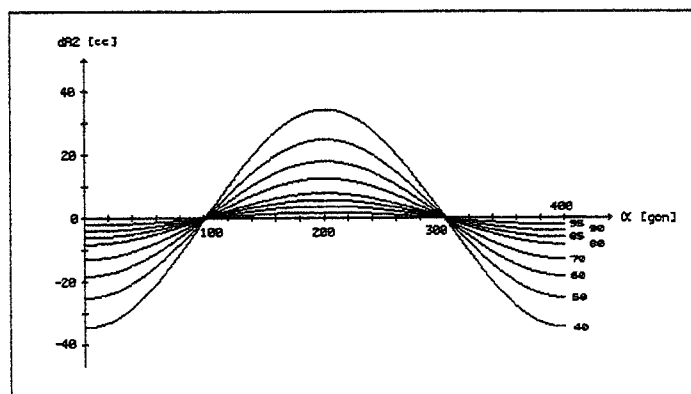


Abb. 6.10 : Einfluß der Korrektur  $dA_2$

Aus dem Angeführten kann folgende Schlußfolgerung gezogen werden:

**Einer Steigerung der Genauigkeit der Messungen ist durch die Wirkung von Lotabweichungen eine Grenze gesetzt, welche nur durch Bestimmung der Komponenten der Lotabweichung überschritten werden kann.**

In einem Beispiel von (Pataric/Milovanovic, 1974) wurden z.B. Lotabweichungsänderungen für drei charakteristische Punkte (Bergspitze, Berghang, Bergfuß) einer jugoslawischen Grube berechnet. Die Differenzen erreichten Werte bis zu ca. 10'' und sind somit nicht mehr vernachlässigbar.

### 6.3.3. Höhenreduktion

Die nachstehende Reduktion ist lediglich der Vollständigkeit wegen aufgeführt. Es handelt sich dabei um die Reduktion aufgrund der Höhe des Zielpunktes. Die Normale im Standpunkt ist windschief zur Ellipsoidnormalen im Zielpunkt. Das gemessene Azimut ist daher um den kleinen Winkel  $da$  zu korrigieren, damit man die Richtung des Normalschnittes Standpunkt-Zielpunkt erhält. Die Korrektur ist im allgemeinen vernachlässigbar (Chaperon, 1991).

$$da = \frac{\rho e^2}{2a} h \cos^2(\varphi) \sin(2A) \quad [6.4]$$

<u>wobei</u> :	$\rho$	: Umrechnungsfaktor (= 636 619.7 cc)
	$e$	: Erste numerische Exzentrizität ( $e^2 = 0.006\,674\,372\,231$ )
	$a$	: Große Ellipsoidhalbachse (= 6 377 397.1550 m)
	$h$	: Höhe Zielpunkt
	$\varphi$	: Geographische Breite Standort
	$A$	: Ellipsoidisches Azimut

Beispiel :       $\varphi = 46^\circ$  ,    $A = 45^\circ$   
                       $h = 4600$  m   (Dufourspitze)  
                       $\rightarrow da = 0.74$  cc

### 6.3.4. Meridiankonvergenz

Als nächster Reduktionsschritt ist das ellipsoidische Azimut  $A$ , mit Hilfe der Meridiankonvergenz  $\gamma$  in das ebene Azimut  $T$  umzurechnen. Diese Korrektur geht aus der nichtparallelen Darstellung (Abb. 6.11) des örtlichen Breitengrades und der Koordinatenachse  $x$  im gegebenen Punkt hervor.

$$T = A - \gamma \quad [6.5]$$

wobei :  $A$  : Ellipsoidisches Azimut  
 $\gamma$  : Meridiankonvergenz

Im schweizerischen Projektionssystem gilt:

$$\gamma \text{ [cc]} = 106.68 y + 1.78766 \cdot 10^{-2} xy + 4.3065 \cdot 10^{-6} yx^2 - 1.4355 \cdot 10^{-6} y^3$$

wobei :  $xy$  : Landeskoordinaten in [km]

Beispiele :

Zürich	: $y = 83$ km $x = 47$ km $\gamma = 0.8924$ gon
Basel	: $y = 11$ km $x = 67$ km $\gamma = 0.1187$ gon
Genf	: $y = -100$ km $x = -82$ km $\gamma = -1.0523$ gon
Lugano	: $y = 118$ km $x = -104$ km $\gamma = 1.2372$ gon
Vinadi (GR)	: $y = 232$ km $x = 2$ km $\gamma = 2.4740$ gon

### 6.3.5. Richtungsreduktion

Die Abbildung des kürzesten Abstandes zweier Punkte vom Ellipsoid auf die Ebene ist eine gekrümmte Linie. In der Kartenebene berechnet man aus Koordinaten jedoch das Azimut einer Geraden. Aus diesem Grund, ist am Richtungswinkel noch eine Richtungsreduktion  $dT$  anzubringen (Abb. 6.11). Als Resultat erhält man das ebene Azimut  $t$ . Für das schweizerische Projektionssystem gilt:

$$t = T + dT = T + \frac{\rho}{6R^2} (y_z - y_s)(x_z + 2x_s) \quad [6.6]$$

<u>wobei</u> :	dT	:	Richtungskorrektur
	s	:	Landeskoordinaten Standpunkt
	z	:	Landeskoordinaten Zielpunkt
	R	:	Mittlerer Erdradius (= 6 378.8 km)
	$\rho$	:	Umrechnungsfaktor (= 636 619.7 cc)

Im Falle des schweizerischen Projektionssystems sind streng genommen zwei Reduktionsschritte notwendig (Chaperon, 1991). Zuerst muß das ellipsoidische Azimut in ein sphärisches Azimut und anschließend das sphärische Azimut in ein ebenes Azimut reduziert werden. Die erste Korrektur kann vernachlässigt werden ( $< 0.005^{\text{cc}}$ ), während die zweite Korrektur den Hauptanteil darstellt.

Man beachte, dass die Richtungsreduktionen auf Standpunkt und Zielpunkt nicht identisch sind.

<u>Beispiele</u> :	Rigi	:	y = 79 520.05	m	x = 12 273.44	m
	Lägern	:	y = 72 506.71	m	x = 59 415.88	m
	dT (Rigi-Lägern)	:	-1.535	cc		
	dT (Lägern-Rigi)	:	2.398	cc		
	Dufourspitze	:	y = 33 206.84	m	x = -112 653.96	m
	Gridone	:	y = 93 480.69	m	x = -91 294.69	m
	dT (D.sp.-Gridone)	:	-49.761	cc		
	dT (Gridone-D.sp.)	:	46.404	cc		

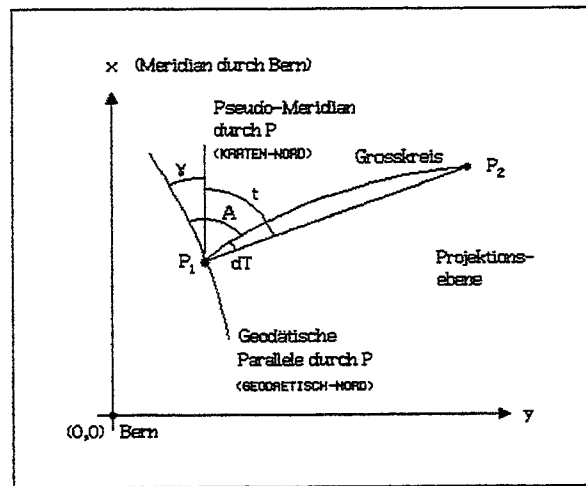


Abb. 6.11 : Meridiankonvergenz und Richtungsreduktion

## 6.4. Beispiel

Es wird ein praktisches Beispiel aus (Caspary/Heister/Schwintzer, 1982) gegeben, das die verschiedenen Reduktionen verdeutlicht. Es handelt sich dabei um das oberirdische Testnetz am Nordrand der Alpen "Inntal", welches auf einer mittleren geographischen Breite von  $48^\circ$  liegt. Die meßbaren Seiten sind zwischen 4.5 km und 18.2 km lang. Der größte Höhenunterschied beträgt 1300 m. Die Meridiankonvergenz bezieht sich auf die Gauß-Krüger-Ebene, die Lotabweichungskomponenten auf das Besselipsoid. Der Einfluß der Polhöhenchwankung ist im Eichwert inbegriffen, welcher durch Vergleich mit astronomischen Azimuten bestimmt wurde.

S	Z	A	$\xi$	$\eta$	-dA <sub>1</sub>	-dA <sub>2</sub>	da	- $\gamma$	-dT	t
1	6	227.7382	5.57	-2.62	9.0	1.5	0.2	-743.5	0.5	227.6650
2	4	167.0633	7.68	-7.63	26.0	1.0	-0.2	-1571.8	1.0	166.9089
3	5	208.7226	11.16	-8.85	30.2	3.1	0.0	-1618.2	0.6	208.5642
4	2	367.1114	13.99	-11.81	40.3	1.2	-0.1	-2057.4	-1.0	366.9097
5	3	8.7129	11.24	-14.02	47.8	4.7	0.0	-1532.7	-0.6	8.5648
6	1	27.6747	13.89	-3.52	12.0	2.8	0.1	-131.0	-0.3	27.6631
7	1	30.5180	17.10	-2.35	8.0	2.9	0.1	-304.5	-0.2	30.4886
		[gon]	["]	["]			[0.1 mgon]			[gon]

Tabelle 1 : Reduktionen gemessener Azimute (Caspary/Heister/Schwintzer, 1982)

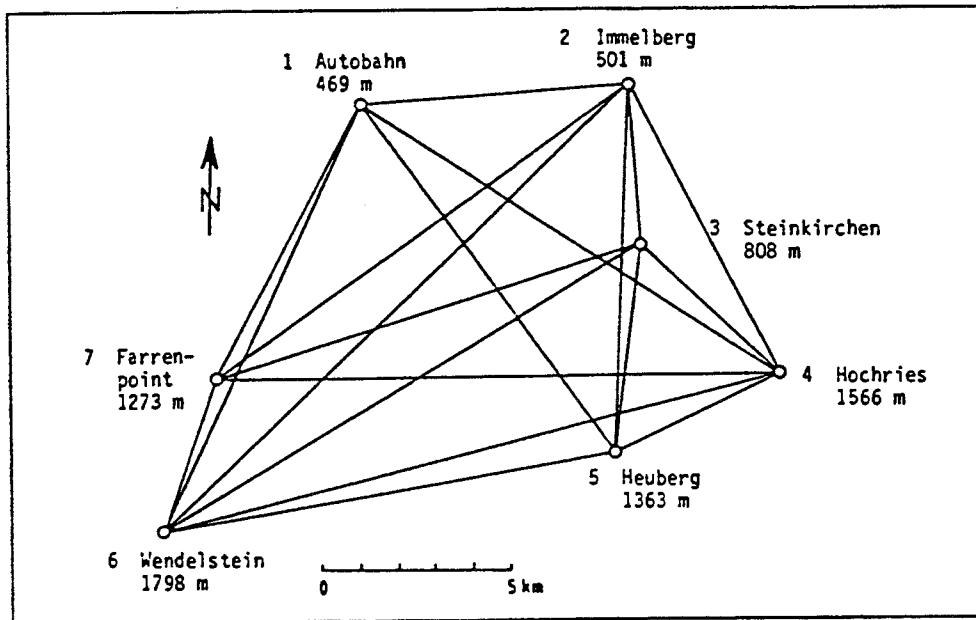


Abb. 6.12 : Testnetz "Inntal" (Caspary/Heister/Schwintzer, 1982)

## 6.5. Zusammenfassung der Reduktionsschritte

1. Polhöenschwankung (Momentanpol  $\rightarrow$  CIO-Pol):

$$\alpha = \alpha_{\text{beob.}} - (x_{\text{Pol}} \sin \Lambda + y_{\text{Pol}} \cos \Lambda) \sec \phi$$

2. Lotabweichung (astronomisches Azimut  $\rightarrow$  ellipsoidisches Azimut):

$$A = \alpha - \eta \operatorname{tg} \varphi - (\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \operatorname{ctg} z$$

3. Meridiankonvergenz (ellipsoidisches Azimut  $\rightarrow$  ebenes Azimut):

$$T = A - \gamma$$

4. Richtungsreduktion (Grosskreis  $\rightarrow$  Gerade):

$$t = T + dT = T + \frac{\rho^{\text{cc}}}{6R^2} (y_{\text{Ziel}} - y_{\text{Standort}}) (x_{\text{Ziel}} + 2x_{\text{Standort}})$$

## 7. Kreiseinsatz bei Tunnelabsteckungen

Zum Kreis der typischen Einsatzgebiete von Kreiseltheodoliten gehören obertägige Arbeiten wie die allgemeine Orientierung von Triangulationsnetzen niederer Ordnung, Zwischenorientierung von Polygonzügen, Kreiselzügen usw. Bei unterirdischen Orientierungsmessungen, Durchschlagsarbeiten von Tunnels, untertägigen Hauptförderstrecken und übrigen untertägigen Arbeiten, sind Kreismessungen heutzutage unentbehrlich.

### 7.1. Allgemeines

Unterirdische Bauwerke werden immer in Zusammenhang mit oberirdischen Bauwerken geschaffen. Die Absteckung muss daher von gemeinsamen geodätischen Grundlagen ausgehen, die aus einem oberirdischen und einem unterirdischen Lage- und Höhenteilnetz bestehen.

Die geodätischen Arbeiten bei der Anlage dieser Netze lassen sich prinzipiell in drei Teilaufgaben untergliedern:

1. Realisierung eines oberirdischen Netzes zwischen den Tunnelportalen:  
**Hauptnetz**
2. Errichtung von Vermessungspunkten in den Portalbereichen: **Portalnetze**
3. Kontrolle bereits fertiggestellter Bauwerkabschnitte: **unterirdisches Netz**

Das unterirdische Netz entsteht im Zuge des Vortriebes, der durch die Bauvermessung gesteuert und mit Kontrollmessungen überprüft wird. Jede Kontrollvermessung schließt an das oberirdische Netz an. Das unterirdische Tunnelnetz liegt erst dann vollständig vor, wenn der Durchschlag erfolgt ist. Die geometrische Konfiguration ist daher während des Vortriebes immer unstabil. Sie wird erst stabil, wenn der Durchschlag erreicht ist und die offenen Polygonzüge zusammen- oder angeschlossen werden.

Alle Messungen und Berechnungen sollten zwangsfrei ausgeführt werden, d.h es sind unter allen Umständen äussere Zwänge auf die geodätischen Netze zu vermeiden. Netzzwänge von aussen können z.B. verursacht werden durch Punktlagefehler aus der Landesaufnahme.



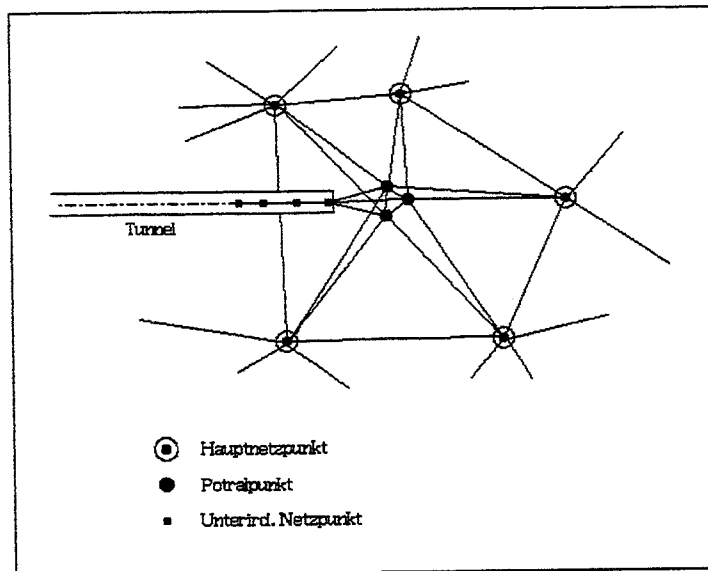


Abb. 7.1 : Hauptelemente eines Tunnelnetzes

## 7.2. Genauigkeitsbetrachtungen

Die Genauigkeitsanforderungen an Tunnelnetze werden häufig durch die Angabe des Durchschlagsfehler ausgedrückt. Dieser Fehler ist ein Maß für den fehlertheoretisch möglichen Widerspruch für einen Punkt am Durchschlagsort, der von beiden Vortriebsrichtungen aus getrennt bestimmt wird. Der Durchschlagsfehler wird aus der relativen Fehlerellipse zwischen den zwei Durchstoßpunkten berechnet.

Im Tunnelbau sind Kreismessungen ein ausgezeichnetes Verfahren zur Steigerung von Zuverlässigkeit und Genauigkeit der Angabe der Vortriebsrichtungen und führen daher zu einer Erhöhung der Durchschlagsgenauigkeit. Die Wirksamkeit von Kreisorientierungen ergibt sich aus der ungünstigen Fehlerfortpflanzung im offenen Polygonzug. Ohne Kreismessung hat ein offener Polygonzug bei der Richtungsmessung kein redundantes Messelement und ist daher hochgradig unzuverlässig. Der für den Durchschlag entscheidende Querfehler hängt von der Seitenlänge, von der Anzahl der Standpunkte sowie von der Genauigkeit der Brechungswinkel bzw. des Azimutes ab.

Betrachtet man einen gleichseitig gestreckten, einseitig angeschlossenen Polygonzug der Länge  $L$ , der Seitenanzahl  $n$  mit Seitenlänge  $s$ , dann gilt für den Längs- und Querfehler:

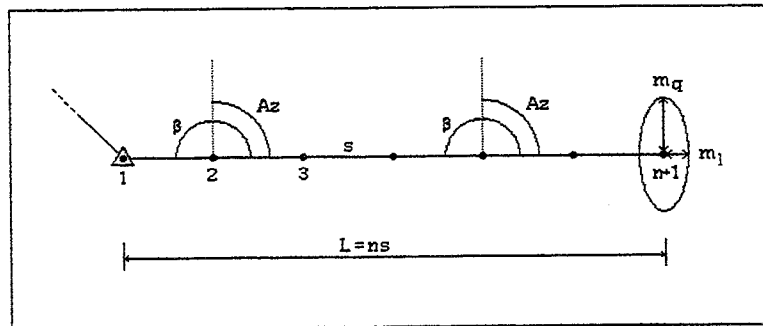


Abb. 7.2 : Einseitig angeschlossener Polygonzug

$$\text{Längsfehler} : m_l = m_s n^{1/2} \quad [7.1]$$

$$\text{Querfehler} : m_q = L m_\beta \left(\frac{n}{3}\right)^{1/2} = s m_\beta \left(\frac{n^3}{3}\right)^{1/2} \quad (\text{Theodolit})$$

$$m_q = L m_{Az} \left(\frac{1}{n}\right)^{1/2} = s m_{Az} n^{1/2} \quad (\text{Kreisel})$$

Zum Vergleich : Beidseitig angeschlossener Polygonzug.  
Querfehler in der Mitte des Zuges:

$$m_{q(1/2)} = \frac{1}{8} s m_\beta \left(\frac{n^3}{3}\right)^{1/2}$$

wobei :  $m_\beta$  : Mittlerer Fehler eines Brechungswinkels  $\beta$   
 $m_{Az}$  : Mittlerer Fehler eines Azimutes  $Az$

Der Längsfehler eines gestreckten Polygonzuges wird durch Zwischenorientierungen mit Azimuten nicht verkleinert, ist aber in Folge der günstigen Fehlerfortpflanzung und der Genauigkeit moderner Distanzmeßgeräte ohnehin unproblematisch. Folgende Betrachtungen beschränken sich daher auf den Querfehler.

Bei vorgegebener Gesamtlänge  $L$  wird ein herkömmlicher Polygonzug am genauesten, wenn die Anzahl der Polygonseiten minimiert wird, d.h. die Polygonseiten möglichst lang sind. Im Widerspruch zu älteren Anschauungen und trotz des Richtungsfehlers bei Azimutmessungen, gilt dies auch bei Kreiselzügen. In (Tarczy-Hor-

noch, 1977) wird gezeigt, daß der für eine grössere Anzahl von Polygonpunkten notwendige Zeitaufwand besser in die wiederholte Messung weniger Azimute investiert wird.

Ein interessantes Beispiel zeigt der Vergleich der Fehlerfortpflanzung eines Polygonzuges (einseitig und beidseitig angeschlossen) und eines Kreiselzuges, mit der Annahme, daß  $s=200\text{ m}$ ,  $m_{\beta} = \pm 5''$  und  $m_{Az} = \pm 10''$  seien:

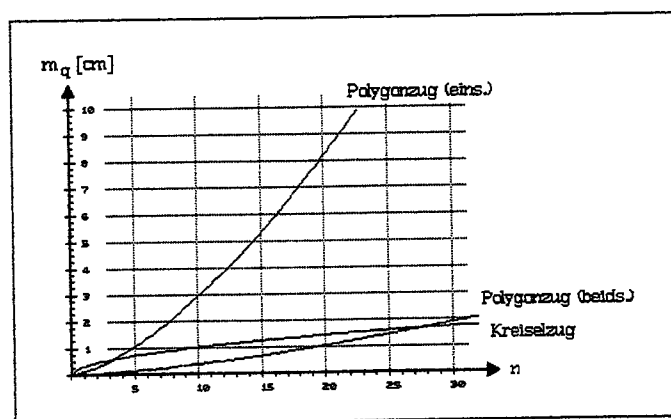


Abb. 7.3 : Fehlerfortpflanzung eines Polygon- und eines Kreiselzuges

Der Querfehler kann somit bei einem einseitig angeschlossenem Polygonzug mit Hilfe von Kreismessungen drastisch reduziert werden. Folgende Abbildung zeigt den theoretischen Genauigkeitsgewinn bei Kreiseinsatz auf jedem Polygonpunkt. Für den mittleren Fehler eines Brechungswinkels gelte  $m_{\beta} = \pm 5''$ , für den mittleren Azimutfehler  $m_{Az} = \pm 10''$  bzw.  $m_{Az} = \pm 7''$ :

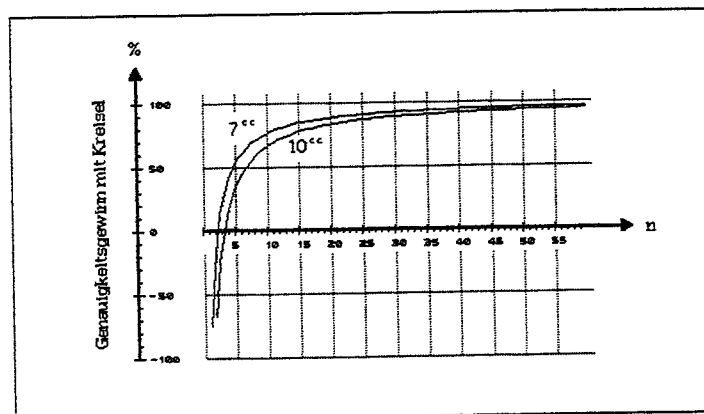


Abb. 7.4 : Genauigkeitsgewinn bei Kreiseinsatz

$$\text{Genauigkeitsgewinn : } \frac{m_q \text{ Kreisel}}{m_q \text{ Theodolit}} = \frac{m_{Az}}{m_\beta} \left( \frac{3}{n^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [7.2]$$

Es handelt sich hierbei um einen theoretischen Genauigkeitsgewinn, da man im allgemeinen in der Praxis nicht auf jedem Polygonpunkt eine Kreismessung vornehmen wird. In (Schelling/Rinner, 1980) werden dazu verschiedenen Kreiselstützungen und deren Auswirkungen untersucht. Die wichtigsten Resultate werden in der Abbildung 7.6 illustriert und sollen hier zusammengefaßt werden:

Es werden 7 Annahmen getroffen, die sich durch Anzahl und Anordnung der Kreiselstützungen unterscheiden. Alle Berechnungen erfolgen mit der Gewichtsrelation  $p_w = 2 p_k$ , wobei  $p_w$  das Gewicht der Polygonwinkel,  $p_k$  das Gewicht der Kreiselrichtung ist. Die erste Annahme ist der nicht gestützte, Annahme 7 der vollständig gestützte Polygonzug (Abb. 7.5). Als Ergebnis wird der Quotient aus dem Querfehler  $m_i$  in den Polygonpunkten und dem Querfehler einer Polygonseite ( $s_{m_w}$ ) in Funktion der Anzahl Punkte dargestellt (Abb. 7.6). Man sieht, daß die Kreiselstützung in der Zugmitte etwas günstiger ist, als die Stützung am Ende, aber beide mit zunehmender Punktzahl eine Verringerung der Abweichung um fast 50 % zur Folge haben. Bei einer Zunahme der Kreiselstützungen nimmt der Querfehler etwa linear mit deren Anzahl ab. Annahme 7 führt zu den besten Resultaten, da der Querfehler etwa um 75 % kleiner wird, was auch mit der Abbildung 7.4 (mittlerer Azimutfehler  $7^{cc}$ ) gut übereinstimmt. Abbildung 7.7 zeigt den Einfluß des Gewichtes der Kreismessungen. Für die Annahmen 2, 3 und 4 wurde der Querfehler einerseits mit  $p_k = 0.5$  und andererseits mit  $p_k = 1$  berechnet. Die Ergebnisse zeigen, daß der Querfehler mit zunehmendem Kreiselgewicht zwar abnimmt, der Betrag der Abnahme jedoch gering ist.

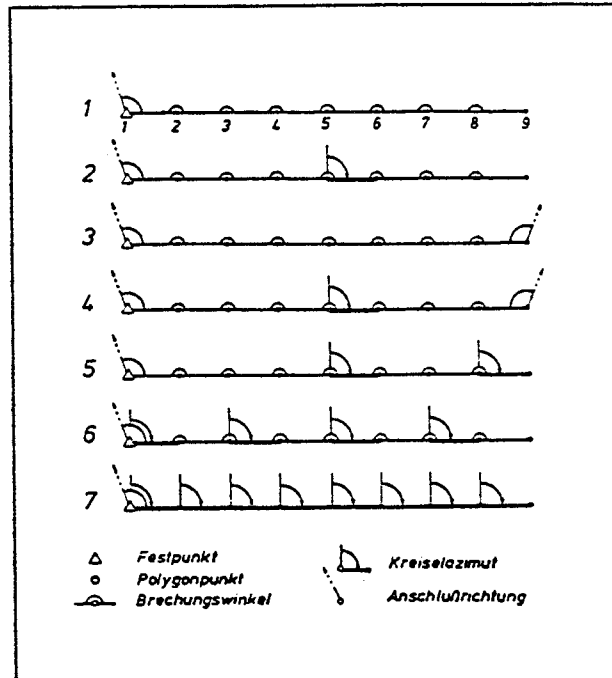


Abb. 7.5 : Modelle für Polygonzüge mit Kreiselstützung (Schelling/Rinner, 1980)

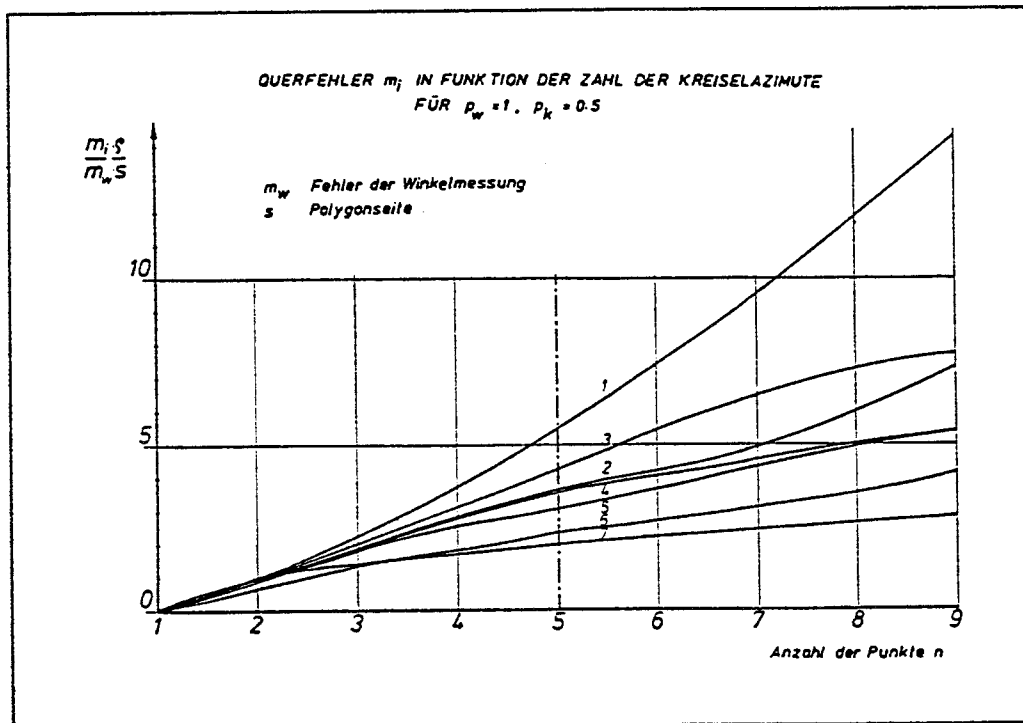


Abb. 7.6 : Querfehler in Funktion der Zahl der Kreiselstützungen (Schelling/Rinner, 1980)

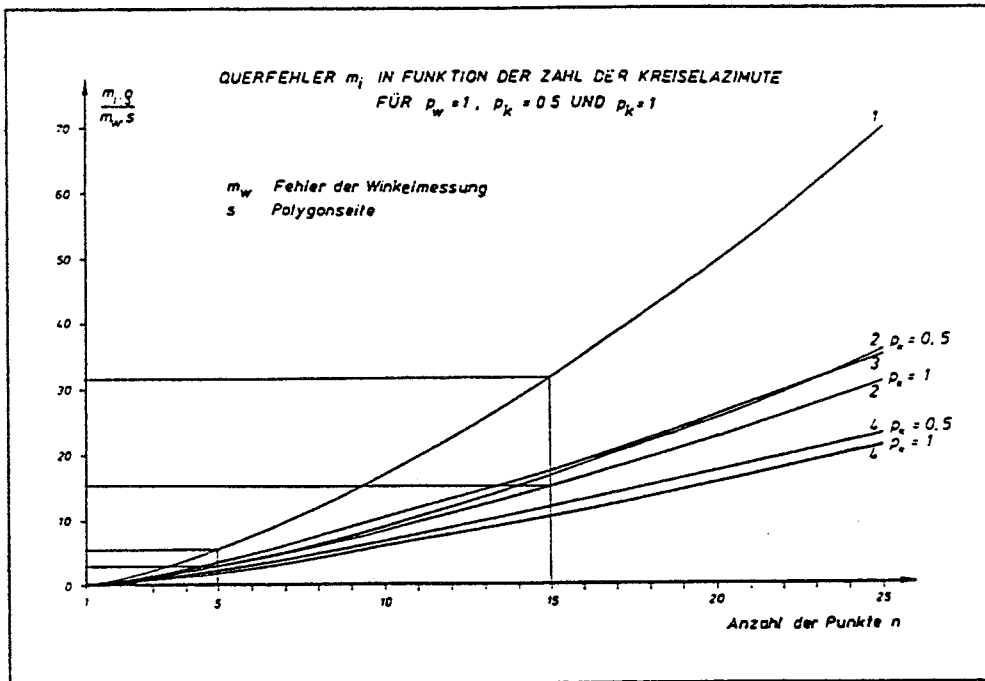


Abb. 7.7 : Querfehler mit verschiedenen Gewichten (Schelling/Rinner, 1980)

Weitere Untersuchungen über die optimale Anordnung der Kreiselmessungen in Polygonzügen sind in (Halmos, 1966) und (Halmos, 1980) zu finden.

### 7.3. Refraktion

Der Vermessungskreisel dient nicht nur zur Verbesserung der Querfehler. Die Kreiselmessungen dienen auch zur unabhängigen Kontrolle bei Refraktionseinwirkungen:

Theodolitmessungen :  $\beta_2 = \beta'_2 + \Delta r$

$\beta_3 = \beta'_3 + \Delta r$

Kreiselmessungen :  $A_2 = A'_2 + \Delta r$  [7.3]

$A_3 = A'_3 - \Delta r$

$A_2 = \frac{1}{2} (A'_2 + A'_3 - 200^\circ)$

Durch die gegenseitige Bestimmung von Azimut und Gegenazimut lässt sich der Einfluß der Refraktion bestimmen und eliminieren.

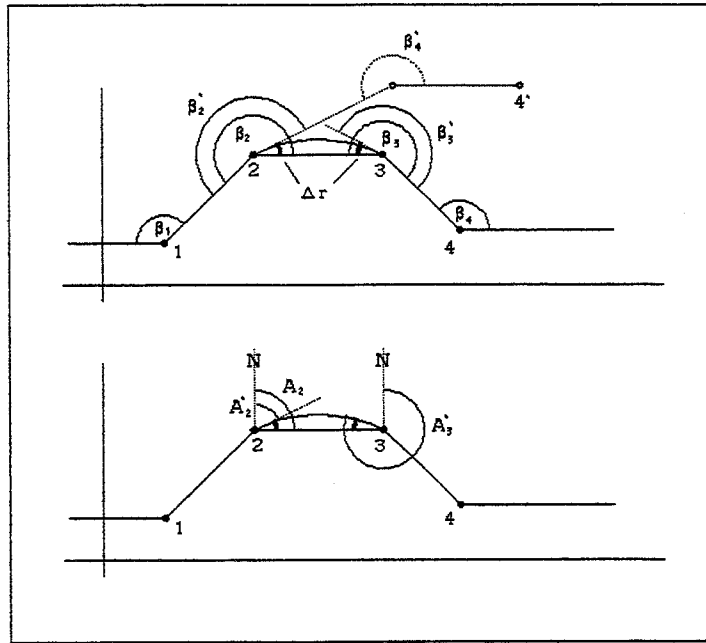


Abb. 7.8 : Einfluß der Refraktion bei Theodolit- und Kreiselmessungen

In (Heister, 1992) werden zahlreiche Beobachtungs- und Fehlermodelle bei horizontaler Refraktion untersucht. Bei höchsten Genauigkeitsanforderungen wird empfohlen:

- \* gleichzeitige, gegenseitige Azimutmessung,
- \* Mehrfachmessung der Azimute (Wiederholungsmessungen),
- \* Beobachtung jeder zweiten Polygonseite zur Minderung des Einflusses nicht konstanter Refraktionsanteile,
- \* Anlage eines Zick-Zack-Polygonzuges.

## 8. Beispiele von Tunnelabsteckungen

### 8.1. Kreiselorientierungsunbekannte

Die ebenen Kreiselazimute sind im allgemeinen mit einer konstanten Abweichung gegenüber der Orientierung von Tunnelnetzen behaftet. Kreiselmeßserien sind daher, analog zu den Theodolit-Richtungssätzen, um eine Orientierungsunbekannte zu erweitern. Die folgende Untersuchung einer Tunneldurchschlagsprognose wurde (Schuhr, 1983) entnommen. Das Abstecknetz (Abb. 8.1) besteht aus:

- \* den oberirdischen Lagenetzpunkten 1 bis 10 sowie den Portalpunkten 11 und 12, und
- \* den an den Portalpunkten beginnenden und in den Tunnel führenden einfachen Polygonzügen.

Weitere Merkmale sind:

- \* Das reduzierte Abstecknetz (Abb. 8.1 unten) besteht aus einem einfachen oberirdischen Polygonzug zwischen den Portalpunkten 11 und 12 und den gleichbleibenden unterirdischen Messelementen.
- \* Tunnellänge = 6 km
- \* Länge Polygonseite = 600 m
- \* Standardabweichungen :
 

$\sigma_{\text{Richtg.}}$	= $\pm 5^{\text{cc}}$
$\sigma_{\text{Distanz}}$	= $\pm (5 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$
$\sigma_{\text{Azimut}}$	= $\pm 10^{\text{cc}}$

Wegen der ungünstigen Meßbedingungen im Tunnel wurde den unterirdischen Richtungs- und Distanzmessungen nur das halbe Gewicht zugeordnet. Die Resultate seien kurz zusammengefaßt:

- \* Ohne Kreiselemente erhält man die tiefsten Werte  $\sigma_Q = \pm 89 \text{ mm}$  und  $\sigma_L = \pm 29 \text{ mm}$  in der Tunnelmitte.
- \* Mit zunehmendem Abstand der Durchschlagsstelle von der Tunnelmitte wächst der Querfehler ziemlich stark an.
- \* Die Kreiselversionen A bis D stützen sich auf eine Ergänzung der Meßelemente mit Kreiselbeobachtungen, welche sich einheitlich auf je-



de zweite Polygonseite erstrecken. Eine Beobachtung auf jeder Polygonseite würde aufgrund der Azimutgenauigkeit keine wesentliche Verbesserung mit sich bringen.

- \* Es sind nur die Querfehler dargestellt, da der Längsfehler auch bei Kreiselmessungen unverändert bleibt.

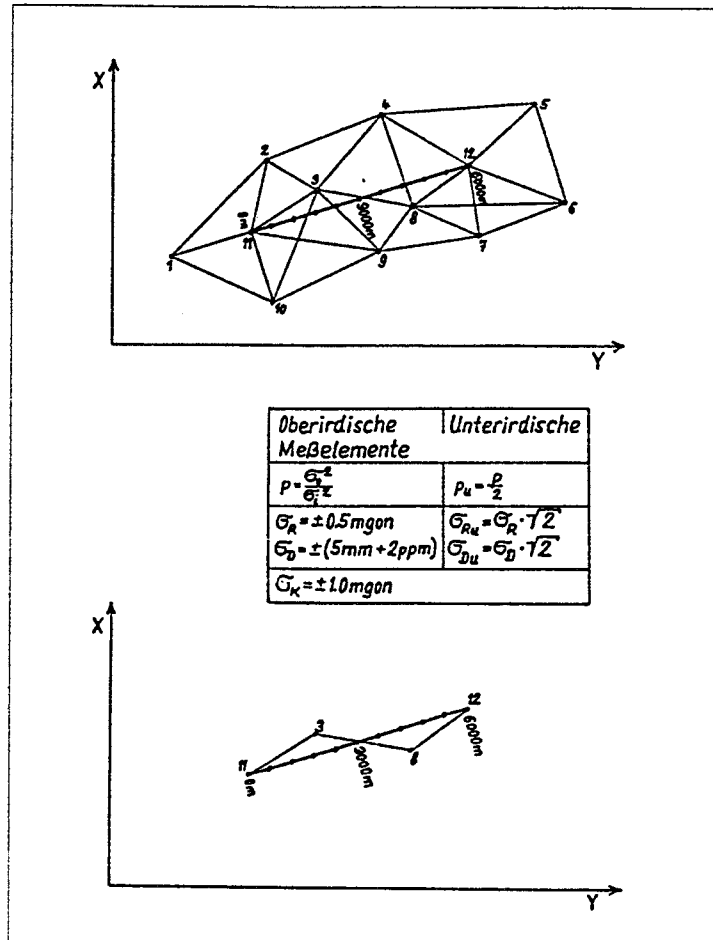


Abb. 8.1 : Testnetz (Schuhr, 1983)

Kreisversion A : Kreiselmessung auf der Ausgangsseite 3-8 und auf den unterirdischen Stützungsseiten. Es wird nur eine gemeinsame Orientierungsunbekannte eingeführt. Die Resultate sind im allgemeinen unabhängig von der ausgewählten oberirdischen Ausgangsseite. Mit den Seiten 11-3 bzw. 1-2 entstehen höchstens 1 mm Unterschied in der Querkomponente.

Kreiselversion B+C : Vor jeder Kreiselmessung auf einer Stützungsseite ist eine Kreiselmessung auf der Ausgangsseite 3-8 vorgesehen. Die Ausgleichung erfolgt entweder mit einer gesonderten Orientierungsunbekannten für jedes Messpaar (Version B) oder mit einer gemeinsamen Orientierungsunbekannten (Version C).

Kreiselversion D : Annahme einer fehlerlosen Kreiselmessung auf der Ausgangsseite 1-5. Die berechneten Resultate sind als unterer Grenzwert zu betrachten, die auch mit einer grossen Anzahl zusätzlicher Kreiselmessungen auf der Ausgangsseite nicht zu unterschreiten ist.

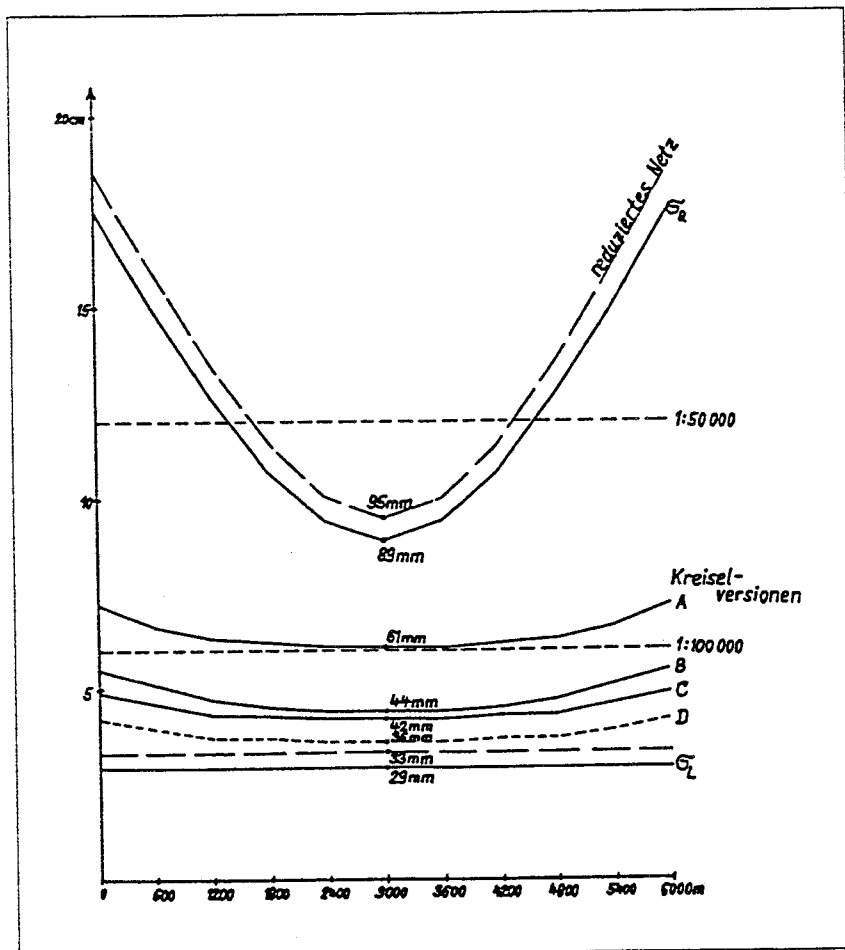


Abb. 8.2 : Tunneldurchschlagsprognosen (1:50 000, 1:100 000 = Verhältnis der Querkomponente  $\sigma_q$  zur gesamten Tunnellänge)

Anhand der untersuchten Kreiselmessungen folgt, daß:

1. mit den vorausgesetzten Genauigkeitsrelationen die Kreiselmessungen geeignet sind, die in der Tunnelmitte geltende Querkomponente halbieren (Version B).
2. die Genauigkeit der Kreiselmessungen bei einer Verschiebung der Durchschlagstelle erheblich weniger stark abnimmt, als ohne Kreiselmessungen.

## 8.2. Der Eurotunnel

November/Dezember 1990 erfolgte unter dem Ärmelkanal der Durchschlag des Servicetunnels beim Bau des Eurotunnels. Das Institut für Lagerstätte und Vermessung (ILV) der Deutschen Montan Technologie (DMT) beteiligte sich beim Bau des Ärmelkanals, indem mit drei Präzisionsvermessungskreisen vom Typ GYROMAT bei der beidseitigen Auffahrung des Eurotunnels Richtungsangaben geliefert wurden (Korritke, 1991). Das ILV führte sowohl auf französischer als auch auf britischer Seite in regelmäßigen Abständen Hauptkontrollmessungen durch. Es sollen die wesentlichsten Resultate dargestellt werden.

### 8.2.1. Trassenführung

Die Linienführung weist aus geologischen Gründen einen kurvenförmigen Verlauf auf (Abb. 8.3). Für den Tunnelbau wurde die wasserundurchlässige Kreidemergelschicht bevorzugt (Abb. 8.4).

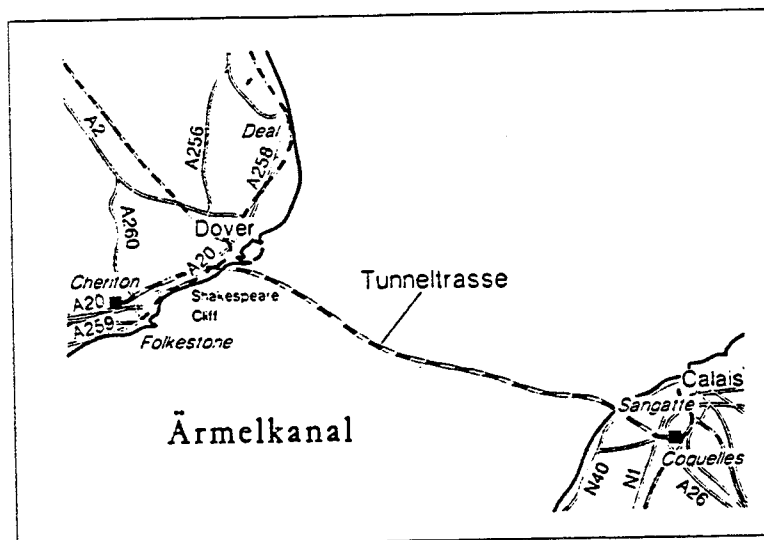


Abb. 8.3 : Trassenführung des Eurotunnels

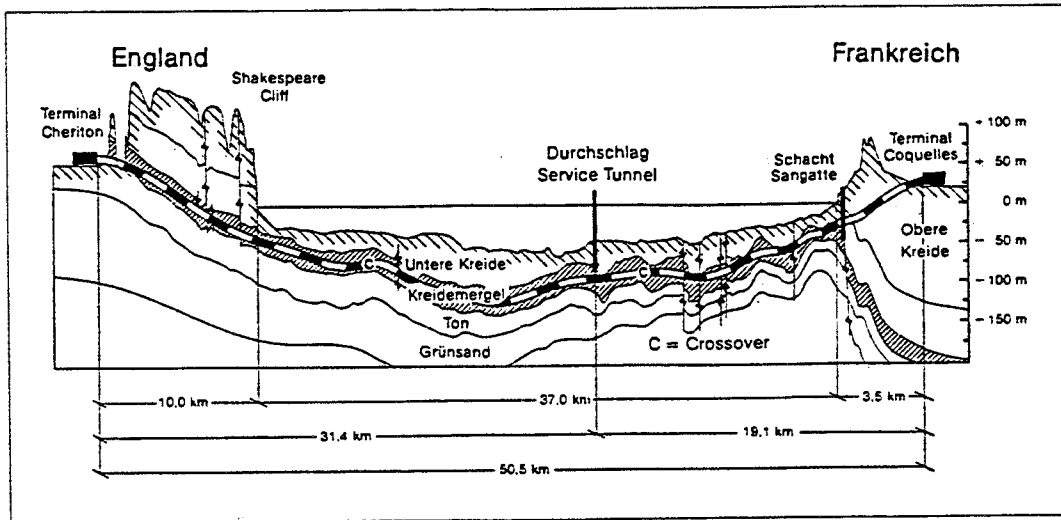


Abb. 8.4 : Vertikalschnitt und Geologie des Eurotunnels

37 km des Eurotunnels verlaufen direkt unter dem Ärmelkanal in einer Tiefe von 25 bis 40 m unter dem Meeresboden. Auf französischer Seite sind 3.5 km unter der Küste vorzutreiben, auf englischer Seite 10 km bis zum Erreichen der Tunnelportale. Das Gesamtbauwerk hat somit eine Länge von etwa 50.5 km. Bis zum Durchschlagspunkt sind es 19.1 km auf französischer und 31.4 km auf englischer Seite.

### 8.2.2. Tunnelsystem

Das Tunnelsystem besteht aus drei Röhren (Abb. 8.5). 15 m seitlich versetzt von einem zentralen Servicetunnel mit einem Innendurchmesser von 4.8 m werden zwei Eisenbahnrohre mit einem Innendurchmesser von 7.6 m aufgeföhren. Der Servicetunnel dient bei den Vortriebsarbeiten als Erkundungstunnel. In regelmäßigen Abständen von 250 m sind die beiden Verkehrsrohre mit Druckausgleichstollen versehen, um die vor den Zügen entstehenden Druckluftsäulen abzulenken.

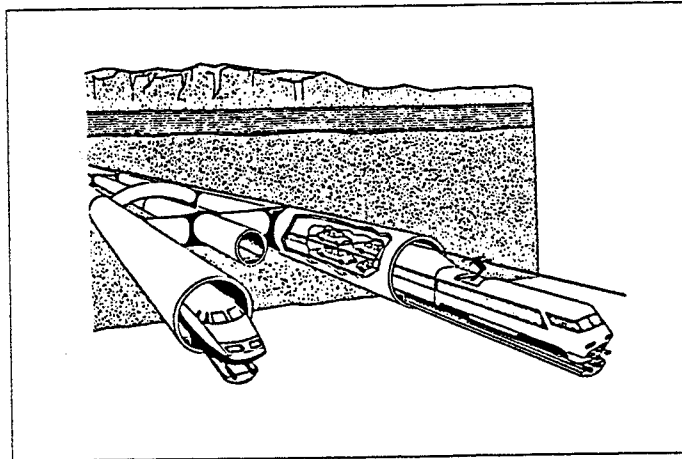


Abb. 8.5 : Röhrensystem

### 8.2.3. Lagenetz

Das Hauptnetz liegt in Form einer verbindenden Netzmessung zwischen beiden Küsten vor. Mit Hilfe von konventionellen Winkel- und Streckenmessungen als auch von GPS-Messungen, erhielt man Festpunkte in der Nähe der beiden Tunnelbaustellen, deren Koordinaten mit einer Genauigkeit von  $\pm 4$  cm vorliegen.

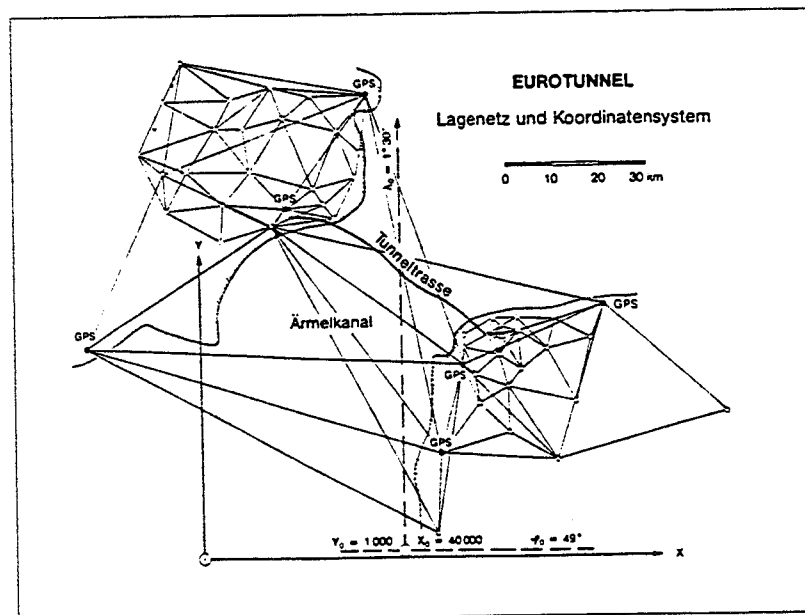


Abb. 8.6 : Hauptnetz

Trotz des Einsatzes von Vermessungskreiseln und der geforderten Durchschlagsgenauigkeit von  $\leq 0.5$  m, weist das Lagenetz zwei gravierende Mängel auf:

1. Es gibt weder Modellrechnungen noch astronomische Beobachtungen zur Abschätzung des Einflusses von Lotabweichungen auf die Messungen über und unter Tage.
2. Es fehlen astronomische Azimutbestimmungen auf französischer Seite. Die Orientierung der Kreiseleichenlinie wurde aus Koordinaten gerechnet.

Ein Vergleich von Kreiselmessungen auf der französischen und der englischen Eichlinie ergab eine Differenz im französischen Portalnetz von 1.6 mgon. Eine Azimutbestimmung auf französischer Seite erfolgte erst kurz vor dem Durchschlag. Aus zeitlichen Gründen (!) konnte jedoch keine neue Lageausgleichung mehr vorgenommen werden, so daß die Richtungsdivergenz voll in die Querabweichung einging.

#### 8.2.4. Höhennetz

Um die systematischen Höhenunterschiede zwischen den beiden Höhensystemen in Frankreich und England feststellen zu können, verwendete man hydrodynamische Nivellements und GPS-Messungen. Die Auswertung ergab eine Höhendifferenz von  $\Delta H = 30$  cm mit einem mittleren Fehler von  $\pm 8$  cm. Messkampagnen des ILV zeigten, daß mittels geometrischer Nivellements Höhenmessungen mit einer Genauigkeit von  $\leq 5$  mm/10 km erreicht werden können.

#### 8.2.5. Hauptkontrollmessungen des ILV

Folgendes Instrumentarium wurde verwendet:

Kreisel	:	GYROMAT	$\sigma_A = \pm 1.0$ mgon
Theodolit	:	WILD T2000/T3000	$\sigma_R = \pm 0.4$ mgon
Distanzmessung	:	WILD DI 2000	$\sigma_D = \pm (2 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$

Winkel- und Streckenmessung erfolgten im Hin- und Rückweg. Kreiselmessungen auf den Polygonseiten erfolgten nach der Anordnung in Kapitel 7.3., wobei auf jedem Punkt Doppelmessungen durchgeführt wurden, d.h. 4 Messungen auf jeder gekreuzelten Polygonseite.

In der Meßkampagne März 1989 auf englischer Seite wurde der Polygonzug wechselseitig über Konsolen an der linken und der rechten Tunnelseite geführt, um den Einfluß der Horizontalrefraktion so gut als möglich zu minimieren. Aufgrund der erhaltenen Resultate mußte man jedoch das Meßkonzept ändern, da schon nach 6.5 km Meßweg Richtungsdifferenzen (zwischen Richtungen nach Ausgleichung ohne Kreisel und mit Kreisel) von 17.6 mgon auftraten. Der Grund lag in den Temperaturdifferenzen zwischen Tunnelwand und Tunnelmitte und der Nichtsymmetrie der Instrumentenstandpunkte relativ zur Tunnelmitte. An der Tunnelwand wurden Temperaturen zwischen 12°C-14°C gemessen, in der Tunnelmitte zwischen 20°C am Tunnelanfang und 28°C in der Nähe der Tunnelbohrmaschine.

In der Meßkampagne Dezember 1989 wurden im Abstand von 200 bis 300 m in der Tunnelmitte Edelstahlplatten mit Zwangszentrierungkerben installiert und der Polygonzug erneut gemessen. In der Meßkampagne September 1990 erfolgte die letzte Kontrollmessung im Servicetunnel auf britischer Seite. Im Überlappungsbereich der beiden Messkampagnen wurden auf den im Dezember 1989 gekreiselten 4 Polygonseiten erneut Kreiselmessungen durchgeführt. Die Richtungsdifferenzen lagen unter 1.0 mgon und bestätigten somit die äußere Genauigkeit der Kreiselmessungen mit dem GYROMAT (Abbildung 8.7). Außerdem konnte man feststellen, daß der Einfluß der Horizontalrefraktion in der Nähe der Tunnelwände um den Faktor 7 größer ist als auf Polygonzugmessungen in der Tunnelmitte. Die zwei Lagemessungen Dezember 1989 und September 1990 wurden einer gemeinsamen Auswertung unterzogen. Abbildung 8.8 stellt die Resultate dar.

von	nach	Richtungswinkel 12/89 [gon] (1)	Richtungswinkel 9/90 [gon] (2)	Diff. [mgon] (3)
7392	7574	147.8283	147.8282	-0.1
7725	7903	147.8593	147.8592	-0.1
8050	8222	147.8348	147.8339	-0.9
8396	8544	147.8354	147.8346	-0.8

Abb. 8.7 : Gegenüberstellung identischer Richtungswinkel

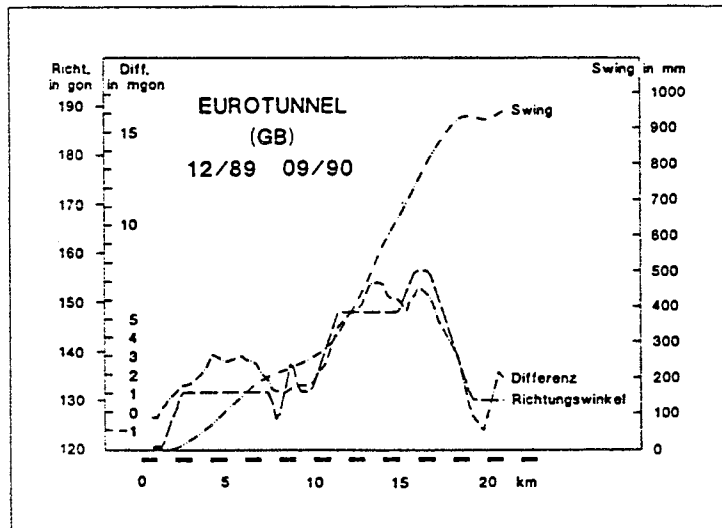


Abb. 8.8 : Resultate der Auswertung

- Dargestellt sind :
- \* Entwicklung der Richtungsabweichungen entlang des Messweges zwischen den Auswertungen mit und ohne Berücksichtigung der Kreiselmessungen
  - \* Der resultierende Verschwenkungsbetrag zwischen den beiden Auswertungen
  - \* Kurvenbild des Servicetunnels anhand der Richtungswinkel der Polygonseiten

- Resultate :
- \* Längs des 21.5km langen Messweges wachsen die Richtungsabweichungen im Bereich von drei Rechtskurven auf etwa + 7.0mgon an, die dann in einer 3km langen Linkskurve am Ende des Polygonzuges wieder abgebaut werden
  - \* Der Verschwenkungsbetrag zwischen beiden Auswertungen erreicht einen max. Betrag bis zu 0.95 m
  - \* Richtungsabweichungen und Winkelbild der Tunneltrasse sind hochsignifikant korreliert



### 8.2.6. Durchschlag des Servicetunnels

Nach 2½ Jahren Auffahrungszeit, erfolgte der Durchschlag des Servicetunnels mit den folgenden Durchschlagsergebnissen:

Querabweichung	:	361 mm
Längsabweichung	:	69 mm
Höhenabweichung	:	58 mm

Hätte man die Orientierungsabweichung im Portalnetz auf französischer Seite bei der Ausgleichung berücksichtigt (vgl. Kap. 8.2.3.) und eine entsprechende Richtungskorrektur im Servicetunnel über eine Distanz von 15.6 km durchgeführt, so hätte die Querabweichung nur 3 cm betragen (Korittke, 1988).

### 8.2.7. "Einige interessante Daten"

- \* Baukosten : ca. 23 Mrd. DM
- \* Finanzierung : Privatwirtschaftlich
- \* Notwendige Betonfertigteile für den Ausbau der Tunnelröhren : 700'000
- \* Abraummateriale : Frankreich 3 000 000 m<sup>3</sup>  
England 4 500 000 m<sup>3</sup>
- \* Anzahl Tunnelbohrmaschinen : 11 insgesamt (6 England, 5 Frankreich)
- \* Tunnelbohrmaschine : Länge 200 m  
Gewicht bis zu 1200 t  
Kosten bis zu 28 Mio. DM
- \* Vortriebsgeschwindigkeiten Zuggtunnel : Durchschnittlich 25 - 30 m/Tag
- \* Spitzengeschwindigkeiten Züge : 160 km/h
- \* Fahrtzeit von Terminal zu Terminal : 33 min
- \* Anzahl Züge pro Stunde : In Spitzenzeiten 15 bis 20
- \* Länge Zug : 750 m

### 8.3. Vortriebsnetzvarianten

In (Krüger/Niemeier, 1984) werden die in der Abbildung 8.9 dargestellten Vortriebsnetzvarianten hinsichtlich des Einflusses auf den Durchschlagsfehler untersucht. Das Tunnelmodell hat eine Länge von 5.8 km und wird beidseitig aufgeföhren. Dabei wurden alle Varianten mit und ohne Kreiselstützungen untersucht. Kreiselstützungen wurden auf jedem 2. Punkt bei einem Punktabstand von 250 m angesetzt. Die Genauigkeit der Richtungsmessungen beträgt  $\pm 4^{\text{cc}}$ , die der Kreiselmessungen  $\pm 8^{\text{cc}}$  und jene der Streckenmessung  $\pm 5 \text{ mm}$ . Für den Durchschlagsfehler pro Kilometer folgt:

#### A) Ohne Kreiselstützungen

Variante 1 :	5.6 cm/km
Variante 2 :	2.9 cm/km
Variante 3 :	2.2 cm/km
Variante 4 :	1.9 cm/km

#### B) Mit Kreiselstützungen

Variante 1 :	2.2 cm/km
Variante 2 :	1.7 cm/km
Variante 3 :	1.4 cm/km
Variante 4 :	1.2 cm/km

Daraus können folgende Schlußfolgerungen gezogen werden:

- \* Variante 1 ist abzulehnen, weil keine Meßkontrollen möglich sind und der größte Durchschlagsfehler zu verzeichnen ist.
- \* Variante 2 bringt eine Genauigkeitssteigerung in der Größenordnung von 50 %.
- \* Variante 3 und 4 bringen trotz wesentlich größeren Meßaufwandes nur noch eine geringe Genauigkeitssteigerung.
- \* Wird jede zweite Seite mit einem Kreiselazimut gemessen, so verringern sich die Fehler gegenüber den gleichen Varianten ohne Kreiselstützung um etwa 50 %.
- \* Die Variante 2 mit Kreiselmessungen liefert bessere Werte als die meßtechnisch aufwendige Variante 4 ohne Kreisel. Deshalb wird die Variante 2 mit Kreiselmessungen auch im Hinblick auf die Meßbedingungen empfohlen.

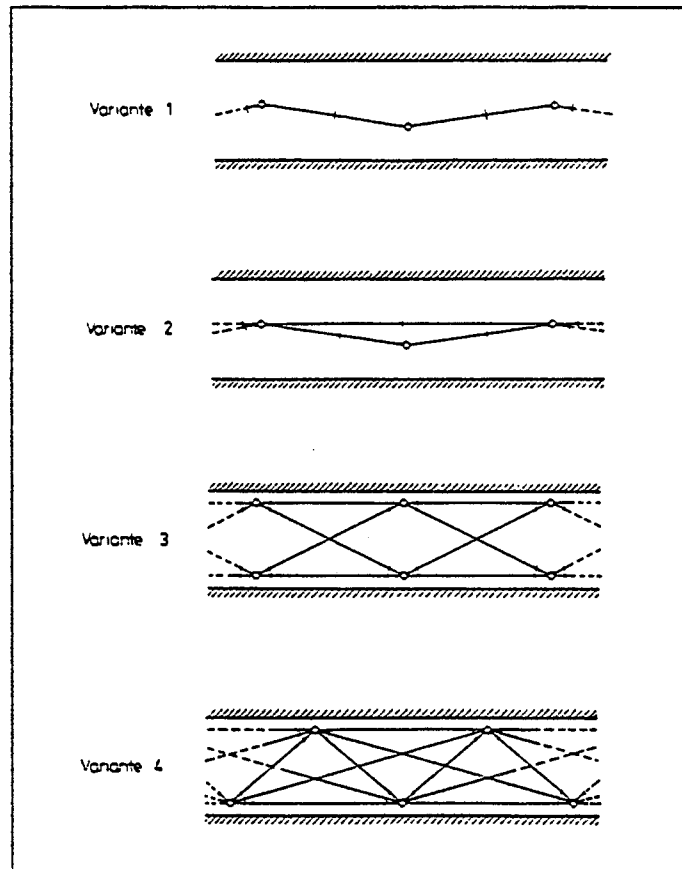


Abb. 8.9 : Mögliche Varianten eines unterirdischen Netzes (Krüger/Niemeier, 1984)

## 9. Literaturverzeichnis

### Abkürzungen

AVN	Allgemeine Vermessungsnachrichten
DMT	Deutsche Montan Technologie
ETH	Eidgenössische Technische Hochschule
IGP	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
ÖzFVP	Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie
vdf	Verlag der Fachvereine Zürich
VPK	Vermessung Photogrammetrie Kulturtechnik
VR	Vermessungswesen und Raumplanung
ZfV	Zeitschrift für Vermessungswesen

- Brunken, G.                    Untersuchung zur Meßgenauigkeit bei der Azimutbestimmung mit Kreiseltheodolit, AVN 3/1981
- Caspary, W./Heister, H./Schwintzer, P.    Zur Netzorientierung durch Kreiselazimute, ZfV 10/1982 a, S. 461-468
- Caspary, W./Heister, H./Schwintzer, P.    Ein erweitertes chronometrisches Kreiselmeßverfahren, AVN 1982 b, S. 139-146
- Caspary, W.                    Moderne Vermessungskreisel-Leistungsfähigkeit und Einsatzmöglichkeiten, IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz, 1984, Beitrag A15
- Caspary, W.                    Die Bestimmung der Schwingungsmittellage bei Vermessungskreisen, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 38-2, 1990, S. 471-500
- Chaperon, F.                    Vorlesung 'Landesvermessung', ETH Zürich, 1991
- DMT                              Bedienungsanleitung des Vermessungskreisels GYROMAT-2000, 1990
- Eichholz, K.                    Anforderungen an einen Sekundentheodolit und praktische Ergebnisse dargestellt am Beispiel des Vermessungskreisels GYROMAT, AVN 3/1980 a, S. 117-129

- 
- Eichholz, K./Schmidt, G. Erfahrungen bei Durchschlagsmessungen im Bergbau, VIII. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich, 1980, Beitrag D12
- Eichholz, K. Moderne Vermessungskreisel - Gerätetechnische Konzeption und Entwicklungsstand, IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz, 1984, Beitrag A14
- Fabeck, W. Kreiselgeräte, Würzburg: Vogel, 1980
- Grafarend, E. Beobachtungsverfahren bei Vermessungskreiseln, AVN 3/1971a, S. 92-105
- Grafarend, E./Rymarzyk, H. Neuartige chronometrische Meßverfahren zur Nordbestimmung mit Vermessungskreiseln, AVN 6/1971b, S. 205-214
- Gurtner, W. Das Geoid der Schweiz, Mitteilung Nr. 20 des IGP, ETH Zürich, 1978
- Halmos, F. Untersuchungen der Kreiseltheodolite sowie deren Anwendungsmöglichkeiten, AVN 10/1966, S. 424-437
- Halmos, F. Anwendungen von Kreiseltheodoliten beim Tunnelbau, VR 4/1977 a, S.178-192
- Halmos, F. High Precision Measurement and Evaluation Method for Azimuth Determination with Gyrotheodolits, Manuscripta Geodaetica, Vol. 2, 1977b, S. 213-231
- Halmos, F. Ergebnisse der ober- und unterirdischen Azimutbestimmung hoher Genauigkeit mittels Kreiseltheodoliten, AVN 7/1980, S. 297-308
- Heister, H. Zur Anordnung von Kreismessungen unter besonderer Berücksichtigung von systematischen Fehlereinflüssen, XI. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich, 1992, Beitrag I 7/1
- Heister, H./Lechner, W./Schödlbauer, A. Zur Genauigkeit und Kalibrierwertstabilität automatisierter Vermessungskreisel, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 38-2, 1990, S. 501-528
- Heitz, S. Mechanik fester Körper, Band I, Dümmler Verlag, 1980
- Hein, G.W./Landau, H./Egreder, K. Erste Erfahrungen zur integrierten geodätischen Netzausgleichung, ZfV 2/1984, S. 75-86
- Imhof, E. Gelände und Karte, Eugen Rentsch Verlag, Zürich, 1950
- Kahmen, H. Vermessungskunde II, Berlin-New York: de Gruyter, 1986
-

- 
- Korittke, N./Wunderlich, T. Le GYROMAT, un gyrothéodolite de grande précision et son emploi dans l'Eurotunnel, Revue XYZ, Nr. 40, 1989
- Korittke, N./Schmidt, G. Rückblick und Genauigkeitsanalysen anlässlich des 2000. Einsatzes mit Vermessungskreiseln der Westfälischen Berggewerkschaftskasse, AVN 6/1986, S. 235-244
- Korittke, N. Einsatz des Präzisionsvermessungskreisels GYROMAT beim Bau des Eurotunnels, X. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, München, 1988, Beitrag D4
- Korittke, N. Vortrieb, Vermessung und Durchschlag beim Bau des Eurotunnels, AVN 3/1991, S. 73-88
- Krüger, J./Niemeier, W. Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsanalyse bei der Anlage von Tunnelabsteckungsnetzen, IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz, 1984, Beitrag D 17
- Kuchling, H. Taschenbuch der Physik, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 1988
- Lechner, W. Untersuchungen einer kreiselorientierten Landfahrzeug-Navigationsanlage im Hinblick auf geodätische Anwendungen und Möglichkeiten der Höhenübertragung, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 31, 1988, S. 29-33
- Leisi, H.J. Klassische Physik, vdf, 1989
- Linder, H. Physik für Ingenieure, Viewig, 1973
- Matthias, H.J. Nordweisende Kreisel für die Vermessung, Bericht Nr. 95 des IGP, ETH Zürich, 1985
- Matthias, H.J. Vorlesungsskript Vermessungskunde, Band 3, ETH Zürich, 1987
- Patarovic, M./Milovanovic, V. Anwendung der Kreiseltheodolite und das Lotabweichungsproblem, AVN 5/1974, S. 189-194
- Pelzer, H. Geodätische Netze in der Landes- und Ingenieurvermessung II, Vorträge des Kontaktstudiums, Stuttgart: Wittwer, 1985
- Pohl, R.W. Mechanik, Akustik und Wärmelehre, Springer Verlag, 1982
- Rommel, N. Funktionsprinzip und technisches Konzept des Präzisionsvermessungskreisels GYROMAT-2000, Bericht der DMT, 1991
- Schelling, G./Rinner, K. Bericht über Tunnelabsteckungen in Österreich, VIII. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Zürich, 1980, Beitrag D11
-

- 
- Schelling, G./Sommer, H. Erfahrungen mit kreiselgestützten Richtungen bei Tunnelkontrollen, IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz, 1984, Beitrag D8
- Schödlbauer, A. Funktionsprinzipien automatisierter Vermessungskreisel, Schriftenreihe Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 38-2, 1990, s. 443-469
- Schuhr, P. Stabilisierung von Tunnelabstecknetzen mit Vermessungskreiselbeobachtungen hoher Präzision, ZfV 3/1983, s. 393-403
- Schwendener, H.R. Beobachtungsmethoden für den Aufsatzkreisel, VPK 9/1964, s. 365-375
- Sigl, R. Geodätische Astronomie, Karlsruhe: Wichmann, 1983
- Spata, M./Ruf, B. Erstmalige Kreismessungen 1987/1988 mit dem Vermessungskreisels GYROMAT im TP-Feld von Nordrhein-Westfalen, BDVI-Forum 2/1989, S. 98-110
- Stier, K.H. Die Meßverfahren des Vermessungskreisels 'Meridianweiser' im Laufe seiner Weiterentwicklung in drei Jahrzehnten, AVN 4/1982, s. 129-139
- Tarczy-Hornoch, A. Genauigkeitsvergleiche der am Anfang orientierten, gestreckten, gleichseitigen, offenen Theodolitpolygonzüge und der Kreispolygonzüge bei gleicher Gesamtarbeitszeit und bei gleicher Wiederholungszahl der Winkelmessungen im Theodolitpolygonzug, ÖZfVP 1977, S. 105-111
- Torge, W. Geodäsie, Berlin-New York: de Gruyter, 1975
-