

## Zaubern mit John

England. Wir schreiben das Jahr 1614. Die Kunde einer neuen Erfindung dringt in alle Landesteile und löst überall Freude und Bewunderung aus. Sie erreicht auch Henry Briggs, einen Professor für Mathematik am Gresham College in London. Weit oben in Schottland soll ein Mann namens John Napier eine Erfindung gemacht haben, die so vielversprechend ist, dass der Gedanke daran den Mathematikprofessor in wahre Verzückung versetzt. Schnell beginnt er eine Korrespondenz mit dem Schotten, und im nächsten Jahr begibt er sich auf eine Reise nach Schottland, um dem Erfinder persönlich begegnen und sich mit ihm austauschen zu können.

Die Reise ist lang und beschwerlich, und sie nimmt in der Pferdekutsche mindestens vier Tage in Anspruch. Zudem wird die Fahrt auf holprigen und löchrigen Strassen immer wieder verlangsamt. Die beschwerliche Fahrt strapaziert nicht nur den Rücken des Professors, sondern auch seine Geduld, denn es ist ihm sehr daran gelegen, dem schottischen Erfinder gegenüber seine Bewunderung persönlich und möglichst bald auszudrücken.



Während der Reise führt Henry Briggs ein Tagebuch, in das er unter anderem die Frage notiert, wie gross wohl der Schädel des Schotten sein muss, um einem Gehirn Platz bieten zu können, das clever genug ist, um eine solche Erfindung machen zu können. Unvorhergesehene Verzögerungen verlängern die Reise von Henry Briggs, so dass sich der Schotte schliesslich einem Freund gegenüber enttäuscht beklagt, der Professor werde wohl doch nicht kommen. Aber schon kurz darauf kündigt ein Klopfen an der Tür die Ankunft des Professors aus London an. John Napier eilt zur Eingangshalle und reisst die Tür auf. Und in gegenseitiger Bewunderung starren die beiden Männer einander sekundenlang an, ohne ein einziges Wort äussern zu können. Dann schafft es der Professor, das Schweigen zu brechen. Er versichert dem Schotten, er sei in freudiger Erwartung hierher gereist, um zu sehen, wie genial er, John Napier, sein müsse, um als erster Mensch auf der Welt eine so gerisene und nutzbringende Erfindung machen zu können. Jetzt, da er die Erfindung verstehe, erscheine sie so einfach, und er wundere sich, dass nie jemand vorher auf diese Idee gekommen sein.

Der Professor verbleibt als überaus geschätzter Gast für einen Monat im Haus von John Napier, so dass die beiden Männer in aller Ruhe die Details und Konsequenzen der Erfindung ausarbeiten können.

Was hat John Napier im Jahr 1614 erfunden? Machen Sie erste Schritte in Richtung dieser Erfindung selbständig, indem Sie die folgenden Aufträge bearbeiten:

- Angenommen, Sie müssen die beiden Zahlen  $a = 10^{2.5}$  und  $b = 10^{3.7}$  ohne Taschenrechner miteinander multiplizieren. Wie gehen Sie dabei vor? Und welche Nachteile hat die Form des Resultates für Sie?

- b) Im 17. Jahrhundert wurden immer aufwändigere Berechnungen nötig. Ballistische Berechnungen, Berechnungen im Zusammenhang mit der Navigation auf Seereisen oder im Zusammenhang mit astronomischen und technischen Forschungen, Zinseszinsberechnungen und so weiter machten das Operieren mit immer grösseren Zahlen erforderlich und eine immer höhere Genauigkeit der Resultate unumgänglich. Gleichzeitig lagen Rechenmaschinen aber noch in ferner Zukunft. Zeitraubende Multiplikationen und Divisionen mussten also allesamt in mühsamer Handarbeit erledigt werden.

Trauen Sie sich noch zu, die beiden Zahlen  $a = 316$  und  $b = 5012$  von Hand zu multiplizieren?

---



---



---

- c) Angenommen, ein Magier namens John hat eine Liste hervorgezaubert, die folgendermassen aufgebaut ist: Zu jeder beliebigen Zahl in der linken Spalte ist in der rechten Spalte der Exponent dieser Zahl zur Basis 10 notiert. Steht links also die Zahl 100, so ist gleich daneben der Exponent 2 notiert. Steht links die Zahl 0.1, so ist gleich rechts davon der Exponent  $-1$  notiert. Steht links die Zahl 316, so steht gleich rechts daneben der Exponent 2.5, weil in guter Näherung  $316 = 10^{2.5}$  ist, und so weiter. Hier ist ein Auszug aus dieser magischen Tabelle:

Zahl	ihr Exponent zur Basis 10
0.1	-1
1	0
10	1
100	2
...	...
316	2.5
...	...
5012	3.7
...	...
1'583'792	6.2
...	...

Wenn Sie keinen Taschenrechner und einzig diese Tabelle zur Verfügung haben, wie können Sie dann die in b) gestellte Multiplikationsaufgabe elegant lösen? Beschreiben Sie den Weg, und geben Sie immer Begründungen an.

---



---

- d) Bitte notieren Sie einen Multiplikations-Algorithmus unter der Prämisse, dass eine solche magische Tabelle tatsächlich existiert. Wenn zwei beliebige positive Zahlen  $a$  und  $b$  vor-

liegen, welche Schritte muss man dann der Reihe nach ausführen, um das Produkt der beiden Zahlen zu finden? Eine Zahl der rechten Spalte heisst *Logarithmus* der entsprechenden Zahl in der linken Spalte. Eine Zahl in der linken Spalte heisst *Numerus* der entsprechenden Zahl in der rechten Spalte. Bitte benutzen Sie diese Begriffe bereits in Ihrem Algorithmus.

Gegeben:  $a, b > 0$

- Schritt 1:
- Schritt 2:
- ...
- ...
- ...

e) Wie muss dieser Algorithmus geändert werden, wenn die eine Zahl durch die andere dividiert werden soll?

---



---

f) Der französische Mathematiker Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827) schrieb einmal: „Die Erfindung der Logarithmen kürzt monatlang währende Berechnungen auf einige Tage ab und verdoppelt dadurch sozusagen das Leben.“ Können Sie erläutern, was Laplace damit wohl zum Ausdruck bringen wollte?

---



---

g) Können Sie jeden der folgenden Logarithmen entweder exakt angeben oder aber schätzen, zwischen welchen beiden aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen er liegt?

$\log(1000)$ =	$\log(10)$ =	$\log(1)$ =	$\log(0.001)$ =	$\log(10^{99})$ =
$\log(8.7)$	$\log(1234.5)$	$\log(\pi)$	$\log(0.5)$	$\log(0)$