Beispiele und Übungen
Erreichbarkeit, Routenwahl und Umlegung

Thomas Schatzmann

IVT
ETH
Zürich

Frühlingssemester 2019

IVT Institut für Verkehrsplanung und Transportsysteme
Institute for Transport Planning and Systems

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Unser Blick auf die Lehrveranstaltung

Vorlesung: Slides & Notizen

- Montag, alles zwischen12:45 – 14:30 Uhr ist prüfungsrelevant
- Autonome Fahrzeuge als Unterrichtsbeispiel

Literatur und Materialien

Übungen

Zwischenprüfungen & alte Prüfungen

- Mischung aus Theorie, Konzepten, Beispiele
- Thematische Breite nicht unterschätzen!
- Eigenverantwortung: Schrittweise Aneignung des Stoffes
- Zwischenprüfungen als Standortbestimmung

Programm

- Rechenbeispiel Erreichbarkeit

- Einführung Routenwahl und Umlegung

- Rechenbeispiel Dijkstra
- Selbständige Übung zum Dijkstra

Pause

- Einführung MSA
- Rechenbeispiel MSA
- Selbständige Übung zur MSA

Ziel: Maximierung der Erreichbarkeiten

Definition Erreichbarkeit:

(Gewichtete) Anzahl aller Gelegenheiten zur Teilnahme am gesellschaftlichen (wirtschaftlichen) Leben, die in für den jeweiligen Zweck angemessener Zeit (generalisierten Kosten) erreicht werden können.

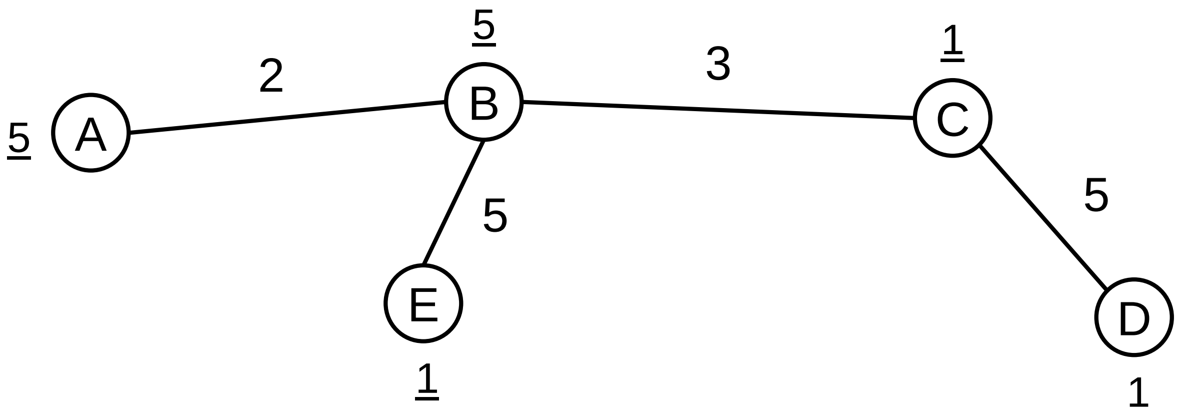
Logik:

- Grössere Auswahl (Arbeitgeber, Arbeitnehmer)
- Besserer und schnellerer Abgleich zwischen Angebot und Nachfrage (Arbeitsplätze, Ausbildungsmöglichkeiten, Gütern und Dienstleistungen)
- Höhere Produktivität durch Spezialisierung
- Ermöglichung innovativer Güter und Prozesse

Erreichbarkeit: Aufgabenstellung

Berechnen Sie die Erreichbarkeit in A. Gegeben ist folgende Struktur. Sie können die Durchfahrtszeiten vernachlässigen. Die Gewichtungsfunktion ist $\exp(-0{,}3 * k)$.

A	1000
B	500
C	500
D	1000
E	500



Erreichbarkeit: Was bedeutet die Aufgabenstellung?

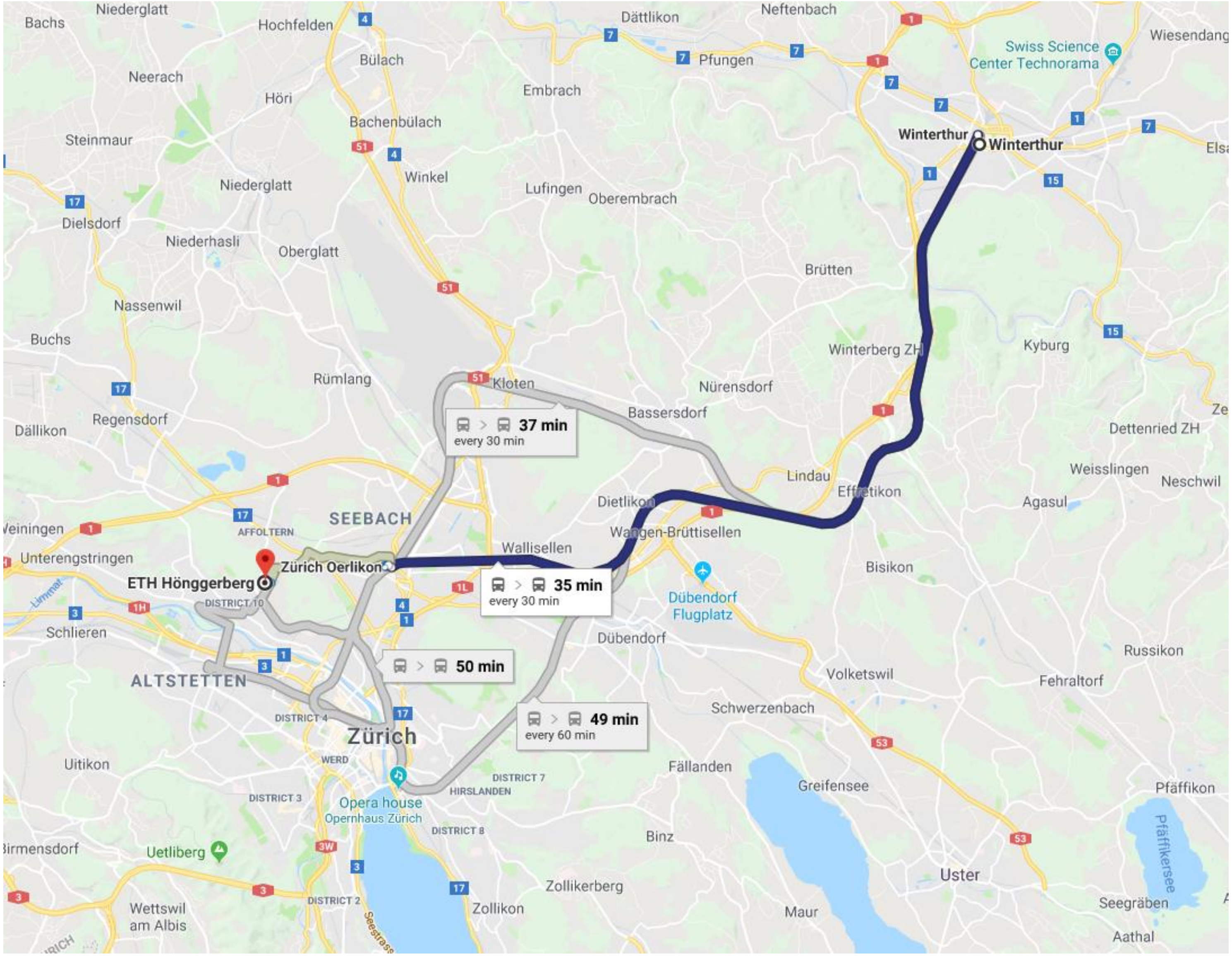
- Wir sind in A und wollen dort die Erreichbarkeit wissen.
- Formel (aus der Formelsammlung): $E_i = \sum_{j=1}^{n} X_j * f(k_{ij})$
- Das heisst: $Erreichbarkeit_A = \sum_{j=1}^{A-E} X_j * e^{-0{,}3*k_{Aj}}$
- Die Kosten entweder direkt aus der Skizze lesen oder in einer Reisezeitmatrix zusammenfassen:

	A	B	C	D	E
A	5	2	5	10	7
B	2	5	3	8	5
C	5	3	1	5	8
D	10	8	5	1	13
E	7	5	8	13	1

Erreichbarkeit: Rechnung

$$
\begin{aligned}
Erreichbarkeit_A \quad &= \quad X_A * \; e^{-0{,}3*k_{AA}} + X_B * \; e^{-0{,}3*k_{AB}} + X_C * \; e^{-0{,}3*k_{AC}} + \\
&\quad\; X_D * \; e^{-0{,}3*k_{AD}} + X_E * \; e^{-0{,}3*k_{AE}} \\
&= \quad 1000 * e^{-0{,}3*5} + 500 * e^{-0{,}3*2} + 500 * e^{-0{,}3*5} + \\
&\quad\; 1000 * e^{-0{,}3*10} + 500 * e^{-0{,}3*7} \\
&= \quad 223 + 274 + 112 + 49.8 + 61.2 \\
&= \quad 720
\end{aligned}
$$

Einführung Routenwahl und Umlegung



Umlegung und Routenwahl

Die Umlegung ist der letzte Schritt des „Vier-Stufen-Ansatzes“

Umlegung ist die Verteilung der Nachfrage zwischen zwei Orten auf die möglichen Routen zwischen diesen Orten unter Einhaltung bestimmter Randbedingungen

Routenwahl ist die Modellierung der Wahl der Reisenden zwischen den möglichen Routen zwischen zwei Orten

Ziel der Umlegung: Gleichgewicht in der Routenwahl

Routenwahl: Was ist der kürzeste (beste) Weg?

- Bester Weg: Weg mit den tiefsten generalisierten Kosten

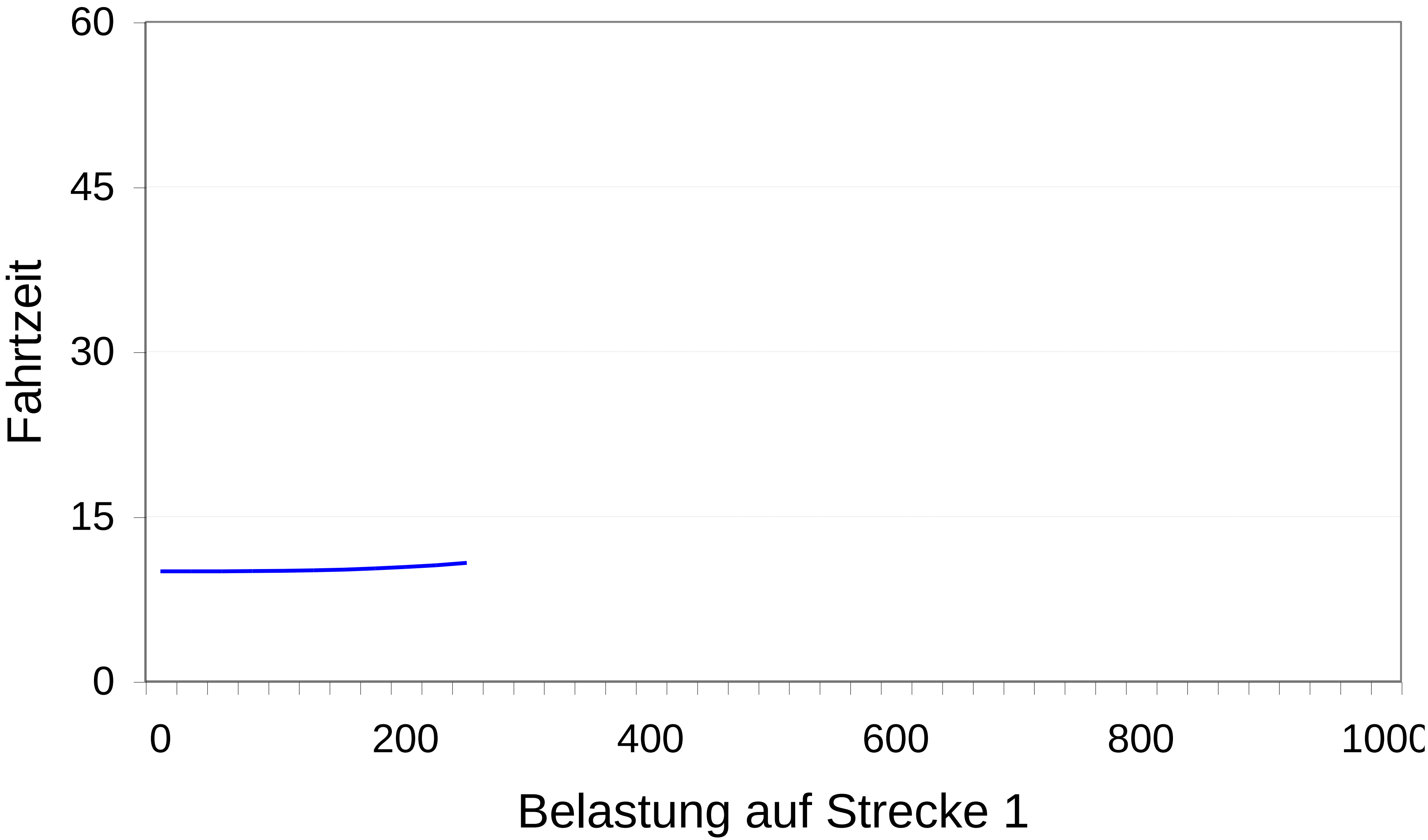
- Modellierung: Strecken und Knoten ergeben ein Netz

- Mathematisches Problem ~ Anzahl Knoten

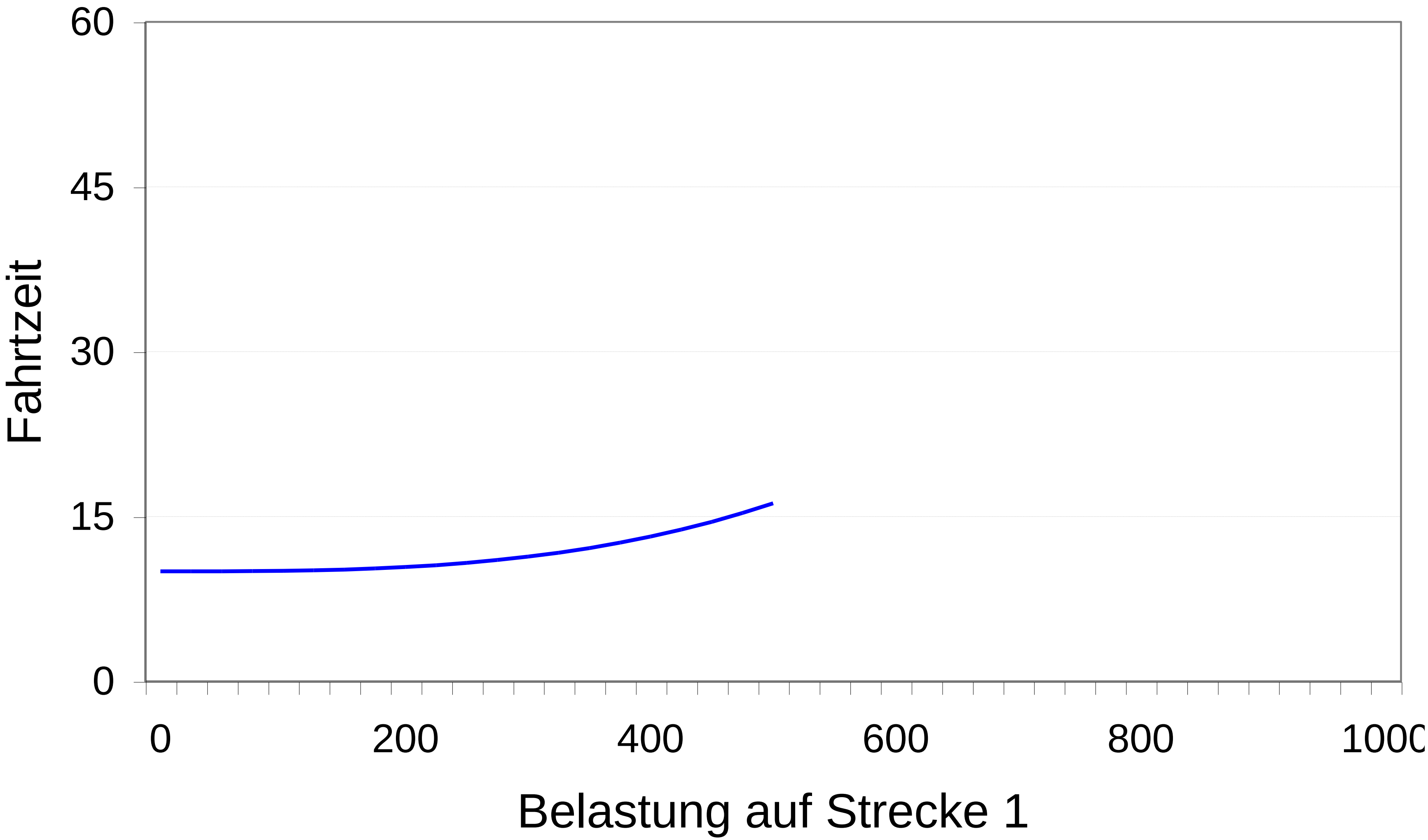
- Verschiedene Ansätze
  - Irgendwie/ irgendwo muss man beginnen
  - Irgendwie muss man sich durchs Netz kämpfen
  - Irgendwie muss die gewünschte Route ausgesucht werden

- Vielzahl von Anwendungen: SBB-Fahrplan, Google maps, Wanderführer, etc.

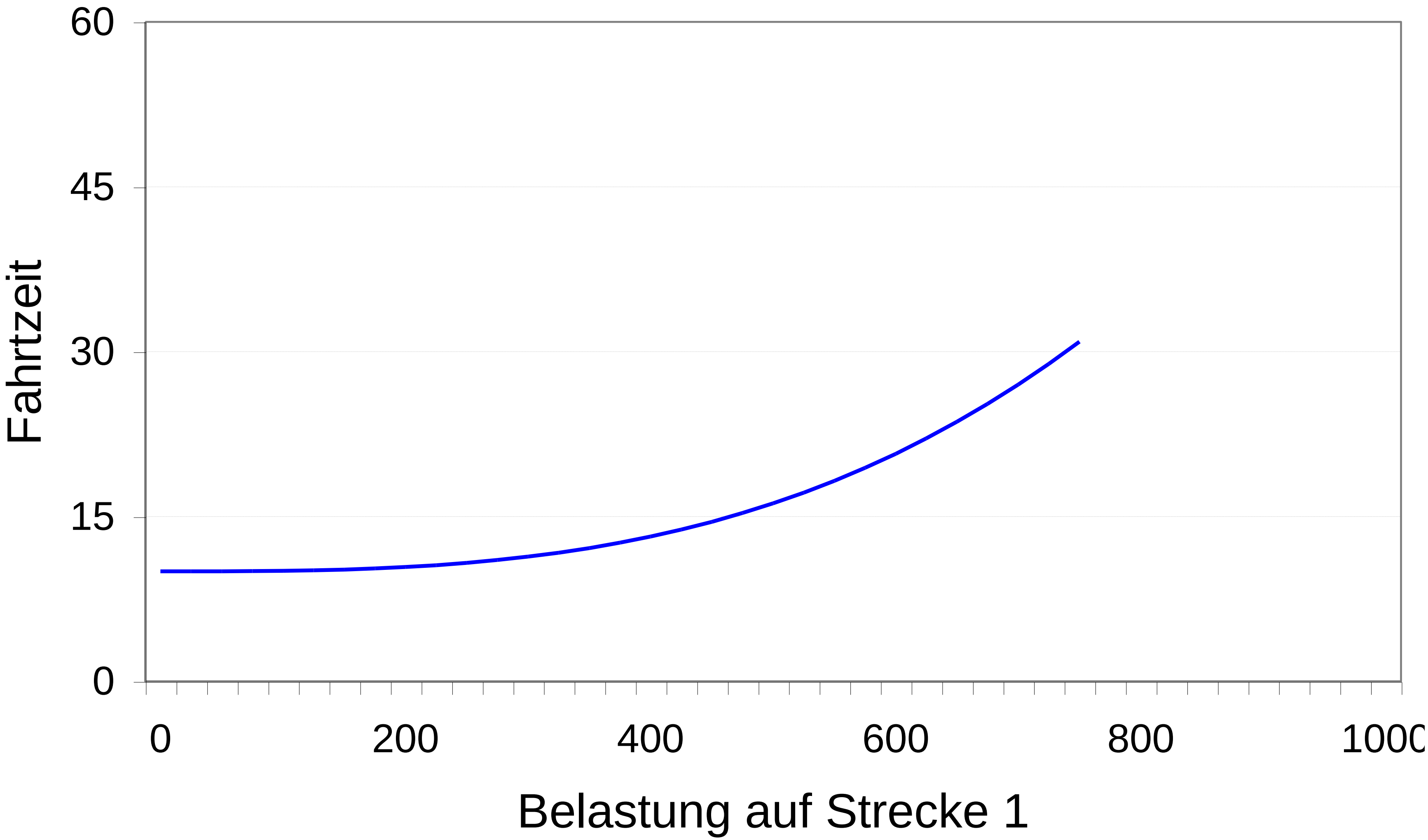
Umlegung. Beispiel: Strecke 1



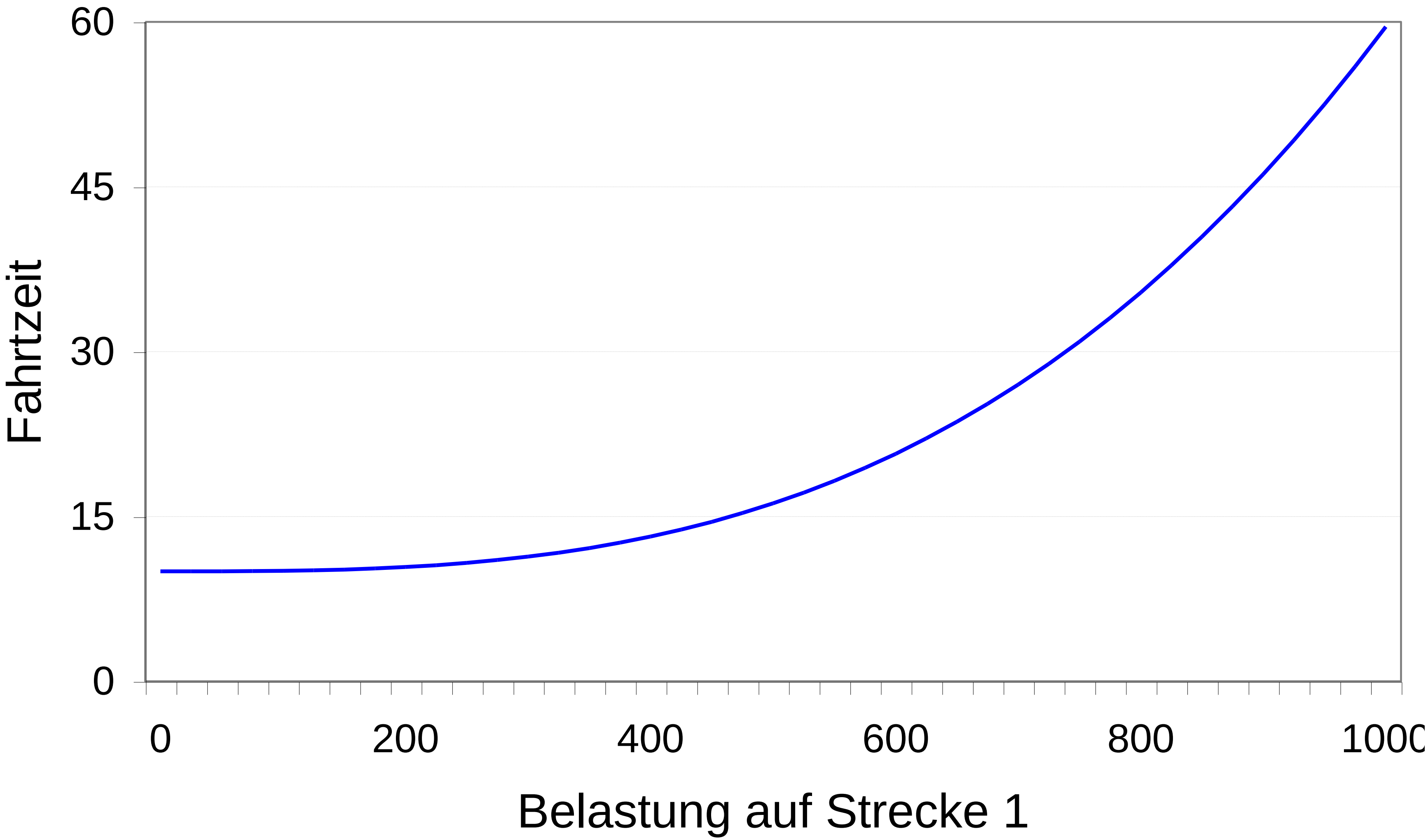
Beispiel: Strecke 1



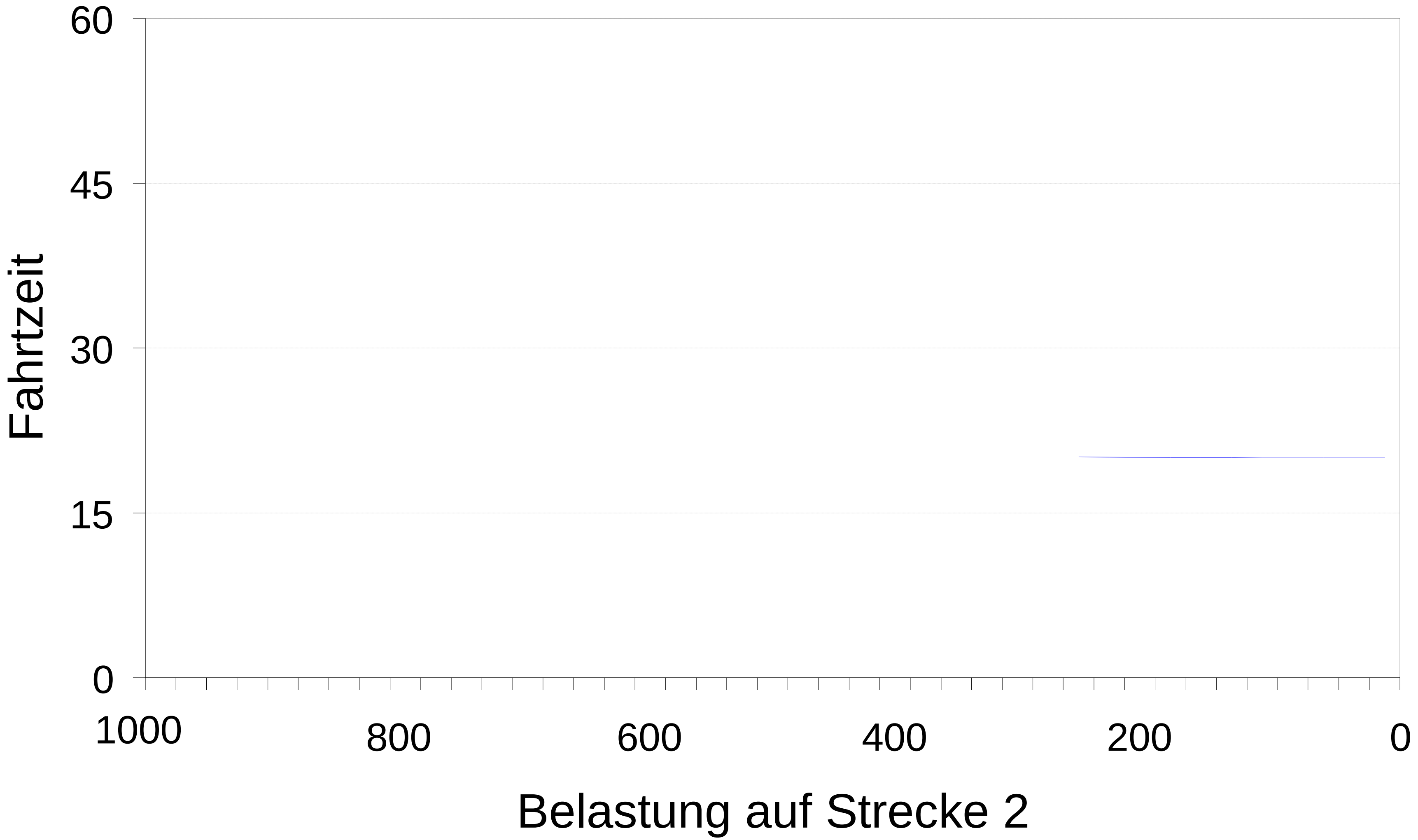
Beispiel: Strecke 1



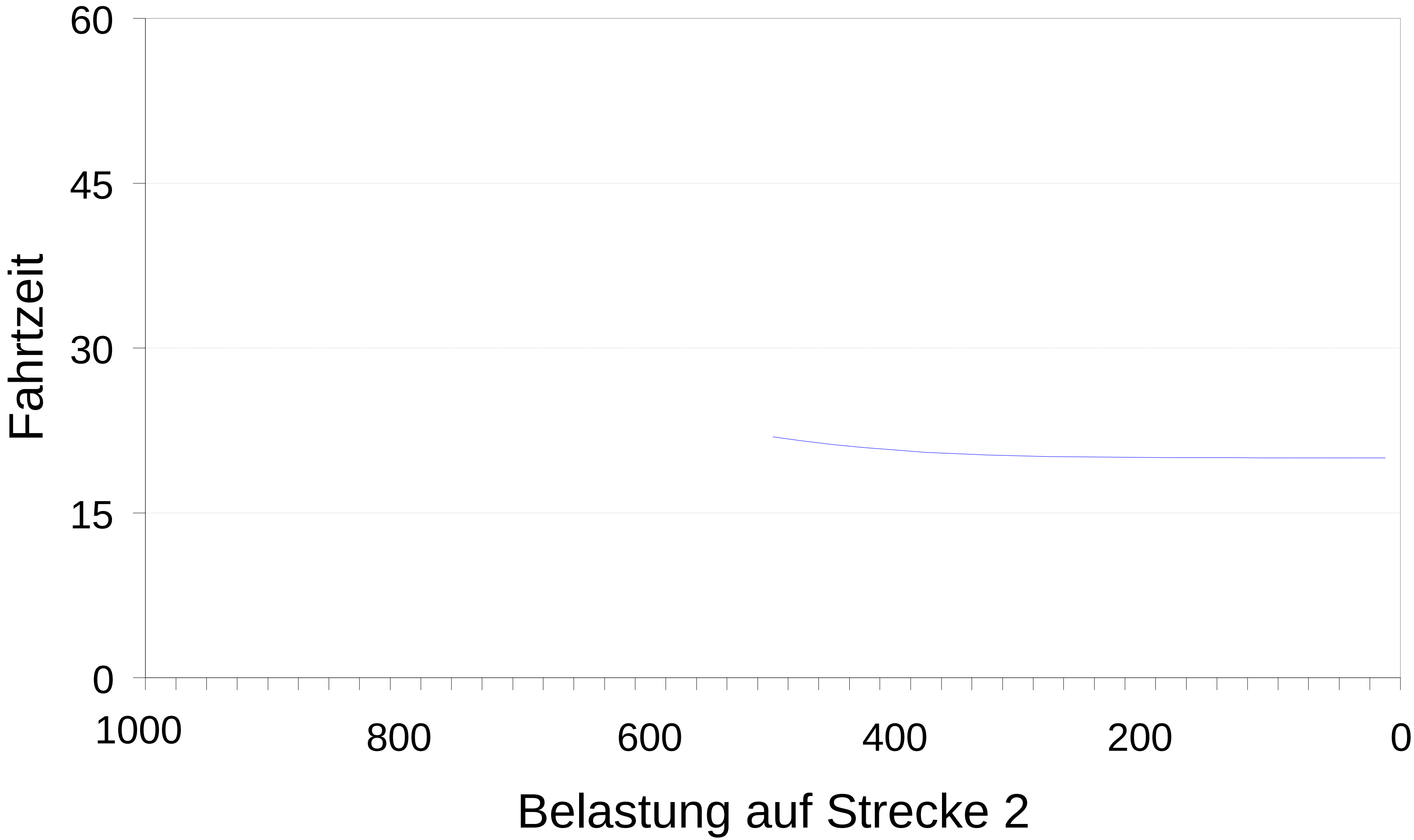
Beispiel: Strecke 1



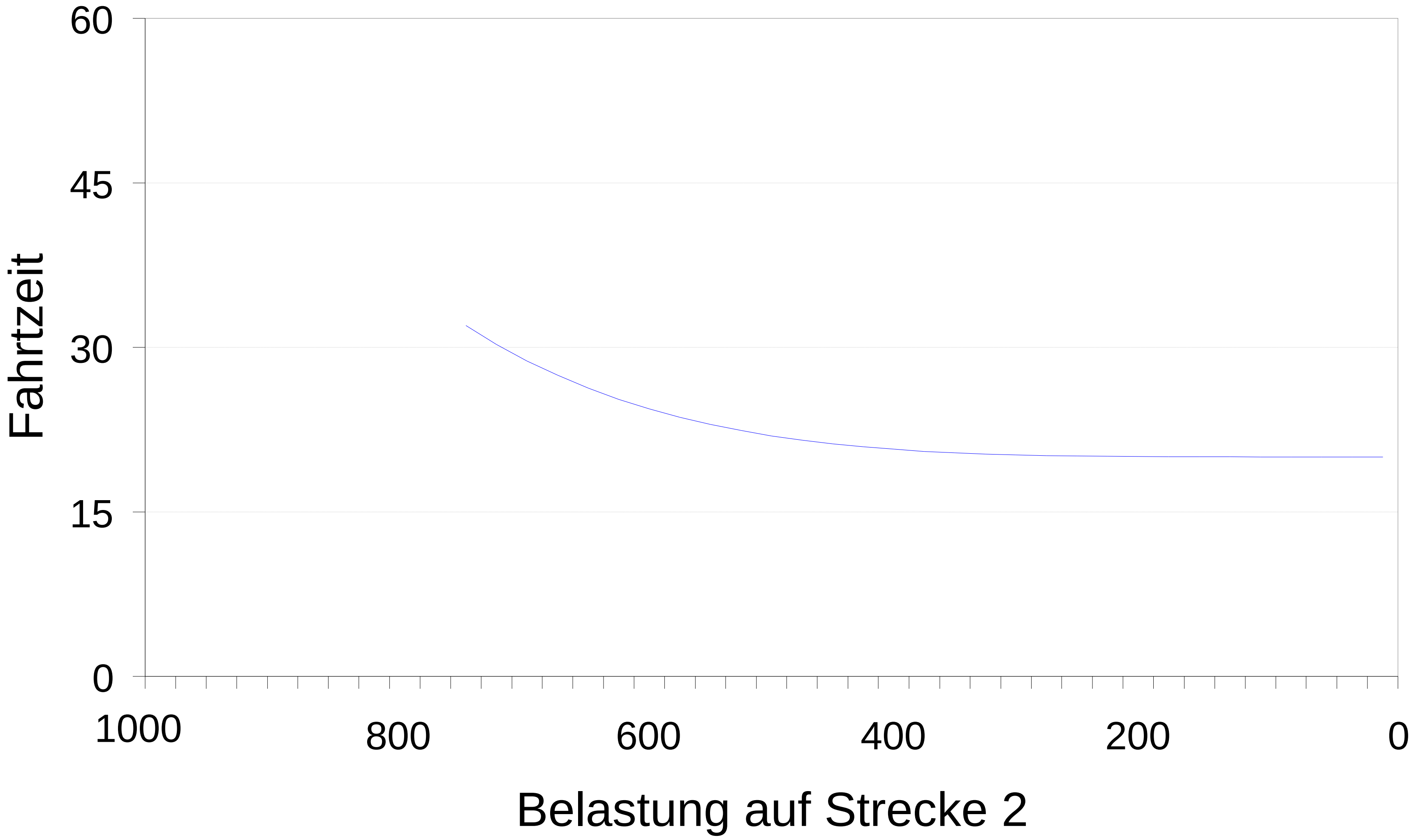
Beispiel: Strecke 2



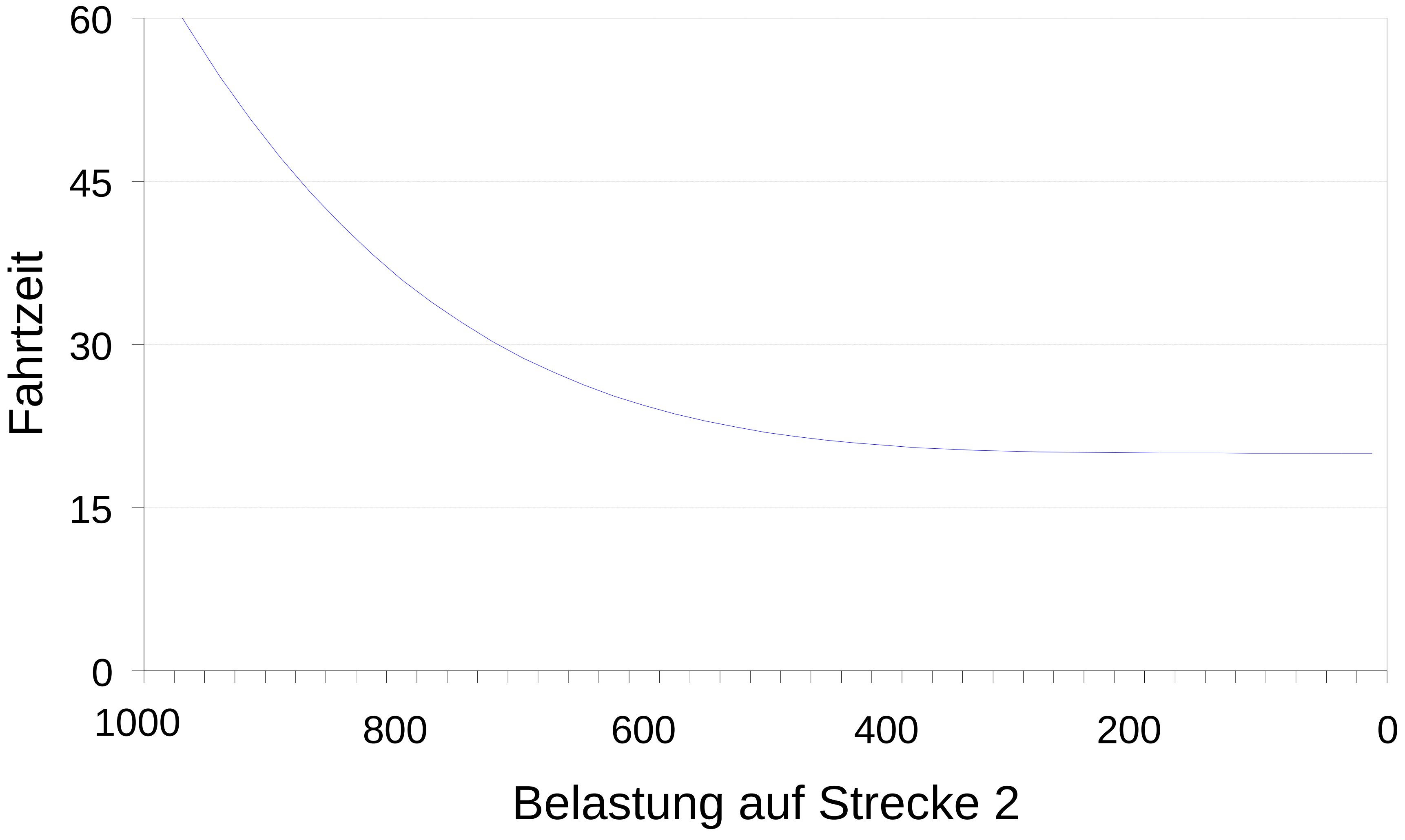
Beispiel: Strecke 2



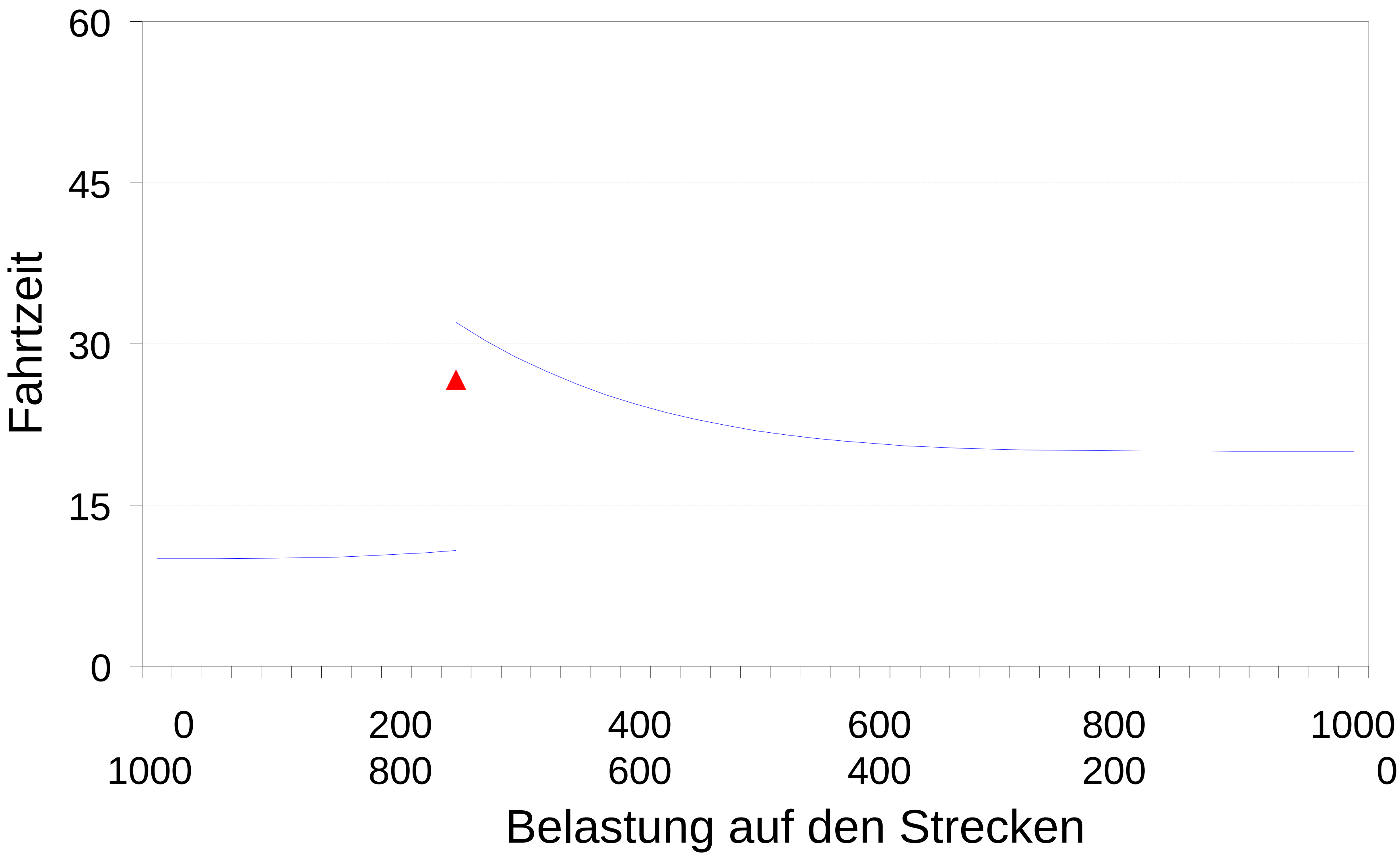
Beispiel: Strecke 2



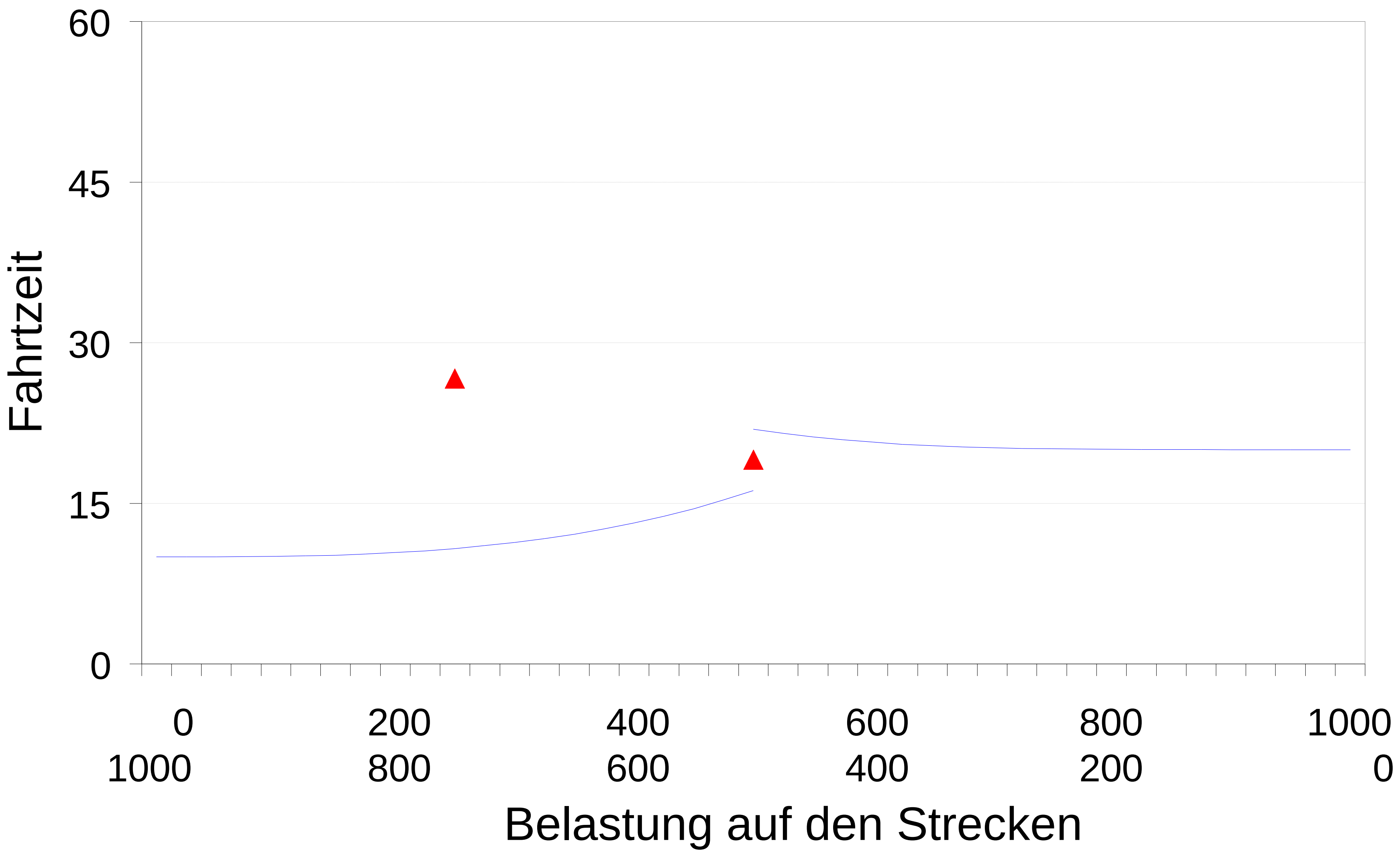
Beispiel: Strecke 2



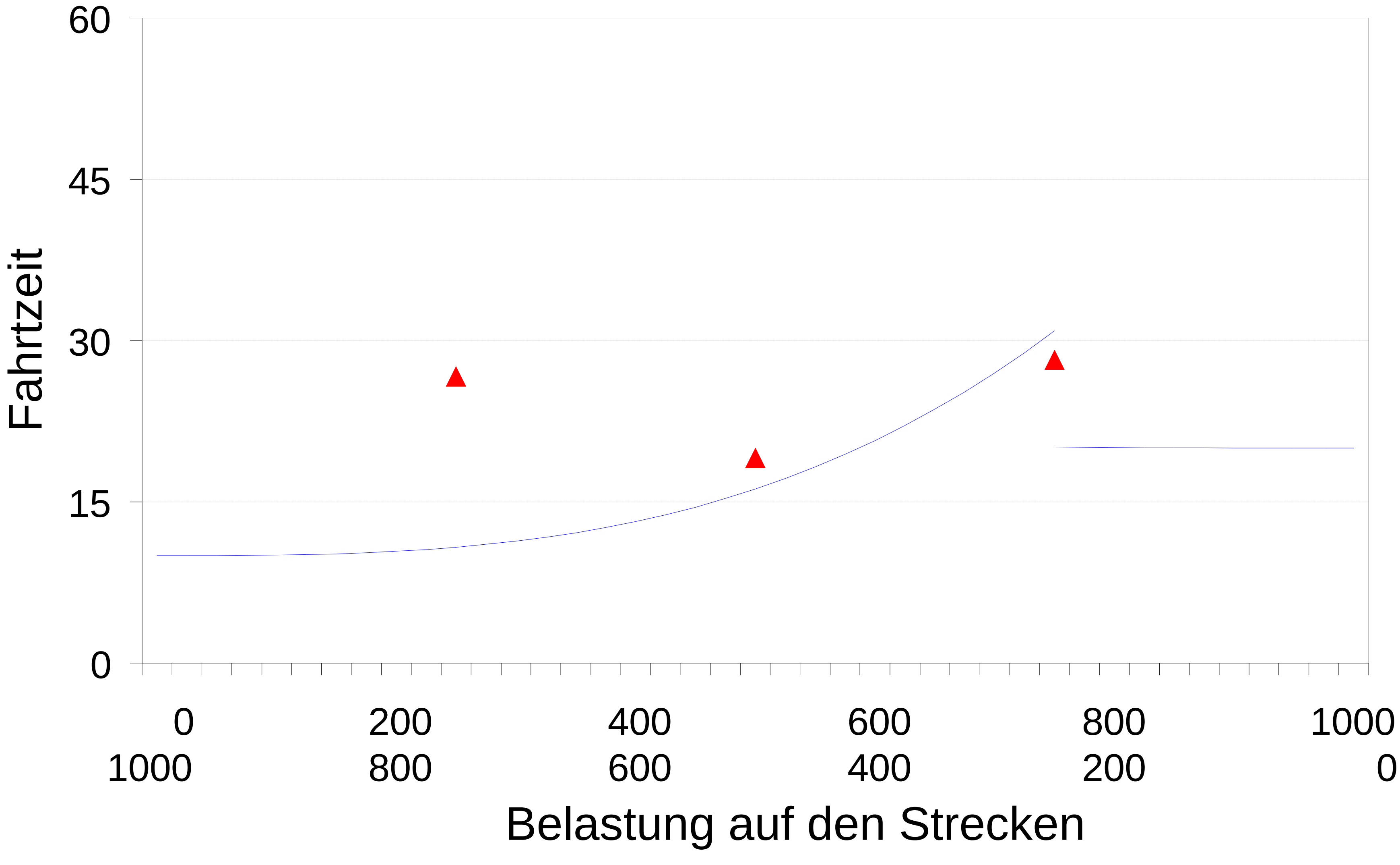
Mittlere Fahrzeit



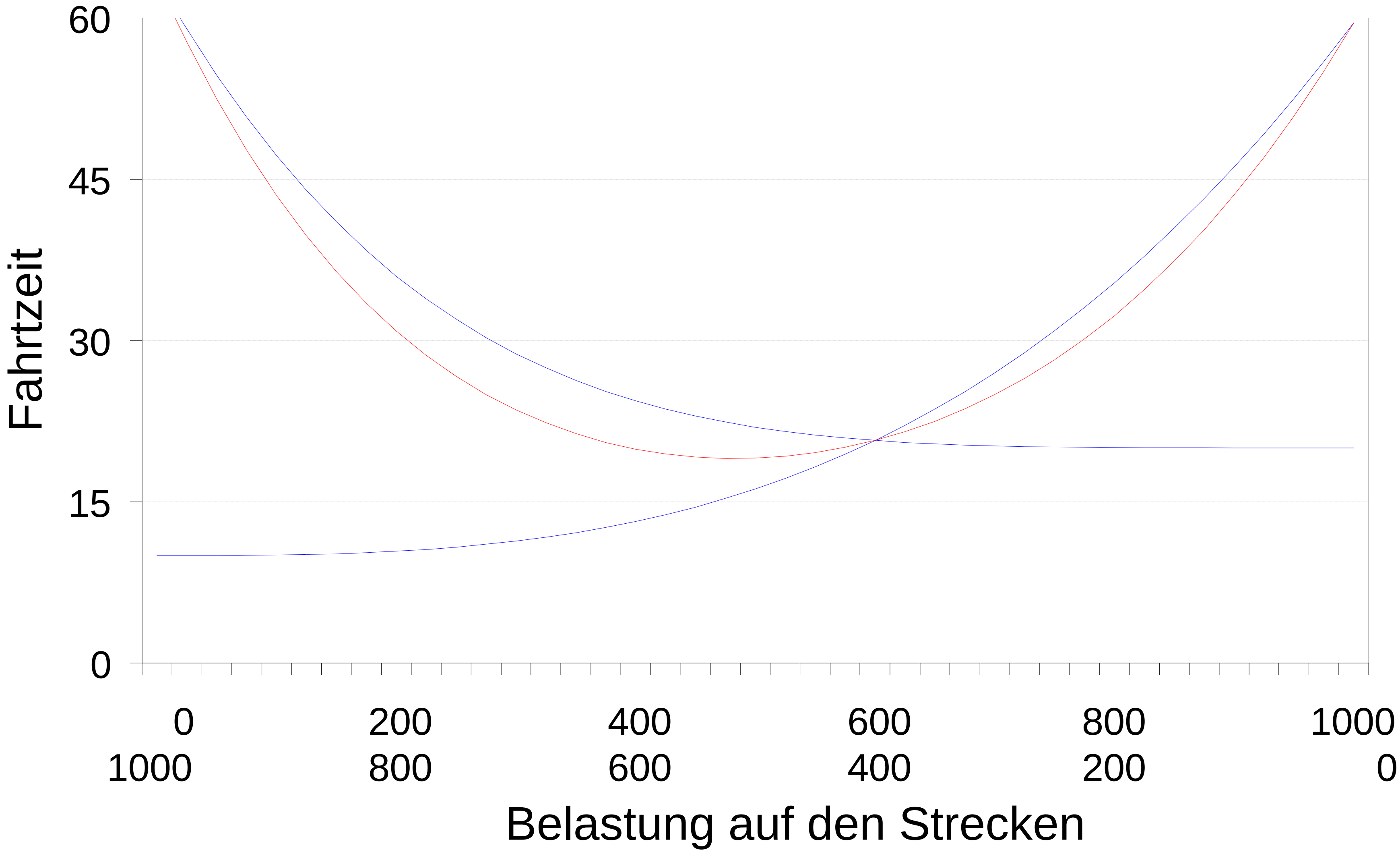
Mittlere Fahrzeit



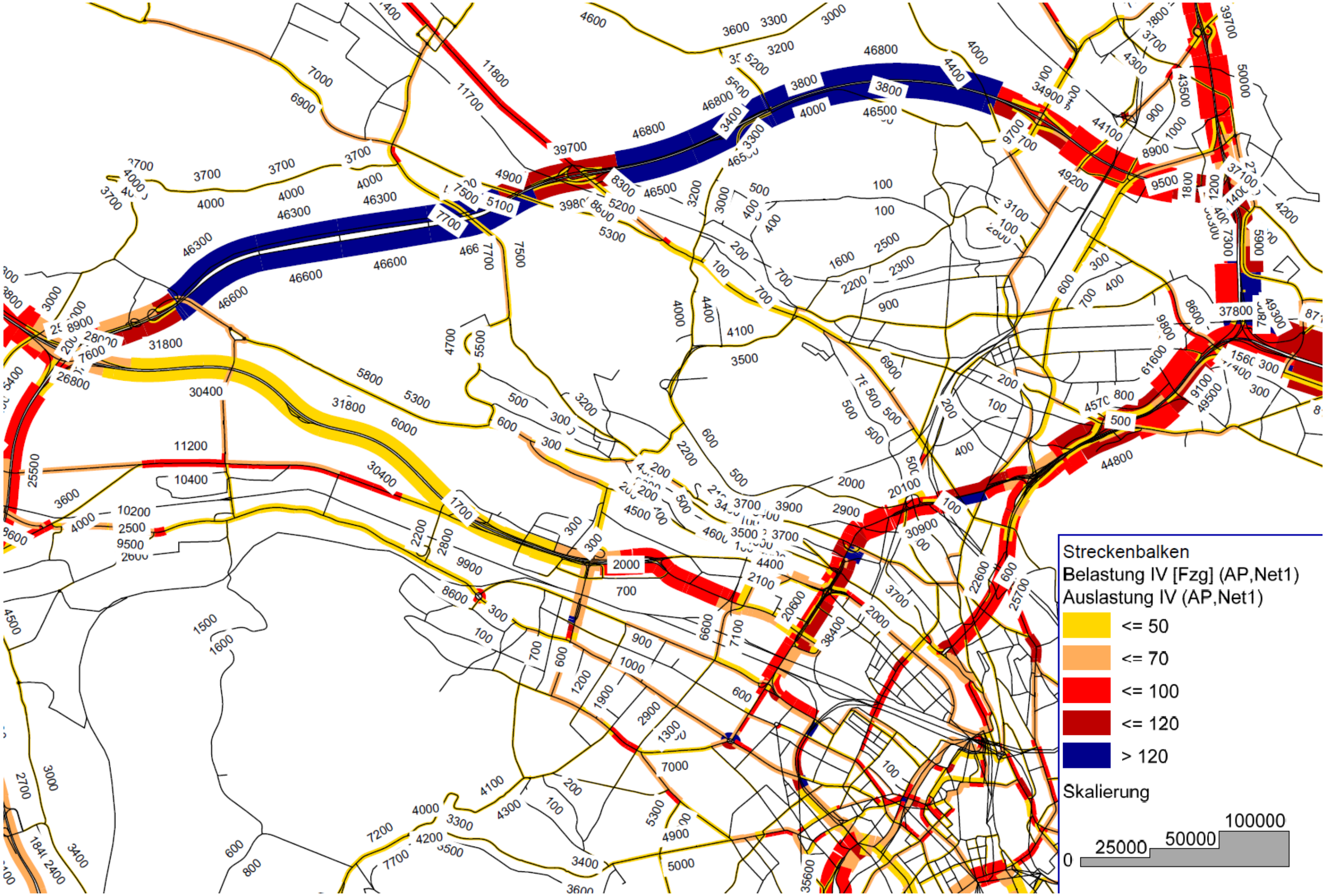
Mittlere Fahrzeit



Mittlere Fahrzeit



Umlegungsresultat: Auslastung Region Zürich Nord



Rechenbeispiel Dijkstra

Berechnung «kürzester» Wege

- Berechnung «**schnellster, günstigster, kürzester Wege**» wird in Umlegung benötigt

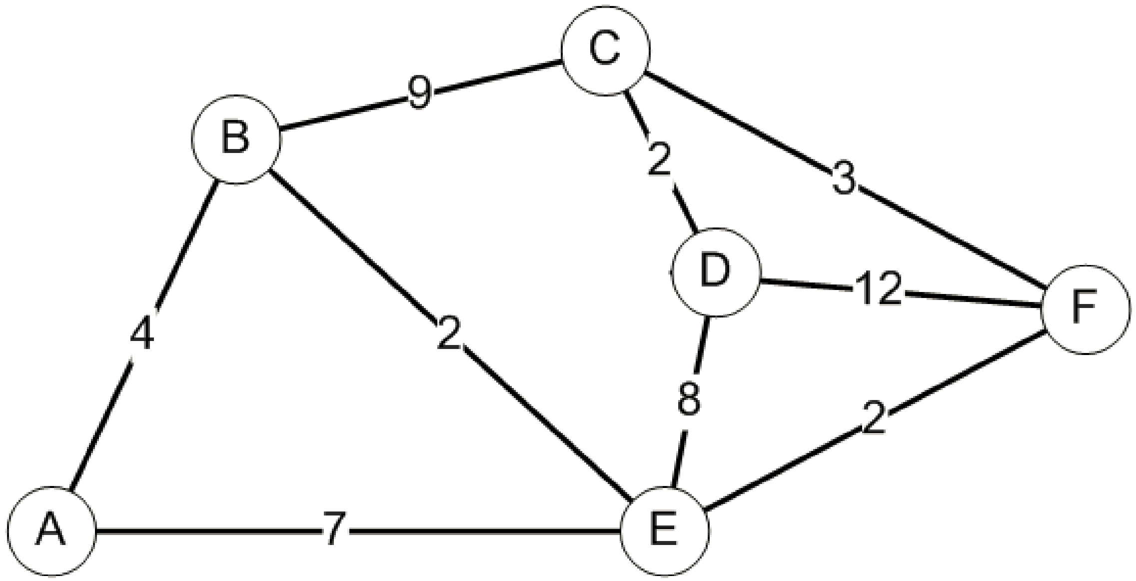
- Vielzahl bekannter, etablierter Algorithmen verfügbar
- Unterschiede in Speicherplatz, Rechenzeit, Komplexität

- Drei Grundklassen:
  - Matrixverfahren
    Beispiel: Floyd
  - Verfahren mit offenen Kandidatenlisten
    Beispiel: Moore
  - Verfahren mit eingeschränkten Kandidatenlisten
    Beispiel: Dijkstra

Dijkstra-Algorithmus

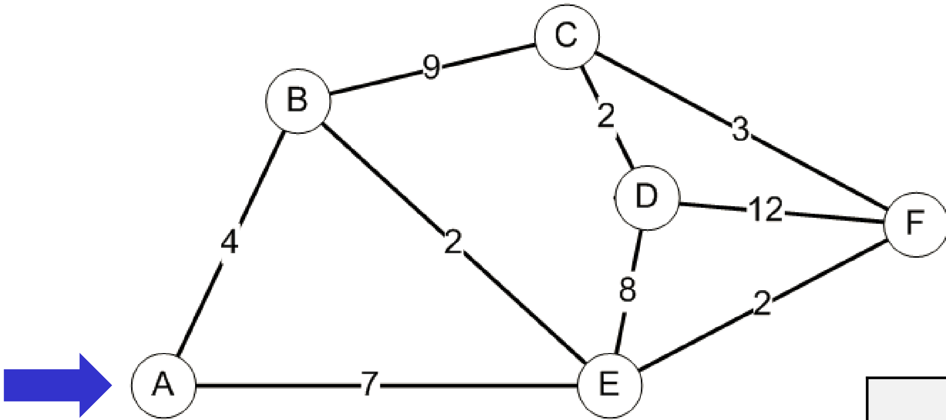
1. Initialisierung:
   - Definition Startknoten als fixiert und als Arbeitsknoten
   - Alle anderen Knoten haben Distanz ∞
2. Distanzberechnung:
   - Distanz zu allen Nachbarn des Arbeitsknotens
   - Distanzen und Arbeitsknoten eintragen, wenn neue Distanz kleiner als bisherige Distanz
3. Knotenwahl:
   - Aus noch nicht fixierten Knoten wähle den mit kleinster Distanz als neuen Arbeitsknoten
   - Fixiere diesen neuen Arbeitsknoten
   - Wenn neuer Arbeitsknoten nicht Ziel, dann gehe zu 2.
4. Routenwahl:
   - Rückverfolge kürzeste Route von Ziel ausgehend

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



Dijkstra-Algorithmus: Beispiel

1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. Knotenwahl
4. Routenwahl

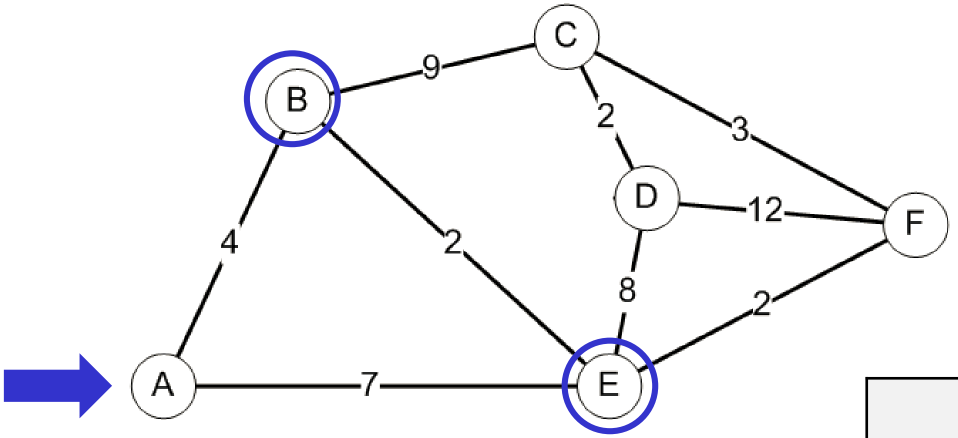


	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	∞	-	
C	∞	-	
D	∞	-	
E	∞	-	
F	∞	-	

Initialisierung:

- Definition Start-knoten als fixiert und als Arbeitsknoten
- Alle anderen Knoten haben Distanz ∞

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



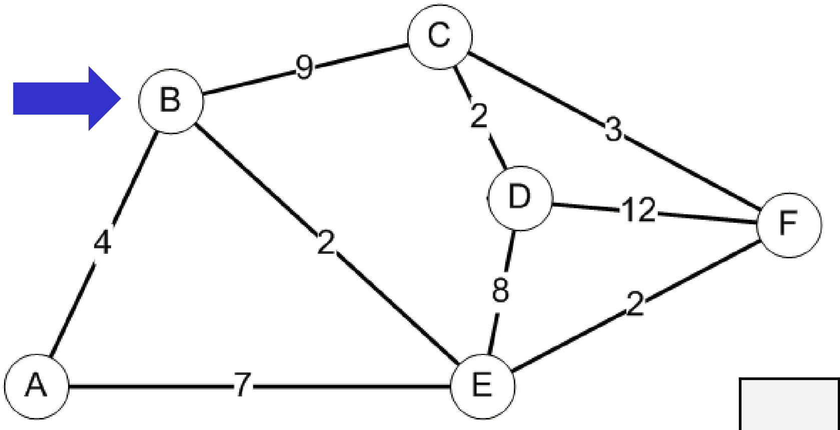
1. Initialisierung
2. **Distanzberechnung**
3. Knotenwahl
4. Routenwahl

Distanzberechnung:

- Distanz zu allen Nachbarn des Arbeitsknotens
- Distanzen und Arbeitsknoten eintragen, wenn neue Distanz kleiner als bisherige Distanz

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	
C	∞	-	
D	∞	-	
E	7	A	
F	∞	-	

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



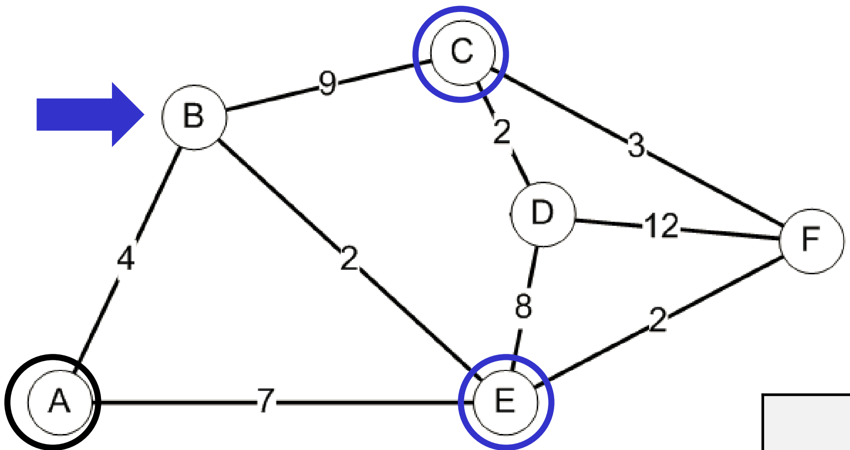
1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. **Knotenwahl**
4. Routenwahl

Knotenwahl:

- Aus noch nicht fixierten Knoten wähle den mit kleinster Distanz als neuen Arbeitsknoten
- Fixiere diesen neuen Arbeitsknoten
- Wenn neuer aktueller Knoten nicht Ziel, dann gehe zu 2.

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	∞	-	
D	∞	-	
E	7	A	
F	∞	-	

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



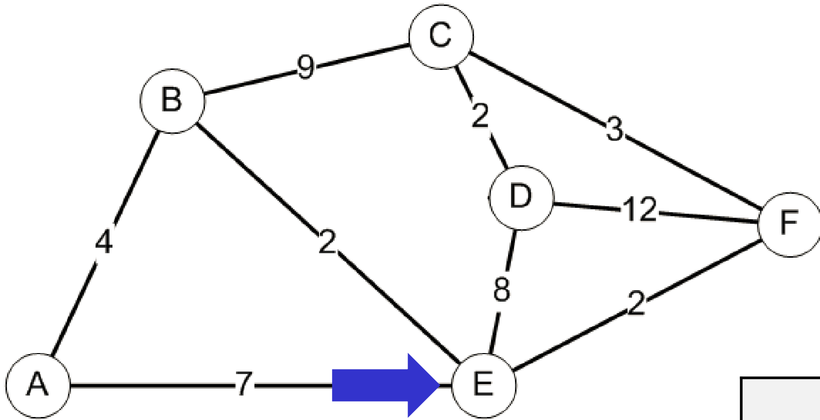
1. Initialisierung
2. **Distanzberechnung**
3. Knotenwahl
4. Routenwahl

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	13	B	
D	∞	-	
E	6	B	
F	∞	-	

Distanzberechnung:

- Distanz zu allen Nachbarn des Arbeitsknoten
- Distanzen und Arbeitsknoten eintragen, wenn neue Distanz kleiner als bisherige Distanz

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



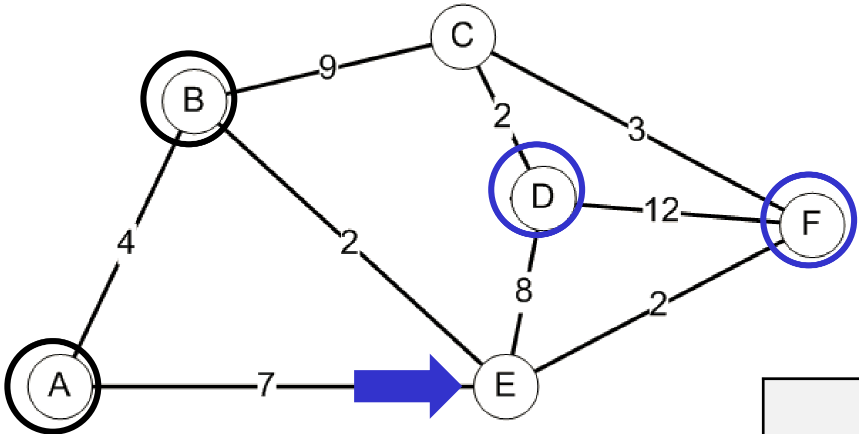
1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. **Knotenwahl**
4. Routenwahl

Knotenwahl:

- Aus noch nicht fixierten Knoten wähle den mit kleinster Distanz als neuen Arbeitsknoten
- Fixiere diesen neuen Arbeitsknoten
- Wenn neuer aktueller Knoten nicht Ziel, dann gehe zu 2.

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	13	B	
D	∞	-	
E	6	B	X
F	∞	-	

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



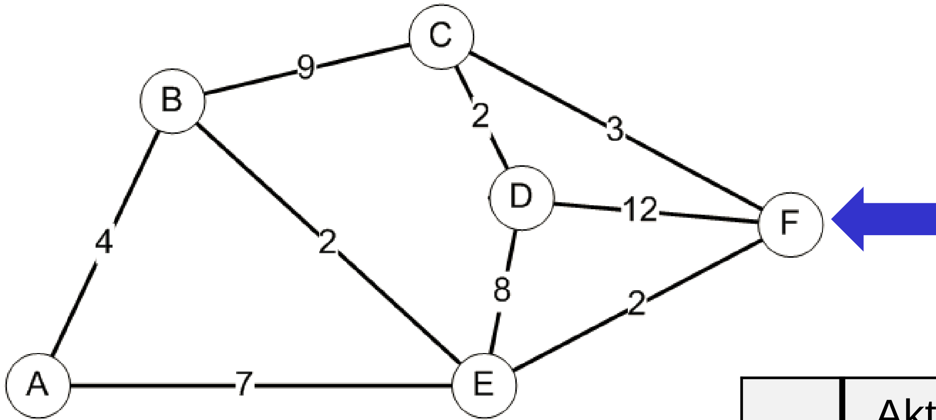
1. Initialisierung
2. **Distanzberechnung**
3. Knotenwahl
4. Routenwahl

Distanzberechnung:

- Distanz zu allen Nachbarn des Arbeitsknoten
- Distanzen und Arbeitsknoten eintragen, wenn neue Distanz kleiner als bisherige Distanz

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	13	B	
D	14	E	
E	6	B	X
F	8	E	

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



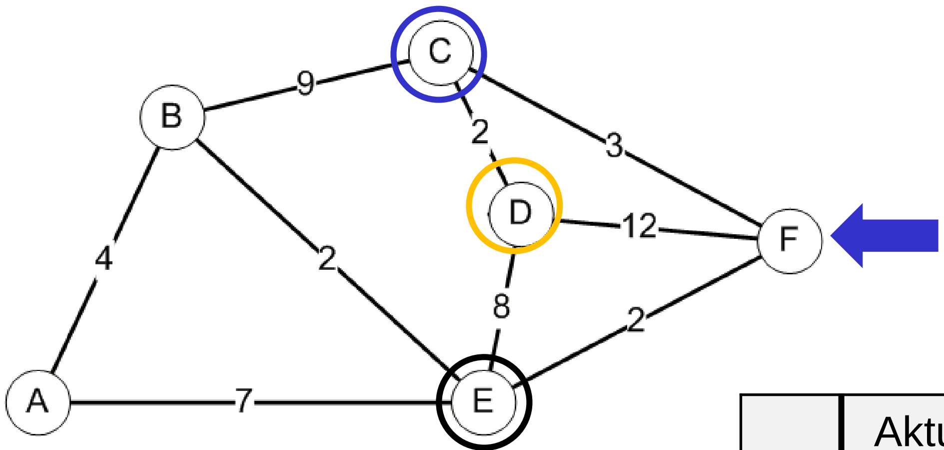
1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. **Knotenwahl**
4. Routenwahl

Knotenwahl:

- Aus noch nicht fixierten Knoten wähle den mit kleinster Distanz als neuen Arbeitsknoten
- Fixiere diesen neuen Arbeitsknoten
- Wenn neuer aktueller Knoten nicht Ziel, dann gehe zu 2.

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	13	B	
D	14	E	
E	6	B	X
F	8	E	X

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



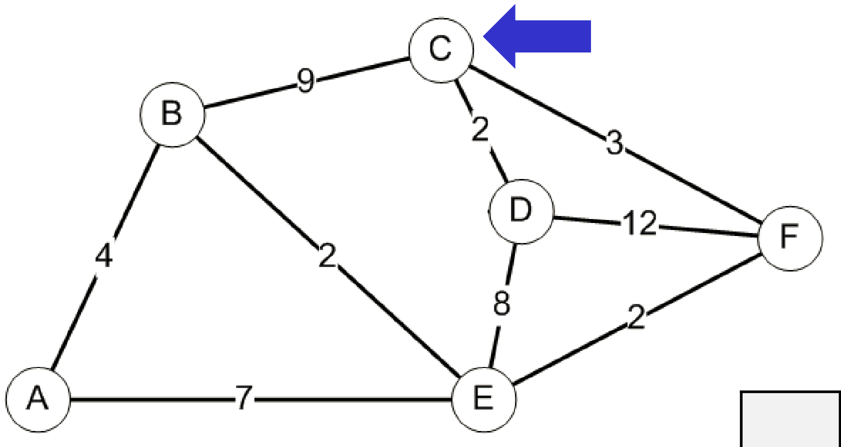
1. Initialisierung
2. **Distanzberechnung**
3. Knotenwahl
4. Routenwahl

Distanzberechnung:

- Distanz zu allen Nachbarn des Arbeitsknoten
- Distanzen und Arbeitsknoten eintragen, wenn neue Distanz kleiner als bisherige Distanz

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	11	F	
D	14	E	
E	6	B	X
F	8	E	X

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



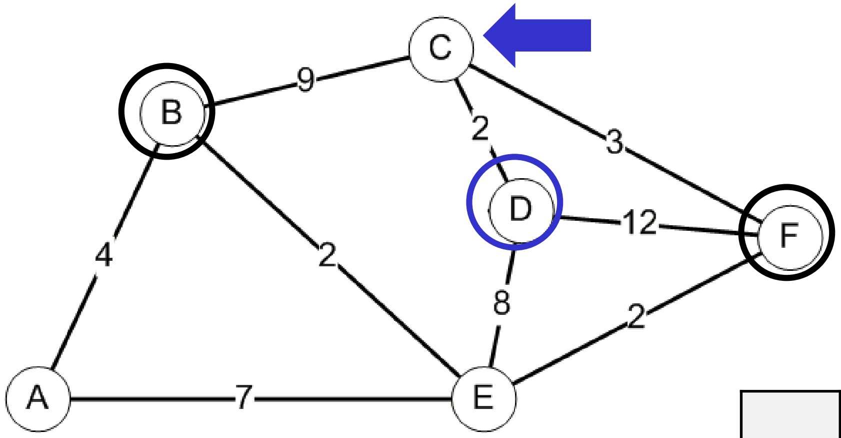
1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. **Knotenwahl**
4. Routenwahl

Knotenwahl:

- Aus noch nicht fixierten Knoten wähle den mit kleinster Distanz als neuen Arbeitsknoten
- Fixiere diesen neuen Arbeitsknoten
- Wenn neuer aktueller Knoten nicht Ziel, dann gehe zu 2.

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	11	F	X
D	14	E	
E	6	B	X
F	8	E	X

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



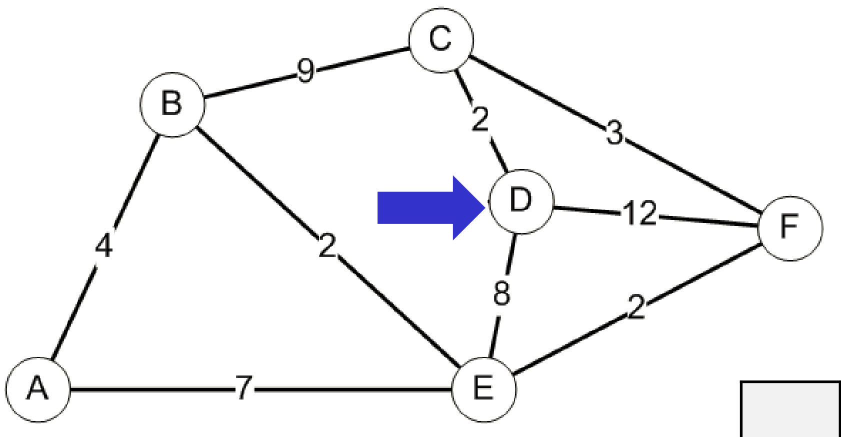
1. Initialisierung
2. **Distanzberechnung**
3. Knotenwahl
4. Routenwahl

Distanzberechnung:

- Distanz zu allen Nachbarn des Arbeitsknoten
- Distanzen und Arbeitsknoten eintragen, wenn neue Distanz kleiner als bisherige Distanz

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	11	F	X
D	13	C	
E	6	B	X
F	8	E	X

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



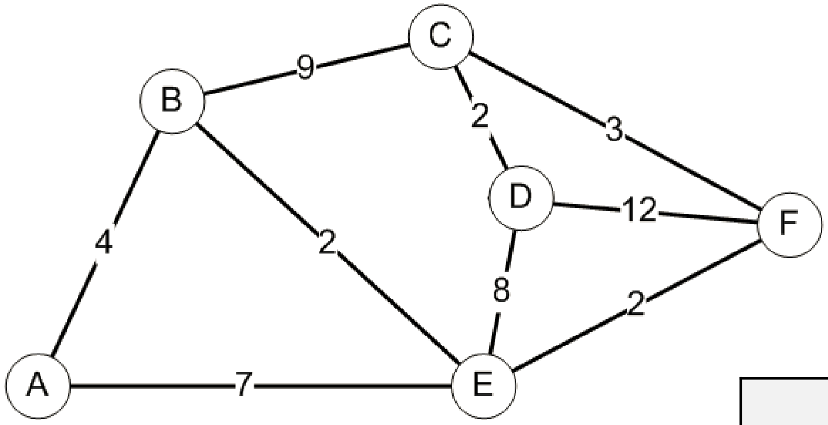
1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. **Knotenwahl**
4. Routenwahl

Knotenwahl:

- Aus noch nicht fixierten Knoten wähle den mit kleinster Distanz als neuen Arbeitsknoten
- Fixiere diesen neuen Arbeitsknoten
- Wenn neuer aktueller Knoten nicht Ziel, dann gehe zu 2.

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	11	F	X
D	13	C	X
E	6	B	X
F	8	E	X

Dijkstra-Algorithmus: Beispiel



1. Initialisierung
2. Distanzberechnung
3. Knotenwahl
4. **Routenwahl**

Routenwahl:

- Rückverfolge kürzeste Route von Ziel ausgehend

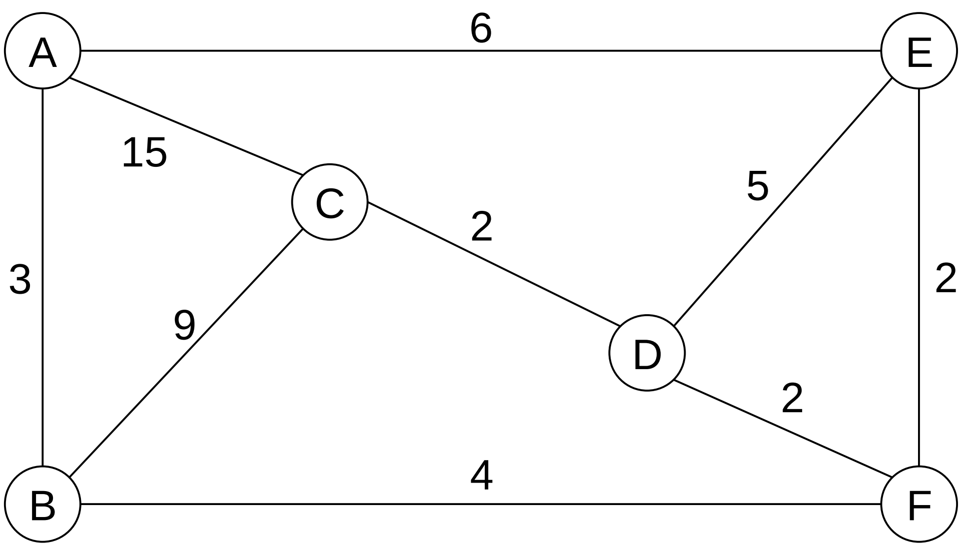
Bsp. Route zu Knoten D:
A → B → E → F → C → **D**

	Aktuelle Reisezeit	Vorgänger-knoten	Fixiert
A	0	-	X
B	4	A	X
C	11	F	X
D	13	C	X
E	6	B	X
F	8	E	X

Selbständige Übung zum Dijkstra-Algorithmus

Selbständige Übung zum Dijkstra-Algorithmus

- Berechnen Sie den kürzesten Weg vom Startknoten A zu allen anderen Knoten



- Rekonstruieren Sie anschliessend den kürzesten Weg von A nach C, sowie seine Länge

Selbständige Übung zum Dijkstra-Algorithmus

- Berechnen Sie den kürzesten Weg vom Startknoten A zu allen anderen Knoten

Ende			
Knoten	Aktuelle Reisezeit zum Startknoten [min]	Vorgänger-Knoten	definitiv
A	0	-	X
B	3	A	X
C	11	D	X
D	9	F	X
E	6	A	X
F	7	B	X

- Rekonstruieren Sie anschliessend den kürzesten Weg von A nach C, sowie seine Länge
  - Lösung: Kürzester Weg: A-B-F-D-C; Weglänge: 11min

Pause

Einführung MSA

Umlegungsverfahren: Berechnung des Gleichgewichts

- Riesige Anzahl an Netzwerkkanten, die sich über Verkehrsflüsse gegenseitig beeinflussen

- Nichtlineares System:
  - Jede Kante hat nichtlineare Reisezeitmodellierung

→ Nicht analytisch (oder graphisch) lösbar, daher wird ein numerisches Verfahren benötigt

=> Method of Succsessive Averages

Grundlegende Eigenschaften

Eine Waage mit unterschiedlichen Schalen

- Unterschiedlich effiziente Passkontrolleure
- Unterschiedliche Strassenparameter wie Kapazität etc.

Umlegungsverfahren

- Eine Reihe von verschiedenen Umlegungsverfahren
- Grundsätzliche Unterscheidung:

Nicht iterative Verfahren:

→ Incremental assignment

Lege sukzessive kleine Portionen auf die jeweils leichtere Schale, bis das Mehl komplett auf der Waage verteilt ist.

Ortúzar/Willumsen S. 369; Schnabel/Lohse S. 424

Iterative Verfahren:

→ Method of successive averages (MSA)

Verschiebe solange Mehl von der schwereren Schale zur leichteren bis beide gleich (Konvergenzkriterium) schwer sind.

Ortúzar/Willumsen S. 370; Schnabel/Lohse S. 425

MSA: Der Aufbau dahinter

- Initialisierung: Zuordnen der Verkehrsströme auf kürzeste Wege bei unbelastetem Netz und Berechnung der Reisezeiten

Routenwahl

- Iteration:
  - Berechnung der kürzesten Wege
  - Hilfsflüsse F_a := alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege
  - Zuordnung der neuen Verkehrsströme mit:
    - $F_{neu} := (1-\phi) * F_{alt} + \phi * F_a$
  - Berechnen der neuen Reisezeiten $t = f\ (\ F_{neu}\ )$

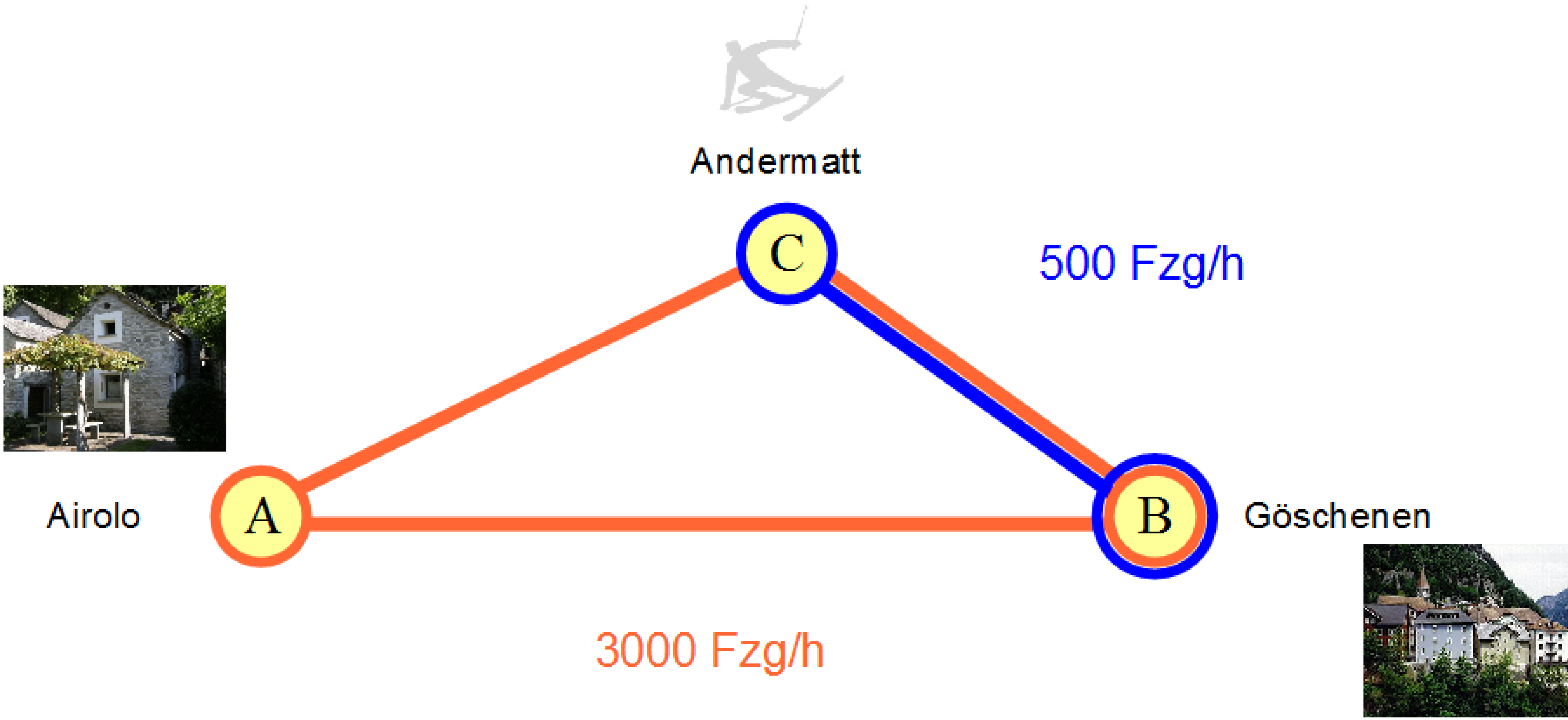
Widerstandsfunktionen

ϕ: Parameter: $0 < \phi < 1$

F: zu berechnender Verkehrsstrom auf Strecke

Rechenbeispiel MSA

Beispiel Gotthard: Nachfragesituation

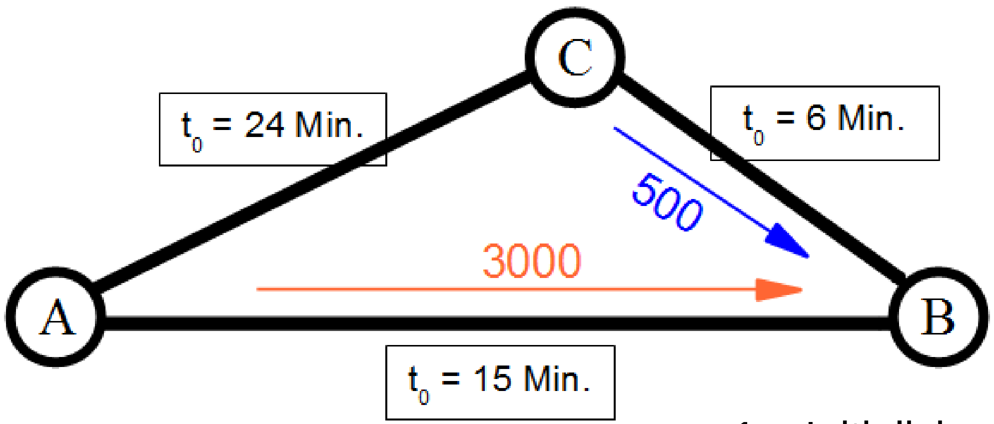


Quell-Zielbeziehung 1:
Airolo-Göschenen A-B
Nachfrage: 3000 Fzg/h

Quell-Zielbeziehung 2:
Andermatt-Göschenen C-B
Nachfrage: 500 Fzg/h

Initialisierung: Alles-oder-Nichts

Zuordnen der Verkehrströme auf
kürzeste Wege bei unbelastetem Netz



F

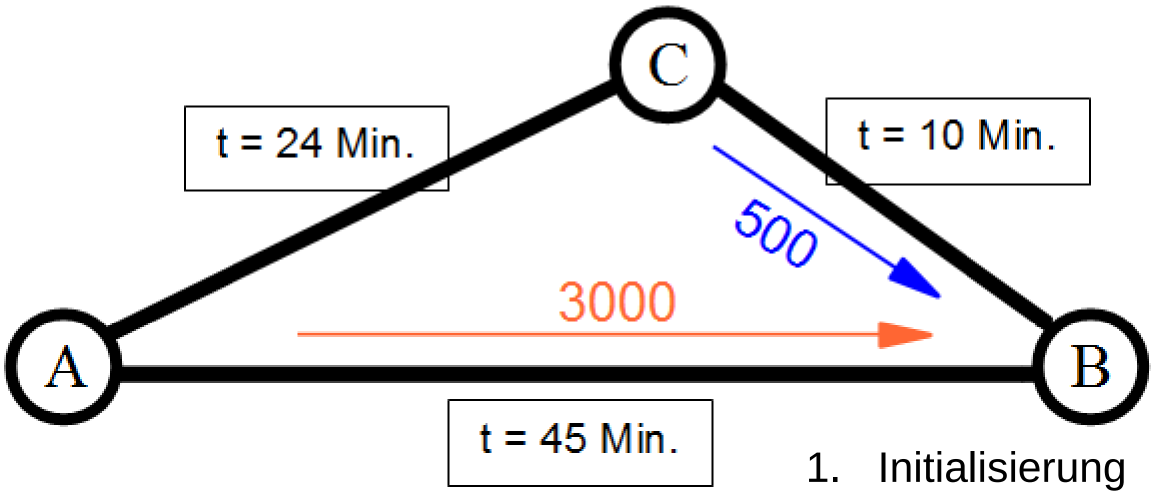
Q/Z	A	B	C
A	0	3000	0
B	0	0	0
C	0	500	0

1. Initialisierung
    1. **«all or nothing» Umlegung**
    2. Berechnung neue Reisezeiten

2. Iteration
    1. Berechnung kürzeste Wege
    2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
    3. Berechnung neue Verkehrsströme
    4. Berechnung neue Reisezeiten
    5. Konvergenzkriterium

Initialisierung: Ausgangsreisezeiten

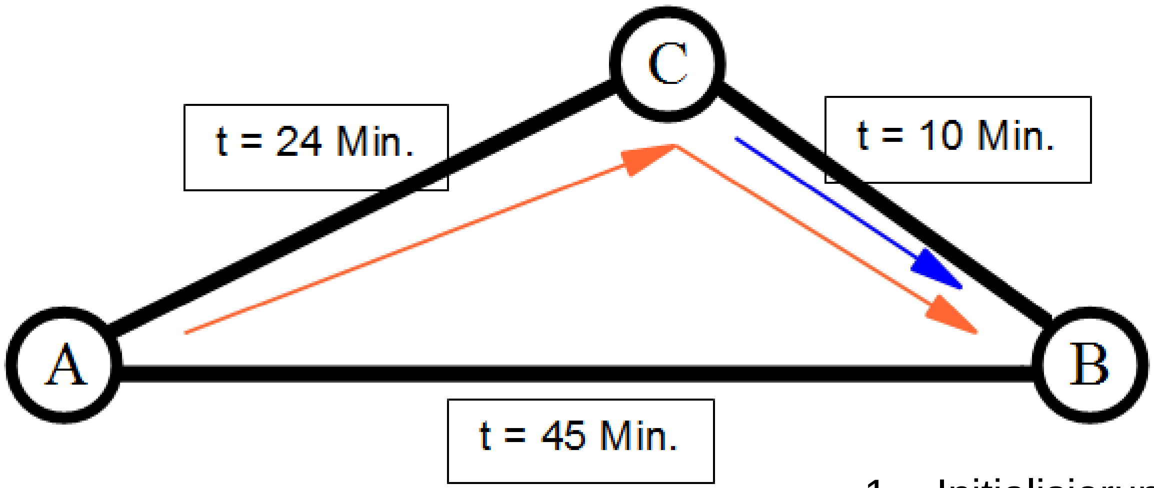
Berechnung der neuen Reisezeiten



1. Initialisierung
    1. «all or nothing» Umlegung
    2. **Berechnung neue Reisezeiten**

2. Iteration
    1. Berechnung kürzeste Wege
    2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
    3. Berechnung neue Verkehrsströme
    4. Berechnung neue Reisezeiten
    5. Konvergenzkriterium

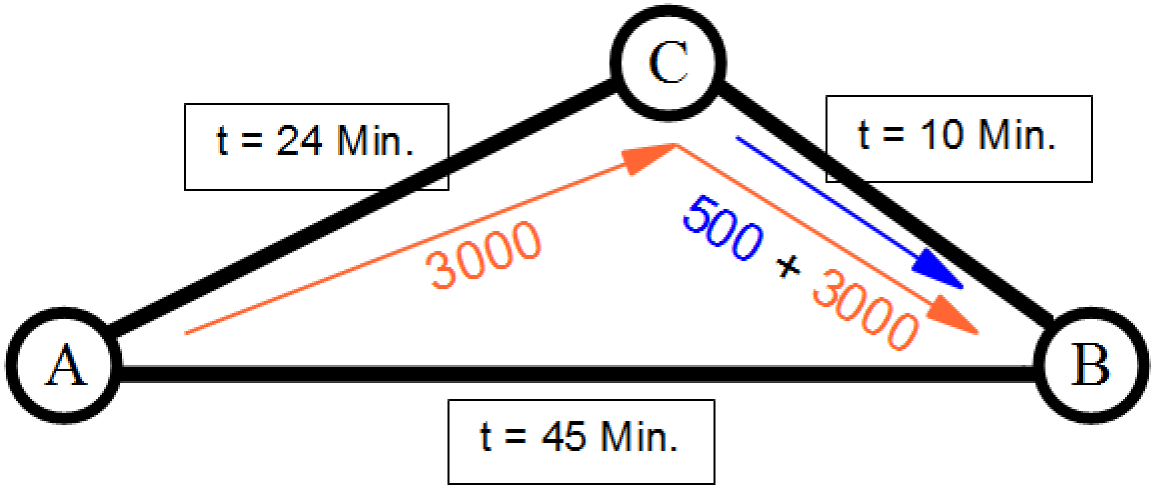
Erste Iteration: Kürzeste Route herausfinden



1. Initialisierung
    1. «all or nothing» Umlegung
    2. Berechnung neue Reisezeiten

2. Iteration
    1. **Berechnung kürzeste Wege**
    2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
    3. Berechnung neue Verkehrsströme
    4. Berechnung neue Reisezeiten
    5. Konvergenzkriterium

Erste Iteration: Hilfsflüsse berechnen



1. Initialisierung
   1. «all or nothing» Umlegung
   2. Berechnung neue Reisezeiten

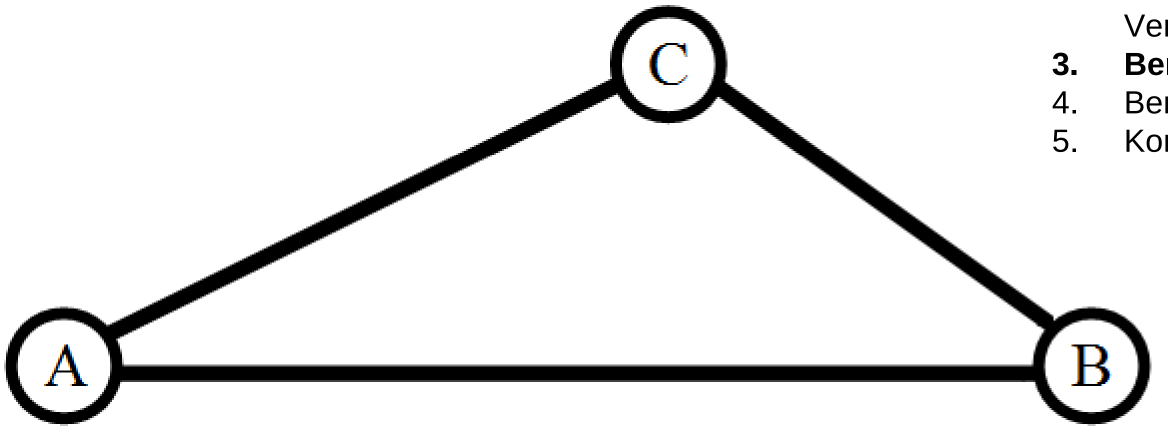
2. Iteration
   1. Berechnung kürzeste Wege
   2. **Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)**
   3. Berechnung neue Verkehrsströme
   4. Berechnung neue Reisezeiten
   5. Konvergenzkriterium

F_a

Q/Z	A	B	C
A	0	0	3000
B	0	0	0
C	0	3500	0

Erste Iteration: Neue Verkehrsflüsse berechnen (I)

$$F_{neu} := (1-\phi) * F_{alt} + \phi * F_a \quad (\phi = 0.2)$$



1. Initialisierung
   1. «all or nothing» Umlegung
   2. Berechnung neue Reisezeiten

2. Iteration
   1. Berechnung kürzeste Wege
   2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
   3. **Berechnung neue Verkehrsströme**
   4. Berechnung neue Reisezeiten
   5. Konvergenzkriterium

F_{alt}

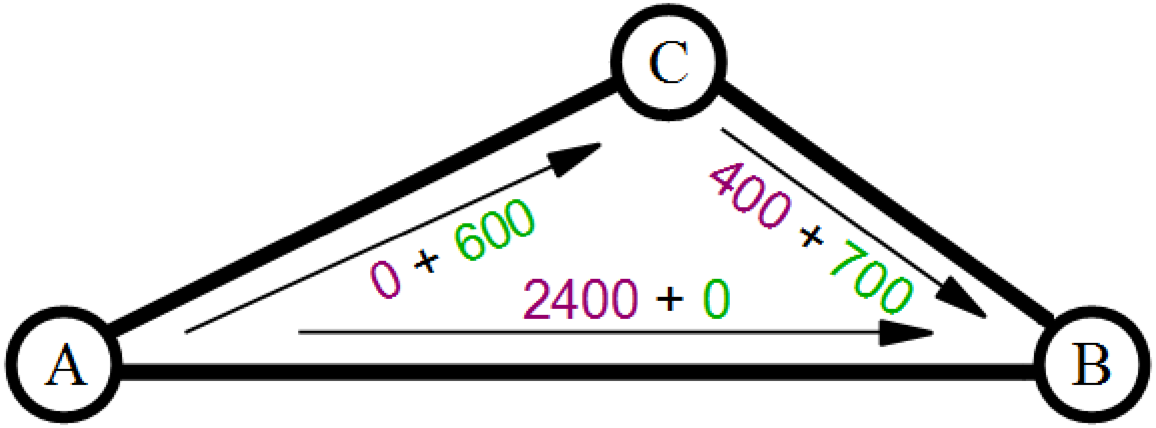
Q/Z	A	B	C
A	0	3000	0
B	0	0	0
C	0	500	0

F_a

Q/Z	A	B	C
A	0	0	3000
B	0	0	0
C	0	3500	0

Erste Iteration: Neue Verkehrsflüsse berechnen (II)

$$F_{neu} := (1-\phi) * F_{alt} + \phi * F_a \quad (\phi = 0.2)$$



F_{alt}

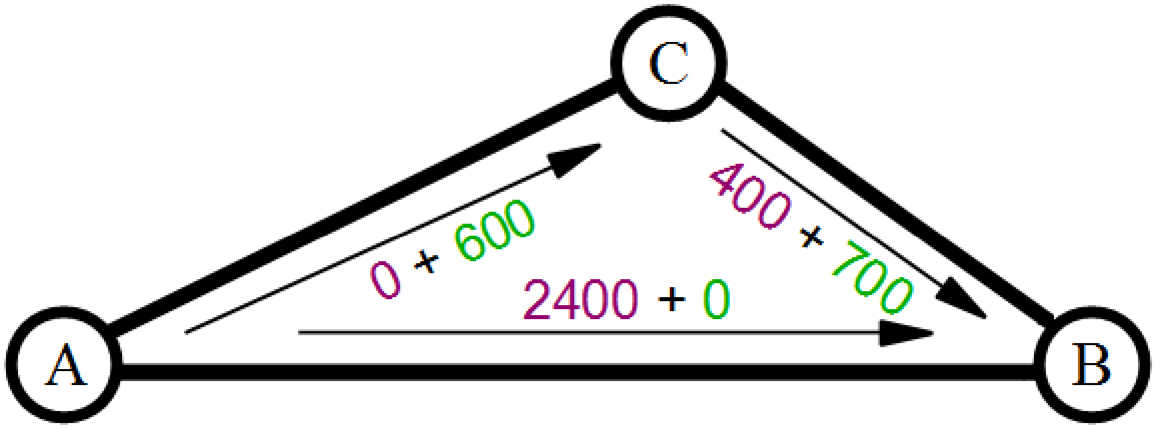
Q/Z	A	B	C
A	0	3000	0
B	0	0	0
C	0	500	0

F_a

Q/Z	A	B	C
A	0	0	3000
B	0	0	0
C	0	3500	0

Erste Iteration: Resultat Verkehrsflüsse

$$F_{neu} := (1-\phi) * F_{alt} + \phi * F_a \quad (\phi = 0.2)$$

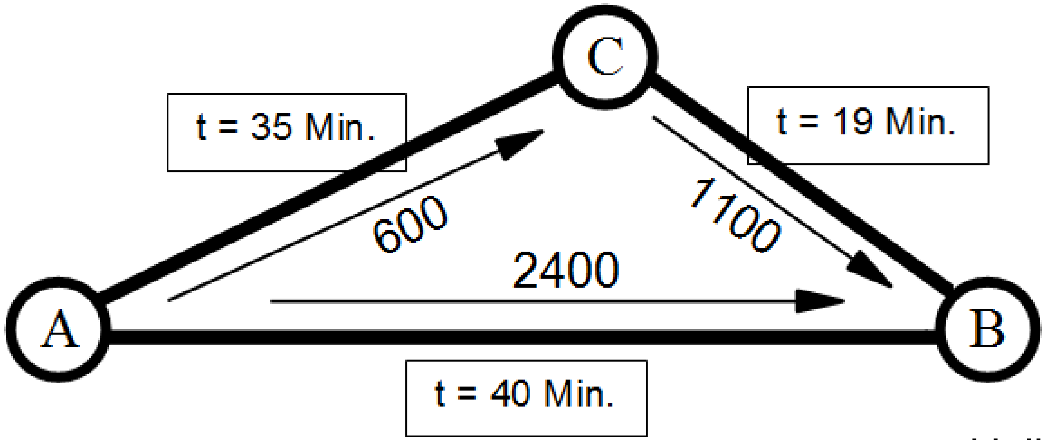


F_{neu}

Q/Z	A	B	C
A	0	2400	600
B	0	0	0
C	0	1100	0

Erste Iteration: Resultat Reisezeiten

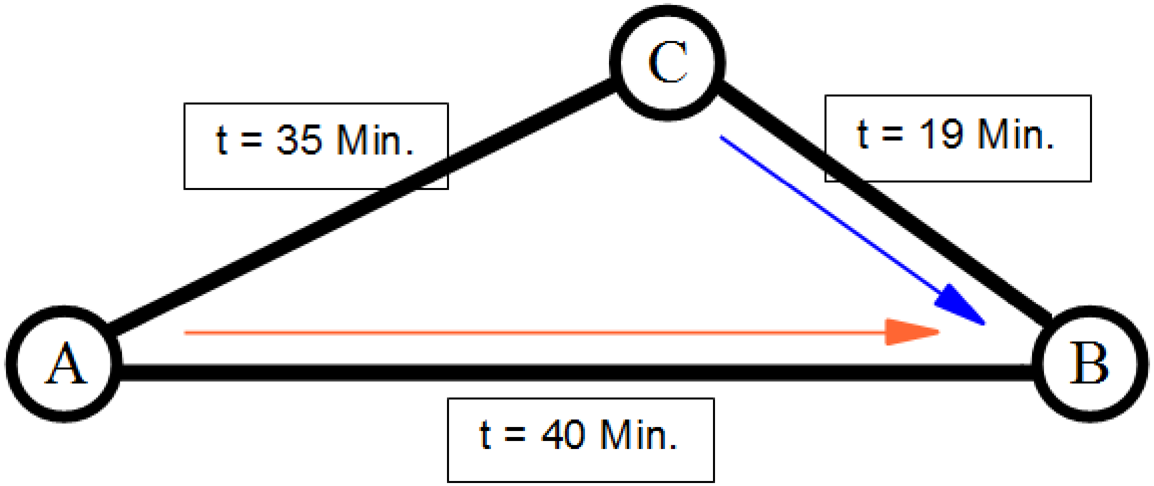
Berechnung mittels geeigneter Widerstandsfunktion



1. Initialisierung
   1. «all or nothing» Umlegung
   2. Berechnung neue Reisezeiten

2. Iteration
   1. Berechnung kürzeste Wege
   2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
   3. Berechnung neue Verkehrsströme
   4. **Berechnung neue Reisezeiten**
   5. Konvergenzkriterium

Zweite Iteration: Kürzeste Route herausfinden…

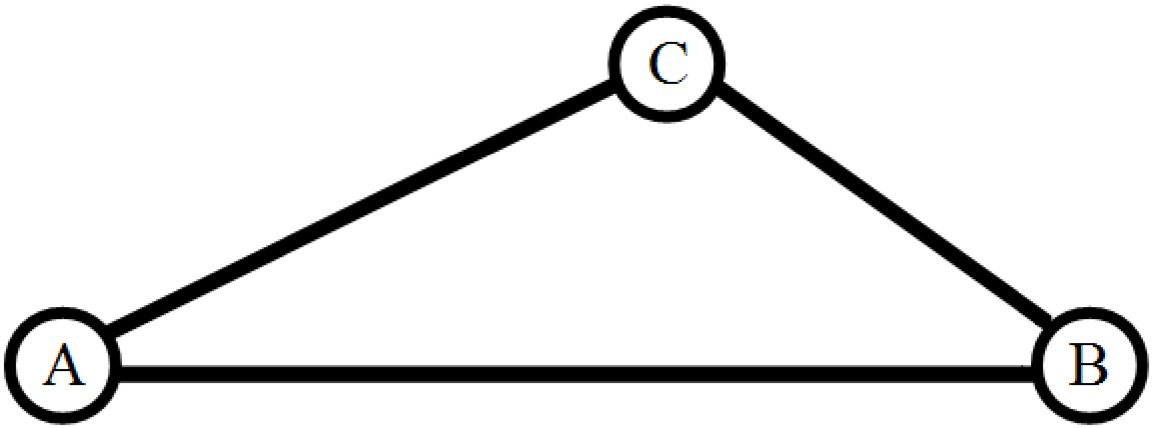


… und weitere Schritte wiederholen, bis Resultate konstant sind.

1. Initialisierung
   1. «all or nothing» Umlegung
   2. Berechnung neue Reisezeiten

2. Iteration
   1. Berechnung kürzeste Wege
   2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
   3. Berechnung neue Verkehrsströme
   4. Berechnung neue Reisezeiten
   5. **Konvergenzkriterium**

n. Iteration



Salopp formuliert:

Iterativ Anteil ϕ vom Gesamtfluss auf

die schnellste Route umlegen,

bis Gleichgewicht erreicht ist.

Selbständige Übung zur MSA

Konvergenzkriterium:

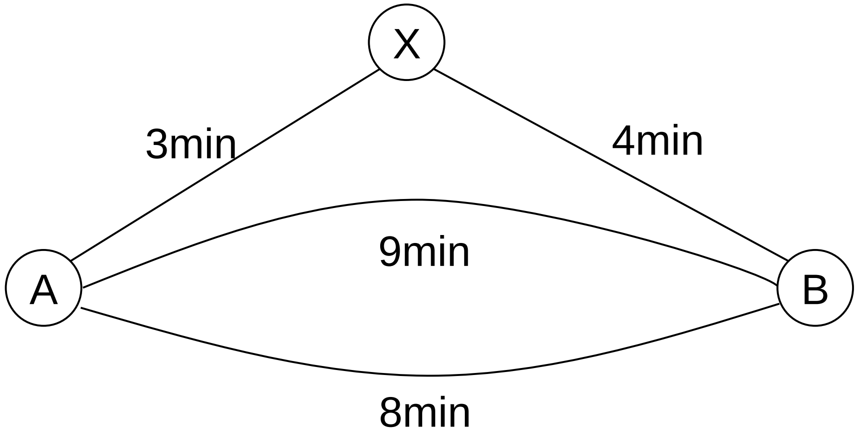
Wann wird der Algorithmus abgebrochen?

2 Kritierien:

1. Wenn die Zeiten (Kosten) der benutzten Routen konvergieren
2. Wenn sich die einzelnen Zeiten nicht mehr gross unterscheiden zwischen zwei Iterationen

Selbständige Übung zur MSA

Aufgabe: Initialisierung und 4 Iterationen



1. Initialisierung
   1. «all or nothing» Umlegung
   2. Berechnung neue Reisezeiten

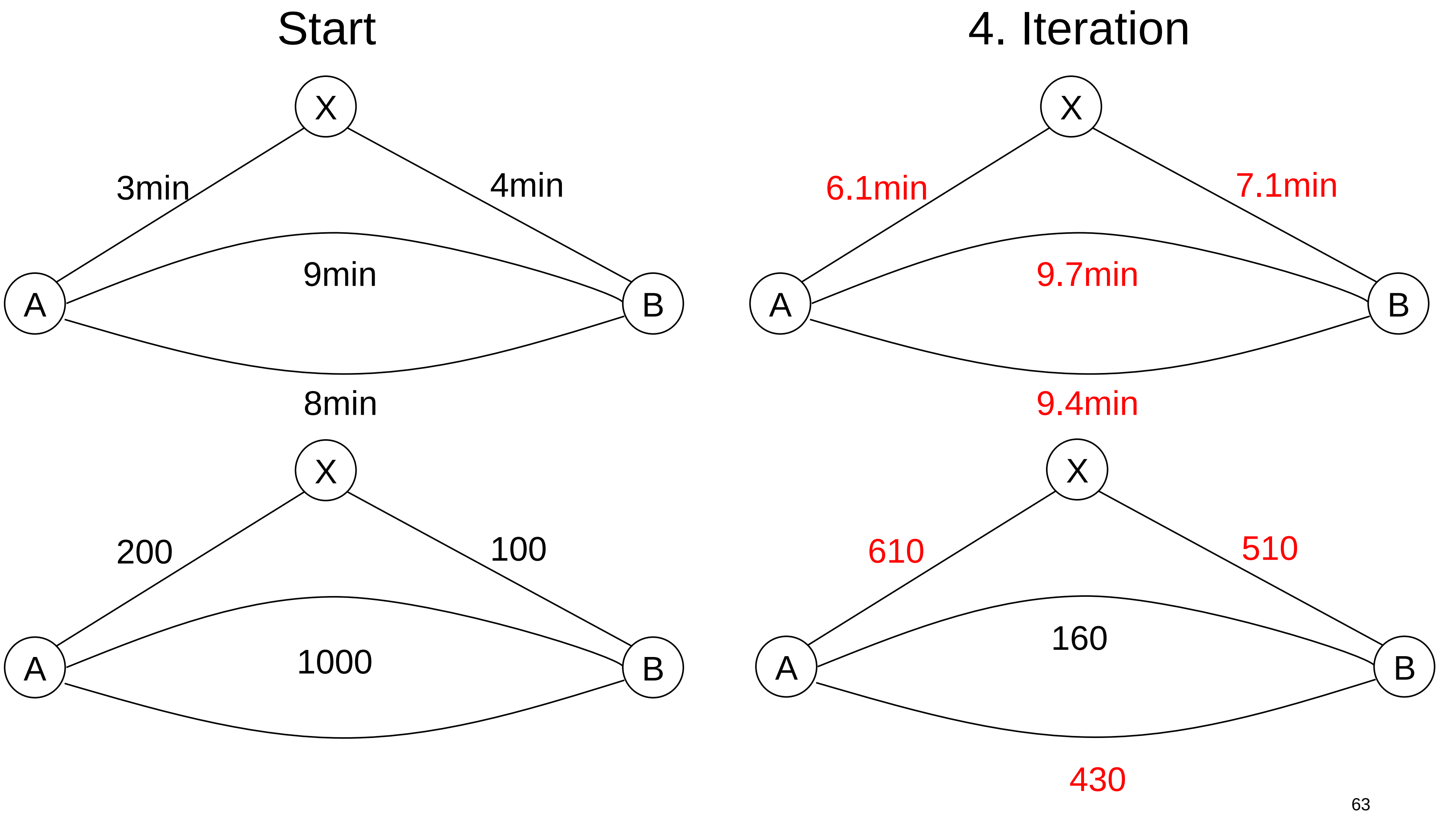
2. Iteration
   1. Berechnung kürzeste Wege
   2. Berechnung Hilfsflüsse (alle Verkehrsströme auf kürzeste Wege)
   3. Berechnung neue Verkehrsströme
   4. Berechnung neue Reisezeiten
   5. Konvergenzkriterium

Quell – Ziel Paar	Nachfrage
A - X	200
B - X	100
A – B	1000

Reisezeiten: BPR	$t = t_0 * \left(1 + \alpha\left(\frac{Q}{C}\right)^{\beta}\right)$
Neue Verkehrsströme: MSA	$Q = (1 - \varphi) * Q_{alt} + \varphi * HF$
$C = 700, \alpha = 1, \beta = 2, \varphi = 0.2$	

Selbständige Übung zur MSA

Lösung nach 4 Iterationen



Literatur

- Schnabel / Lohse: Kapitel 10.14.7
- Ortuzar / Willumsen: Kapitel 10.1 – 10.5, 11
- Vrtic, M. (2005) Verkehrsverteilungsmodelle, Materialien zur Vorlesung Verkehrsplanung, IVT, ETH Zürich
- Vrtic, M. (2005) Best-Wege-Suche, Materialien zur Vorlesung Verkehrsplanung, IVT, ETH Zürich