

### 3. Radioaktiver Zerfall und Kernreaktionen

Im Jahr 1896 beobachtete der französische Physiker Antoine Henri Becquerel (1852–1908), dass gewisse Substanzen (Pechblende, Uranerz) spontan Strahlen aussenden. 1903 konnten Marie Curie (1867–1934) und Pierre Curie (1859–1906) aus Pechblende die radioaktiven Elemente Polonium und Radium isolieren. Die erste künstliche Umwandlung eines Elements in ein anderes gelang Ernest Rutherford im Jahr 1919 durch Beschuss von Stickstoffatomen mit  ${}^4\text{He}$ -Kernen.<sup>i</sup> Dabei entstehen gemäss



ein Sauerstoff- und ein Wasserstoff-Ion (respektive ein Proton). In der Kernchemie werden solche Kernreaktion üblicherweise durch die Notation



angegeben. In der Notation (3.1) stehen links und rechts der Klammern die ursprüngliche und die resultierende Atomsorte. In den Klammern werden zuerst die eintreffenden Teilchen angegeben und anschliessend, durch ein Komma getrennt, die austretenden.

Im folgenden Unterkapitel werden zunächst die kinetischen Grundgesetze für den einfachsten Fall, den radioaktiven Zerfall von Atomen zu stabilen Produkten, hergeleitet. Anschliessend wird in den Kapiteln 3.1.1 und 3.1.2 ein kurzer Überblick über zwei häufig auftretende Fälle (Parallel- respektive Folgereaktionen) gegeben. Von **Parallelreaktionen** spricht man, wenn ein radioaktives Atom auf mehrere Arten zerfallen kann. Dabei entstehen, jeweils mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit, unterschiedliche Produkte.<sup>ii</sup> Unter **Folgereaktionen** versteht man Prozesse, bei denen die nach einem radioaktiven Zerfall entstandenen Produkte ihrerseits radioaktiv sind und weiter zerfallen.

#### 3.1. Kinetik des radioaktiven Zerfalls

Der radioaktive Zerfall ist ein stochastischer Prozess, welcher in der Regel von äusseren Bedingungen wie Druck, Temperatur usw. nicht zu beeinflussen ist. Bei einem instabilen Kern besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass er innerhalb eines bestimmten Zeitabschnitts zerfällt, wobei zwei Atome desselben Nuklids innerhalb des gleichen Zeitraums mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zerfallen, auch wenn sie zu unterschiedlichen Zeitpunkten entstanden sind. Man kann jedoch nicht voraussagen, wann dieser Zerfall bei einem bestimmten Kern stattfinden wird. Zudem hängt die Zerfallswahrscheinlichkeit nicht von den entstehenden Produkten ab, weshalb sämtliche im Folgenden gefundenen Geschwindigkeits- und Zeitgesetze unabhängig von der Zerfallsart gültig sind.

<sup>i</sup> Materiestrahlen aus  ${}^4\text{He}$ -Kernen werden als  $\alpha$ -Strahlen bezeichnet (siehe Kapitel 3.4.1).

<sup>ii</sup> Zu den unterschiedlichen Arten von Zerfallsprozessen siehe Kapitel 3.4.

Zunächst soll eine Probe eines radioaktiven Elements, dessen Atome zu stabilen Produktatomen zerfallen, betrachtet werden. Aus der konstanten Zerfallswahrscheinlichkeit und der Unabhängigkeit der einzelnen Zerfallsakte folgt, dass die Anzahl Zerfälle, die in einem gegebenen infinitesimalen Zeitintervall  $dt$  auftreten, stets proportional zur momentan totalen Anzahl  $N$  der Atome dieses Elements in der Probe sind. Im Übrigen entspricht die Anzahl Zerfälle einer Abnahme der Anzahl radioaktiver Atome ( $-dN$ ). Somit gilt:

$$-\frac{dN}{dt} = kN . \quad (3.2)$$

Die Proportionalitätskonstante  $k$ , welche stets als positive Grösse ( $k \geq 0$ ) definiert ist, heisst **Zerfallskonstante**. Aus Gleichung 3.2 geht hervor, dass die SI-Einheit von  $k$   $s^{-1}$  ist.

Die Verwendung von infinitesimalen Grössen ist nötig, da die zeitliche Abnahme der radioaktiven Atomkerne von ihrer momentanen Anzahl abhängt. Diese ändert sich jedoch zu jedem Zeitpunkt. Deshalb muss zur Bestimmung der aktuellen Anzahl Zerfälle pro Zeiteinheit ein möglichst kleines (ein infinitesimales) Zeitintervall  $dt$  gewählt werden. Zudem ist zu beachten, dass  $dN$  negativ ist, da die Anzahl radioaktiver Atome durch den Zerfall abnehmen muss. Deshalb ist das Minus-Zeichen auf der linken Seite von Gleichung (3.2) nötig, weil auf deren rechter Seite nur ein Produkt positiver Grössen auftritt.

Wird  $N = N(t)$  als eine Funktion der Zeit  $t$  aufgefasst, dann stellt Gleichung (3.2) eine Differentialgleichung dar, in welcher die Funktion  $N(t)$  und ihre erste Ableitung  $\frac{dN(t)}{dt}$  vorkommen.<sup>iii</sup> Um die Funktion  $N(t)$  zu bestimmen, wird Gleichung (3.2) so umgeformt, dass auf jeder Seite des Gleichheitszeichens nur eine Sorte von Variablen steht:

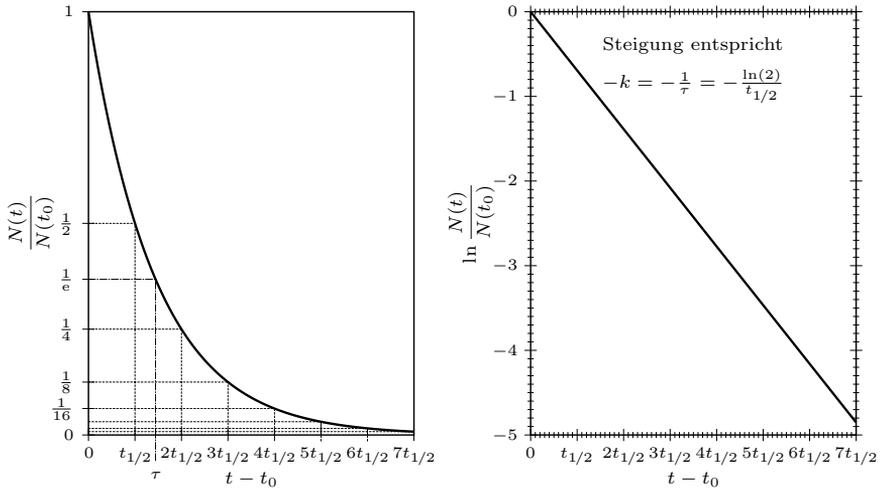
$$-\frac{dN}{dt} = kN \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dN}{dt} = -kN \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dN}{N} = -kdt .$$

Schliesslich findet man  $N(t)$  mittels bestimmter Integration zwischen  $t_0$  und  $t$  respektive den entsprechenden Anzahlen  $N(t_0)$  und  $N(t)$ :

$$\begin{aligned} \int_{N(t_0)}^{N(t)} \frac{dN'}{N'} &= -k \int_{t_0}^t dt' \\ \left[ \ln N \right]_{N(t_0)}^{N(t)} &= \ln(N(t)) - \ln(N(t_0)) = -k(t - t_0) \\ \ln \left( \frac{N(t)}{N(t_0)} \right) &= -k(t - t_0) \\ \Rightarrow N(t) &= N(t_0) e^{-k(t-t_0)} . \end{aligned} \quad (3.3)$$

---

<sup>iii</sup> Ableitungen einer Funktion  $f(x)$  nach  $x$  werden im Folgenden in der Form  $\frac{df(x)}{dx}$ ,  $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$  usw. geschrieben und nicht als  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  usw. Dadurch geht deutlich hervor, dass es sich bei einer Ableitung um einen Quotienten zweier differentieller Grössen handelt. Zudem ist immer sofort ersichtlich, nach welcher Variablen die Funktion abgeleitet wird. Dies ist besonders im Hinblick auf Funktionen mehrerer Variabler von Bedeutung.



**Abbildung 3.1.:** Auf der linken Seite ist das exponentielle Zeitgesetz (3.3), welches für sämtliche radioaktiven Zerfälle gültig ist, graphisch dargestellt. Die Anzahl radioaktiver Kerne nimmt nach jeder Zeitspanne, die der Halbwertszeit  $t_{1/2}$  entspricht, jeweils um die Hälfte ab. Auf der rechten Seite ist durch die Auftragung von  $\ln\left(\frac{N(t)}{N(t_0)}\right)$  gegen die Zeit eine linearisierte Darstellung des exponentiellen Zeitgesetzes wiedergegeben. Aus der Steigung der erhaltenen Geraden können die Zerfallskonstante  $k$  und daraus die Halbwertszeit  $t_{1/2}$  respektive die Lebenszeit  $\tau$  bestimmt werden.

Der Zerfall der radioaktiven Atome folgt also einem exponentiellen Zeitgesetz (siehe Abbildung 3.1).<sup>iv</sup> Dabei zerfallen die Atome umso schneller, je grösser die Zerfallskonstante  $k$  ist. Häufig wird zur Charakterisierung der Zerfallsgeschwindigkeit von radioaktiven Atomen auch die Halbwertszeit angegeben. Als **Halbwertszeit**  $t_{1/2}$  bezeichnet man diejenige Zeitspanne, innerhalb welcher die Hälfte der ursprünglich vorhandenen radioaktiven Atome zerfallen ist. Mathematisch ausgedrückt entspricht dies der Bedingung

$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2} . \tag{3.4}$$

Aus dieser Bedingung findet man zusammen mit Gleichung (3.3) den folgenden Zusammenhang zwischen der Halbwertszeit  $t_{1/2}$  und der Zerfallskonstante  $k$ :

$$\begin{aligned} N(t_0) e^{-k(t+t_{1/2}-t_0)} &= \frac{N(t_0) e^{-k(t-t_0)}}{2} \\ \frac{e^{-k(t-t_0)}}{e^{-k(t+t_{1/2}-t_0)}} &= e^{k(-t+t_0+t+t_{1/2}-t_0)} = e^{kt_{1/2}} = 2 \\ t_{1/2} &= \frac{\ln(2)}{k} . \end{aligned} \tag{3.5}$$

Die Halbwertszeit ist für jeden radioaktiven Zerfallsprozess eine charakteristische Grösse. Dies gilt auch für die **Lebenszeit**  $\tau$ , welche die Zeitspanne angibt, nach welcher die

<sup>iv</sup> Man spricht von einer Zerfallsreaktion erster Ordnung.

Anzahl der radioaktiven Atome auf  $\frac{1}{e}$  des ursprünglich vorhandenen Werts abgeklungen ist. Wie bei Gleichung (3.4) entspricht dies der Bedingung

$$N(t + \tau) = \frac{N(t)}{e},$$

woraus analog wie oben die Beziehung

$$\tau = \frac{1}{k}$$

folgt.

Die SI-Einheit von  $t_{1/2}$  und  $\tau$  ist die Sekunde. Je nachdem werden in der Literatur auch Minuten, Stunden, Tage oder Jahre verwendet.<sup>v</sup>

Unter der **Aktivität**  $A$  einer radioaktiven Probe versteht man die Anzahl Zerfälle pro Sekunde.<sup>vi</sup> Somit gilt für eine Probe, bestehend aus einer einzelnen radioaktiven Atomsorte,

$$A = -\frac{dN}{dt}. \quad (3.6)$$

Daraus ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (3.2) die Beziehung

$$A = kN. \quad (3.7)$$

Dabei ist zu beachten, dass nur Gleichung (3.7), nicht aber Gleichung (3.6) allgemein gültig ist. Der Grund dafür ist, dass die Anzahl Zerfälle in gewissen Fällen nicht mit der zeitlichen Änderung der Anzahl radioaktiver Atome einer bestimmten Sorte gleichgesetzt werden darf. Dies gilt insbesondere, wenn diese Atomsorte als Folge eines vorhergehenden Zerfalls entstanden ist (siehe Kapitel 3.1.2).

Die SI-Einheit der Aktivität ist das Becquerel ( $1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$ ).

### Beispiel 3-1:

Die Messung der  $\beta^-$ -Strahlung einer gelösten radioaktiven Probe ergab die in der folgenden Tabelle aufgelisteten Werte. Die Zugabe von  $\text{AgNO}_3$  führte zudem zu einem gelblichen Niederschlag.

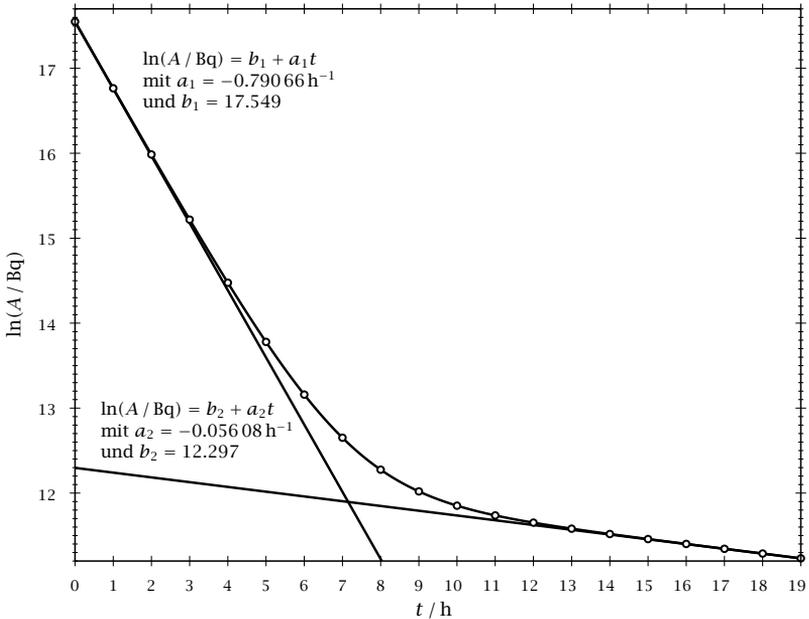
| $t/\text{h}$ | $A/\text{Bq}$ | $t/\text{h}$ | $A/\text{Bq}$ | $t/\text{h}$ | $A/\text{Bq}$ |
|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 0            | 41 843 771    | 7            | 312 208       | 14           | 100 521       |
| 1            | 19 085 731    | 8            | 214 349       | 15           | 94 720        |
| 2            | 8 758 075     | 9            | 165 998       | 16           | 89 410        |
| 3            | 4 068 470     | 10           | 140 318       | 17           | 84 468        |
| 4            | 1 936 275     | 11           | 125 124       | 18           | 79 832        |
| 5            | 964 265       | 12           | 114 880       | 19           | 75 464        |
| 6            | 518 720       | 13           | 107 064       |              |               |

<sup>v</sup> Die Verwendung der Einheit «Jahr» für Zeitangaben ist stets problematisch, da die Dauer eines Jahres nicht konstant ist. Für die Umrechnung empfiehlt die IUPAC («International Union of Pure and Applied Chemistry») einen mittleren Wert von  $1 \text{ a} \approx 31\,556\,952 \text{ s}$ .

<sup>vi</sup> Das Symbol  $A$  ist in diesem Zusammenhang nicht mit der in Kapitel 2.3 definierten Massenzahl zu verwechseln.

Im Folgenden soll aus diesen Angaben die Probe analysiert und identifiziert werden.

Wegen Gleichung (3.7) gilt auch für die Aktivität  $A$  ein zu Gleichung (3.3) analoges exponentielles Zeitgesetz. Deshalb würde man für die Probe eines radioaktiven Elements erwarten, dass die Messpunkte bei einer Auftragung von  $\ln(A/\text{Bq})$  gegen die Zeit  $t$  auf einer Geraden liegen. Wie aus der folgenden Abbildung hervorgeht, ist dies jedoch nicht der Fall. Es gibt einen Knick.



Dies bedeutet, dass die Probe nicht aus einem einzelnen radioaktiven Nuklid, sondern aus zwei unabhängig zerfallenden Nukliden besteht. Aus den Steigungen  $a_1$  und  $a_2$  der beiden eingezeichneten Geraden lassen sich näherungsweise die Halbwertszeiten bestimmen. Man erhält  $t_{1/2,1} = 52.6 \text{ min}$  und  $t_{1/2,2} = 12.36 \text{ h}$ .

Die Fällungsreaktion mit Silbernitrat deutet zudem auf Halogenide hin. In Frage kommen  $^{134}\text{I}^-$  und  $^{130}\text{I}^-$ .

Aus den Achsenabschnitten  $b_1$  und  $b_2$  der zwei Geraden lässt sich das anfängliche Aktivitätsverhältnis der beiden Nuklide bestimmen:

$$\frac{A_1(0)}{A_2(0)} = \frac{e^{b_1} - e^{b_2}}{e^{b_2}} \approx 190.$$

Mit Hilfe von (3.7) ist damit auch das anfängliche Teilchenzahlverhältnis bestimmbar:

$$\frac{N_1(0)}{N_2(0)} = \frac{A_1(0)}{A_2(0)} \frac{k_2}{k_1} = \frac{A_1(0)}{A_2(0)} \frac{a_2}{a_1} \approx 13.5.$$

Die radioaktive Probe enthielt ursprünglich also rund 93 %  $^{134}\text{I}^-$  und 7 %  $^{130}\text{I}^-$ .

Ein alternativer Weg zur Bestimmung der Parameter  $A_i(0)$ ,  $t_{1/2,i}$  wäre eine nichtlineare Kurvenanpassung von zwei Exponentialfunktionen an die Messdaten.

### 3.1.1. Parallelreaktionen

Die Situation, dass ein radioaktives Nuklid mehrere Zerfallsmöglichkeiten hat, kommt verhältnismässig häufig vor. Dabei entstehen als Produkte unterschiedliche Nuklide. Wenn man annimmt, dass diese stabil sind und nicht weiter zerfallen, ist das Verhältnis der entstehenden Produktnuklide nur von der Zerfallswahrscheinlichkeit abhängig. In Abbildung 3.2 ist ein Schema der relevanten Zerfallsreaktionen wiedergegeben. Aufgrund der Überlegungen bei der Herleitung von Gleichung (3.2) muss das Zerfallsgesetz von Nuklid A analog lauten und es gilt somit

$$-\frac{dN_A}{dt} = k_A N_A . \quad (3.8)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist in Gleichung (3.3) gegeben und lautet

$$N_A(t) = N_A(t_0) e^{-k_A(t-t_0)} . \quad (3.9)$$

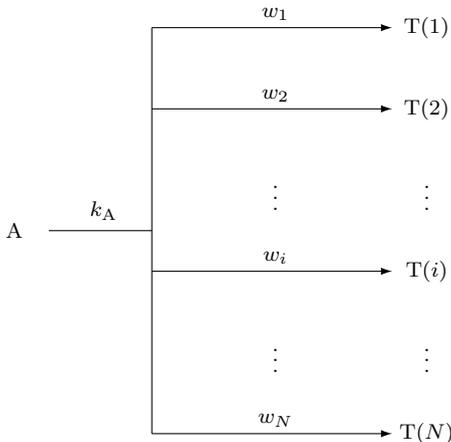
Da aus jedem zerfallenen Nuklid A mit einer konstanten Wahrscheinlichkeit  $w_i$  das Produktnuklid  $T(i)$  entsteht, muss

$$\frac{dN_{T(i)}}{dt} = -w_i \frac{dN_A}{dt} \stackrel{(3.8)}{=} w_i k_A N_A \quad (3.10)$$

gelten, wobei

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

sein muss, da das radioaktive Nuklid A keine weiteren Zerfallsmöglichkeiten besitzt.



**Abbildung 3.2.:** Reaktionsschema für  $N$  Parallelreaktionen.

Die Berechnung der zeitlichen Änderungen der Nuklide  $T(i)$  erfolgt durch Integration von Gleichung (3.10), wobei angenommen werden soll, dass zum Zeitpunkt  $t_0$  keine Produkt nuklide vorhanden sind, das heisst, dass  $N_{T(i)} = 0$  gilt. Man findet:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{T(i)}}{dt} &= w_i k_A N_A \stackrel{(3.9)}{=} w_i k_A N_A(t_0) e^{-k_A(t-t_0)} \\ \Leftrightarrow dN_{T(i)} &= w_i k_A N_A(t_0) e^{-k_A(t-t_0)} dt. \end{aligned}$$

$N_{T(i)}(t)$  findet man schliesslich mittels bestimmter Integration zwischen  $N_{T(i)}(t_0)$  und  $N_{T(i)}(t)$  beziehungsweise den entsprechenden Zeitpunkten  $t_0$  und  $t$ :

$$\begin{aligned} \int_{N_{T(i)}(t_0)}^{N_{T(i)}(t)} dN_{T(i)} &= w_i k_A N_A(t_0) \int_{t_0}^t e^{-k_A(t'-t_0)} dt' \\ N_{T(i)}(t) - \underbrace{N_{T(i)}(t_0)}_{=0} &= -w_i N_A(t_0) \left[ e^{-k_A(t'-t_0)} \right]_{t_0}^t = -w_i N_A(t_0) \left( e^{-k_A(t-t_0)} - 1 \right) \\ \Rightarrow N_{T(i)}(t) &= w_i N_A(t_0) \left( 1 - e^{-k_A(t-t_0)} \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Aus Gleichung (3.11) geht hervor, dass unter den gegebenen Bedingungen das Verhältnis der Teilchenzahlen zweier Produkt nuklide  $T(i)$  und  $T(j)$

$$\frac{N_{T(i)}(t)}{N_{T(j)}(t)} = \frac{w_i}{w_j} \quad (t > 0) \quad (3.12)$$

zu jedem Zeitpunkt  $t > 0$  konstant und gleich dem Verhältnis der entsprechenden Zerfallswahrscheinlichkeiten ist. Die Funktionen (3.9) und (3.11) sind zur Illustration für ein System mit zwei Parallelreaktionen in Abbildung 3.3 graphisch dargestellt.

Ausgehend von Gleichung (3.10) lässt sich für jede Parallelreaktion  $i$  ein Zerfallsgesetz

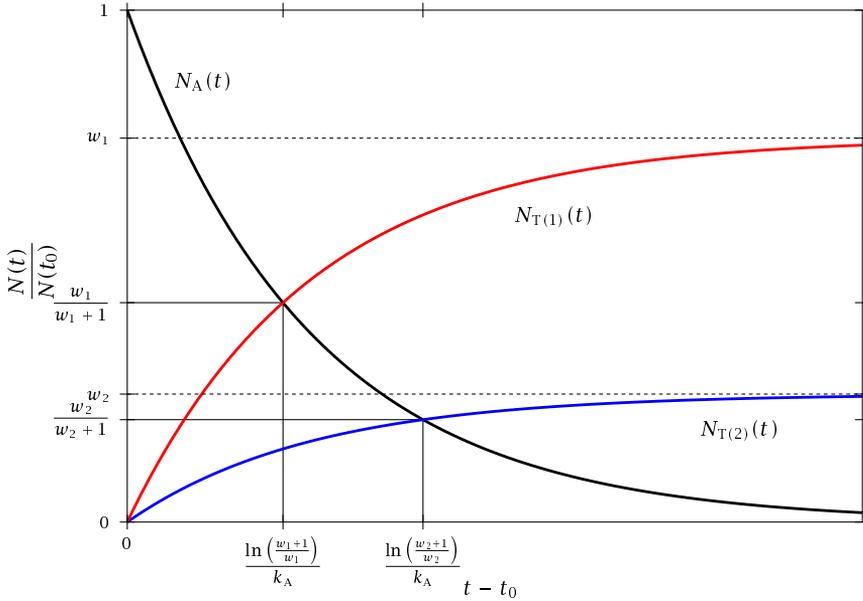
$$\frac{dN_{T(i)}}{dt} = k_i N_A$$

mit

$$\begin{aligned} k_i &= w_i k_A, \\ \sum_{i=1}^N k_i &= k_A \end{aligned}$$

formulieren. Daraus geht hervor, dass die Bildung des Tochternuklids  $T(i)$ , wie erwartet, proportional zur Geschwindigkeitskonstanten  $k_i$  ist. Damit kann Gleichung (3.12) wie folgt ergänzt werden:

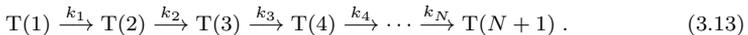
$$\frac{N_{T(i)}(t)}{N_{T(j)}(t)} = \frac{w_i}{w_j} = \frac{k_i}{k_j} \quad (t > 0).$$



**Abbildung 3.3.:** Illustration des zeitlichen Verlaufs der Teilchenzahlen  $N(t)$  im Fall von zwei Parallelreaktionen. Das System entspricht dem radioaktiven Zerfall eines Nuklids A, wobei mit einer Wahrscheinlichkeit von  $w_1$  das Produkt nuklid T(1) und mit einer Wahrscheinlichkeit von  $w_2$  das Produkt nuklid T(2) gebildet wird.

### 3.1.2. Folgereaktionen

Ein ebenfalls häufig auftretender Fall liegt vor, wenn das nach einem radioaktiven Zerfall entstandene Nuklid nicht stabil ist und weiter zerfällt. Dies führt zu **Zerfallsreihen**, die mehrere aufeinanderfolgende Zerfallsprozesse umfassen können und erst beim Auftreten eines stabilen Nuklids abgebrochen werden. Typische Beispiele solcher Folgereaktionen sind die natürlichen Zerfallsreihen (siehe Anhang G), bei denen einzelne Schritte aufgrund des Auftretens von Parallelreaktionen auch Verzweigungen aufweisen. In Gleichung (3.13) ist ein Schema für ein System mit  $N$  Zerfallsreaktionen dargestellt:



Das Nuklid, von dem die radioaktive Zerfallsreihe ausgeht, bezeichnet man als **Mutternuklid**. Die folgenden Nuklide nennt man entsprechend **Tochter-, Enkelnuklid** und so weiter.

Die mathematische Behandlung zur Berechnung der zeitlichen Abhängigkeit der Teilchenzahlen  $N_{\text{T}(i)}$  aller Nuklide T( $i$ ) für die in Gleichung (3.13) gegebenen Zerfallsreihe ist etwas umfangreicher als im Falle der Parallelreaktionen in Kapitel 3.1.1. Das Geschwindigkeitsgesetz für das Nuklid T( $i$ ) lautet

$$\frac{dN_{\text{T}(i)}}{dt} = k_{i-1}N_{\text{T}(i-1)} - k_i N_{\text{T}(i)} \quad (1 \leq i \leq N+1). \quad (3.14)$$

Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (3.14) kommt daher, dass die Teilchenzahlen des Nuklids  $T(i)$  in dem Masse zunimmt, wie das unmittelbare Vorgängernuklid zerfällt. Der zweite Term beschreibt analog zu Gleichung (3.2) den Zerfall von  $T(i)$ . Dabei ist zu beachten, dass

$$k_0 = k_{N+1} = 0 \quad (3.15)$$

gelten muss, da das Mutternuklid  $T(1)$  nicht durch einen vorgängigen Zerfall entstanden ist und das Nuklid  $T(N+1)$  stabil sein und die Zerfallsreihe abbrechen soll. Allgemein kann man den Verlauf  $N_{T(i)}(t)$  aus dem Verlauf  $N_{T(i-1)}(t)$  des unmittelbaren Vorgängernuklides in der Zerfallsreihe gemäss der Beziehung

$$N_{T(i)}(t) = e^{-k_i t} \left( k_{i-1} \int N_{T(i-1)}(t) e^{k_i t} dt + K_i \right) \quad (1 \leq i \leq N+1) \quad (3.16)$$

berechnen.  $K_i$  ist dabei eine Konstante, welche von den Anfangsbedingungen abhängt. Die Richtigkeit von Gleichung (3.16) kann durch Einsetzen in das Geschwindigkeitsgesetz (3.14) überprüft werden.

Für den Anfangs- ( $i = 1$ ) und den Endpunkt ( $i = N+1$ ) der Zerfallsreihe vereinfacht sich Beziehung (3.16) wegen Gleichung (3.15) zu

$$\begin{aligned} N_{T(1)}(t) &= K_1 e^{-k_1 t}, \\ N_{T(N+1)}(t) &= k_N \int N_{T(N)}(t) dt + K_{N+1}. \end{aligned}$$

Die Konstante  $K_1$  kann aus der Bedingung

$$N_{T(1)}(t_0) = K_1 e^{-k_1 t_0}$$

bestimmt werden, welche sich ergibt, wenn man annimmt, dass zum Zeitpunkt  $t_0$  die Teilchenanzahl der Mutternuklide  $N_{T(1)}(t_0)$  beträgt. Damit findet man die Beziehung

$$N_{T(1)}(t) = N_{T(1)}(t_0) e^{-k_1(t-t_0)}. \quad (3.17)$$

Man erkennt, dass das Mutternuklid  $T(1)$  gemäss einem zu Gleichung (3.3) analogen exponentiellen Zeitgesetz zerfällt, was gemäss den Ausführungen zu Beginn von Kapitel 3.1 auch zu erwarten war.

Aus den gleichen Gründen spielt es für den zeitlichen Verlauf  $N_{T(i)}(t)$  der Teilchenzahl des Nuklids  $T(i)$  keine Rolle, ob und wie schnell die Nuklide  $T(j)$  mit  $j > i$  zerfallen. Das heisst, dass die Funktionen  $N_{T(i)}(t)$  unabhängig von der Länge der Zerfallsreihe sind, wenn  $i < N+1$  ist.

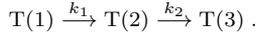
Falls die Anfangsbedingungen so gewählt werden, dass zum Zeitpunkt  $t_0$  nur  $N_{T(1)}(t_0)$  Atome des Mutternuklids vorhanden sind und für die übrigen Nuklide  $N_{T(i>1)}(t_0) = 0$  gilt, dann kann die Funktion  $N_{T(i)}(t)$  in der Form

$$N_{T(i)}(t) = N_{T(1)}(t_0) \prod_{n=1}^{i-1} k_n \sum_{l=1}^i \frac{e^{-k_l(t-t_0)}}{\prod_{j=1}^{l-1} (k_j - k_l) \prod_{j=l+1}^i (k_j - k_l)} \quad (3.18)$$

geschrieben werden.<sup>vii</sup>

**Beispiel 3-2:** Zerfallsreihe mit zwei Folgereaktionen

Zur Illustration soll in diesem Beispiel eine Zerfallsreihe behandelt werden, welche nach dem Nuklid T(3) abbricht. Das Zerfallsschema lautet in diesem Fall



Dabei soll zusätzlich angenommen werden, dass zum Zeitpunkt  $t_0$  nur  $N_{T(1)}(t_0)$  Atome des Mutternuklids vorhanden sind und dass somit  $N_{T(2)}(t_0) = N_{T(3)}(t_0) = 0$  gilt. Unter diesen Voraussetzungen kann Gleichung (3.18) zum Berechnen der zeitlichen Verläufe der Teilchenzahlen verwendet werden und man erhält

$$N_{T(1)}(t) = N_{T(1)}(t_0) \cdot 1 \cdot \frac{e^{-k_1(t-t_0)}}{1 \cdot 1} = N_{T(1)}(t_0) e^{-k_1(t-t_0)} , \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} N_{T(2)}(t) &= N_{T(1)}(t_0) k_1 \left( \frac{e^{-k_1(t-t_0)}}{(k_2 - k_1)} + \frac{e^{-k_2(t-t_0)}}{(k_1 - k_2)} \right) \\ &= N_{T(1)}(t_0) \frac{k_1}{k_2 - k_1} \left( e^{-k_1(t-t_0)} - e^{-k_2(t-t_0)} \right) , \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} N_{T(3)}(t) &= N_{T(1)}(t_0) k_1 k_2 \left( \frac{e^{-k_1(t-t_0)}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} + \frac{e^{-k_2(t-t_0)}}{(k_1 - k_2)(k_3 - k_2)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^{-k_3(t-t_0)}}{(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)} \right) . \end{aligned} \quad (3.21)$$

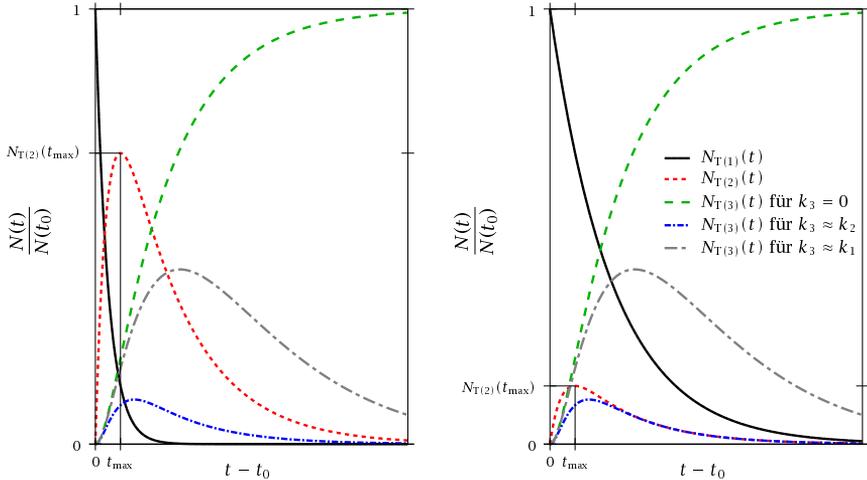
Gleichung (3.19) stimmt mit dem Resultat in Gleichung (3.17) überein.

In Gleichung (3.21) wurde noch nicht berücksichtigt, dass in diesem Beispiel das Nuklid T(3) stabil ist und nicht weiter zerfällt. Dies erreicht man, indem  $k_3 = 0$  gesetzt wird. Damit findet man

$$\begin{aligned} N_{T(3)}(t) &= N_{T(1)}(t_0) k_1 k_2 \left( \frac{e^{-k_1(t-t_0)}}{-(k_2 - k_1)k_1} + \frac{e^{-k_2(t-t_0)}}{-(k_1 - k_2)k_2} + \frac{1}{k_1 k_2} \right) \\ &= N_{T(1)}(t_0) \left( 1 - \frac{k_2 e^{-k_1(t-t_0)}}{k_2 - k_1} - \frac{k_1 e^{-k_2(t-t_0)}}{k_1 - k_2} \right) . \end{aligned} \quad (3.22)$$

Da die einzelnen Atome beim radioaktiven Zerfall lediglich ineinander umgewandelt werden, bleibt die totale Teilchenanzahl konstant und die Summe  $N_{T(1)}(t) + N_{T(2)}(t) + N_{T(3)}(t)$  muss zu jedem Zeitpunkt  $N_{T(1)}(t_0)$  ergeben, was mit Hilfe der Gleichungen (3.19), (3.20) und (3.22) überprüft werden kann. Die zeitlichen Verläufe der Teilchenzahlen sind für dieses Beispiel in Abbildung 3.4 dargestellt.

<sup>vii</sup> Zusätzlich muss gefordert werden, dass  $k_i \neq k_j$  für alle Kombinationen von  $i$  und  $j$  gilt, was in der Praxis stets erfüllt ist.



**Abbildung 3.4.:** Illustration des zeitlichen Verlaufs der Teilchenzahlen  $N(t)$  im Fall von Folgereaktionen gemäss des in Gleichung (3.13) dargestellten Schemas. Die linke Seite entspricht der Situation  $k_1 = 5k_2$ , die rechte der Situation  $k_2 = 5k_1$ . Wenn das Nuklid  $T(3)$  stabil ist, gilt  $k_3 = 0$  und es kommt zu einer stetigen Anhäufung dieses Nuklids. Dies ist nicht der Fall, wenn  $T(3)$  weiter zerfällt, das heisst  $k_3 \neq 0$  gilt. Abgesehen davon ist der Verlauf von  $N_{T(3)}(t)$ , wie auch diejenigen der übrigen dargestellten Nuklide, nicht von nachfolgenden Zerfallsreaktionen abhängig. Das Tochternuklid  $T(2)$  wird zum Zeitpunkt  $t_{\max} = \frac{1}{k_2 - k_1} \ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right)$  maximal und es gilt  $N_{T(2)}(t_{\max}) = \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{\frac{1}{k_1/k_2 - 1}}$ .

## 3.2. Stabilität von Atomkernen

Von den heute mehr als 2900 bekannten Nukliden gelten 237 als stabil, das heisst, es wurden bei ihnen keine radioaktiven Zerfälle beobachtet. Eine Vielzahl der instabilen Nuklide kommt in der Natur nicht vor und muss künstlich erzeugt werden. Die meisten natürlichen Nuklide sind stabil (siehe Anhang F); instabile existieren nur dann, wenn ihre Halbwertszeit genügend gross ist oder wenn sie, wie beispielsweise  $^{14}\text{C}$ , fortlaufend neu gebildet werden. Die Halbwertszeiten der instabilen Atomsorten reichen von weniger als  $10^{-15}$  s bis mehr als  $10^{20}$  a. Als schwerste Atome wurden im Jahr 2001 erstmals Nuklide mit der Ordnungszahl  $Z = 116$ , im Jahr 2002 mit  $Z = 118$  und in Jahr 2012 mit  $Z = 117$  detektiert.<sup>viii</sup> 2012 erhielt das Element mit der Ordnungszahl  $Z = 116$  durch einen Beschluss des IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) den Namen «Livermorium» ( $\text{Lv}$ )<sup>ix</sup>.

Eine Übersicht über die bekannten Nuklide geben sogenannte **Nuklidkarten**, wie beispielsweise die Karlsruher Nuklidkarte, von welcher in Abbildung 3.5 ein Ausschnitt dargestellt ist. Analog zum Periodensystem der Elemente werden verschiedene Eigen-

<sup>viii</sup> Yu. Ts. Oganessian et al., *Phys. Rev. C*, **70**(6), 064609 (2004)

Yu. Ts. Oganessian et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**(14), 142502 (2010).

<sup>ix</sup> R. D. Loss und J. Corish, *Pure Appl. Chem.* **84**(7), 1669–1672 (2012).

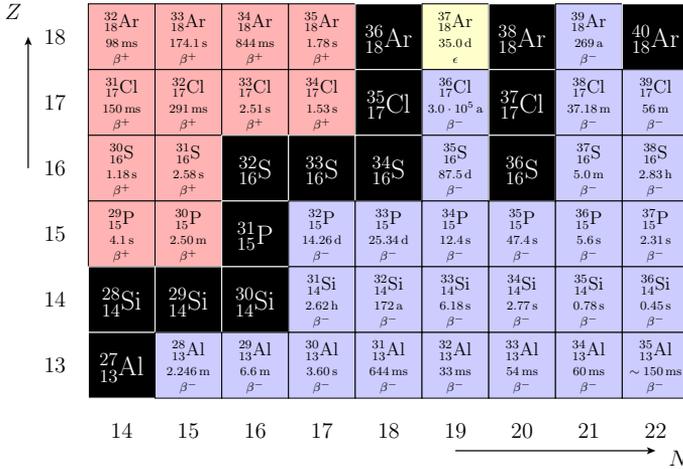


Abbildung 3.5.: Ausschnitt aus der Karlsruher Nuklidkarte. Die vertikale und horizontale Achse bezeichnen die Anzahl Protonen resp. Neutronen im Atomkern. Die schwarzen Felder markieren stabile Nuklide, die übrigen instabile, wobei die Graustufen die beobachteten Zerfallsarten wiedergeben.

schaften (Masse, Zerfallsart, Halbwertszeit usw.) jedes Nuklids in einem Kästchen ange-

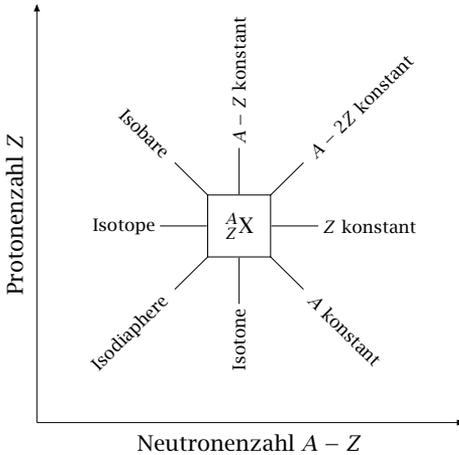


Abbildung 3.6.: Isotope, Isotone, Isobare und Isodiaphere in Nuklidkarten. Als **Isodiaphere** bezeichnet man Nuklide mit gleichem Neutronenüberschuss  $A - 2Z = (A - Z) - Z$ .

Diese enthalten in der Regel auch eine farbliche Kodierung, welche beispielsweise die Größenordnung der Halbwertszeit oder, wie im Falle der Karlsruher Nuklidkarte, die Zerfallsart der Nuklide wiedergibt. Die Kästchen sind üblicherweise so angeordnet, dass alle Isotope eines Elements in einer Reihe der Nuklidkarte angeordnet sind, das heisst, dass bei horizontal angeordneten Kästchen die Ordnungszahl  $Z$  (Protonenzahl) der Nuklide konstant bleibt und die Neutronenzahl  $A - Z$  von links nach rechts zunimmt.

In einer Kolonne der Nuklidkarte bleibt hingegen die Neutronenanzahl konstant und die Ordnungszahl nimmt von unten nach oben zu. Solche Nuklide bezeichnet man als **Isotone**. Schliesslich sind in Nuklidkarten diagonal von oben links nach unten rechts **Isobare**, das heisst Nuklide mit gleicher Massenzahl angeordnet. Abbildung 3.6 gibt einen Überblick über die neu eingeführten Begriffe.

Unter Normalbedingungen befinden sich Atomkerne stets im Grundzustand. Kerne können sich jedoch auch in verschiedenen angeregten Rotations- und Schwingungszuständen befinden. Beispielsweise kommt es häufig vor, dass der nach einem radioaktiven Zerfall erzeugte Produktkern vorerst in einem angeregten Zustand vorliegt, von welchem er, meist innerhalb kurzer Zeit, in einem oder mehreren Schritten unter Aussendung von elektromagnetischer  $\gamma$ -Strahlung in den Grundzustand gelangt (siehe Kapitel 3.4.3). Es sind jedoch auch metastabile, das heisst relativ langlebige, angeregte Kernzustände bekannt. Nuklide mit derart angeregten Kernen bezeichnet man als **Isomere**.<sup>x</sup> Diese werden bei Elementsymbolen häufig durch die Angabe des Buchstabens «m» nach der Massenzahl gekennzeichnet. Als Beispiele seien etwa das beim Zerfall von  $^{137}\text{Cs}$  zu 94.4 % entstehende  $^{137\text{m}}\text{Ba}$  ( $t_{1/2} = 2.552$  min), das zu 0.012 % in natürlichem Tantal vorkommende  $^{180\text{m}}\text{Ta}$  ( $t_{1/2} > 1.2 \cdot 10^{15}$  a) oder das in der diagnostischen Nuklearmedizin eingesetzte  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  ( $t_{1/2} = 6.015$  h) erwähnt.

Die Abschätzung der Stabilität eines Atomkerns aufgrund seiner Protonen- und Neutronenanzahl ist in der Regel nicht einfach. In gewissen Fällen kann die Stabilität sogar davon abhängen, ob ein nackter Kern vorliegt oder ob Rumpfelektronen vorhanden sind. Immerhin kann aufgrund der folgenden empirischen Regeln eine grobe Abschätzung der Stabilität von Atomkernen erfolgen.

1. Es gibt keine stabilen Nuklide mit Ordnungszahlen  $Z > 83$ .

Im Weiteren zeigt sich, dass auch für die Elemente Technetium ( $Z = 43$ ) und Promethium ( $Z = 61$ ) keine stabilen Nuklide existieren.

2. Die Stabilität eines Nuklids hängt vom Verhältnis

$$\eta = \frac{A - Z}{Z}$$

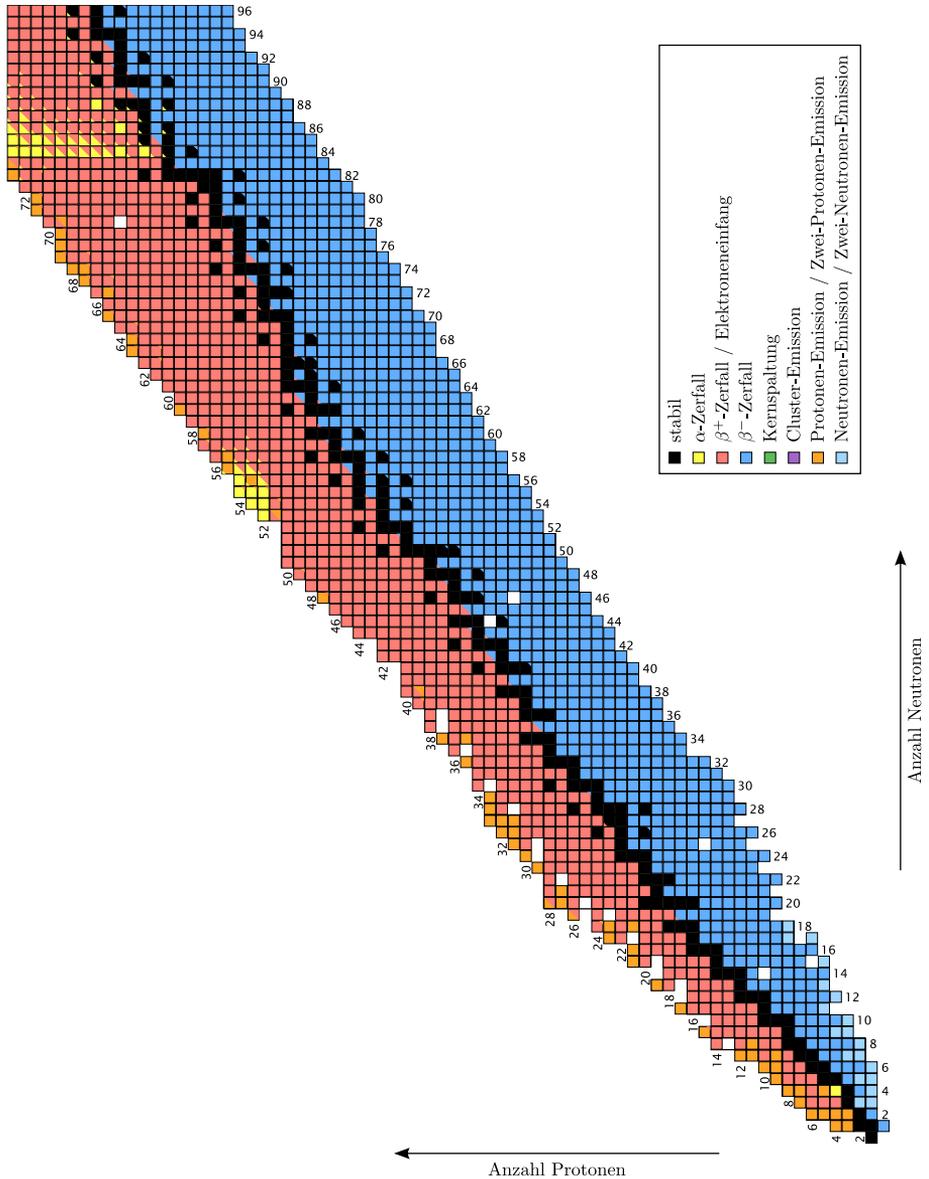
der Neutronen- und Protonenanzahl ab.

Ausser  $^1\text{H}$  und  $^3\text{He}$  gibt es keine stabilen Nuklide mit  $\eta < 1$ . Bei Elementen mit kleiner Ordnungszahl gilt für stabile Nuklide  $\eta \gtrsim 1$ . Mit steigendem  $Z$ -Wert und somit steigender Kernladung muss die Anzahl Neutronen zur Stabilisierung des Kerns jedoch überproportional zunehmen. So gilt etwa für  $^{206}\text{Pb}$   $\eta = \frac{124}{82} \approx 1.51$ .

Mit  $\eta$  lässt sich in den Nuklidkarten eine **Stabilitätszone** lokalisieren (siehe Abbildung 3.7), das heisst ein Bereich, in welchem stabile Nuklide zu liegen kommen.

Die Lokalisierung eines Nuklids innerhalb der Stabilitätszone ist allerdings noch kein hinreichendes Kriterium für seine Stabilität. So sind beispielsweise die Schwefel-Isotope  $^{32}\text{S}$ ,  $^{33}\text{S}$ ,  $^{34}\text{S}$  und  $^{36}\text{S}$  stabil, während  $^{35}\text{S}$  mit einer Halbwertszeit von 87.51 d zerfällt.

<sup>x</sup> Eine verbindliche Grenze der Lebensdauer, bei deren Überschreiten ein Zustand als metastabil bezeichnet wird, lässt sich nicht angeben. In der Praxis spricht man von Isomeren, wenn diese aufgrund ihrer Lebensdauer eigenständig in Erscheinung treten. Im Übrigen besitzt der Begriff «Isomere» in der Chemie eine andere Bedeutung.



**Abbildung 3.7.:** Darstellung der stabilen Nuklide (schwarz). Die Farbkodierung kennzeichnet die (Haupt-)Zerfallsarten der nicht-stabilen Nuklide.

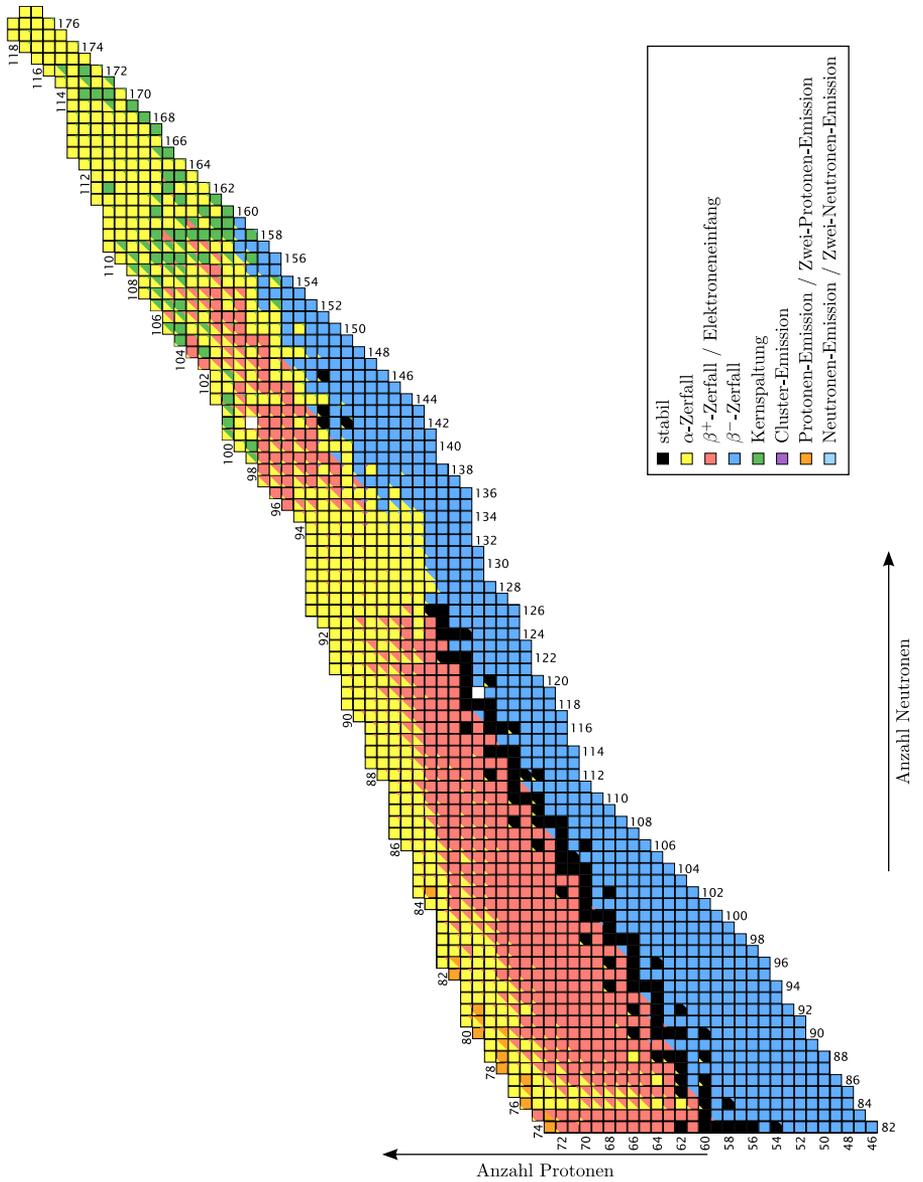


Abbildung 3.8.: Darstellung der stabilen Nuklide (schwarz). Die Farbkodierung kennzeichnet die (Haupt-)Zerfallsarten der nichtstabilen Nuklide. (Fortsetzung)

**Tabelle 3.1.:** Übersicht über die Anzahl stabiler Nuklide und die Kernspindrehimpulsquantenzahl  $I$  im Grundzustand des Atomkerns für Atome mit geraden oder ungeraden Protonen- respektive Neutronenanzahlen. Die vier stabilen Nuklide, bei denen sowohl die Protonen- als auch die Neutronenanzahl ungerade ist, sind  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{10}\text{Be}$  und  ${}^{14}\text{N}$ .

| Protonenanzahl | Neutronenanzahl | Anzahl stabile Kerne | $I$            |
|----------------|-----------------|----------------------|----------------|
| gerade         | gerade          | 130                  | 0              |
| gerade         | ungerade        | 53                   | halbganzzahlig |
| ungerade       | gerade          | 50                   | halbganzzahlig |
| ungerade       | ungerade        | 4                    | ganzzahlig     |

**Beispiel 3-3:** Abschätzung der Stabilität von  ${}^{20}\text{Na}$  mit Hilfe der Stabilitätszone

Der Atomkern von  ${}^{20}\text{Na}$  besteht aus 11 Protonen und 9 Neutronen und man erhält mit  $\eta = 0.8$  einen Wert, welcher kleiner als eins ist.  ${}^{20}\text{Na}$  liegt also deutlich oberhalb der Stabilitätszone und besitzt somit einen Mangel an Neutronen respektive einen Protonenüberschuss.  ${}^{20}\text{Na}$  ist radioaktiv und zerfällt mit einer Halbwertszeit von 447.9 ms.

**Beispiel 3-4:** Abschätzung der Stabilität von  ${}^{51}\text{Ca}$  mit Hilfe der Stabilitätszone

Der Atomkern von  ${}^{51}\text{Ca}$  besteht aus 20 Protonen und 31 Neutronen und man erhält für  $\eta$  einen Wert von 1.55. Dieser Wert ist für die Stabilitätszone leichter Elemente deutlich zu gross.  ${}^{51}\text{Ca}$  liegt deshalb unterhalb der Stabilitätszone und besitzt somit einen Mangel an Protonen respektive einen Neutronenüberschuss.  ${}^{51}\text{Ca}$  ist radioaktiv und zerfällt mit einer Halbwertszeit von 10.0 s.

3. Wie aus Tabelle 3.1 hervorgeht, besitzen die meisten stabilen Nuklide einen Atomkern mit einer geraden Anzahl Protonen und Neutronen. Im Gegensatz dazu existieren nur sehr wenige Nuklide, die sowohl eine ungerade Anzahl Protonen als auch eine ungerade Anzahl Neutronen besitzen.

Ausgehend von der Anzahl Protonen und Neutronen im Atomkern lässt sich auch die Kernspindrehimpulsquantenzahl  $I$  für den Grundzustand des entsprechenden Nuklids bestimmen.<sup>xi</sup> Die Kernspindrehimpulsquantenzahl, welche in Kapitel 2.1 beschrieben wurde und die Werte  $I = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$  annehmen kann, ist für den Grundzustand jedes Atomkerns eine charakteristische Grösse. Gemäss Tabelle 3.1 lässt sich der genaue Wert von  $I$  allerdings nur für Kerne angeben, die sowohl eine gerade Anzahl Protonen als auch eine gerade Anzahl Neutronen aufweisen. In diesen Fällen gilt  $I = 0$ . In allen anderen Fällen kann nur entschieden werden, ob  $I$  ganzzahlig und verschieden von null ( $I = 1, 2, 3, \dots$ ) oder halbganzzahlig ( $I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ )

<sup>xi</sup> Auch angeregte Kernzustände besitzen eine Kernspindrehimpulsquantenzahl mit einem definierten Wert, welcher allerdings von jenem im Grundzustand abweichen kann.

ist. Die genauen Werte von  $I$  müssen gegebenenfalls nachgeschlagen werden (zum Beispiel in Anhang F).

4. Atomkerne, bei denen die Protonen- oder Neutronenanzahl den **magischen Zahlen** 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 entsprechen, sind energetisch besonders günstig. Solche Kerne besitzen eine speziell hohe Bindungsenergie für ein einzelnes Nukleon, gleichzeitig ist die Bindungsenergie für ein weiteres hinzugefügtes Nukleon wesentlich kleiner. Deshalb gibt es besonders viele stabile Nuklide für Kerne, deren Protonen- oder Neutronenanzahl eine magische Zahl ist. So findet man beispielsweise fünf stabile Kerne ( $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{39}\text{K}$ ,  $^{38}\text{Ar}$ ,  $^{37}\text{Cl}$ ,  $^{36}\text{S}$ ) mit 20 Neutronen, fünf stabile Kerne ( $^{92}\text{Mo}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{89}\text{Y}$ ,  $^{88}\text{Sr}$ ,  $^{86}\text{Kr}$ ) mit 50 Neutronen, sechs stabile Kerne ( $^{144}\text{Sm}$ ,  $^{142}\text{Nd}$ ,  $^{141}\text{Pr}$ ,  $^{140}\text{Ce}$ ,  $^{139}\text{La}$ ,  $^{138}\text{Ba}$ ) mit 82 Neutronen und von Zinn, dessen Atomkerne 50 Protonen aufweisen, sind zehn stabile Isotope bekannt.

Aussergewöhnlich stabil sind **doppeltmagische Kerne**, wie jene von  $^4_2\text{He}$ ,  $^{16}_8\text{O}$ ,  $^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  $^{48}_{20}\text{Ca}$  und  $^{208}_{82}\text{Pb}$ .

Analog zur Schalenstruktur von Atomen deuten diese empirischen Hinweise auf eine Schalenstruktur der Atomkerne hin. Dies ist die Grundlage des **Schalenmodells von Atomkernen**, auf welches in dieser Vorlesung allerdings nicht detaillierter eingegangen werden kann.

### 3.3. Potentialmodell eines Kernes

Es gibt verschiedene Modelle zur Beschreibung von Atomkernen. Eines davon ist das am Ende von Kapitel 3.2 erwähnte Schalenmodell. Das einfachste Modell ist jedoch das **Tröpfchenmodell**.

Das Tröpfchenmodell beschreibt einen Atomkern in Analogie zu einem Flüssigkeitstropfen. Es wurde 1936 von Niels Henrik David Bohr (1885–1962) formuliert und 1939 von Bohr und John Archibald Wheeler (1911–2008) zur Erklärung der Kernspaltung angewandt.

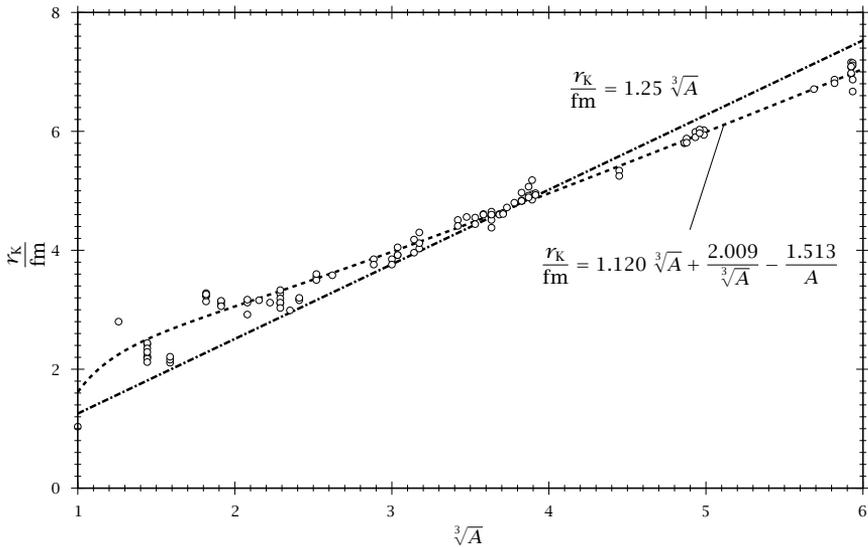
Die Grundannahme besteht darin, dass die Massendichte im Atomkern weitgehend konstant ist und im Aussenbereich abfällt und dass neben der Coulomb-Abstossung zwischen den Protonen eine kurzreichweitige, von der Ladung unabhängige Anziehung zwischen den Nukleonen, die starke Wechselwirkung (siehe Kapitel 2.5), existiert. Die Forderung nach konstanter Massendichte bedingt, dass das Volumen eines Atomkerns proportional zur Anzahl der Nukleonen ist. Für den Kernradius  $r_K$  gilt deshalb

$$r_K = r_0 \sqrt[3]{A} \quad (3.23)$$

mit der Massenzahl  $A$  und der Proportionalitätskonstante  $r_0 = 1.25 \cdot 10^{-15}$  m.

Abbildung 3.9 enthält einen Vergleich zwischen gemessenen Kernradien und Werten, welche mit Gleichung (3.23) berechnet wurden. Eine etwas bessere Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den berechneten Werten erhält man mit dem empirischen Zusammenhang

$$\frac{r_K}{\text{fm}} = 1.120 \sqrt[3]{A} + \frac{2.009}{\sqrt[3]{A}} - \frac{1.513}{A} . \quad (3.24)$$



**Abbildung 3.9.:** Auftragung gemessener Kernradien  $r_K$  gegen  $\sqrt[3]{A}$  und Vergleich mit verschiedenen Modellfunktionen.

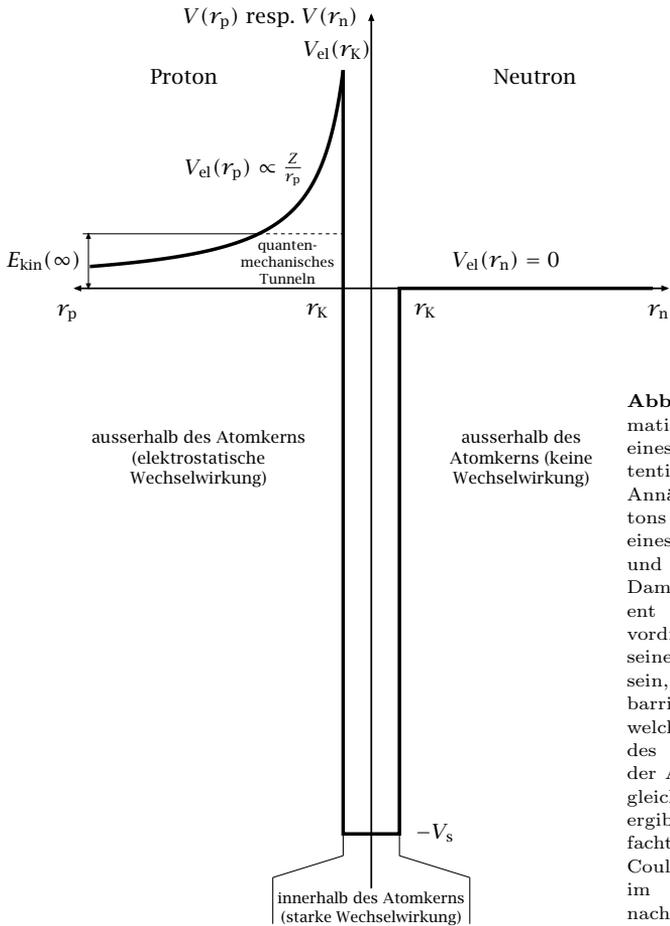
#### Beispiel 3-5:

Ausgehend von den Gleichungen (3.23) und (3.24) erhält man für den Kernradius des Nuklids  ${}^{31}_{15}\text{P}$  die Werte 3.9 fm respektive 4.1 fm. Aus Messungen findet man die Werte 3.96 fm und 4.18 fm. Die Messwerte weisen zum Teil beträchtliche Streuungen auf. Speziell bei Nukliden mit grösseren Massenzahlen scheint Gleichung (3.24) aber bessere Vorhersagen zu liefern.

Das Tröpfchenmodell wird durch empirische Daten untermauert und kann die durchschnittliche Bindungsenergie pro Nukleon gut vorhersagen. Diese beträgt etwa 10 MeV pro Nukleon, was einem Massendefekt von etwa 0.007 u pro Nukleon entspricht. Es muss jedoch betont werden, dass es sich dabei lediglich um einen Mittelwert handelt. Die tatsächlichen Bindungsenergien der Nukleonen können stark variieren.

Die Bindungsenergie des Kerns setzt sich dabei aus verschiedenen Beiträgen zusammen, auf die in dieser Vorlesung allerdings nicht im Einzelnen eingegangen wird. Weitergehende Kerneigenschaften vermag das Modell jedoch nicht zu erklären.

Die genaue Form des Kernpotentials ist zunächst nicht bekannt. Im Gegensatz zur Atomhülle, wo sich die Elektronen im elektrostatischen Coulomb-Potential des Atomkerns befinden, ist beim Kern nicht ohne Weiteres ersichtlich, welche Potentialform die verschiedenen Wechselwirkungen ergeben. Zudem wird das Potential durch die Nukleonen selber erzeugt, ähnlich wie bei einem Flüssigkeitstropfen, der auch durch Kräfte zusammengehalten wird, welche von den Molekülen erzeugt werden. Für die Zwecke dieser Vorlesung genügt es, wenn die folgenden Forderungen erfüllt werden:



**Abbildung 3.10.:** Schematische Darstellung eines vereinfachten Potentialverlaufs bei der Annäherung eines Protons (links) respektive eines Neutrons (rechts) und eines Atomkerns. Damit das Proton effizient in den Kernbereich vordringen kann, muss seine Energie gross genug sein, um die Potentialbarriere zu überwinden, welche sich ausserhalb des Atomkerns aufgrund der Abstossung elektrisch gleich geladener Teilchen ergibt. In diesem vereinfachten Modell wird die Coulomb-Wechselwirkung im Kernbereich vernachlässigt.

1. Das Kernpotential soll innerhalb des Kerndurchmessers wirksam sein und einen relativ scharfen Rand besitzen. Im einfachsten Fall kann ein rechteckförmiger Verlauf angenommen werden (siehe Abbildung 3.10).
2. Ausserhalb des Kerndurchmessers ist die elektrostatische Coulomb-Wechselwirkung massgebend.

In Abbildung 3.10 sind die Potentialverläufe gemäss diesem vereinfachten Modell für die Annäherung zwischen einem Atomkern und einem Proton respektive einem Neutron schematisch dargestellt. Dabei unterscheiden sich die beiden Verläufe aufgrund der fehlenden elektrostatischen Wechselwirkung zwischen dem Neutron und dem Atomkern. Im Falle des Protons lässt sich diese Wechselwirkung ausgehend vom Coulomb-Gesetz

berechnen. Die elektrostatische Kraft  $F_{\text{el}}$  zwischen zwei Punktladungen  $Q_1$  und  $Q_2$  ist nur von deren Entfernung abhängig und es gilt:<sup>xii</sup>

$$F_{\text{el}}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Die Kraft ist im eindimensionalen Fall als die negative Ableitung der potentiellen Energie  $V$  nach der Ortskoordinate  $r$  definiert:

$$F(r) = -\frac{dV(r)}{dr}. \quad (3.25)$$

Somit gilt im Falle der Coulomb-Wechselwirkung zwischen einem Proton der Ladung  $Q_p = e$  und einem Atomkern der Ordnungszahl  $Z$  und der daraus resultierenden Ladung  $Q_K = Ze$  für die Änderung der potentiellen Energie

$$dV_{\text{el}} = -F_{\text{el}}(r) dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} dr. \quad (3.26)$$

Nimmt man an, dass die potentielle Energie bei unendlicher Entfernung der beiden Punktladungen gegen null geht, das heisst, dass

$$V_{\text{el}}(\infty) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_{\text{el}}(r) = 0 \quad (3.27)$$

gilt, dann lässt sich die potentielle Energie  $V_{\text{el}}(r_p)$  durch Integration von Gleichung (3.26) zwischen den Grenzen  $r_p$  und  $\infty$  resp.  $V_{\text{el}}(r_p)$  und  $V_{\text{el}}(\infty)$  gemäss

$$\begin{aligned} \int_{V_{\text{el}}(r_p)}^{V_{\text{el}}(\infty)} dV_{\text{el}} &= -\int_{r_p}^{\infty} F_{\text{el}}(r) dr = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_p}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \\ \underbrace{V_{\text{el}}(\infty)}_{\stackrel{(3.27)}{=} 0} - V_{\text{el}}(r_p) &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_p} \\ V_{\text{el}}(r_p) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_p} \end{aligned} \quad (3.28)$$

herleiten.

Gleichung (3.28) beschreibt den auf der linken Seite in Abbildung 3.10 dargestellten Verlauf der potentiellen Energie zwischen einem Proton und einem Atomkern der Ordnungszahl  $Z$  ausserhalb des Kernbereichs ( $r_p > r_K$ ). Man erkennt, dass ein positiv geladenes Teilchen wie beispielsweise ein Proton oder ein  $\alpha$ -Teilchen nur dann in den Atomkernbereich vordringen und dort eine Kernumwandlung auslösen kann, wenn seine Energie ausreicht, die durch die elektrostatische Wechselwirkung erzeugte Potentialbarriere zu überwinden. Für ein solches Teilchen, das sich aus unendlicher Entfernung auf einen Atomkern zubewegt, muss aufgrund des Energieerhaltungsgesetzes also

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}}(\infty) + \underbrace{V_{\text{el}}(\infty)}_{\stackrel{(3.27)}{=} 0} = \underbrace{E_{\text{kin}}(r_K)}_{\geq 0} + V_{\text{el}}(r_K)$$

<sup>xii</sup> Da das betrachtete Problem eindimensional behandelt werden kann, wird mit skalaren Grössen gearbeitet und auf die Angabe von Vektorpfeilen verzichtet.

gelten, das heisst, die kinetische Energie des einfallenden Teilchens muss am Potentialmaximum bei  $r_K$  eine kinetische Energie von null (oder mehr) besitzen respektive es muss  $E_{\text{kin}}(\infty) \geq V_{\text{el}}(r_K)$  gelten, damit es effizient in den Kernbereich vorstossen kann.<sup>xiii</sup>

Das Vorhandensein einer Potentialbarriere bei der Annäherung eines positiv geladenen Teilchens und eines Atomkerns ist auch der Grund, warum beim Experiment von Rutherford (siehe Kapitel 2.3) keine Kernreaktionen beobachtet wurden. Die  $\alpha$ -Teilchen wurden abgelenkt oder reflektiert, da ihre kinetische Energie nicht ausreichte, um die elektrostatische Abstossung zu überwinden. Die Situation ist analog zu jener eines rollenden Balls, dessen kinetische Energie nicht ausreicht, um den höchsten Punkt eines Hügels zu überwinden.

Für den Fall  $E_{\text{kin}}(\infty) < V_{\text{el}}(r_K)$  kann das eindringende Teilchen nur durch **quantenmechanisches Tunneln** in den Bereich des Atomkerns vorstossen. Dabei ist die Tunnelwahrscheinlichkeit, das heisst die Anzahl der Teilchen, welche die Potentialbarriere durchqueren, gemessen an der totalen Anzahl der einfallenden Teilchen, umso grösser, je kleiner der Unterschied zwischen der Energie der Potentialbarriere und der Energie der Teilchen und je geringer die Breite der Barriere ist.

Anders als bei den bisher diskutierten (positiv) geladenen Teilchen verhält sich die Situation beim Beschuss von Atomkernen mit Neutronen. Da diese elektrisch nicht geladen sind, existiert keine Potentialbarriere, die zu überwinden wäre (siehe rechte Seite von Abbildung 3.10). Neutronen können sich Atomkernen daher ungehindert nähern und auch langsame Neutronen können in den Bereich von Atomkernen vordringen und dort Kernumwandlungen auslösen. Diese Tatsache wird bei der induzierten Kernspaltung (siehe Kapitel 3.6.1) oder auch bei analytischen Methoden wie der Neutronenaktivierungsanalyse ausgenutzt.

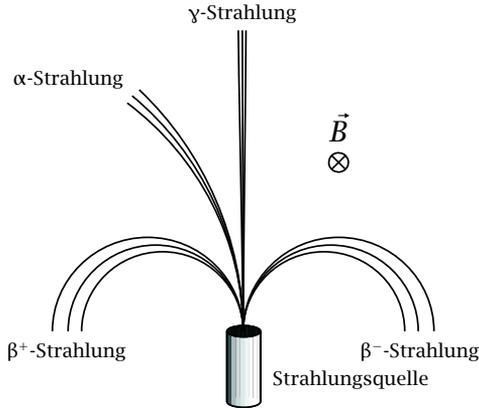
### 3.4. Zerfallsprozesse

Bei der Behandlung der Geschwindigkeitsgesetze in Kapitel 3.1 wurde gefunden, dass der Zerfall radioaktiver Atome einem exponentiellen Zeitgesetz folgt. Es zeigt sich, dass die Geschwindigkeitsgesetze unabhängig von der Art der Zerfälle und der dabei entstehenden Folgeprodukte gültig sind und deshalb eine einheitliche Behandlung möglich ist. In diesem Kapitel geht es nun darum, die verschiedenen Arten von radioaktiven Zerfällen zu beschreiben.

Schon bald nach der Entdeckung der Radioaktivität erkannte man, dass es unterschiedliche Strahlenarten gibt. Beispielsweise ergaben Untersuchungen, dass die emittierten Strahlen in elektrischen oder magnetischen Feldern unterschiedlich abgelenkt werden (siehe Abbildung 3.11) und dass sie bei der Wechselwirkung mit Materie unterschiedliche Reichweiten besitzen. Zur Unterscheidung wurden die Bezeichnungen  **$\alpha$ -**,  **$\beta$ -** und  **$\gamma$ -Strahlung** eingeführt. Tabelle 3.2 enthält einen Vergleich zwischen einigen Eigenschaften der drei Strahlenarten.

Die radioaktiven Prozesse, welche zur Emission von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung führen, werden dementsprechend als  $\alpha$ - und  $\beta$ -Zerfälle respektive als  $\gamma$ -Umwandlungen bezeichnet.

<sup>xiii</sup> Die räumliche Ausdehnung des einfallenden Teilchens wird vernachlässigt.



**Abbildung 3.11.:** Verhalten von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung in einem Magnetfeld, dessen Feldvektoren  $\vec{B}$  senkrecht in die Blattebene hinein gerichtet sind.  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung wird abgelenkt, wie man es für geladene Teilchen erwartet. Bei der  $\beta$ -Strahlung unterscheidet man zusätzlich zwischen  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Strahlung (siehe Kapitel 3.4.2).

**Tabelle 3.2.:** Vergleich einiger Eigenschaften von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung. Bei der  $\beta$ -Strahlung unterscheidet man zusätzlich zwischen  $\beta^-$ - und  $\beta^+$ -Strahlung (siehe Kapitel 3.4.2), wobei sich diese Unterscheidung bei den unten aufgeführten Eigenschaften lediglich im verschiedenen Vorzeichen der Ladung äussert. Da einige der Eigenschaften von der Energie der emittierten Strahlung abhängen, erlauben die Angaben lediglich einen Vergleich der Grössenordnungen.

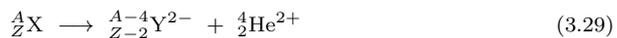
| Eigenschaft                   | $\alpha$ -Strahlung    | $\beta$ -Strahlung               | $\gamma$ -Strahlung    |
|-------------------------------|------------------------|----------------------------------|------------------------|
| Ladung                        | $2e$                   | $\pm e$                          | 0                      |
| Ruhemasse                     | $\sim 4 \text{ u}$     | $\sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ u}$ | 0                      |
| Teilchen                      | ${}^4\text{He}$ -Kerne | Elektronen,<br>Positronen        | Photonen               |
| Reichweite in Luft            | einige cm              | einige m                         | unendlich <sup>i</sup> |
| Ausbreitungsgeschwindigkeit   | $\sim 0.05c$           | bis $0.99c$                      | $c$                    |
| relatives Ionisationsvermögen | $1.8 \cdot 10^4$       | $10^2$                           | 1                      |
| Spektrien                     | diskret                | kontinuierlich                   | diskret                |

<sup>i</sup> Die Strahlungsintensität nimmt quadratisch mit der Entfernung ab.

Diese sollen in den folgenden drei Unterkapiteln näher charakterisiert werden. Schliesslich sei noch angemerkt, dass neben diesen drei Zerfallsprozessen heute weitere Zerfallsarten bekannt sind. Auf diese wird kurz in Kapitel 3.4.4 eingegangen.

### 3.4.1. $\alpha$ -Zerfall

Beim  $\alpha$ -Zerfall wird von einem Atomkern ein  ${}^4\text{He}$ -Kern gemäss



emittiert, wobei sich im Vergleich zum Mutternuklid die Ordnungszahl des Tochternuklids um zwei und die Massenzahl um vier Einheiten erniedrigt.  ${}^4\text{He}$ -Kerne bezeichnet man deshalb auch als  **$\alpha$ -Teilchen**.

Gemäss Gleichung (3.29) entstehen die Zerfallsprodukte zunächst als Ionen. Sie gehen aber durch Abstossen beziehungsweise durch Einfangen von Hüllenelektronen sehr schnell in neutrale Produkte über. In der Kernchemie schreibt man daher Gleichungen häufig auch ohne Ladungangaben.

$\alpha$ -Zerfälle sind energetisch erlaubt, wenn die Summe der Massen von  ${}^4\text{He}$  und  ${}_{Z-2}^{A-4}\text{Y}$  kleiner ist als die Masse von  ${}^A_Z\text{X}$ . Dies ist eine Folge der Äquivalenz von Energie und Masse (siehe Kapitel 2.4, insbesondere Gleichungen (2.17) und (2.18)).

$\alpha$ -Zerfälle treten bevorzugt bei schweren Nukliden mit einem zu grossen Verhältnis zwischen Protonen- und Neutronenzahl im Kern auf. Als Beispiel sei der radioaktive Zerfall von  ${}^{220}\text{Rn}$  mit einer Halbwertszeit von 55.6 s aufgeführt:



Die Kerne mit der tiefsten Ordnungszahl, bei welchen  $\alpha$ -Zerfälle beobachtet werden, gehören zu den Tellur-Nukliden der Massenzahlen 106 bis 110, wenn man von exotischen Fällen wie etwa  ${}^8\text{Be}$  absieht, dessen Kern spontan in zwei  ${}^4\text{He}$ -Kerne zerfällt.

Die gleichen Überlegungen kann man auch hinsichtlich der Emission eines Protons aus dem Atomkern anstellen. Bei Nukliden in der Nähe der Stabilitätslinie treten Protonenzerfälle im Gegensatz zu  $\alpha$ -Zerfälle allerdings aus energetischen Gründen nicht auf.<sup>xiv</sup> Der Grund für dieses unterschiedliche Verhalten liegt in der grossen Stabilität der  ${}^4\text{He}$ -Kerne (siehe Kapitel 3.6). Weit entfernt von der Stabilitätslinie werden Nuklide allerdings instabil in Bezug auf den Protonenzerfall (siehe Kapitel 3.4.4).

Die emittierten  $\alpha$ -Teilchen besitzen stets eine diskrete Energie. Diese ist etwas kleiner als die Energie  $\Delta E$ , die beim Übergang vom Mutternuklid zu einem Zustand des Tochternuklids frei wird, weil aufgrund der relativ grossen Masse der  $\alpha$ -Teilchen ein Teil dieser Energie als Rückstossenergie auf den Tochterkern übertragen wird. Nach dem Energie- und dem Impulserhaltungssatz muss für die Beträge der Geschwindigkeiten  $v_\alpha$  und  $v_T$  des  $\alpha$ -Teilchens respektive des Tochternuklids gelten:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_{\text{kin},\alpha} + E_{\text{kin},T} = \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2 + \frac{1}{2}m_T v_T^2 , \\ m_\alpha v_\alpha &= m_T v_T . \end{aligned}$$

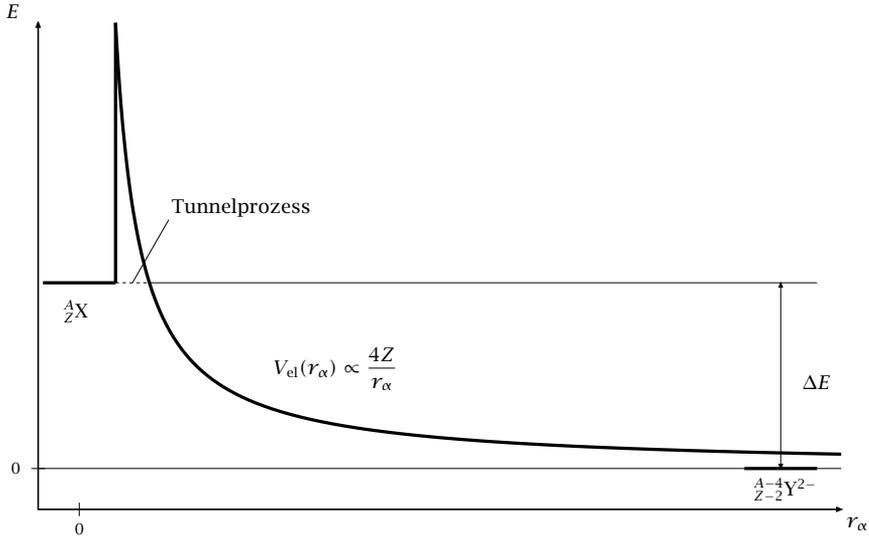
Daraus folgt nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned} E_{\text{kin},\alpha} &= \frac{m_T}{m_\alpha + m_T} \Delta E , \\ E_{\text{kin},T} &= \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_T} \Delta E . \end{aligned} \tag{3.30}$$

Da für Nuklide, bei denen  $\alpha$ -Zerfälle beobachtet werden, üblicherweise  $m_T > 25m_\alpha$  gilt, wird gemäss Gleichung (3.30) mehr als  $\frac{25}{26} \approx 96\%$  der effektiven Zerfallsenergie als kinetische Energie auf den emittierten  ${}^4\text{He}$ -Kern übertragen.

Beim  $\alpha$ -Zerfallsprozess handelt es sich wegen der elektrischen Abstossung des positiv geladenen  $\alpha$ -Teilchens und des ebenfalls positiv geladenen Kerns um einen Tunnelprozess (siehe auch Kapitel 3.3, speziell Abbildung 3.10). Dabei hängt die Tunnelwahrscheinlichkeit und somit die Zerfallsgeschwindigkeit respektive die Halbwertszeit, wie

<sup>xiv</sup> Damit Protonenzerfälle energetisch stattfinden können, muss die Summe von Protonenmasse und der Masse des nach dem Zerfall entstehenden Tochternuklidanions kleiner sein als die Masse des Mutternuklids.



**Abbildung 3.12.:** Schematisches Energiediagramm für  $\alpha$ -Zerfälle, bei welchen es sich um Tunnelprozesse eines  ${}^4\text{He}^{2+}$ -Teilchens handelt.  $\Delta E$  bezeichnet die Zerfallsenergie, welche zu einem grossen Teil als kinetische Energie auf den emittierten  ${}^4\text{He}$ -Kern übertragen wird und zu einem kleinen Teil als Rückstossenergie auf den Tochterkern. Je grösser  $\Delta E$  ist, desto kleiner sind sowohl der energetische Abstand zum Maximum des Coulomb-Potentials als auch die Dicke der zu überwindenden Potentialbarriere. Beide Faktoren erhöhen die Tunnelwahrscheinlichkeit und somit die Zerfallsgeschwindigkeit. Aus diesem Grund findet man bei  $\alpha$ -Zerfällen einen Zusammenhang zwischen der Zerfallsenergie und der Halbwertszeit des radioaktiven Nuklids.

in Abbildung 3.12 illustriert, von der Energie des  $\alpha$ -Zerfalls ab: Je grösser die Zerfallsenergie ist, desto kleiner ist die Halbwertszeit und umgekehrt. Da auch die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen in Luft mit ihrer Energie ansteigt, besteht eine Beziehung zwischen der Zerfallskonstante respektive der Halbwertszeit und der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen.

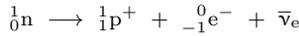
Alle schweren Kerne mit  $A \gtrsim 140$  sind im Hinblick auf einen  $\alpha$ -Zerfall instabil. Bei kleinen Massenänderungen ist die Tunnelwahrscheinlichkeit allerdings so extrem klein, dass keine Umwandlungen beobachtet werden können.

### 3.4.2. $\beta$ -Zerfall

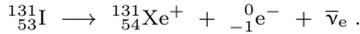
Beim  $\beta$ -Zerfall kann man zwischen verschiedenen Arten unterscheiden ( $\beta^-$ -,  $\beta^+$ - und  $\epsilon$ -Zerfall). Auf die einzelnen Prozesse wird in den folgenden Unterkapiteln näher eingegangen.

3.4.2.1.  $\beta^-$ -Zerfall

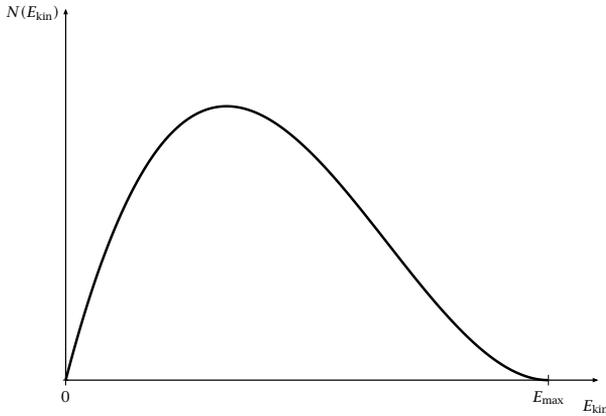
Beim  $\beta^-$ -Zerfall wandelt sich ein Neutron des Atomkerns unter Emission eines Elektrons und eines Anti-Elektron-Neutrinos  $\bar{\nu}_e$  gemäss



in ein Proton um. Dabei erhöht sich die Ordnungszahl des Tochternuklids im Vergleich zum Mutternuklid um eins, während die Massenzahl gleich bleibt. Als Beispiel eines solchen Prozesses sei der radioaktive Zerfall von  ${}^{131}_{53}\text{I}$  ( $t_{1/2} = 8.020\ 70\ \text{d}$ ) aufgeführt:



$\beta^-$ -Zerfälle werden bei instabilen Kernen mit einem zu grossen Verhältnis zwischen der Neutronen- und der Protonenzahl beobachtet.

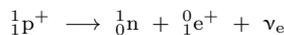


**Abbildung 3.13.:** Schematische Darstellung der Verteilung der kinetischen Energie von Elektronen, die beim  $\beta^-$ -Zerfall emittiert werden.

Energetisch kann der  $\beta^-$ -Zerfall stattfinden, wenn die Masse des Tochternuklids kleiner als diejenige des Mutternuklids ist. Man beobachtet eine kontinuierliche Verteilung der kinetischen Energie der emittierten Elektronen zwischen null und einem maximalen Wert  $E_{\text{max}}$  (siehe Abbildung 3.13), bei welcher die mittlere kinetische Energie der Elektronen nur rund ein Drittel der Zerfallsenergie beträgt.  $E_{\text{max}}$  entspricht in guter Näherung der freiwerdenden Zerfallsenergie, weil aufgrund des grossen Massenunterschieds praktisch keine Rückstossenergie auf den Kern übertragen wird. Da sich sowohl der Mutter- als auch der Tochterkern in einem wohldefinierten Energiezustand befinden, bedeutet die beobachtete kontinuierliche Energieverteilung einen scheinbaren Verstoß gegen die Energieerhaltung. Zur Lösung dieses Widerspruchs wurde von Wolfgang Pauli postuliert, dass beim  $\beta^-$ -Zerfall ein weiteres Teilchen emittiert wird (siehe Kapitel 2.5). Heute weiss man, dass es sich dabei um ein Anti-Elektron-Neutrino handelt.

3.4.2.2.  $\beta^+$ -Zerfall

Beim  $\beta^+$ -Zerfall wandelt sich ein Proton des Atomkerns unter Emission eines Positrons und eines Elektron-Neutrinos  $\nu_e$  gemäss



in ein Neutron um. Dabei erniedrigt sich die Ordnungszahl des Tochternuklids im Vergleich zum Mutternuklid um eins, während die Massenzahl gleich bleibt. Als Beispiel eines solchen Prozesses sei der radioaktive Zerfall von  $^{11}\text{C}$  ( $t_{1/2} = 1223.1\text{ s}$ ) aufgeführt:



Eine wichtige Einschränkung für  $\beta^+$ -Zerfälle ergibt sich aus energetischen Überlegungen. Solche Zerfälle sind nämlich nur dann möglich, wenn der Energieunterschied zwischen dem Mutter- und dem Tochternuklid mehr als  $2m_e c_0^2 \approx 1.022\text{ MeV}$  beträgt. Diese Einschränkung ist bei den im folgenden Unterkapitel beschriebenen Elektroneneinfangprozessen nicht mehr gegeben.

$\beta^+$ -Zerfälle werden bei instabilen Kernen mit einem zu kleinen Verhältnis zwischen der Neutronen- und der Protonenzahl beobachtet. Falls  $\beta^+$ -Prozesse energetisch erlaubt sind, stehen sie häufig in Konkurrenz mit Elektroneneinfangprozessen. Dabei treten bei Elementen mit kleinen Ordnungszahlen bevorzugt  $\beta^+$ -Zerfälle auf, während mit zunehmender Kernladung die Elektroneneinfang-Prozesse an Bedeutung gewinnen und diese bei schweren Kernen über die  $\beta^+$ -Zerfälle dominieren.

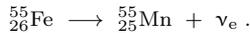
Analog wie beim  $\beta^-$ -Zerfall beobachtet man auch in diesem Fall eine kontinuierliche Verteilung der kinetischen Energie der emittierten Positronen. Diese besitzen jedoch nur eine sehr kurze Lebensdauer. Nachdem sie durch Stösse den grössten Teil ihrer kinetischen Energie an die Umgebung abgegeben haben, treffen sie schnell auf ein Elektron und zerstrahlen unter Aussendung von zwei  $\gamma$ -Quanten mit je  $511\text{ keV}$  Energie.

### 3.4.2.3. $\epsilon$ -Zerfall (Elektroneneinfang)

Da die Elektronendichte im Atomkern von null verschieden ist, kann es vorkommen, dass innerhalb des Kerns ein Proton durch Elektroneneinfang in ein Neutron umgewandelt wird. Dabei wird gemäss



ein Elektron-Neutrino emittiert. Elektroneneinfang findet beispielsweise beim Zerfall von  $^{55}\text{Fe}$  ( $t_{1/2} = 2.737\text{ a}$ ) statt:



Analog wie bei  $\beta^+$ -Zerfällen erniedrigt sich die Ordnungszahl des Tochternuklids im Vergleich zum Mutternuklid um eins, während die Massenzahl konstant bleibt.

Energetisch können Elektroneneinfangprozesse stattfinden, wenn die Masse des Mutternuklids grösser als diejenige des Tochternuklids ist. Die für den  $\beta^+$ -Zerfall geltende Einschränkung entfällt. Deshalb wäre beispielsweise ein nackter  $^{55}\text{Fe}$ -Kern stabil, da die Zerfallsenergie weniger als  $1.022\text{ MeV}$  beträgt und ein  $\beta^+$ -Zerfall somit energetisch nicht in Frage kommt.

Wie schon im vorhergehenden Unterkapitel erläutert, treten Elektroneneinfangprozesse häufig in Konkurrenz zu  $\beta^+$ -Zerfällen auf, falls Letztere energetisch erlaubt sind. Dabei gilt allgemein, dass der Elektroneneinfang im Vergleich zum  $\beta^+$ -Zerfall umso wahrscheinlicher wird, je kleiner die Zerfallsenergie oder je grösser die Kernladung (Ordnungszahl) ist.

Das beim Elektroneneinfangprozess entstehende Loch in einer der inneren Elektronenschalen des Atoms wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale aufgefüllt, wobei die freiwerdende Energie als Röntgenstrahlung emittiert wird. Die dadurch entstandene neue Lücke wird wiederum durch ein Elektron aus einer energetisch noch höheren Schale aufgefüllt. So kommt es in der Folge meist zu einer ganzen Kaskade von Elektronensprüngen, welche zu einem charakteristischen Spektrum der emittierten Röntgenstrahlung führt.

Im Weiteren kann die Halbwertszeit bei Elektroneneinfangprozessen leichter Nuklide durch die chemische Bindung beeinflusst werden. So zerfällt beispielsweise  ${}^7\text{Be}$ , das durch Elektroneneinfang in  ${}^7\text{Li}$  übergeht, als metallisches Beryllium schneller als in  $\text{Be}^{2+}$ -Verbindungen. Der Grund dafür ist, dass die mittlere Entfernung der beiden  $1s$ -Elektronen vom Kern beim  $\text{Be}^{2+}$ -Ion wegen der fehlenden Abstossung durch die Valenzelektronen grösser ist als beim Be-Atom und der Elektroneneinfang durch den Atomkern daher weniger leicht erfolgen kann. Als Folge davon ist die Halbwertszeit bei  ${}^7\text{Be}^{2+}$  etwa 0.1 % grösser als bei  ${}^7\text{Be}$ .

Die Halbwertszeit kann bei Elektroneneinfangprozessen auch durch eine Druckänderung beeinflusst werden, wobei eine Druckerhöhung zu einer Verkürzung der Halbwertszeit führt. Im Falle von  ${}^7\text{BeO}$  beträgt diese Verkürzung bei 270 kbar etwa 0.6 %.

Bei schwereren Nukliden werden die innersten Rumpfelektronen durch chemische Bindungen oder Druckänderungen allerdings kaum beeinflusst.

#### 3.4.2.4. Folgeprozesse, die zur Emission von Elektronen führen

Abschliessend bleibt noch anzumerken, dass nicht nur  $\beta^-$ -Zerfallsprozesse, sondern auch die folgenden fünf Folgeprozesse radioaktiver Zerfälle zur Emission von Elektronen führen können, wobei diese jedoch keine kontinuierliche Verteilung der kinetischen Energie aufweisen:

1. Es kann vorkommen, dass die als Folge des Elektroneneinfangprozesses emittierte Röntgenstrahlung auf ein Hüllenelektron trifft und dieses «hinausschleudert». Die so erzeugten Elektronen haben eine feste kinetische Energie, die der Differenz zwischen der Energie der Röntgenstrahlung und der Bindungsenergie des Elektrons entspricht, und heissen **Auger-Elektronen**.
2. Oftmals befindet sich der entstandene Tochterkern in einem angeregten Zustand, welcher sich durch Emission von  $\gamma$ -Strahlung abregen kann (siehe Kapitel 3.4.3). Dabei kann es vorkommen, dass ein  $\gamma$ -Quant auf ein Hüllenelektron trifft und dieses wegkatapultiert. Somit können auch auf diese Art Auger-Elektronen entstehen.
3. Da die Elektronendichte im Kern nicht null ist, kann die Energie eines angeregten Tochterkerns auf ein Elektron übertragen werden, welches dann mit grosser Geschwindigkeit ausgestossen wird. In diesem Zusammenhang spricht man von **Konversionselektronen**.
4. Im Coulomb-Feld eines angeregten Kerns kann spontan ein Elektron-Positron-Paar gebildet und emittiert werden. Dies wird als **innere Paarbildung** bezeichnet. Dieser Prozess ist energetisch allerdings nur dann möglich, wenn die Übergangsenergie zwischen den Zuständen mehr als  $2m_e c_0^2 = 1.022 \text{ MeV}$  beträgt.

5. Erhöht sich beim Zerfallsprozess die Ordnungszahl des Nuklids (vgl.  $\beta^-$ -Zerfall), dann sind die Hüllenelektronen nach dem Zerfall stärker gebunden als vorher. Dieser Effekt ist energetisch betrachtet zwar meistens nur klein, es kann aber vorkommen, dass bei der Neuordnung der Elektronenhülle die äussersten Elektronen ausgestossen werden. Dieser Prozess wird als «shake-off» bezeichnet.

**Beispiel 3-6:** «Shake-off» beim radioaktiven Zerfall von  $^{39}\text{Ar}$

$^{39}\text{Ar}$  unterliegt einem  $\beta^-$ -Zerfall mit einer Halbwertszeit von 269 a. Dabei beobachtet man, dass die entstandenen  $^{39}\text{K}$ -Tochterkerne zu 86 % einfach positiv geladen sind. Dies entspricht dem Ausstoss eines Elektrons beim  $\beta^-$ -Zerfall. In 10 % der Fälle beobachtet man jedoch ein zweifach, in 2.5 % ein dreifach positiv geladenes Ion. Es wurden bis zu sechsfach positiv geladene Ionen detektiert. Der Zerfall von  $^{39}\text{Ar}$  eignet sich besonders gut zur Illustration des «shake-off»-Prozesses, da ausschliesslich Tochterkerne im Grundzustand entstehen. Somit werden keine Emissionen von Konversions- respektive Auger-Elektronen erwartet.

### 3.4.3. Emission von $\gamma$ -Strahlung

Nach einem radioaktiven Zerfall kommt es häufig vor, dass die entstandenen Tochterkerne in einem energetisch angeregten Zustand vorliegen. Diese zerfallen meistens innerhalb sehr kurzer Zeit ( $10^{-13}$  s bis  $10^{-16}$  s) in einem oder mehreren Schritten unter Emission von sehr kurzweiliger elektromagnetischer Strahlung in den Grundzustand. Diese Strahlung wird als  **$\gamma$ -Strahlung** bezeichnet. Ihre Energie entspricht dem Energieunterschied der angeregten Kernzustände, sodass man ein charakteristisches, diskretes Emissionsspektrum erhält. Anders als bei den bisher behandelten Zerfallsarten führt die Emission von  $\gamma$ -Strahlung zu keiner Änderung der Nukleonenzahl im Atomkern.

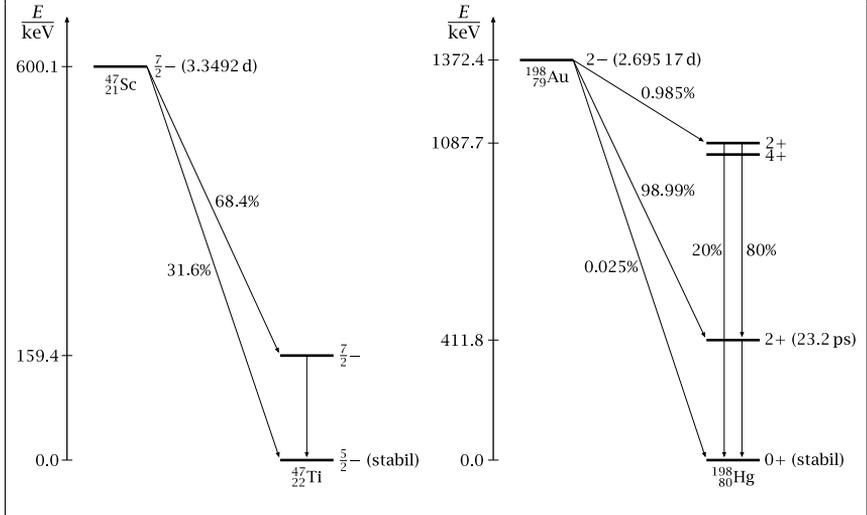
Wie bereits in Kapitel 3.2 erwähnt, sind auch sogenannte Isomere, das heisst langlebige, metastabile Nuklide mit angeregten Kernzuständen, bekannt. Diese können durch Emission von  $\gamma$ -Strahlung in den Grundzustand gelangen. Isomere können allerdings auch anderen Zerfallsarten unterliegen. Beispielsweise werden bei  $^{180\text{m}}\text{Ta}$  ( $t_{1/2} = 5.47$  h) in 0.30 % der Fälle  $\beta^-$ -Zerfälle beobachtet.

**Beispiel 3-7:**  $\gamma$ -Strahlung beim  $\beta^-$ -Zerfall von  $^{47}\text{Sc}$  und  $^{198}\text{Au}$

In den unten stehenden Diagrammen sind neben den Energieniveaus der Kernzustände deren Kernspindrehimpulsquantenzahl und als eine weitere Eigenschaft deren Parität («+» oder «-») angegeben. Auf die Bedeutung der Parität wird in dieser Vorlesung nicht eingegangen.

Im Fall von  $^{47}\text{Sc}$  wird in 68.4 % der Fälle ein angeregter Produktkern gebildet, welcher unter Emission von  $\gamma$ -Strahlung in den Grundzustand übergeht. Beim Zerfall von  $^{198}\text{Au}$  werden verschiedene angeregte Zustände des Produktkerns gebildet. Man

erkennt, dass der Zerfall der angeregten Zustände in den Grundzustand in einem oder in mehreren Schritten erfolgen kann.



**Beispiel 3-8:** Radioaktive Zerfälle ohne Emissionen von  $\gamma$ -Strahlung

Wenn bei einem radioaktiven Zerfall ausschliesslich Tochternuklide gebildet werden, deren Kerne sich im Grundzustand befinden, kommt es zu keiner Emission von  $\gamma$ -Strahlung. In der folgenden Tabelle sind einige Nuklide zusammengestellt, welche nach einem  $\alpha$ - oder einem  $\beta$ -Zerfall keine  $\gamma$ -Strahlung aussenden. Trotzdem kann es etwa bei Elektroneneinfangprozessen aufgrund der Neuordnung der Elektronenhülle zur Emission elektromagnetischer Strahlung in Form von Röntgenstrahlung kommen (siehe Kapitel 3.4.2.3).

| Zerfallsart         | Mutternuklid           | Tochternuklid          | $t_{1/2}$             |
|---------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|
| $\alpha$ -Zerfall   | $^{190}_{78}\text{Pt}$ | $^{186}_{76}\text{Os}$ | $6.5 \cdot 10^{11}$ a |
| $\beta^-$ -Zerfall  | $^3_1\text{H}$         | $^3_2\text{He}$        | 12.32 a               |
|                     | $^{14}_6\text{C}$      | $^{14}_7\text{N}$      | 5700 a                |
|                     | $^{32}_{15}\text{P}$   | $^{32}_{16}\text{S}$   | 14.262 d              |
| $\beta^+$ -Zerfall  | $^{11}_6\text{C}$      | $^{11}_5\text{B}$      | 20.39 min             |
|                     | $^{15}_8\text{O}$      | $^{15}_7\text{N}$      | 122.24 s              |
| $\epsilon$ -Zerfall | $^{71}_{32}\text{Ge}$  | $^{71}_{31}\text{Ga}$  | 11.43 d               |
|                     | $^{52}_{25}\text{Mn}$  | $^{52}_{24}\text{Cr}$  | $3.74 \cdot 10^6$ a   |

Neben der Emission von  $\gamma$ -Strahlung können angeregte Kerne ihre Energie auch via Konversionselektronen oder durch innere Paarbildung abgeben (siehe Unterkapitel 3.4.2.4). Diese Prozesse sind besonders dann dominierend, wenn  $\gamma$ -Zerfälle der angeregten Zustände

aufgrund von Auswahlregeln verboten sind, wie dies etwa beim ersten angeregten Zustand von  $^{16}\text{O}$  (6.0494 MeV oberhalb des Grundzustands) der Fall ist.

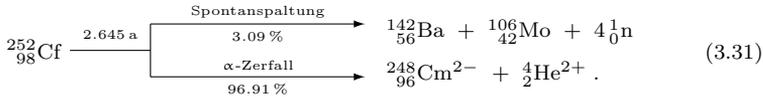
Im Weiteren beobachtet man  $\beta$ -verzögerte Teilchenemission oder Spaltung. In diesen Fällen reagieren die nach einem  $\beta$ -Zerfall energetisch angeregten Kerne durch Emission von  $\alpha$ -Teilchen, Protonen oder Neutronen weiter oder es kommt zur Spontanspaltung. Ein Beispiel für einen solchen zweistufigen Prozess ist der  $\beta^+$ -Zerfall von  $^{41}\text{Ti}$ , bei welchem es zur nachfolgenden Emission eines Protons kommt.

### 3.4.4. Weitere Zerfallsarten

Abgesehen von den bisher diskutierten radioaktiven Prozessen kennt man heute eine Reihe weiterer Zerfallsarten. Diese treten jedoch sehr viel seltener auf als  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Zerfälle. Die folgende Aufzählung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

- **Spontanspaltung**

Bei der **Spontanspaltung** zerfällt der Mutterkern ohne äussere Einwirkung in zwei etwa gleich grosse Bruchstücke. Dabei werden in der Regel auch mehrere Neutronen emittiert. Diese Zerfallsart wird nur bei den schwersten Nukliden beobachtet, beispielsweise bei  $^{252}\text{Cf}$ :

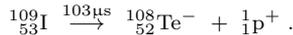


Neben den im oberen Teil von Gleichung (3.31) angegebenen Spaltprodukten hat man mehrere Hundert weitere Nuklide mit Massenzahlen zwischen 66 und 172 nachgewiesen, wobei zwei Häufigkeitsmaxima bei  $A \approx 105$  und  $A \approx 142$  auftreten. Auch die Anzahl emittierter Neutronen variiert.

Die Spontanspaltung ist nicht mit der induzierten Kernspaltung, von welcher etwa in Kernkraftwerken zur Energiegewinnung Gebrauch gemacht wird, zu verwechseln (siehe Kapitel 3.6.1).

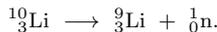
- **Protonenzerfall**

Protonenzerfall tritt bei sehr neutronenarmen Kernen auf. Dabei wird ein Proton emittiert, wie beispielsweise bei  $^{109}\text{I}$ :



- **Neutronenzerfall**

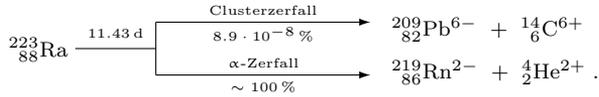
Der Neutronenzerfall wird nur bei einigen extrem kurzlebigen Nukliden wie etwa  $^{10}\text{Li}$  beobachtet:



- **Clusterzerfall**

In sehr seltenen Fällen werden anstelle von Nukleonen oder  $\alpha$ -Teilchen auch kleinere

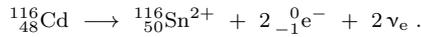
Atomkerne emittiert. Dies bezeichnet man als **Clusterzerfall**. Als Beispiel sei der Zerfall von  $^{223}_{88}\text{Ra}$  erwähnt:



Clusterzerfälle treten ausschliesslich bei sehr schweren Nukliden auf und selbst dort nur als Parallelreaktion mit kleiner Zerfallswahrscheinlichkeit.

•  **$2\beta^-$ -Zerfall**

In sehr seltenen Fällen kommt es vor, dass ein Kern gleichzeitig zwei Elektronen aussendet. Dies bezeichnet man als  $2\beta^-$ -Zerfall.<sup>xv</sup> Ein Beispiel für ein Nuklid, das auf diese Art zerfällt, ist  $^{116}\text{Cd}$ :<sup>xvi</sup>



$2\beta^-$ -Zerfälle treten meistens bei sehr langlebigen Nukliden auf, die aus energetischen Gründen nicht anderweitig zerfallen können. Weitere Beispiele sind  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{96}\text{Zr}$ ,  $^{100}\text{Mo}$ ,  $^{128}\text{Te}$ ,  $^{130}\text{Te}$ ,  $^{136}\text{Xe}$  und  $^{150}\text{Nd}$ . Sämtliche Halbwertszeiten können in Anhang F nachgeschlagen werden.

### 3.5. Medizinische Aspekte und Strahlenschutz

Wie schon aus den in Tabelle 3.2 gegebenen Daten vermutet werden kann, unterscheiden sich  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung in der Art und Weise, wie sie mit Materie wechselwirken. Im Rahmen dieser Vorlesung kann auf diesen Aspekt jedoch nicht detailliert eingegangen werden. Aus Sicht des Strahlenschutzes genügt es zu wissen, dass  $\alpha$ -Strahlung bereits mit einem Blatt Papier oder mit gewöhnlicher Haushaltsfolie vollständig absorbiert werden kann. Bei niederenergetischer («weicher»)  $\beta$ -Strahlung ( $^{14}\text{C}$ ,  $^3\text{H}$ ) genügen Latex-Handschuhe, während bei hochenergetischer («harter»)  $\beta$ -Strahlung Glas oder Aluminium von ein paar Millimetern Dicke als Abschirmung benötigt wird.  $\gamma$ -Strahlung hingegen lässt sich mit all diesen Materialien nicht effizient abschirmen. Dazu müssen bis zu mehrere Zentimeter dicke Bleiplatten verwendet werden.

Analog verhält es sich mit der Eindringtiefe der Strahlung einer externen radioaktiven Quelle in den menschlichen Körper. Während  $\alpha$ -Strahlung bereits von der obersten, toten Hornschicht der Haut vollständig absorbiert wird, dringt  $\beta$ -Strahlung bis etwa 1 cm tief ins Gewebe ein und  $\gamma$ -Strahlen können den ganzen Körper durchdringen und so innere Organe sowie Knochen schädigen.

Bei Ganzkörperexpositionen treten je mit zunehmender Strahlendosis die folgenden akuten Strahlenschäden auf:

- Kopfschmerzen,
- Übelkeit,

---

<sup>xv</sup> Im Übrigen sind auch  $2\beta^+$ -Zerfälle bekannt, beispielsweise bei  $^{106}\text{Cd}$ .  
<sup>xvi</sup> Theoretisch denkbar, jedoch noch nie experimentell beobachtet, sind auch neutrinolose  $2\beta^-$ -Zerfälle. Die Existenz solcher Prozesse würde beweisen, dass Neutrinos eine von null verschiedene Masse besitzen und dass sie mit ihren Anti-Teilchen identisch wären (sog. Majorana-Teilchen).

- Erbrechen,
- Verbrennungen,
- Fieber,
- Durchfall/Blutungen,
- Haarausfall,
- Koma,
- Tod.

Um sich vor Strahlenschäden zu schützen sollte auf die folgenden Punkte geachtet werden:

- Aktivität klein,
- Abstand gross (besonders wichtig bei  $\gamma$ -Strahlung),
- Abschirmung,
- kurze Aufenthaltszeit,
- Atemschutz und Handschuhe.

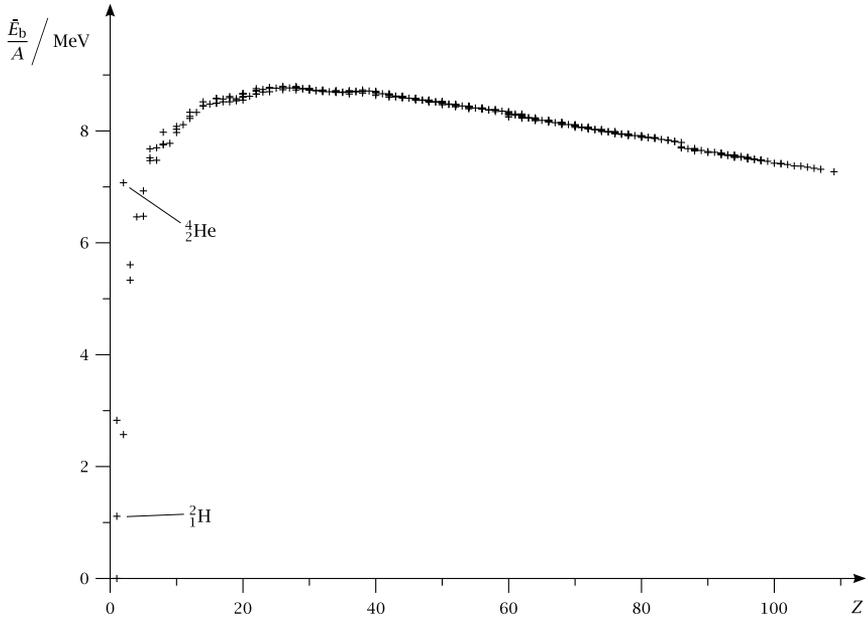
Befindet sich die radioaktive Quelle innerhalb des Körpers, dann wird die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung vom Gewebe vollständig absorbiert. Dies führt zu Zell- und Erbgutschädigungen. In der Medizin wird diese Tatsache in der Tumorbekämpfung ausgenutzt. Die Effekte von  $\gamma$ -Strahlung sind analog wie jene, wenn sich die Quelle ausserhalb des Körpers befindet. Allerdings entfällt der Abstandseffekt.  $\gamma$ -Strahlung wird in der Medizin zu diagnostischen Zwecken (Tumordiagnostik) verwendet.

### Fazit

Befindet sich die radioaktive Quelle ausserhalb des Körpers, dann lassen sich  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung mit einfachen Mitteln sehr effizient absorbieren. Problematisch ist einzig die  $\gamma$ -Strahlung, da diese eine grosse Reichweite besitzt und sich nur schwer abschirmen lässt. Im Innern des Körpers sind die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung jedoch unter anderem deshalb besonders schädlich, weil sie den Körper nicht durchdringen können und die ganze Energie im Gewebe deponiert wird.

## 3.6. Anwendungen von Kernreaktionen

In Abbildung 3.14 ist der Betrag der mittleren Bindungsenergie  $\bar{E}_b$  der Nukleonen im Kern dargestellt. In Abhängigkeit der Massenzahl  $A$  beobachtet man anfänglich einen raschen Anstieg bis etwa  $A \approx 60$  (Eisenmetalle), während die Werte anschliessend nicht mehr stark variieren und mit zunehmender Massenzahl allmählich wieder abnehmen. Betragsmässig liegt die mittlere Kernbindungsenergie pro Nukleon für die mittelschweren und schweren Nuklide im Bereich zwischen 7.5 MeV und 8.8 MeV. Bei den leichteren Nukliden treten einige Unregelmässigkeiten auf. Für  ${}^2\text{H}$  ist der Betrag der mittleren Bindungsenergie pro Nukleon besonders niedrig, während er für  ${}^4\text{He}$  speziell hoch ist. Das Nuklid  ${}^4\text{He}$  zeichnet sich daher durch eine besonders grosse Stabilität aus (siehe Kapitel 3.2).



**Abbildung 3.14.:** Darstellung der mittleren Bindungsenergie pro Nukleon der einzelnen Isotope.

Bei Kernreaktionen, die Nuklide mit betragsmässig hohen mittleren Kernbindungsenergien erzeugen, werden grosse Energiemengen freigesetzt. Solche Prozesse können daher zur Energiegewinnung genutzt werden. Dabei sind prinzipiell zwei unterschiedliche Mechanismen denkbar:

- Bildung mittelschwerer Nuklide durch **Kernfusion** zweier leichter Nuklide (siehe Kapitel 3.6.2),
- Bildung mittelschwerer Nuklide durch **Kernspaltung** eines schweren Nuklids (siehe Kapitel 3.6.1)

Neben dem Aspekt der Energiegewinnung kommen Kernreaktionen und radioaktive Nuklide auch in vielen weiteren technischen und wissenschaftlichen Gebieten zur Anwendung. Auf die Untersuchung verschiedener Organe und die Tumordiagnose respektive die Tumorbekämpfung in der Nuklearmedizin wurde bereits in Kapitel 3.5 hingewiesen. In den Kapiteln 3.6.3 und 3.6.4 wird kurz auf die radioaktive Markierung von Molekülen sowie auf die Altersbestimmung von organischem Material und Gesteinen eingegangen.

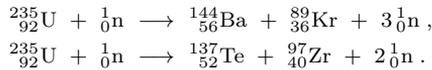
Die folgende Aufzählung soll einen Einblick in die Vielfalt technischer Anwendungen geben:

- Einsatz als Ionisationsquellen in Ionisationsrauchmeldern,
- Untersuchung des Schlammtransports in Flüssen,
- Untersuchung der Durchmischung von Sandsorten bei der Glasherstellung,

- Lecksuche in Rohrleitungen,
- Ausstoss von fehlerhaft gepackten Tablettenschachteln,
- Überprüfung der Dicke des Gummis bei der Autoreifenproduktion,
- Kontrolle des Flüssigkeitsstands in CO<sub>2</sub>-Flaschen,
- Prüfung von Schweissnähten respektive Auffinden von Haarrissen in Gussstücken,
- Messung der Dicke von Blechen und Folien,
- Sterilisation von Insekten,
- Bestrahlung von Lebensmitteln zur Konservierung,
- Bestrahlung von Kunststoffen zur Erhöhung der Temperaturstabilität.

### 3.6.1. Die (induzierte) Kernspaltung

Otto Hahn (1879–1968) und Fritz Strassmann (1902–1980) entdeckten im Jahr 1938, dass Urankerne beim Beschuss mit langsamen Neutronen in mittelschwere Atomkerne zerfallen. Die Nachprüfung ergab, dass dabei nicht <sup>238</sup>U, sondern das viel seltenere <sup>235</sup>U durch das Neutron gespalten wird. Neben den zwei Bruchstücken werden bei diesem Vorgang im Mittel auch zwei bis drei Neutronen emittiert. Mögliche Gleichungen zur Beschreibung dieser Kernreaktion lauten:



Das Auseinanderbrechen des Urankerns muss jedoch nicht immer auf diese Art erfolgen. Man findet als Bruchstücke auch zahlreiche weitere Paare wie etwa Rb/Cs, Sr/Xe, Y/I und Nb/Sb. Als Spaltprodukte wurden mehrere Hundert Nuklide mit Massenzahlen zwischen 66 und 172 beobachtet, wobei zwei Häufigkeitsmaxima bei  $A \approx 94$  und  $A \approx 140$  auftreten. Wegen des Neutronenüberschusses sind die entstehenden Spaltprodukte meistens radioaktiv und es treten als Folgeprozesse eine Reihe von  $\beta^-$ -Zerfällen auf.

Ein Vorteil der Kernspaltung gegenüber der im nächsten Unterkapitel behandelten Kernfusion ist, dass sich diese durch elektrisch nicht geladene Neutronen auslösen lässt. Bereits langsame Neutronen können Kernreaktionen auslösen, da beim Eindringen in den Kern keine Coulomb-Abstossung überwunden werden muss (siehe rechte Seite von Abbildung 3.10). Eine Kernspaltung mit langsamen Neutronen findet jedoch nur statt, wenn die Bindungsenergie des Neutrons betragsmässig grösser ist als die Energiebarriere für die Spaltung. Dies ist neben <sup>235</sup>U beispielsweise auch für <sup>233</sup>U und <sup>239</sup>Pu, nicht jedoch für <sup>238</sup>U der Fall.

Wichtig zu beachten ist, dass die induzierte Kernspaltung nicht mit der Spontanspaltung verwechselt wird. Die Spontanspaltung (siehe Kapitel 3.4.4) ist ein stochastischer Prozess, welcher durch äussere Bedingungen nicht zu kontrollieren ist, während induzierte Kernspaltungen durch experimentelle Massnahmen gezielt beeinflusst werden können.

**Beispiel 3-9:** Energieumsatz bei der Kernspaltung von <sup>235</sup>U

Die bei der Spaltung eines <sup>235</sup>U-Kerns freiwerdende Energie lässt sich mit Hilfe der mittleren Bindungsenergie der Nukleonen abschätzen. Diese beträgt  $\bar{E}_{\text{b},235\text{U}} =$

$-7.59 \text{ MeV}$  für  $^{235}\text{U}$  und für die mittelschweren Bruchstücke  $\bar{E}_{\text{b,Fragmente}} \approx -8.5 \text{ MeV}$ . Nimmt man weiter an, dass deren mittlere Massenzahl 116 beträgt, wird pro Kernspaltung die Energie

$$E_{\text{Spaltung}} \approx 2 \cdot 116 \cdot (-8.5 \text{ MeV}) - 235 \cdot (-7.59 \text{ MeV}) \approx -188 \text{ MeV}$$

freigesetzt. Für  $m = 1 \text{ kg } ^{235}\text{U}$  erhält man somit

$$E = \frac{m}{m_{235\text{U}}} E_{\text{Spaltung}} \approx -8 \cdot 10^{13} \text{ J} .$$

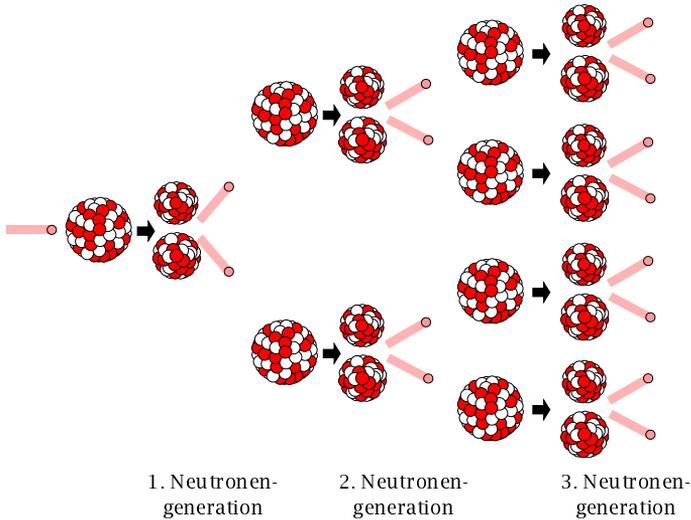
### Zum Vergleich

Die spezifische Verbrennungswärme von Heizöl beträgt  $4.2 \cdot 10^7 \text{ J kg}^{-1}$ . Um den gleichen Energiebetrag wie bei der Spaltung von  $1 \text{ kg } ^{235}\text{U}$  freizusetzen, müsste man also über  $1800 \text{ t}$  Heizöl verbrennen.

Die bei der Kernspaltung emittierten Neutronen müssen zuerst abgebremst werden, damit sie weitere Kerne effizient spalten können. Dies geschieht mit Hilfe von **Moderatoren**. Ein guter Moderator muss eine kleine Molekularmasse besitzen, um die Neutronen durch wenige elastische Zusammenstöße abzubremesen. Gleichzeitig darf er keine oder nur sehr wenige Neutronen absorbieren. Als Moderatoren kommen etwa normales oder schweres Wasser, Graphit oder Berylliumoxid zum Einsatz.<sup>xvii</sup> Die abgebremsten Neutronen können weitere Kernreaktionen auslösen, sodass es unter den im nächsten Abschnitt beschriebenen Bedingungen zu einer **Kettenreaktion** kommen kann (siehe Abbildung 3.15).

Um eine Kettenreaktion aufrecht erhalten zu können, muss im Mittel mindestens ein Neutron entstehen, das eine neue Kernspaltung auslöst. Ob in einem Material diese Bedingung erfüllt ist oder nicht, hängt von verschiedenen Faktoren wie etwa der Dichte, der Form und der Anordnung sowie dem Vorhandensein von Neutronenabsorbieren ab. In diesem Zusammenhang spricht man oft von der **kritischen Masse**. Diese bezeichnet die Mindestmasse eines aus spaltbarem Material bestehenden Objekts, ab welcher die effektive Neutronenproduktion eine Kettenreaktion der Kernspaltung aufrecht erhalten kann. Liegt das Material in Kugelform vor, so ist die kritische Masse am geringsten. Für  $^{235}\text{U}$  beträgt sie in diesem Fall rund  $50 \text{ kg}$ , was einer Kugel von etwa  $17 \text{ cm}$  Durchmesser entspricht. Für  $^{239}\text{Pu}$  reicht gar eine Kugel von rund  $8 \text{ cm}$ , was einer kritischen Masse von  $5.6 \text{ kg}$  entspricht. Diese Angaben beziehen sich jeweils auf isotopenreine Proben. Für Uran mit  $40\% \text{ } ^{235}\text{U}$  würde sich die kritische Masse beinahe vervierfachen und in Natururan ist keine Kettenreaktion möglich, weil die gebildeten schnellen Spaltneutronen von den im Überschuss vorhandenen  $^{238}\text{U}$ -Atomen unter Bildung von  $^{239}\text{U}$ , welches via zwei  $\beta^-$ -Zerfälle in  $^{239}\text{Pu}$  umgewandelt wird, eingefangen und so der Kettenreaktion entzogen werden. Demnach muss sowohl für die Verwendung in nuklearen Sprengsätzen als auch zum Betrieb eines modernen Kernreaktors das Uran zuerst **angereichert** werden. Dies bedeutet, dass der Anteil an  $^{235}\text{U}$  mittels eines geeigneten Isotopentrennverfahrens erhöht wird.

<sup>xvii</sup> Als **schweres Wasser** bezeichnet man Wasser, dessen Moleküle die Summenformel  $^2\text{H}_2\text{O}$  aufweisen. Das Wassermolekül von schwerem Wasser besitzt also zwei Deuteriumatome anstelle der in den Molekülen von natürlichem Wasser weitaus häufiger auftretenden  $^1\text{H}$ -Atome. Schweres Wasser ist zwar teuer, es wird jedoch verwendet, da die  $^1\text{H}$ -Atomkerne in den Molekülen von natürlichem Wasser viele Neutronen unter Bildung von Deuterium-Atomen einfangen.



**Abbildung 3.15.:** Schematische Darstellung des Verlaufs der Kettenreakion bei der Spaltung von  $^{235}\text{U}$ -Kernen mit langsamen Neutronen (sogenannte **thermische Neutronen**).

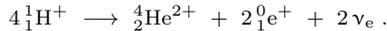
Bei einer **unkontrollierten Kettenreakion** in Spaltmaterial mit überkritischer Masse steigt die Reaktionsgeschwindigkeit aufgrund der exponentiell zunehmenden Neutronenanzahl stark an und es kommt zur Explosion. Diese verläuft innerhalb von etwa  $10^{-6}$  s und erzeugt Temperaturen bis zu etwa  $10^8$  K.

In Kernreaktoren erfolgt die Kontrolle der Kettenreakion mit Hilfe von **Steuerstäben**, mit welchen die Neutronenanzahl reguliert werden kann. Diese Steuerstäbe bestehen aus Stahl, welcher neutronenabsorbierende Materialien wie Cadmium oder Bor enthält.

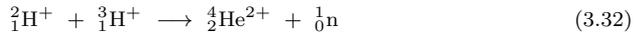
### 3.6.2. Die Kernfusion

Unter **Kernfusion** versteht man die Bildung eines schwereren Kerns aus leichteren Kernen. Aus Abbildung 3.14 geht hervor, dass bei der Verschmelzung von sehr leichten Kernen zu einem mittelschweren Kern besonders viel Energie freigesetzt wird. Dabei ist die im Vergleich zu den Nachbarkernen besonders grosse Stabilität des  $^4\text{He}$ -Kerns und in geringerer Masse auch die der  $^{12}\text{C}$ - und  $^{16}\text{O}$ -Kerne hervorzuheben. Aus dem Verlauf der mittleren Kernbindungsenergie pro Nukleon in Abbildung 3.14 wird auch deutlich, dass sich mit geeigneten Fusionsreaktionen viel mehr Energie erzeugen lässt als dies mit Kernspaltung möglich ist. Der Nachteil ist, dass man zur Auslösung einer Fusionsreaktion zuerst die Atomkerne gegen die abstossende elektrische Kraft ihrer positiven Kernladungen so dicht zusammenbringen muss, dass sie verschmelzen. Dazu ist es nötig, dass die zu verschmelzenden Kerne mit grosser Geschwindigkeit aufeinander zufliegen. Damit die Teilchen die benötigten hohen Geschwindigkeiten erhalten, sind Temperaturen von rund  $10^8$  K erforderlich. Bei solch hohen Temperaturen liegt die Materie als **Plasma**, das heisst als vollständig ionisiertes atomares Gas, vor.

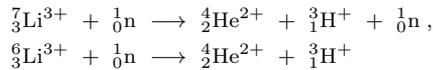
Fusionsreaktionen, die in mehreren Teilschritten zur Verschmelzung von vier Protonen zu einem Heliumkern führen, dienen der Sonne als Energiequelle. Die Bruttoreaktion des wesentlichen Reaktionsmechanismus für diesen Prozess (Proton-Proton-Zyklus) lautet:



Technisch ist von allen möglichen Fusionsreaktionen die Deuterium-Tritium-Reaktion



am einfachsten zu realisieren. **Deuterium** ( ${}^2\text{H}$ ) ist in ausreichenden Mengen in den Weltmeeren vorhanden und **Tritium** ( ${}^3\text{H}$ ) kann aus dem ebenfalls reichlich verfügbaren Element Lithium mit Hilfe der beim Fusionsprozess (3.32) entstehenden Neutronen gemäss



erzeugt werden. Ein weiterer Vorteil von Fusionsreaktionen gegenüber Kernspaltungen ist, dass im Idealfall keine radioaktiven Produkte entstehen. Durch Einfang der allenfalls emittierten Neutronen kann jedoch unter Umständen das Umgebungsmaterial aktiviert werden.

Die Kernfusionen wurde technisch zunächst in den sogenannten Wasserstoffbomben realisiert. Hier sorgt ein konventioneller nuklearer Sprengsatz für die zur Zündung notwendigen hohen Temperaturen und Drücke. An Möglichkeiten, kontrollierte Kernfusionen zur Energiegewinnung in Fusionsreaktoren auszunutzen, wird intensiv geforscht. Allerdings stellen die extremen Bedingungen auf der Suche nach geeigneten Materialien und Heizquellen noch hohe Hürden dar.

### 3.6.3. Markierung mit radioaktiven Nukliden

Bei der **Markierung** wird in einer Substanz bei einem gewissen Anteil der Moleküle ein stabiles Atom durch ein radioaktives Isotop (zum Beispiel  ${}^{14}\text{C}$ ,  ${}^3\text{H}$ ) ersetzt. Da sich dieses chemisch praktisch nicht vom ursprünglichen unterscheidet, verhalten sich die markierten Moleküle analog wie die unmarkierten. Trotzdem bleiben die radioaktiven Isotope aufgrund der beim Zerfall emittierten Strahlung sehr empfindlich detektierbar. So ist es beispielsweise möglich, chemische Reaktionen, bei denen Atome oder Fragmente zwischen unterschiedlichen Molekülen übertragen werden, zu studieren. Dazu wird am Ende der Reaktion untersucht, wie sich die Strahlungsaktivität auf die verschiedenen Produkte verteilt. Im Weiteren können radioaktive Nuklide auch einfach als eine Art Sonde in Moleküle eingebaut oder an grössere Moleküle (zum Beispiel Proteine) angehängt werden, um Transportmechanismen und Verteilungerscheinungen zu studieren. Die folgende Aufzählung gibt ein paar mögliche Anwendungen von radioaktiven Markierungen wieder:

- Aufklärung von chemischen Reaktionsmechanismen,
- Untersuchung von Stoffwechselforgängen,
- Untersuchung des Transports von Insektenvernichtungsmitteln in Pflanzen.

**Tabelle 3.3.:** Einige verwendete Systeme zur radiometrischen Altersbestimmung.

| System             | untersuchtes<br>Isotopenverhältnis | Halbwertszeit des<br>radioaktiven Nuklids |
|--------------------|------------------------------------|---|
| Uran/Blei          | $^{238}\text{U}/^{206}\text{Pb}$   | $4.468 \cdot 10^9 \text{ a}$              |
| Uran/Blei          | $^{235}\text{U}/^{207}\text{Pb}$   | $7.038 \cdot 10^8 \text{ a}$              |
| Thorium/Blei       | $^{232}\text{Th}/^{208}\text{Pb}$  | $1.405 \cdot 10^{10} \text{ a}$           |
| Rubidium/Strontium | $^{87}\text{Rb}/^{87}\text{Sr}$    | $4.81 \cdot 10^{10} \text{ a}$            |
| Samarium/Neodym    | $^{147}\text{Sm}/^{143}\text{Nd}$  | $1.06 \cdot 10^{11} \text{ a}$            |
| Kalium/Argon       | $^{40}\text{K}/^{40}\text{Ar}$     | $1.248 \cdot 10^9 \text{ a}$              |
| Kohlenstoff        | $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$      | 5730 a                                    |

### 3.6.4. Datierung mit radioaktiven Nukliden

Da radioaktive Vorgänge gemäss einem strikten Zeitgesetz ablaufen und die entsprechenden Zerfallsprozesse durch äussere Bedingungen nicht beeinflusst werden, können bei einer Materieprobe aufgrund der Isotopenzusammensetzung, des Anteils an radioaktiven Nukliden oder ihrer Zerfallsprodukte unter bestimmten Umständen Erkenntnisse über deren Alter gewonnen werden. Dazu müssen teilweise Annahmen getroffen werden, die nicht immer völlig verlässlich sind. Dies ist einer der Gründe, welche zur Unsicherheit von radiometrisch bestimmten Altersangaben beitragen.

Zur verlässlichen Altersbestimmung werden Nuklide benötigt, deren Halbwertszeit in der Grössenordnung der zu bestimmenden Zeiträume liegen. Zur Bestimmung des Alters von Gesteinen benötigt man dafür Nuklide mit sehr langen Halbwertszeiten. Einige in der Praxis verwendete Systeme sind in Tabelle 3.3 aufgeführt. In der Archäologie sind derart lange Halbwertszeiten jedoch zu ungenau oder nicht anwendbar. Hier eignet sich für radiometrische Altersbestimmungen von organischem Material die so genannte Radiocarbon- oder C-14-Methode.

In den folgenden Unterkapiteln werden exemplarisch die Grundzüge der Radiocarbonmethode, die Kalium-Argon- resp. Rubidium-Strontium- und die Uran-Blei-Methode kurz vorgestellt.

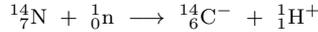
#### 3.6.4.1. Radiocarbonmethode

Die Radiocarbon- oder C-14-Methode ist eine insbesondere in der Archäologie und der Archäobotanik angewendete Methode zur Bestimmung des Alters von organischem Material, das von unserer Erde stammt. Sie basiert auf dem Zerfall des radioaktiven Kohlenstoff-Isotops  $^{14}\text{C}$ . Mit dieser Methode können Alter bis etwa 50 000 Jahre bestimmt werden.

In der Atmosphäre kommen die drei Kohlenstoff-Isotope  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$  und  $^{14}\text{C}$  vor, wobei die natürliche Häufigkeit von  $^{14}\text{C}$  lediglich etwa  $10^{-10}$  % beträgt.

Während die Nuklide  $^{12}\text{C}$  und  $^{13}\text{C}$  stabil sind, zerfällt  $^{14}\text{C}$  mit einer Halbwertszeit von 5730 Jahren durch  $\beta^-$ -Zerfälle zu  $^{14}\text{N}$ . Gleichzeitig bilden sich in den oberen Schichten der Erdatmosphäre neue  $^{14}\text{C}$ -Kerne durch die kosmische Strahlung. Wenn diese

auf Atome der Atmosphäre trifft, werden Neutronen freigesetzt, welche mit reichlich vorhandenem  $^{14}\text{N}$  gemäss der Kernreaktion



zu  $^{14}\text{C}$  reagieren. Dadurch wird eine konstante  $^{14}\text{C}$ -Konzentration in der Atmosphäre erreicht.

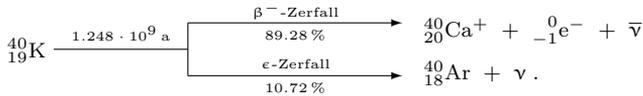
Atmosphärischer Kohlenstoff gelangt vor allem durch die Photosynthese der Pflanzen in die Biosphäre. Da Lebewesen bei ihrem Stoffwechsel ständig Kohlenstoff mit der Atmosphäre austauschen, stellt sich in lebenden Organismen dasselbe Verteilungsverhältnis der drei Kohlenstoff-Isotope ein, wie es in der Atmosphäre vorliegt. Auch nicht-organische Stoffe, beispielsweise erschmolzene Metalle oder mit anderen thermischen Verfahren gewonnene Werkstoffe, weisen einen nennenswerten Kohlenstoff-Anteil auf.

Wird Kohlenstoff aus diesem Kreislauf isoliert (das heisst, wird er fossil), dann ändert sich das Verhältnis zwischen  $^{14}\text{C}$  und  $^{12}\text{C}$  nach einem zu Gleichung (3.3) analogen Zeitgesetz, weil die zerfallenden  $^{14}\text{C}$ -Kerne nicht mehr durch neue ersetzt werden. Der hierfür entscheidende Zeitpunkt ist für lebende Organismen das Ende des Stoffaustauschs mit der Atmosphäre, also der Tod des Lebewesens. Somit ist das Verhältnis zwischen dem  $^{14}\text{C}$ - und dem  $^{12}\text{C}$ -Anteil eines organischen Materials ein Mass für die Zeit, die seit dem Tod eines Lebewesens (beispielsweise dem Fällen eines Baums und Verwendung dessen Holzes) vergangen ist und gibt folglich das Alter des Materials wieder.

Ein Nachteil der Radiocarbonmethode ist, dass die Produktion von  $^{14}\text{C}$ -Isotopen im Verlauf der erdgeschichtlichen Zeiten langfristigen und auch kurzfristigen Schwankungen unterworfen ist. Daher verwendet man Kalibrationskurven, mit deren Hilfe das aus dem  $^{14}\text{C}$ -Gehalt berechnete Alter, welches sich unter der Annahme einer konstanten Entstehungsrate von  $^{14}\text{C}$  ergibt, in ein Kalenderalter umgerechnet werden kann.

### 3.6.4.2. Kalium-Argon- und Rubidium-Strontium-Methode

Das radioaktive Nuklid  $^{40}\text{K}$  kommt weit verbreitet in häufigen gesteinsbildenden Mineralien wie Glimmern, Feldspäten und Hornblenden vor und zerfällt gemäss



in ein stabiles Argon- respektive Calcium-Nuklid. Mit dem Zerfall von  $^{40}\text{K}$  zu  $^{40}\text{Ar}$  und  $^{40}\text{Ca}$  können Gesteine mit einem Alter von 200 bis 800 Millionen Jahren (mit Argon) beziehungsweise von ein bis zwei Milliarden Jahren (mit Calcium) datiert werden. Problematisch ist das Entweichen von Argon, wenn das Gestein Temperaturen über  $125^\circ\text{C}$  ausgesetzt war, da dadurch das Messergebnis verfälscht wird.

Mit der sehr genauen und zuverlässigen Rubidium-Strontium-Methode können die ältesten Gesteine datiert werden. Sie basiert auf dem  $\beta^-$ -Zerfall von  $^{87}\text{Rb}$  zu  $^{87}\text{Sr}$  und wird häufig eingesetzt, um Kalium-Argon-Datierungen zu überprüfen, da sich Strontium bei geringer Erwärmung, im Gegensatz zu Argon, nicht verflüchtigt.

Das Alter  $t - t_0$  der Gesteinsproben kann jeweils aus dem Stoffmengenverhältnis von Tochter- und Mutternuklid bestimmt werden. Die entsprechende Beziehung für die Rubidium-Strontium-Methode kann ausgehend von Gleichung (3.3) hergeleitet werden. Dabei muss angenommen werden, dass zum Zeitpunkt  $t_0$  kein Strontium in der zu datierenden Probe vorhanden ist. Wird zusätzlich berücksichtigt, dass die Summe der Rubidium- und Strontiumatome konstant bleibt, da sich jeder zerfallende Rubidium-Kern in einen stabilen Strontium-Kern umwandelt, dann findet man

$$t - t_0 = \frac{t_{1/2, 87\text{Rb}}}{\ln(2)} \ln \left( 1 + \frac{N_{87\text{Sr}}(t)}{N_{87\text{Rb}}(t)} \right).$$

Bei der Kalium-Argon-Methode muss berücksichtigt werden, dass es sich beim Zerfall von  $^{40}\text{K}$  um eine Parallelreaktion handelt (siehe Kapitel 3.1.1). Die entsprechenden Beziehungen können in diesem Fall ausgehend von den Gleichungen (3.9) und (3.11) gefunden werden und man erhält für den  $\epsilon$ -Zerfall zu  $^{40}\text{Ar}$

$$t - t_0 = \frac{t_{1/2, 40\text{K}}}{\ln(2)} \ln \left( 1 + \frac{1}{w_\epsilon} \frac{N_{40\text{Ar}}(t)}{N_{40\text{K}}(t)} \right).$$

Für den  $\beta^-$ -Zerfall zu  $^{40}\text{Ca}$  lässt sich eine analoge Beziehung herleiten.

### 3.6.4.3. Uran-Blei-Methode

Die Uran-Blei-Methode ist eine Datierungsmethode, bei der die radioaktiven Zerfallsreihen von Uran ausgenutzt werden, um Proben zu datieren. Mit dieser Methode werden beispielsweise irdisches Gestein oder auch Meteoriten datiert.

In der Natur gibt es zwei Zerfallsreihen, die jeweils bei Uranisotopen beginnen und über mehrere Zwischenschritte bei Bleisotopen enden: die Uran-Radium-Reihe  $^{238}\text{U} \rightarrow \dots \rightarrow ^{206}\text{Pb}$  und die Uran-Actinium-Reihe  $^{235}\text{U} \rightarrow \dots \rightarrow ^{207}\text{Pb}$  (siehe Anhang G). Da die in beiden Zerfallsreihen entstehenden Zwischenprodukte viel schneller zerfallen als das ursprüngliche Uran, kann über die langen Zeiträume ein direkter Zerfall gemäss dem exponentiellen Zeitgesetz (3.3) angenommen werden. Analog zur der Rubidium-Strontium-Methode können dann die beiden Beziehungen

$$t - t_0 = \frac{t_{1/2, 238\text{U}}}{\ln(2)} \ln \left( 1 + \frac{N_{206\text{Pb}}(t)}{N_{238\text{U}}(t)} \right) = \frac{t_{1/2, 235\text{U}}}{\ln(2)} \ln \left( 1 + \frac{N_{207\text{Pb}}(t)}{N_{235\text{U}}(t)} \right)$$

hergeleitet werden. Daraus lässt sich die Gleichung

$$\frac{N_{207\text{Pb}}(t)}{N_{206\text{Pb}}(t)} = \frac{N_{235\text{U}}(t) e^{k_{235\text{U}}(t-t_0)} - 1}{N_{238\text{U}}(t) e^{k_{238\text{U}}(t-t_0)} - 1} = \frac{N_{235\text{U}}(t) 2^{(t-t_0)/t_{1/2, 235\text{U}}} - 1}{N_{238\text{U}}(t) 2^{(t-t_0)/t_{1/2, 238\text{U}}} - 1} \quad (3.33)$$

herleiten. Da sich Gleichung (3.33) nicht analytisch nach dem Alter  $t - t_0$  auflösen lässt, muss sie iterativ gelöst werden. Der Vorteil dieser Beziehung liegt darin, dass zur Bestimmung des Alters nur das Verhältnis der Uran- und Blei-Isotope gemessen werden muss. Da Isotopenverhältnisse eines Elements viel genauer bestimmt werden können als Verhältnisse verschiedener Elemente, liefert diese Methode sehr genaue Resultate.

Voraussetzung zur Verwendung dieser Methode ist, dass das Uranisotopenverhältnis auf der Erde bekannt (heutiges Verhältnis  $N_{238\text{U}}/N_{235\text{U}} \approx 137.88$ , gemäss Angaben in Anhang F) und homogen ist und dass bei der Gesteinsbildung kein Blei vorhanden war.

**Bemerkung zur Verlässlichkeit radiometrischer Datierungsmethoden**

Alle Methoden werden durch Artefakten beeinflusst. Bei der Radiocarbonmethode kommen beispielsweise Variationen der solaren und kosmischen Strahlung und des Erdmagnetfelds ins Spiel. Zudem führten einerseits die Verbrennung fossiler Energieträger seit dem vorletzten Jahrhundert und andererseits oberirdische Kernwaffenversuche im letzten Jahrhundert zu einer starken Veränderung des  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ -Stoffmengenverhältnisses. Bei der Kalium-Argon-Methode kann es bei Erwärmungen – wie bereits erwähnt – zum Entweichen von Argon kommen. Deshalb müssen alle Methoden verfeinert werden, um aussagekräftige Resultate zu erhalten.