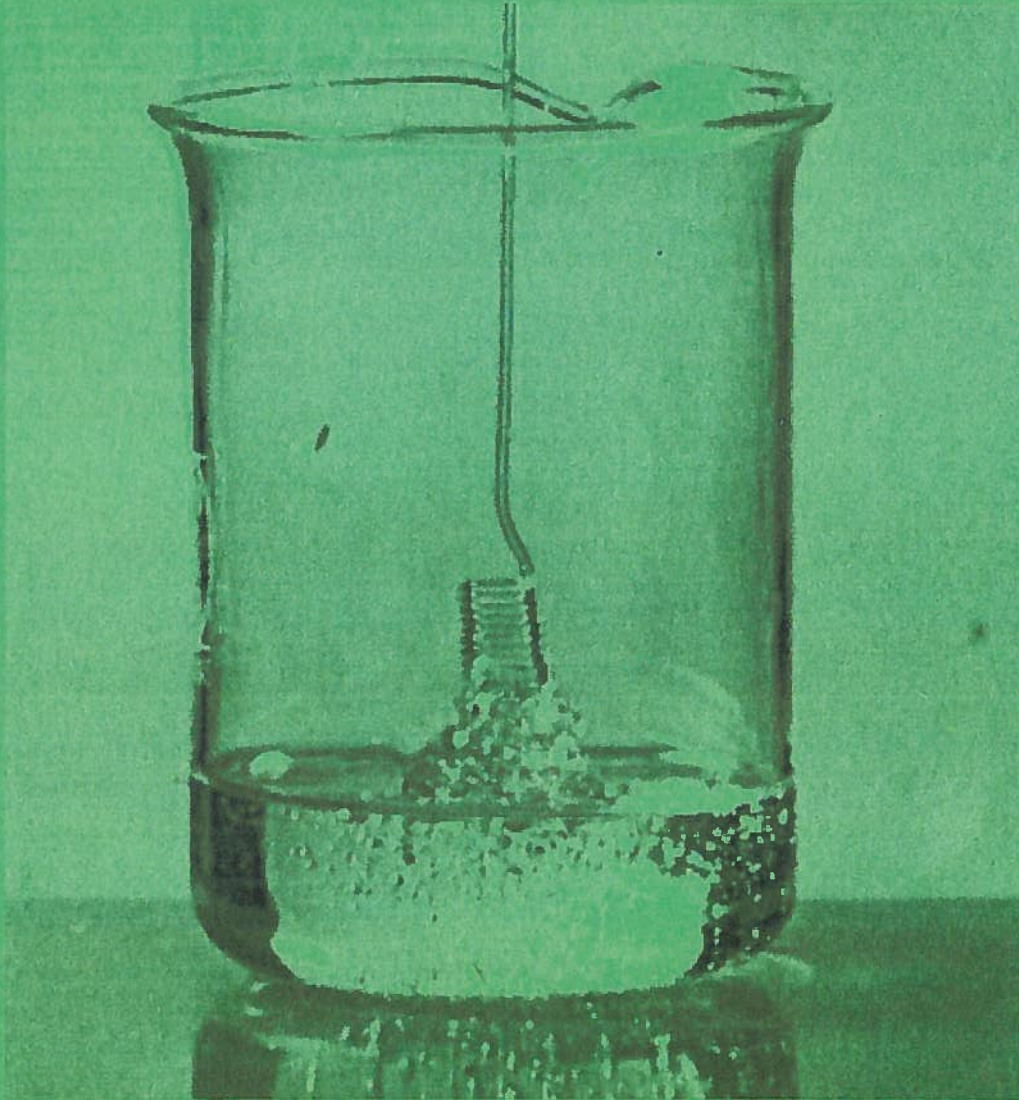




# Bulletin

Januar 2015 — Janvier 2015

N° 127



VSMP — SSPMP — SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte  
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique  
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

## Wer hat's erklärt?

### - Wie nachhaltiges Lernen gefördert werden kann

Armin P. Barth, Michael Brunisholz & Ralph Schumacher

Kennen Sie das auch aus eigener Erfahrung? Man führt gut strukturiert in ein neues Thema ein und bietet die besten Erklärungen auf, zu denen man fähig ist, und eine Woche später ist die Leistung der Schülerinnen und Schüler so bescheiden, als hätte die letzte Lektion nie stattgefunden. Gerade kürzlich war ich (A. Barth) Zeuge einer Lektion, in der eine Einführung in die Exponentialfunktion stattfand. Die Klasse war überaus kooperativ und konzentriert, und der Lehrer erklärte, was unter einer Exponentialfunktion zu verstehen ist, welche Eigenschaften sie besitzt und wie der Graph aussieht. Er besprach typische Beispiele und leistete sich überdies keinen einzigen mathematischen Fehler. Eine rundum gelungene Lektion, könnte man sagen. Als die Jugendlichen in der darauffolgenden Woche gebeten wurden, in einem klaren, prägnanten Satz zu charakterisieren, was es heisst, dass eine Grösse exponentiell von einer anderen Grösse abhängt, herrschte langes Schweigen. Dann einige zaghafte Versuche. Ein Schüler sagte, exponentiell bedeute, dass die Kurve immer steiler und steiler werde. Und auf die Bemerkung des Lehrers, das treffe auch auf die Funktion  $f : x \mapsto x^2$  zu, entgegnete er, das sei ja schliesslich auch eine Exponentialfunktion.

Was lief schief? Warum wirkte eine scheinbar gut gemachte Lektion nicht nachhaltig? Guter Unterricht soll dazu führen, dass intelligentes Wissen entsteht, das sich auf Neues anwenden lässt (Stern, 2011). In diesem Artikel wird dargestellt, was der Lehrer versäumt hatte und was man besser machen kann, um intelligentes Wissen zu erreichen. Dabei greifen wir zurück auf einige gut belegte Erkenntnisse der Lehr- und Lernforschung: Es ist wichtig, das Vorwissen zu erfassen, die Lernenden kognitiv zu aktivieren, Aufträge zur Selbsterklärung und Metakognition zu geben, geistige Werkzeuge einzusetzen und die Methoden im Hinblick auf optimale Lernförderung zu variieren; in gewissen Fällen verspricht etwa das „Erfinden mit kontrastierenden Fällen“ oder der „Holistische Vergleich von Modellen“ einen besonders guten Lernerfolg.

### Vorwissen erfassen

Um Unterricht lernwirksam gestalten zu können, müssen Lehrpersonen wissen, an welche Schülervorstellungen sich neue Informationen anknüpfen lassen und welche Vorstellungen zu Verständnisschwierigkeiten führen können. Es empfiehlt sich daher, ihr Verständnis zentraler Konzepte sowie das Vorliegen möglicher Fehlvorstellungen vor dem Unterricht zu einem grösseren Thema anhand spezifischer Vortests zu erfassen. Auf diese Weise lässt sich herausfinden, welche anschlussfähigen Schülervorstellungen sich im Unterricht zum Beispiel für Analogien nutzen lassen. Denn je besser es gelingt, neue Informationen an bestehendes Vorwissen anzuschliessen, umso grösser wird der Lernerfolg sein.

Angenommen, Lehrer Meier möchte, dass die Schülerinnen und Schüler als nächstes Grundlegendes zum Thema Exponentialfunktionen lernen. Er muss sich also fragen, welches Vorwissen dazu unbedingt vorhanden sein muss und welche Lernhürden und Misskonzepte das Lernen erschweren könnten.

Zum Beispiel müssen alle Definitionen und Gesetze im Zusammenhang mit Potenzen und Wurzeln gut verankert sein. Indem Meier also vor der Behandlung des neuen Themas Fragen wie etwa Nr. 1.) stellt, erfährt er, ob dieses Wissen tatsächlich vorhanden ist oder eventuell nachbe-

handelt werden muss. Natürlich sollten die falschen Antwortoptionen nicht einfach leicht durchschaubarer Unsinn sein; vielmehr sollten sie gerade die häufigsten Fehler aufnehmen und damit die Lernenden sozusagen „in Versuchung führen“.

Vielleicht möchte Meier die neu behandelten Exponentialfunktionen in Kontrast setzen zu den bereits behandelten linearen Funktionen. In diesem Fall kann eine Frage wie Nr. 2.) sinnvoll sein, um zu testen, ob die Lernenden lineares Verhalten wirklich noch erkennen. Weiter plant er sicherlich, die charakteristische Eigenschaft der Funktion  $\exp_a(x)$  (Jede Erhöhung von  $x$  um 1 bewirkt eine Ver- $a$ -fachung des Funktionswertes) zu thematisieren. Wenn dies reibungslos gelingen soll, dürfen die Lernenden aber nicht am Einsetzen des Terms  $x+1$  in die Funktion scheitern; darum ist eine Frage wie etwa Nr. 3.) sinnvoll.

1.) Statt  $10 \cdot (\sqrt[3]{6})^t$  könnte man auch schreiben:

- a)  $10 \cdot 6^{-3t}$
- b)  $10 \cdot 2^t$
- c)  $10 \cdot 6^{\frac{t}{3}}$

2.)

Die aufeinanderfolgenden Daten dieser Listen wurden in gleichen Zeitabständen erhoben. Bei welchen Datenlisten handelt es sich um einen linearen Prozess?

- a) 243, 81, 27, 9, 3, 1,  $0.\bar{3}$ , ...
- b) 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, ...
- c) 5, 2, -1, -4, -7, -10, -13, ...

3.)

Setzt man in der Funktion  $f: x \mapsto 0.1 \cdot 2^x$  den Input  $x+1$  ein, so erhält man:

- a)  $0.1 \cdot 2^{x+1}$
- b)  $0.2 \cdot 2^x$
- c)  $0.1 \cdot 2^x + 1$

### Kognitive Aktivierung

Am Beginn des Lernens steht die Einsicht, dass einem die Konzepte fehlen, um bestimmte Zusammenhänge erklären zu können. Um diese Einsicht zu fördern, sollte daher am Anfang jeder Lektion als kognitiv aktivierender Einstieg eine Fragestellung präsentiert werden, die so gut auf den Kenntnisstand der Lernenden abgestimmt ist, dass sie dabei bemerken, welches Wissen ihnen noch fehlt. Damit soll nicht nur ihr Interesse am Unterricht geweckt werden, sondern sie sollen zudem verstehen, worin der Nutzen der im Unterricht angebotenen Inhalte besteht.

Angenommen, Lehrerin Meier möchte als nächstes in die Integralrechnung und speziell die Riemann-Summe einführen. Sie sollte also eine gute (anregende, herausfordernde) Frage stellen, und es sollte den Lernenden deutlich werden, dass ihr bisheriges Wissen nicht ausreicht, um die Frage befriedigend zu beantworten. Sie könnte etwa die Geschichte vom Filmfestival der langweiligsten Filme aller Zeiten erzählen (Katz & Starbird, 2013):

Aktuell läuft gerade das *Festival der langweiligsten Filme aller Zeiten*. Jeder der an diesem Festival ausgestrahlten Filme dauert genau eine Stunde und handelt von einer Autofahrt. Um Kosten zu sparen, hat der Regisseur nur mit einer einzigen Kamera gearbeitet, und diese hat während der ganzen Fahrt immer nur den Tacho des Fahrzeuges gefilmt. Beim ersten Film zeigt der Zeiger des Tachos die ganze Stunde lang immer nur auf die Position 14 m/s. Während der Vorführung ist Gähnen und vereinzelt sogar Schnarchen zu hören.

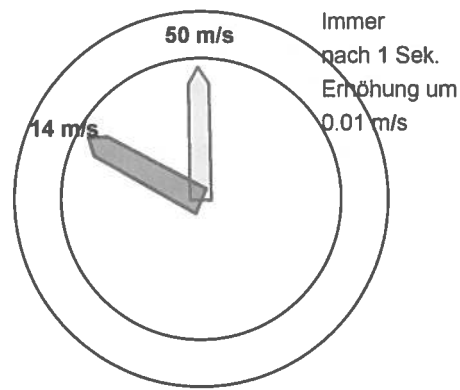


Abb. 1

Als Mitten im Film die ersten Zuschauer aufstehen und den Saal verlassen, bekommt es der Veranstalter mit der Angst zu tun, tritt kurz vor die Leinwand und stellt den Zuschauern, um diese bei Laune zu halten, eine Frage: Welche Strecke legt das Auto während der Stunde zurück? Die Zuschauer werden damit keine Mühe haben, aber immerhin werden sie, wenn auch nur kurz, zum Nachdenken angeregt. Die wenigen Zuschauer, die zum zweiten Film überhaupt erscheinen, bekommen Folgendes zu sehen: Zu Beginn des Films steht der Zeiger auf 14 m/s, dann aber rückt er immer weiter und zwar immer nach einer Sekunde um 0.01 m/s (Abb. 1). Vorsorglich stellt der Veranstalter schon zu Beginn dieselbe Frage wie beim ersten Film.

Trotz des Versprechens des Veranstalters, ab sofort gratis Getränke und Popcorn auszuschenken, erscheinen zum dritten Film nur noch wenige hartgesottene Fans. Diese bekommen Folgendes zu sehen: Der Zeiger des Tachos vollführt eine stetige Aufwärtsbewegung und zwar gemäss der in Abb. 2 angegebenen Funktion. Welche Strecke legt das Fahrzeug nun in der einen Stunde zurück?

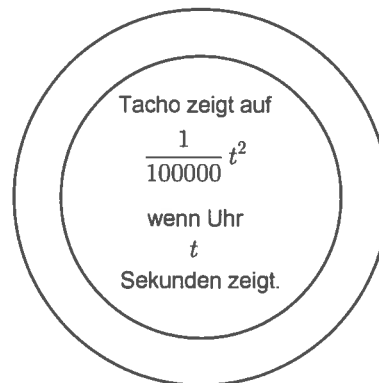


Abb. 2

Hier sehen die Lernenden deutlich, dass ihr bisheriges Wissen zur Lösung nicht ausreicht, dass die Frage aber sinnvoll ist und offenbar ein neues Konzept nötig macht.

### Erfinden mit kontrastierenden Fällen

Eine weitere Möglichkeit, die Schülerinnen und Schüler auf das Lernen vorzubereiten, besteht darin, als Einstieg mit ihnen zu erarbeiten, worin das Grundproblem besteht, für das später eine bestimmte Theorie eine Lösung präsentiert (Schwartz et al., 2011). Dazu hat es sich bewährt, ihnen Fälle vorzugeben, die so ausgewählt sind, dass sie sich zwar in Oberflächenmerkmalen unterscheiden beziehungsweise im Kontrast zueinander stehen, dass sie aber eine abstrakte Gemeinsamkeit aufweisen. Diese Gemeinsamkeit sollen die Schülerinnen und Schüler – unterstützt durch Aufträge und Hilfestellungen – herausfinden. Erst nachdem sie selber Vorschläge formuliert haben, wird ihnen das wissenschaftliche Konzept vorgestellt. Sie können dann einschätzen, wie nah sie mit ihren eigenen Vorschlägen der korrekten Lösung gekommen sind.

Dieses Vorgehen wird als „Erfinden mit kontrastierenden Fällen“ bezeichnet. Die Lernform hat sich in Vergleichsstudien bei manchen Inhalten gegenüber dem herkömmlichen Vorgehen – erst den Lerninhalt darstellen, dann Übungsaufgaben bearbeiten – als überlegen erwiesen. Denn die Schülerinnen und Schüler zeigten in anschliessenden Transferaufgaben deutlich bes-

sere Leistungen als die Vergleichsgruppe. Dieser Vorsprung wird damit erklärt, dass sie beim Bearbeiten der kontrastierenden Fälle ein tieferes Verständnis des Grundproblems erlangten als die Vergleichsgruppe mit herkömmlichem Unterricht.

Angenommen, Lehrer Meier möchte, dass die Schülerinnen und Schüler das Konzept der Steigung einer Geraden erlernen. Anstelle des herkömmlichen Vorgehens könnte er den Jugendlichen die Abbildung 3 vorlegen und sie bitten, in folgender Geschichte Alice zu unterstützen:

Alice hat vor sich eine Anzahl von Geraden. Sie ruft gleich Bob an und möchte ihm mitteilen, wie steil diese Geraden sind. Sie möchte durch Nennen einer einzigen Zahl und ohne weitere Hinweise erreichen, dass Bob eine präzise Vorstellung von der Steilheit der Geraden gewinnt und dann die Geraden selber bis auf Parallelverschiebung korrekt aufzeichnen kann. Können Sie Alice helfen? Nach welcher Regel könnte sie diese Masszahl bilden? Und wie müsste sie für die abgebildeten Geraden lauten?

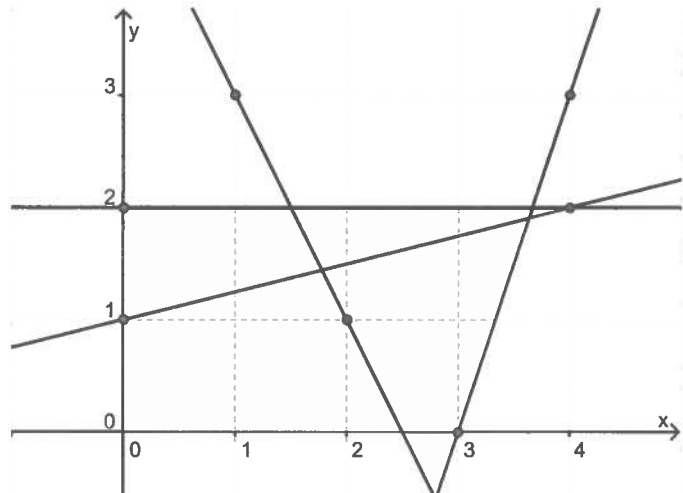


Abb. 3

### Aufträge zum Erstellen von Selbsterklärungen

Wie lässt sich im Unterricht oder im Anschluss daran das Gelernte vertiefen? Eine Lernform, die sich in zahlreichen experimentellen Studien als besonders lernwirksam erwiesen hat, besteht darin, die Lernenden durch Erklärungsaufträge gezielt dazu anzuleiten, zentrale Lerninhalte noch einmal zu durchdenken (Berthold et al., 2008; Chi et al., 1994; Schworm & Renkl, 2007). Die Schülerinnen und Schüler erhalten den Auftrag, sich zu überlegen, wie sie beispielsweise ein Konzept, einen Zusammenhang oder einen Lösungsweg erklären würden. Solche Erklärungen, die man für sich selber konstruiert, werden in der Lehr- und Lernforschung als „Selbsterklärungen“ (self-explanations) bezeichnet. Da Schülerinnen und Schüler anspruchsvolle Selbsterklärungen nur selten spontan konstruieren, müssen sie durch geeignete Aufträge regelmässig dazu aufgefordert werden. Diese Aufträge können sowohl im Unterricht als auch zur Vertiefung bei den Hausaufgaben eingesetzt werden. Wichtig ist, dass die Aufträge anspruchsvoll sind und die Lernenden geistig herausfordern. Wenn Schülerinnen und Schüler Selbsterklärungsaufträge bearbeiten, wird dadurch erstens ihr Verständnis des Lernstoffs vertieft. Zweitens erwerben sie, wenn sie regelmässig mit solchen Aufträgen konfrontiert werden, die Kompetenz, sich selber solche Erklärungen abzuverlangen.

Angenommen, Lehrerin Meier hat soeben das Thema Logarithmen behandelt. Bevor sie die Lernenden mit Anwendungsaufgaben konfrontiert, die ein gutes Verständnis des Stoffes bereits voraussetzen, möchte sie sich ein Bild machen davon, wie gut das Verständnis bei den Lernenden tatsächlich ist und von welcher Qualität die Erklärungen sind, die sie selber leisten können. Darum stellt sie Selbsterklärungsaufgaben wie etwa die folgenden:

- 1.) Ohne vorne nachzuschlagen, definieren Sie bitte, was man unter dem Logarithmus der Zahl  $c$  zur Basis  $A$  versteht. Welche Bedingungen müssen an diese Zahlen gestellt werden, damit „es geht“?

2.) Bob behauptet: „ $\ln(19)$  ist gleich  $e^x$ , wobei  $x$  gesucht ist.“ Stimmt das?

3.) Bitte formulieren Sie eine gute Erklärung für das Logarithmusgesetz

$$\log_B(u \cdot v) = \log_B(u) + \log_B(v)$$

Insbesondere: Welche Voraussetzungen an die vorkommenden Zahlen müssen erfüllt sein? Und an welcher Stelle spielt welches Potenzgesetz eine entscheidende Rolle?

Und so weiter...

### Holistischer Vergleich von Modellen

Obwohl das Bearbeiten von Selbsterklärungs-Aufträgen die Umstrukturierung des Begriffswissens effizient unterstützt, gibt es eine Lernform, die unter bestimmten Voraussetzungen noch lernwirksamer sein kann. Geht es nämlich um das Verständnis komplexer Modelle, dann hat es sich bewährt, den Lernenden sowohl das korrekte Modell als auch ein teilweise inkorrektes Laienmodell zu präsentieren und sie anzuleiten, alle wichtigen Unterschiede zwischen diesen Modellen herauszuarbeiten. Auf diese Weise konnte beispielsweise das Verständnis des menschlichen Blutkreislaufes noch lernwirksamer gefördert werden als mit Selbsterklärungs-Aufträgen (Gadgil et al., 2012). Das Besondere eines solchen Vergleichs liegt darin, dass damit gezielt Fehlvorstellungen angesprochen sowie die Vorteile des korrekten Modells hervorgehoben werden können.

Angenommen, Lehrer Meier behandelt Extremwertprobleme als Anwendung zur Differentialrechnung. Er stört sich daran, dass seine Schülerinnen und Schüler den Lösungsweg oft überaus knapp und konfus und dazu noch unvollständig notieren. Anstatt den Lernenden immer neue Extremwertprobleme zu präsentieren in der vergeblichen Hoffnung, dass sich das irgendwann von selber bessern wird, könnte er zu der Methode „Holistischer Vergleich von Modellen“ greifen. Dazu notiert er für eine konkrete Extremwertaufgabe sowohl den aus seiner Sicht idealen Lösungsweg sowie einen Lösungsweg, wie Jugendliche ihn typischerweise notieren. Beide Wege präsentiert er den Lernenden und weist deutlich darauf hin, bei welchem es sich um das Experten- und bei welchem um ein Laienmodell handelt. Dann bittet er sie, die beiden Modelle vergleichend zu beurteilen und jeweils Vor- oder Nachteile zu notieren. Typische Fragen könnten dann also etwa so lauten:

1.) Was lässt sich über die Strukturierung der Lösungswege sagen?

2.) Wie gut ist jeder der beiden Wege kommentiert? Wie leicht kann man dem Weg folgen?

3.) Welche Bemühungen um Ökonomie sind wo ersichtlich? Und warum ist das vorteilhaft?

4.) Welche Rückschlüsse lassen sich ziehen auf das Konzept, das der Autor oder die Autorin des Lösungsweges im Kopf hat?

5.) Was für Mittel helfen dem Leser oder der Leserin, sich im Lösungsweg zurechtzufinden?

Und so weiter.

Auf diese Weise denken die Lernenden über Darstellung, Strukturierung, Ökonomie, Argumentationstiefe und so weiter bei Lösungswegen nach.

## Einsatz geistiger Werkzeuge

Um Wissen anhand abstrakter Kriterien repräsentieren zu können, muss man über Darstellungsformen verfügen, die theoretische Zusammenhänge veranschaulichen (Schneider et al., 2010; Stern et al., 2003). Zu diesen Darstellungsformen, die in der Lehr- und Lernforschung auch als „geistige Werkzeuge“ (mental tools) bezeichnet werden, gehören beispielsweise Diagramme, Formeln, Graphen und schriftliche Symbole. Sie erleichtern das Verständnis theoretischer Zusammenhänge, indem sie die Aufmerksamkeit auf abstrakte Merkmale lenken. Wer zum Beispiel gelernt hat, quantitative Zusammenhänge mittels linearer Graphen darzustellen, dem wird es leichter fallen, zu erkennen, dass sich bestimmte Zusammenhänge in der Biologie, der Chemie und der Physik mit der gleichen Funktion darstellen lassen, als jemandem, der im Umgang mit linearen Graphen nicht geübt ist.

Das Verfügen über solche Repräsentationswerkzeuge ist deshalb eine wesentliche Voraussetzung für die Konstruktion intelligenten Wissens, das nach abstrakten Kriterien geordnet ist. Daher spielen geistige Werkzeuge beim Transfer von Wissen eine zentrale Rolle (Hardy et al., 2005; Mähler & Stern, 2006). Denn nur, wer erkannt hat, dass zwei Situationen in ihren abstrakten Merkmalen übereinstimmen, wird in der Lage sein, Gelerntes auf neue Situationen zu übertragen. Deshalb spielt der Einsatz von Repräsentationswerkzeugen eine besonders wichtige Rolle.

Angenommen, Lehrerin Meier möchte mit ihrer Klasse in die Trigonometrie einsteigen. Sie weiss, dass die Definition der trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis als geistiges Werkzeug von zentraler Bedeutung für die ganze Trigonometrie ist. Darum denkt sie sich Aufträge aus, die den Lernenden helfen, sich dieses „mental tool“ besonders gut einzuprägen. Zum Beispiel:

Hugo besteigt ein Riesenrad mit Radius 1. Nun legen wir ein Koordinatensystem in das Riesenrad, so dass der Mittelpunkt des Kreises im Koordinatenursprung  $(0,0)$  liegt. Zudem definieren wir den Winkel zwischen der Horizontalen (in Richtung der positiven  $x$ -Halbachse) und dem Radius  $OP$  als  $\alpha$ .

Hugo sitzt in der Kabine, während sich das Riesenrad im Gegenuhrzeigersinn dreht. Der Winkel  $\alpha$  nimmt laufend zu, wodurch sich auch die Koordinaten von Hugos Kabine ständig ändern. Das bedeutet, wir können die Koordinaten  $x$  und  $y$  als Funktionen des Winkels auffassen:  $y:=f(\alpha)$  und  $x:=g(\alpha)$ .

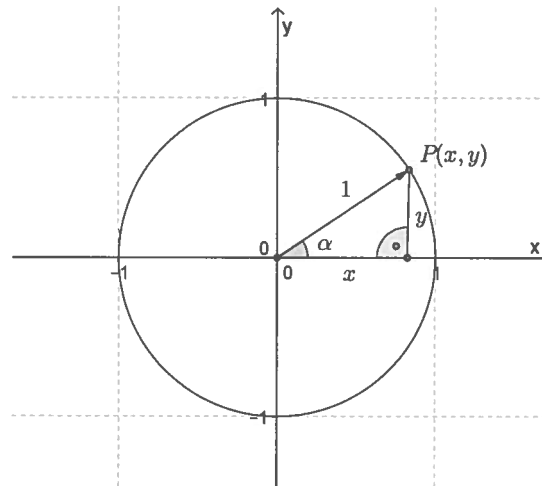


Abb. 4

Anschliessend bittet sie die Lernenden, die Graphen dieser Funktionen zu skizzieren, über ihre Eigenschaften nachzudenken und sich zu fragen, für welche Winkel eine präzise Angabe der Funktionswerte mit dem aktuellen Vorwissen möglich ist. Später wird es möglich sein, fast jede neu zu erarbeitende Erkenntnis zur Trigonometrie auf dieses ursprüngliche Riesenrad-Erlebnis zurückzuführen. Als geistiges Werkzeug können es die Schülerinnen und Schüler immer wieder heranziehen, wenn es darum geht, sich Erklärungen für elementare trigonometrische Sachverhalte zurechtzulegen.

## Metakognitive Fragen

Erfolgreiches Lernen erfordert die Kontrolle der eigenen Fortschritte. Um gezielt neues Wissen aufbauen zu können, ist es entscheidend, dass man weiss, was man bereits verstanden hat

und in welchen Bereichen man an seinem Verständnis noch arbeiten muss. Deshalb ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler lernen, sich selber Fragen zu ihrem eigenen Verständnis zu stellen, wie zum Beispiel:

„Habe ich verstanden, worin der Unterschied zwischen einer Exponential- und einer Potenzfunktion besteht? Könnte ich diesen Unterschied anderen Personen erklären?“

Um diese Kompetenz zu vermitteln, müssen ihnen regelmässig Aufträge zur Reflexion ihres Lernstands: so genannte „metakognitive Fragen“ vorgegeben werden (Mevarech & Fridkin, 2006). Diese Fragen können im Unterricht sowie zur Nachbereitung als Hausaufgaben bearbeitet werden und müssen gut auf die Unterrichtsinhalte abgestimmt sein. Metakognitive Fragen dürfen nicht zu leicht sein und müssen zentrale Konzepte betreffen, bei denen tatsächlich Verständnisschwierigkeiten auftreten können.

### Aufgaben und Angebote des MINT-Lernzentrums

Im MINT-Lernzentrum der ETH Zürich entwickeln Lehr- und Lernforscher gemeinsam mit erfahrenen Gymnasiallehrpersonen Unterrichtseinheiten zu zentralen Themen der Schulfächer Biologie, Chemie, Mathematik und Physik, um die naturwissenschaftliche Allgemeinbildung zu verbessern. Die Unterrichtseinheiten zeichnen sich durch den Transfer von der Lehr- und Lernforschung in die schulische Praxis aus. Naturwissenschaftliche und mathematische Themen werden mit Lernformen unterrichtet, die sich in experimentellen Vergleichsstudien als besonders lernwirksam erwiesen haben. Die Themen der Unterrichtseinheiten sind auf zentrale Inhalte des mathematisch-naturwissenschaftlichen Curriculums von Schweizer Gymnasien ausgerichtet. Zu jeder Unterrichtseinheit werden regelmässig jedes Jahr zwei Fortbildungstermine angeboten. Weitere Informationen finden Sie auf unseren Webseiten:

<http://www.educ.ethz.ch/mint/fort>

#### Quellenangaben:

Berthold, K., Eysink, T. H. S., & Renkl, A. (2008). Assisting self-explanation prompts are more effective than open prompts when learning with multiple representations. *Instructional Science*, April 2008.

Chi, M. T. H., de Leeuw, N., Chiu, M. H., & Lavancher, C. (1994). Eliciting self-explanations improves understanding. *Cognitive Science*, 18, 439 – 477.

Gadgil, S., Nokes-Malach, T. J., & Chi, M. T. H. (2012). Effectiveness of holistic mental model confrontation in driving conceptual change. *Learning and Instruction*, 22, 47 – 61.

Hardy, I., Schneider, M., Jonen, A., Stern, E., & Möller, K. (2005). Fostering Diagrammatic Reasoning in Science Education. *Swiss Journal of Psychology*, 64 (3), 207 – 217.

Katz, B., & Starbird, M. (2013). Distilling Ideas. An Introduction To Mathematical Thinking. MAA The Mathematical Association of America, 135 – 137.

Mähler, C., & Stern, E. (2006). Transfer. In D. Rost (Ed.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (pp. 782-793), Weinheim: Beltz.

Mevarech, Z., & Fridkin, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. *Metacognition and Learning*, 1, 85 – 97.

Schneider, M., Rode, C., & Stern, E. (2010). Secondary school students' availability and activation of diagrammatic strategies for learning from texts. In L. Verschaffel, E. De Corte, T. De Jong & J. Elen (Eds.), *Use of external representations in reasoning and problem solving: Analysis and improvement* (pp. 112-130). London: Routledge.

Schwartz, D. L., Chase, C. C., Oppezzo, M. A., & Chin, D.B. (2011). Practicing Versus Inventing With Contrasting Cases: The Effects of Telling First on Learning and Transfer. *Journal of Educational Psychology*, 103, 1 – 17.

Schworm, S., & Renkl, A. (2007). Learning argumentation skills through the use of prompts for self-explaining examples. *Journal of Educational Psychology*, 99, 285 – 296.



Stern, E. (2011). Intelligentes Wissen als Schlüssel zum Können. In Philipp Aerni, Fritz Oser (Eds), *Forschung verändert Schule: Neue Erkenntnisse aus den empirischen Wissenschaften für Didaktik, Erziehung und Politik*. Seismo Verlag (S. 27-35).

Stern, E., Aprea, C. & Ebner, H. G. (2003). Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction*, 13(2), 191-203.

**Autoren:** Armin Barth, Michael Brunisholz & Ralph Schumacher