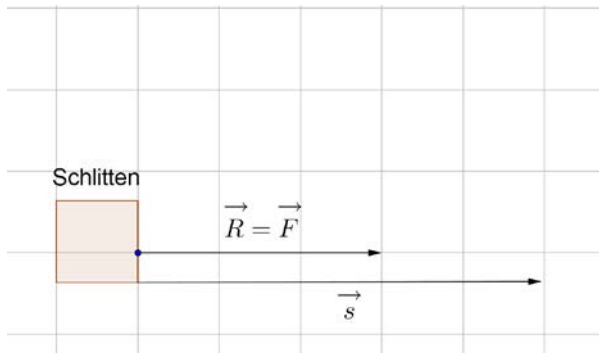


### Einstiegsaufgabe zum Skalarprodukt:

Es ist Winter und der erste Schnee fällt. Sie gehen mit Ihrer kleinen Schwester Anna und Ihrem Bruder Bob schlitteln. Dabei fällt Ihnen beim Ziehen des Schlittens auf, dass durch die unterschiedlichen Grössen der Personen unterschiedliche Winkel zwischen dem Weg und der Schnur entstehen. Die folgende Abbildung soll die Situation illustrieren:

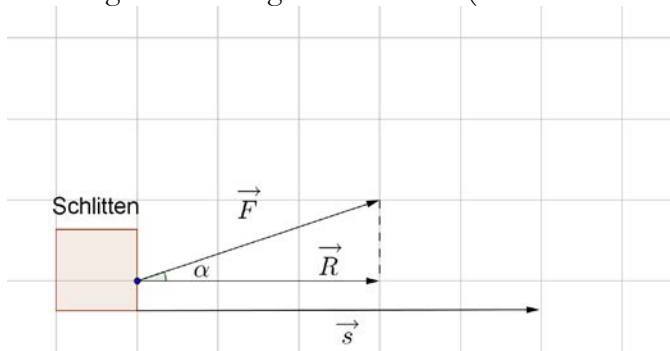
- Anna:

Anna ist so klein, dass beim Ziehen des Schlittens die Schnur horizontal, also parallel zum Boden steht.



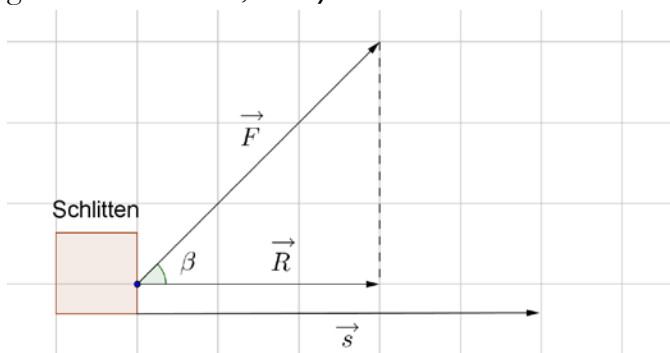
- Bob:

Bob ist etwas grösser. Die Schnur verläuft beim Ziehen nicht mehr in die gleiche Richtung wie der Weg des Schlittens (horizontaler Boden).



- Sie:

Sie sind der/die Grösste im Trio. Der Winkel  $\beta$  zwischen Schnur und Horizontale ist grösser als bei Bob, also  $\beta > \alpha$ :



Wir nehmen an, dass alle drei den gleichen Weg  $\vec{s}$  zurücklegen, alle Schlitten gleich schwer sind und auf der gleichen Unterlage gezogen werden. Folglich ist sowohl die zu überwindende Reibungskraft  $\vec{R}$ , wie auch die auszuführende Arbeit  $W = |\vec{R}| \cdot |\vec{s}|$  für alle drei Personen gleich.

Fragen:

1. Wer muss aufgrund der Geometrie die grösste Kraft  $\vec{F}$  aufwenden?  
Begründen Sie Ihre Antwort geometrisch:

---



---

2. Welcher geometrische Zusammenhang herrscht zwischen  $|\vec{F}|$  und  $|\vec{R}|$ ?  
Tipp: Beziehen Sie die Winkel im Dreieck mit ein.

---

3. Erklären Sie mit einer Rechnung, warum Sie am meisten Kraft  $\vec{F}$  aufwenden müssen.

---



---

4. Geben Sie die für Bob zu verrichtende Arbeit  $W = |\vec{R}| \cdot |\vec{s}|$ , abhängig von  $|\vec{F}|$ ,  $|\vec{s}|$  und dem Winkel  $\alpha$  an.

Tipp:

Nur der Kraftanteil, der in Richtung des Weges  $\vec{s}$  zeigt, wird in die Berechnung der Arbeit miteinbezogen.

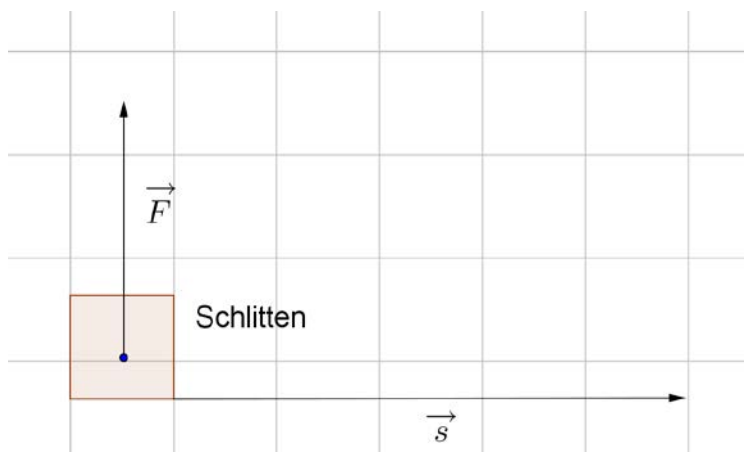
---



---

**Zusatzfragen:**

Nun liegt Schnee auf dem Schlitten und Sie wollen diesen Schnee „abschütteln“, indem Sie den Schlitten in einem Ruck senkrecht nach oben ziehen. Diese Aktion benötigt zwar Kraft, aber nicht in Richtung des Weges  $\vec{s}$  (siehe folgende Abbildung).



5. Wie viel Arbeit wird dabei in Richtung des Weges  $\vec{s}$  verrichtet? Was vermuten Sie? Erklären Sie Ihre Antwort.

---



---

6. Kennen Sie eine mathematische Funktion, welche für das Argument  $90^\circ$  (oder  $\frac{\pi}{2}$ ) typischerweise verschwindet? Skizzieren Sie den Graphen dieser Funktion: