Sonderdruck aus:
Zeitschrift f. Entwicklungspsychologie u. Pädagogische Psychologie
1994, Band XXVI, Heft 1, 79—93
Erscheint vierteljährlich bei Hogrefe · Verlag für Psychologie, Göttingen

Wie viele Kinder bekommen keinen Mohrenkopf? Zur Bedeutung der Kontexteinbettung beim Verstehen des quantitativen Vergleiches

Elsbeth Stern
MPI für psychologische Forschung, München

Textaufgaben zum Vergleich von Mengen bereiten Kindern besondere Schwierigkeiten. In einer früheren Studie konnte gezeigt werden, daß die Leistung im Lösen von Vergleichsaufgaben erheblich verbessert werden kann, wenn die Aufgaben in Kontextgeschichten eingebettet werden, in denen der qualitative Vergleich thematisiert wird. Es wurde vermutet, daß Kinder das erforderliche mathematische Problemlösewissen nur aktivieren können, wenn aus der Aufgabe hervorgeht, daß das Ziel der beschriebenen Handlung darin besteht, zwei Mengen anzugleichen. In der hier dargestellten Studie wird untersucht, wie eng die Beziehung zwischen der Geschichte und den Aufgaben sein muß, damit der Erleichterungseffekt auftritt. In einer Untersuchung mit 83 Kindergartenkindern und Erstkläßlern wurde die Kompatibilität zwischen der Geschichte und den Aufgaben variiert. Die Ergebnisse zeigten, daß bei höherer Kompatibilität der Erleichterungseffekt größer war.

Das Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben ist sowohl aus der Sicht der pädagogischen Psychologie als auch aus der Sicht der Entwicklungspsychologie ein interessantes Gebiet. Neben numerischen Aufgaben stellen Textaufgaben die wichtigsten Inhalte des Mathematikunterrichts in der Grundschule dar. Die Frage, wie man die Kompetenzen der Kinder im Verstehen und Lösen von Textaufgaben verbessern kann, ist in der Unterrichtspsychologie von großem Interesse (dazu: Renkl & Stern, im Druck). Neben diesem eher angewandten Gesichtspunkt eignen sich Textaufgaben aber auch zur Untersuchung von Fragestellungen zur kognitiven Entwicklung im Kindesalter.

Das Verstehen einer Textaufgabe erfordert Entschlüsselung der sprachlichen Oberflächenstruktur, d.h. die in der Aufgabe vorkommenden Formulierungen und grammatischen Strukturen müssen verstanden werden. Nachdem die propositionale Struktur erfaßt ist, besteht in Anlehnung an die Textverarbeitungsmodelle von Kintsch und van Dijk (1978) und Kintsch (1988) der nächste Schritt im Aufbau von *Situationsmodellen.* Nach Reusser (1989a, 1990) wird zunächst ein *episodisches Situationsmodell* einer Aufgabe aufgebaut, in dem die konkreten Beziehungen zwischen den in der Aufgabe beschriebenen Akteuren und Objekten, sowie die Zeitstruktur der Handlung — bei Reusser (1989a, 1990) ein ganz zentraler Aspekt — enthalten sind. Im anschließenden Prozeß der Mathematisierung wird von konkreten Angaben (Namen, Objekte, Ortsangaben, Handlungen) abstrahiert, und es wird ein *mathematisches Problemmodell* aufgebaut, in dem die Beziehungen zwischen den in der Textaufgabe vorkommenden quantitativen Größen beschrieben werden. Der nächste Schritt besteht in der Ausführung der *mathematischen Strategien.* Im letzten Schritt muß die errechnete numerische Größe auf den Aufgabeninhalt bezogen werden, indem ein *Antwortsatz* formuliert wird.

In den achtziger Jahren wurden mehrere teilweise als Computersimulationsprogramme verfügbare detaillierte Modelle zum Prozeß des Verstehens und Lösens einfacher mathematischer Textaufgaben ausgearbeitet, in denen drei mögliche Typen von quantitativen Operationen vorkommen: der Austausch, der Vergleich und das Zusammenfassen von Mengen (Briars & Larkin, 1984; Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer, 1988; Dellarosa, 1986; Fletcher, 1985; Kintsch & Greeno, 1985; Reusser, 1989a; Riley, Greeno & Heller, 1983; Riley & Greeno, 1988). Obwohl einfache Textaufgaben lediglich die Addition und die Substraktion zweier Zahlen erfordern, unterscheiden sie sich deutlich in der Schwierigkeit. So sind Aufgaben, in denen Mengen ausgetauscht werden, z.B. „Hans hatte 5 Murmeln. Peter schenkte ihm 3 weitere Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans jetzt?" einfacher als Aufgaben, in denen es um die Kombination von Mengen geht, z.B. „Hans und Peter haben zusammen 8 Murmeln. Peter hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans?" Aufgaben, in denen der Vergleich von Mengen thematisiert wird, sind besonders schwierig. In ganz unterschiedlichen Untersuchungen, die in verschiedensten Ländern durchgeführt wurden, wurde gezeigt, daß mehr als 70% der Erstkläßler Aufgaben zum Austausch und zur Kombination von Mengen lösen können, während die Lösungsraten für alle Typen von Vergleichsaufgaben deutlich unter 50% liegen (De Corte & Verschaffel, 1985; Fayol, Abdi & Gombert, 1987; Riley & Greeno, 1988; Stern, 1992).

Aus den drei Typen von quantitativen Operationen lassen sich 14 Prototypen von Textaufgaben ableiten, die zuerst bei Riley et al. (1983) einer breiteren Öffentlichkeit zugänglich gemacht wurden. Für jeden Typ von Textaufgabe kann man variieren, welche Mengen vorgegeben sind und welche Mengen gesucht werden.

Der Vergleich von Mengen kann in sechs unterschiedlichen Textaufgaben dargestellt werden, die in Tabelle 1 zusammen mit den Lösungsraten für deutsche und amerikanische Erstkläßler aufgeführt sind. Die Daten für die amerikanischen Kinder wurden aus Riley und Greeno (1988) entnommen, die Daten für die deutschen Kinder aus Stern (1992). Es zeigt sich, daß die unterschiedlichen Arten von Vergleichsaufgaben in ihrer Schwierigkeit variieren. Die Frage, warum Aufgaben mit unbekannter Vergleichsmenge (CP3, CP4) soviel einfacher sind als Aufgaben mit unbekannter Referenzmenge (CP5, CP6), wird bei Lewis und Meyer (1987),

Tab. 1. Typen von Vergleichsaufgaben.
Prozentsatz amerikanischer und deutscher Erstkläßler, die die Aufgaben lösten

		deutsch	amerikanisch
	Differenzmenge unbekannt		
CP1	Maria hat 5 Murmeln. Hans hat 8 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans mehr als Maria?	28	28
CP2	Maria hat 6 Murmeln. Hans hat 2 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans weniger als Maria?	32	22
	Vergleichsmenge unbekannt		
CP3	Maria hat 3 Murmeln. Hans hat 4 Murmeln mehr als Maria. Wie viele Murmeln hat Hans?	53	17
CP4	Maria hat 5 Murmeln. Hans hat 3 Murmeln weniger als Maria. Wie viele Murmeln hat Hans?	58	28
	Referenzmenge unbekannt		
CP5	Maria hat 9 Murmeln. Sie hat 4 Murmeln mehr als Hans. Wie viele Murmeln hat Hans?	22	11
CP6	Maria hat 4 Murmeln. Sie hat 3 Murmeln weniger als Hans. Wie viele Murmeln hat Hans?	16	6

Verschaffel, De Corte und Pauwels (1992), sowie Stern (1993a), diskutiert. Aufgaben mit unbekannter Differenzmenge liegen in ihrer Schwierigkeit zwischen den Aufgaben mit unbekannter Vergleichsmenge und solchen mit unbekannter Referenzmenge.

Die bereits erwähnten theoretischen Modelle zum Verstehen und Lösen von Textaufgaben lassen sich in zwei Gruppen aufteilen: die *Textverarbeitungsmodelle* und die *mathematisch-logischen Modelle.* Während Vertreter der Textverarbeitungsmodelle (Cummins, 1991; Cummins et al., 1988; Kintsch, 1988; Reusser, 1989a, 1990) Schwierigkeiten im Lösen von Textaufgaben im allgemeinen und Vergleichsaufgaben im besonderen eher mit Schwierigkeiten im Sprach- und Situationsverständnis erklären, gehen die Vertreter der mathematisch-logischen Modelle (Riley et al., 1983; Riley & Greeno, 1988; Briars & Larkin, 1984) davon aus, daß die Kompetenz im Lösen von Textaufgaben von der Entwicklung des mathematischen Wissens abhängt.

Unterschiede zwischen den Modellen bestehen auch in der Modellierung des Problemlöseprozesses. In den mathematisch-logischen Modellen besteht der entscheidende Schritt in der Aktivierung des mathematischen Problemmodelles. Ist das richtige Modell identifiziert, werden die an dieses Modell geknüpften mathematischen Strategien ausgeführt. Der Lösungsprozeß stellt also einen Structure-

Mapping Prozeß im Sinne von Gentner (1989) dar, in dem abstrakte Problemmodelle auf konkrete Aufgaben angewendet werden. Demgegenüber wird in den Textverarbeitungsmodellen in Anlehnung an Kintsch (1988) und van Dijk und Kintsch (1983) die Lösung einer Textaufgabe als ein Konstruktionsprozeß modelliert. Es werden also im Gegensatz zu den mathematisch-logischen Modellen keine „fertigen " abstrakten Problemmodelle abgerufen, diese werden vielmehr in jedem Lösungsprozeß neu aufgebaut. Der Aufbau eines Problemmodells wird von den bestehenden Wissensstrukturen gesteuert. Dabei kommt den Assoziationen zwischen den Propositionen und den Situationsmodellen eine besondere Bedeutung zu. Kleine Änderungen in der sprachlichen Oberflächenstruktur können den Aufbau der episodischen Situationsmodelle und der mathematischen Problemmodelle beeinflussen (Aebli, Staub & Ruthemann, 1991; Davis-Dorsey, Ross & Morrison, 1991; Hudson, 1983; De Corte, Verschaffel & De Win, 1985; Reusser, 1989a).

Warum sind Vergleichsaufgaben so schwer?

Im folgenden werden Erklärungsansätze der Textverarbeitungsmodelle und der mathematisch-logischen Modelle dargestellt.

Defizite im Textverständnis

Aus der Literatur ist hinreichend bekannt, daß Kinder mit dem Erwerb der Begriffe „mehr" und „weniger", insbesondere im quantitativen Kontext, große Schwierigkeiten haben (dazu: Carey, 1982; Clark, 1973). Welche Effekte die Vermeidung der Begriffe „mehr" und „weniger" auf die Lösungsrate von Vergleichsaufgaben haben, konnte Hudson (1983) eindrucksvoll demonstrieren. 96% der Sechsjährigen konnten die Aufgabe

> 5 Vögel haben Hunger. Sie finden 3 Würmer. Wie viele Vögel bekommen keinen Wurm?

lösen, aber nur 25% der Kinder lösten die Aufgabe, wenn die Frage

> Wieviel mehr Vögel als Würmer gibt es?

lautete. Das Ergebnis wurde von Davis-Dorsey et al. (1991) repliziert. Bei der Aufgabe von Hudson (1983) handelt es sich um eine Aufgabe mit unbekannter Differenzmenge. Stern (1993b) hat ähnliche Effekte für die Reformulierung von Aufgaben mit unbekannter Vergleichs- und Referenzmenge demonstriert. Folgende Aufgabe wurde in vier Versionen vorgegeben (reformuliert vs. abstrakt formuliert, unbekannte Referenzmenge vs. Vergleichsmenge), indem der zweite Satz (a—d) variiert wurde.

Im Kindergarten möchten die Kinder mit Scheren basteln. Es gibt 5 Kinder.

a) *2 Scheren fehlen noch.* (Reformuliert, Vergleichsmenge)
b) *2 Kinder bekommen keine Schere.* (Reformuliert, Referenzmenge)

c) *Es gibt 3 Scheren weniger, als es Kinder gibt.* (Abstrakt formuliert, Vergleichsmenge)
d) *Es gibt 3 Kinder mehr, als es Scheren gibt.* (Abstrakt formuliert, Referenzmenge)

Wie viele Scheren gibt es?

Die reformulierten Aufgaben (mittlere Lösungsrate für Kindergartenkinder: .71, für Erstkläßler: .96) waren erheblich einfacher als die abstrakt formulierten Aufgaben (mittlere Lösungsrate für Kindergartenkinder: .18, für Erstkläßler: .64). In der reformulierten Version unterschieden sich die Aufgaben mit unbekannter Referenzmenge und unbekannter Vergleichsmenge nicht, in der abstrakt formulierten Version hingegen schon.

Die Reformulierungseffekte sprechen dafür, daß Kinder durchaus über das zum quantitativen Vergleich benötigte mathematische Problemlösewissen verfügen, es jedoch nicht aktivieren können, weil sie Schwierigkeiten mit dem Verständnis der sprachlichen Oberflächenstruktur haben.

Defizite im mathematischen Verständnis

Um den quantitativen Vergleich zu verstehen, muß man wissen, daß es sich bei der Differenzmenge nicht um eine konkrete Menge handelt, sondern um die *Beschreibung einer Beziehung* zwischen zwei Mengen. Eine derartige Abstraktionsleistung wird bei Austausch- und Kombinationsaufgaben nicht gefordert. Bei Austauschaufgaben wird der zeitliche Ablauf einer Handlung geschildert, und es kommen drei konkret existierende Mengen vor: die Startmenge zum Zeitpunkt 1, die Austauschmenge zum Zeitpunkt 2 und die Endmenge zum Zeitpunkt 3.

Die Schwierigkeiten der Kinder mit dem Verstehen der Differenzmenge konnten in zahlreichen Untersuchungen nachgewiesen werden. Läßt man Vergleichsaufgaben nacherzählen, so zeigt sich, daß ein großer Teil der Grundschulkinder dazu neigt, die Differenzmenge in eine Besitzmenge umzuwandeln (Cummins et. al., 1988; De Corte & Verschaffel, 1985; Stern, 1993a). Der Satz „Peter hat 3 Murmeln mehr als Hans" wird in „Peter hat 3 Murmeln" umgewandelt, und der Satz „Wieviel Murmeln hat Peter mehr als Hans?" wird nacherzählt als „Wieviel Murmeln hat Hans?". Nach Riley und Greeno (1988) verstehen die Kinder die Differenzmenge nicht, weil ihr mathematisches Wissen ganz im Sinne Piagets noch an konkrete Handlungen geknüpft ist.

Mathematisches Wissen kann nach Greeno (1991) und Resnick (1983; 1989) konkret in *prämathematischen handlungsnahen Modellen* repräsentiert sein, oder in abstrakten, nicht an konkrete Handlungen gebundenen *mathematischen Teil-*

Ganzes Modellen. In prämathematischen handlungsnahen Modellen werden die in den Aufgaben erwähnten Mengen konkret repräsentiert — entweder mit Gegenständen oder in der Vorstellung. Addition und Subtraktion werden als an einen zeitlichen Ablauf gebundene Handlungen verstanden (etwas bekommen oder etwas wegnehmen), und zur Lösung einer Textaufgabe werden Zählstrategien herangezogen. Die Verfügbarkeit mathematischer Teil-Ganzes Modelle hingegen bedeutet, daß Addieren und Subtrahieren nicht als Handlungen verstanden werden, sondern als die Beschreibung der Beziehung zwischen Quantitäten, wobei die Beziehung sich sowohl in einer Additions- als auch in einer Subtraktionsgleichung ausdrücken kann. Über ein Teil-Ganzes Modell zu verfügen heißt, daß man quantitative Größen als die Zusammensetzung aus anderen quantitativen Größen versteht: „7" ist ein anderer Name für „5+2 =" oder „9—2 =". Ein Teil-Ganzes Modell kann aufgebaut werden, wenn die Komplementarität von Addition und Subtraktion verstanden wird: Das Zahlentripel „2, 5, 7" kann in vier Gleichungen ausgedrückt werden: 2+5 = 7, 5+2 = 7, 7—2 = 5, 7—5 = 2. Bei Verfügbarkeit eines Teil-Ganzes Modelles muß man dem Problemmodell einer Aufgabe nur noch entnehmen, ob zwei Teilmengen vorgegeben wurden (z.B. die kleine Menge und die Differenzmenge beim Vergleich) und die Gesamtmenge (große Menge) gesucht wird, oder ob eine Teilmenge gesucht wird.

Die mathematisch-logischen Modelle gehen also davon aus, daß mathematische Problemmodelle für einfache Austausch- und Kombinationsaufgaben auf prämathematischem handlungsnahen Wissen beruhen, während die mathematischen Problemmodelle für Vergleichsaufgaben auf Teil-Ganzes Modellen beruhen. Nur wer über Teil-Ganzes Verständnis verfügt, kann verstehen, daß in dem Satz „Er (Hans) hat 5 Murmeln weniger als Peter" die Beziehung zwischen zwei Mengen beschrieben wird und nicht eine eigene Menge.

Zur Erklärung der Reformulierungseffekte

Die oben beschriebenen Reformulierungseffekte bei Davis-Dorsey et al. (1991), Hudson (1983) und Stern (1993b) sind nicht geeignet, die Ursachen für die Schwierigkeiten im Lösen von Vergleichsaufgaben zu klären. Durch die Reformulierung wird nicht nur die sprachliche Oberflächenstruktur verändert, sondern es wird auch das Situationsverständnis beeinflußt. Reformulierte Aufgaben mit unbekannter Differenzmenge sind möglicherweise auch deshalb so einfach, weil das episodische Situationsverständnis erleichtert wird. So ist zu erwarten, daß Formulierungen, wie „Wieviel Vögel bekommen keinen Wurm?", an vertraute Alltagssituationen anknüpfen, in denen ermittelt werden muß, wieviel zusätzliche Objekte zu beschaffen sind, damit alle Individuen versorgt werden können, z.B. wenn es um die Verteilung von Mohrenköpfen auf einem Kindergeburtstag geht. Die Frage nach der Anzahl der leer ausgegangenen Vögel ist zwar formal die Frage nach der Differenzmenge, bezieht sich jedoch auf eine konkrete, existierende Menge. Dies erleichtert nach Riley et al. (1983) sowie Resnick und Greeno (1990) den Aufbau eines mathematischen Problemmodelles. Die reformulierten Aufgaben erfordern keine Transformation in ein Teil-Ganzes Modell, sondern lediglich in ein prämathematisches handlungsnahes Modell: Es wird eine Eins-zu-Eins Zuordnung zwischen den Elementen der beiden Mengen hergestellt, und die überschüssigen Elemente werden gezählt (Match-Separate-Strategie nach Kintsch & Greeno, 1985). Die bei Stern (1993b) gefundenen Reformulierungseffekte für Aufgaben mit unbekannter Vergleichs- und Referenzmenge lassen sich ebenfalls mit dem Aufbau eines handlungsnahen Modelles erklären: zwischen der Menge der Kinder und der Menge der fehlenden Scheren wird eine Eins-zu-Eins Korrespondenz hergestellt. Die überschüssigen Elemente sind die Kinder, die keine Schere bekommen. Zum Lösen einer reformulierten Aufgabe wird also weniger abstraktes mathematisches Wissen benötigt als zum Lösen von abstrakt formulierten Aufgaben, weil aus der Differenzmenge eine konkrete, manipulierbare Menge wird.

Um die bei der Reformulierung von Aufgaben auftretende Konfundierung von Sprach-, Situations- und mathematischem Verständnis aufzulösen, haben Stern und Lehrndorfer (1992) die abstrakt formulierten Vergleichsaufgaben in einen Kontext eingebettet, der das episodische Situationsverständnis, und damit den Aufbau eines mathematischen Problemmodelles, erleichtern soll. Bevor den Kindern eine Vergleichsaufgabe präsentiert wurde, wurde ihnen eine kleine Geschichte über die in der Aufgabe vorkommenden Kinder erzählt: In der *übereinstimmenden Kontextbedingung* wurden zwei Kinder hinsichtlich ihrer Besitztümer verglichen, und anschließend wurde eine Aufgabe dargeboten:

„Peter ist der große Bruder von Martina. Peters Zimmer ist größer als das von Martina, und Peter hat auch ein neues Fahrrad, während Martina das alte Fahrrad von Peter hat. Peter hat mehr Spielsachen als Martina. Martina bekommt auch weniger Taschengeld als Peter. Die beiden sitzen jetzt am Küchentisch und malen. Peter hat 7 Buntstifte. Martina hat 5 Buntstifte. Wie viele Buntstifte hat Martina weniger als Peter?"

In der *Kontrollbedingung* wurde eine Geschichte gleicher Länge erzählt, die nichts mit dem Vergleich von Mengen zu tun hat, z.B.

„Peter und Martina gehen heute mit ihren Eltern in den Zoo. Sie beobachten Tiere. Der Affe frißt eine Banane... Zu Hause malen Peter und Martina die Tiere."

Es folgte die gleiche Aufgabe.

Jedem Kind wurden die in Tabelle 1 dargestellten sechs Vergleichsaufgaben mit einer Geschichte dargeboten. Es zeigte sich, daß die Kinder unter der übereinstimmenden Kontextbedingung deutlich mehr Aufgaben lösten als unter der Kontrollbedingung.

Die Ergebnisse von Stern und Lehrndorfer (1992) lassen sich, ebenso wie die Reformulierungseffekte, mit einer Vereinfachung der mathematischen Struktur erklären. In der Kontextgeschichte wurden ein privilegiertes und ein unterprivilegiertes Kind hinsichtlich ihrer Besitztümer verglichen. Dieser Kontext legte möglicherweise die Interpretation der Differenzmenge als die Menge der zur Gleichstellung der beiden Kinder noch zu beschaffenden Gegenstände nahe. Damit ermöglicht die Kontextgeschichte den Probanden, eine Reformulierung der Vergleichsaufgaben vorzunehmen und sie mit der prämathematischen Match-Separate Strategie zu lösen.

Offene Fragen zur Wirkung der Kontexteinbettung

Allerdings läßt die Studie von Stern und Lehrndorfer (1992) noch Fragen offen, die in der im folgenden dargestellten Untersuchung geklärt werden sollen.

(1) Die Versuchspersonen bei Stern und Lehrndorfer (1992) waren Kinder, die kurz vor dem Abschluß der ersten Klasse standen. Ungeklärt bleibt deshalb, ob auch jüngere Kinder bereits dazu in der Lage sind, Aufgaben, in denen die Begriffe „mehr" und „weniger" verwendet werden, so umzuformulieren, daß sie mit Hilfe von prämathematischen Strategien gelöst werden können.

(2) Ungeklärt blieb in der Studie von Stern und Lehrndorfer (1992) auch, ob sich die Kontextgeschichte eher auf das episodische Situationsverständnis oder auf den Aufbau eines mathematischen Problemmodelles auswirkt. Letzteres würde bedeuten, daß die Kontextgeschichte das zum Aufbau des mathematischen Problemmodelles benötigte Wissen aktiviert. So könnte die bei Stern und Lehrndorfer (1992) verwendete Kontextgeschichte, in der die Differenz zwischen zwei Mengen thematisiert wurde, Wissen über die Herstellung einer Eins-zu-Eins Korrespondenz aktivieren, das zur Lösung der anschließend präsentierten Textaufgabe herangezogen wurde.

Die Kontextgeschichte könnte sich aber auch lediglich auf das episodische Situationsverständnis auswirken: In der Geschichte werden die Situationen und Episoden — z.B. die Interaktion zwischen Personen oder die Beziehung zwischen Objekten und Personen — beschrieben, die in der Textaufgabe fortgesetzt werden. Damit sinkt die Wahrscheinlichkeit, daß beim Aufbau eines episodischen Situationsmodelles der Aufgabe Akteure verwechselt werden oder daß entscheidende Information unbeachtet bleibt. Reusser (1989b) konnte zeigen, daß die Lösungsraten für Aufgaben, in denen Akteurnamen verwendet wurden, die einen vertrauten Kontext erzeugten (Silvia, Oma, Opa), höher lagen als bei Aufgaben, in denen arbiträre Personennamen (Silvia, Annette, Peter) verwendet wurden.

Aus den mathematisch-logischen Modellen läßt sich ableiten, daß sich die Kontextgeschichte auf den Aufbau eines mathematischen Problemmodelles auswirkt. Es wird angenommen, daß „fertige" mathematische Problemmodelle verfügbar sind und der entscheidende Schritt im Lösungsprozeß darin besteht, das adäquate Modell zu aktivieren. Aus den Textverarbeitungsmodellen läßt sich hingegen

vorhersagen, daß die Kontextgeschichte den Aufbau eines adäquaten episodischen Situationsmodelles erleichtert.

Methode

Es wurden zwei Kontextgeschichten entwickelt. In der „Konkurrenzkontextgeschichte" werden zwei Personen hinsichtlich ihres Besitzes beschrieben, und eine Angleichung ihres Besitzstandes wird expliziert. In der „Planungskontextgeschichte" werden Personen und Gegenstände beschrieben, und es geht darum, für jede Person einen Gegenstand zu beschaffen. Es wurden zwei Gruppen von Vergleichsaufgaben entwickelt: Bei den „Zwei-Personen-Aufgaben" werden passend zum „Konkurrenzkontext" zwei Personen hinsichtlich der Anzahl gleicher Objekte verglichen, und bei den „Subjekt-Objekt-Aufgaben" wird passend zum „Planungskontext" die Anzahl von Personen mit der Anzahl von Objekten verglichen.

Kontextgeschichten

Konkurrenzkontextgeschichte

„Petra ist die jüngere Schwester von Paul. Petra sagt zu ihrer Mutter: ‚Es ist ungerecht, Paul hat von allem mehr. Er hat ein größeres Zimmer, ein besseres Fahrrad, und er hat auch mehr Spielsachen. Seine Malstifte sind besser als meine, und er bekommt mehr Taschengeld. Ich möchte das gleiche haben wie Paul.' Daraufhin sagt die Mutter: ‚Keine Angst, wenn Du so alt bist wie Paul, wirst Du das gleiche wie er bekommen.'"

Planungskontextgeschichte

„Petra hat zu ihrem Geburtstag viele Kinder eingeladen. Sie sagt zu ihrer Mutter: ‚Wir müssen noch mehr einkaufen, unsere Sachen reichen längst nicht aus. Saft ist zu wenig da, und es gibt nicht für jedes Kind einen Mohrenkopf und ein Eis. Auch die Würstchen reichen nicht aus. Jedes Kind soll von allem gleich viel bekommen.' Daraufhin sagt die Mutter: ‚Keine Angst, ich gehe heute einkaufen und sorge dafür, daß jedes Kind von allem gleich viel bekommt.'"

Arten von Textaufgaben

Zwei-Personen Textaufgaben

Die sechs Textaufgaben aus Tabelle 1 wurden vorgegeben. Die Akteure waren Petra und Paul. Objekte waren Spielsachen. Petra besaß immer weniger als Paul. Die Zahlen in den Aufgaben wurden so gewählt, daß die Summe immer kleiner als 10 war, nie die gleiche Zahl zweimal in einer Aufgabe vorkam, und das richtige Ergebnis nie identisch war mit einer in der Aufgabe vorkommenden Zahl.

Subjekt-Objekt-Aufgaben

In den sechs Textaufgabentypen aus Tabelle 1 wurde die Anzahl von Kindern mit der Anzahl von Lebensmitteln verglichen. Es gab immer weniger Lebensmittel als Kinder. Beispielaufgaben sind: „Es kommen 6 Kinder zu Petras Geburtstag und es gibt 4 Würstchen. Wie viel weniger Würstchen als Kinder gibt es?" (unbekannte Differenzmenge), „Es gibt 5 Lutscher auf Petras Geburtstag. Es gibt 3 Kinder mehr als Lutscher. Wie viele Kinder sind auf Petras Geburtstag" (unbekannte Vergleichsmenge) oder „Es sind 5 Kinder auf Petras Geburtstag. Es gibt 3 Kinder mehr als Mohrenköpfe. Wie viele Mohrenköpfe gibt es?" (unbekannte Referenzmenge). Die Zahlen wurden wie bei den Zwei-Personen Aufgaben gewählt.

Versuchsplan

Die beiden Kontextgeschichten (Konkurrenzgeschichte, Planungsgeschichte) wurden mit den beiden Arten von Textaufgaben (Zwei-Personen-Aufgaben, Subjekt-Objekt-Aufgaben) gepaart, so daß sich vier Versuchsbedingungen ergaben:

(1) Konkurrenzgeschichte — Zwei-Personen-Aufgaben,
(2) Konkurrenzgeschichte — Subjekt-Objekt-Aufgaben,
(3) Planungsgeschichte — Zwei-Personen-Aufgaben,
(4) Planungsgeschichte — Subjekt-Objekt-Aufgaben.

Wenn die Kontextgeschichte sich auf das episodische Situationsverständnis auswirkt, ist zu erwarten, daß die Leistungen beim Lösen von Textaufgaben unter den *kompatiblen* Bedingungen (1) und (4) besser sind als unter den *inkompatiblen* Bedingungen (2) und (3). Wenn hingegen die Kontextgeschichte lediglich den Aufbau eines mathematischen Problemmodelles beeinflußt, sollten sich keine Unterschiede zwischen den kompatiblen und den inkompatiblen Bedingungen zeigen.

Die vier Versuchsbedingungen wurden an unabhängigen Gruppen realisiert.

Durchführung

Versuchspersonen

An der Untersuchung nahmen 43 Erstkläßler (mittleres Alter: 7 Jahre, 3 Monate) aus drei verschiedenen Münchener Kinderhorten und 40 Vorschulkinder (mittleres Alter: 6 Jahre, 2 Monate) aus zwei Münchener Kindergärten teil. Zwei Versuchsleiterinnen (Studentinnen der Psycholinguistik und Pädagogik) führten die Untersuchungen durch. Jede Versuchsleiterin realisierte alle vier Versuchsbedingungen, denen die Kinder nach dem Zufall zugeordnet wurden.

Aufgabenvorgabe

Zunächst wurde überprüft, ob die Kinder überhaupt dazu in der Lage sind, Textaufgaben zu lösen. Deshalb wurden jedem Kind drei einfache Aufgaben vorgegeben, zwei Austauschaufgaben mit unbekannter Endmenge und eine Kombinationsaufgabe mit unbekannter Gesamtmenge. Nach einer kurzen Pause wurde den Kindern die Kontextgeschichte vorgelesen, und im Anschluß daran wurden die sechs Aufgaben in zufälliger Reihenfolge von der Versuchsleiterin vorgelesen, und die Kinder mußten sie ohne Papier und Bleistift lösen.

Ergebnis

Vier Kindergartenkinder wurden ausgeschlossen, weil sie mit keiner der drei zu Beginn vorgegebenen einfachen Aufgaben etwas anfangen konnten. Alle anderen Kindergartenkinder lösten mindestens zwei der drei einfachen Anfangsaufgaben. Alle Erstkläßler lösten die eingangs gestellten einfachen Textaufgaben, ein Erstkläßler wurde ausgeschlossen, weil er bei den Vergleichsaufgaben nicht zur Mitarbeit zu bewegen war.

Die Mittelwerte und Standardabweichungen sind Tabelle 2 zu entnehmen. Eine dreifaktorielle Varianzanalyse mit den unabhängigen Faktoren Alter (Erstkläßler, Kindergartenkinder), Versuchsbedingung (Konkurrenzgeschichte — Zwei-Personen-Aufgaben, Planungsgeschichte — Zwei-Personen-Aufgaben, Konkurrenzgeschichte — Subjekt-Objekt-Aufgaben, Planungsgeschichte — Subjekt-Objekt-Aufgaben), und dem Meßwiederholungsfaktor Aufgabenart (unbekannte Differenzmenge, unbekannte Vergleichsmenge, unbekannte Referenzmenge) ergab einen signifikanten Haupteffekt „Alter", $F(1,70) = 21.46$, $p < .001$, einen signifikanten Haupteffekt „Aufgabenart", $F(2,140) = 27.16$, $p < .001$, und einen signifikanten Haupteffekt „Versuchsbedingung", $F(3,70) = 6.87$, $p < .001$. Signifikant war die Interaktion zwischen „Versuchsbedingung" und „Alter", $F(3,70) = 5.08$, $p < .01$, sowie die dreifache Interaktion zwischen „Aufgabenart", „Alter" und „Versuchsbedingung", $F(6,140) = 8.7$, $p < .001$. Die Kontexteinbettung hat sich

Tab. 2. Mittlere Lösungsrate der Aufgaben

	Erstkläßler			
	Kontext			
Aufgabe	kompatibel		inkompatibel	
	zwei-Person	Person-Objekt	zwei-Person	Person-Objekt
Differenz	.85	.70	.60	.41
Vergleich	.75	.79	.35	.46
Referenz	.80	.65	.25	.33
M	.80	.71	.40	.40

	Kindergartenkinder			
	Kontext			
Aufgabe	kompatibel		inkompatibel	
	zwei-Person	Person-Objekt	zwei-Person	Person-Objekt
Differenz	.75	.69	.21	.22
Vergleich	.23	.38	.39	.47
Referenz	0	0	.06	.08
M	.33	.36	.22	.26

also nicht auf alle Altersgruppen und Versuchsbedingungen in gleicher Weise ausgewirkt. Zusätzliche Kontrastanalysen ergaben, daß Erstkläßler bei allen Aufgabenarten unter kompatiblen Bedingungen deutlich bessere Leistungen zeigen als unter den inkompatiblen Bedingungen ($p < .05$), und daß Kindergartenkinder nur bei Aufgaben mit unbekannter Differenzmenge bessere Leistungen unter den kompatiblen Kontextbedingungen als unter den inkompatiblen Bedingungen zeigen ($p < .05$).

Für alle drei Tetxtaufgabenarten zeigte sich: Zwischen der Auswirkung der Konkurrenz-Kontextgeschichte auf Zwei-Personen-Aufgaben und der Planungs-Kontextgeschichte auf Subjekt-Objekt-Aufgaben gab es keinen Unterschied. Zwei-Personen-Aufgaben profitieren also genauso von der Kontexteinbettung wie Subjekt-Objekt-Aufgaben.

Diskussion

Das Ergebnis von Stern und Lehrndorfer (1992), wonach die im quantitativen Kontext verwendeten Formulierungen „mehr" und „weniger" verstanden werden können, wenn zuvor eine Geschichte aktiviert wurde, die die Angleichung zweier Mengen thematisierte, konnte repliziert werden.

Die Untersuchung zeigte auch, daß die Leistung im Lösen von Vergleichsaufgaben besser ist, wenn zuvor eine Kontextgeschichte vorgegeben wird, die in der episodischen Struktur mit den Aufgaben übereinstimmt, als wenn dies nicht der Fall ist. Damit konnte gezeigt werden, daß sich die positiven Auswirkungen der Kontextgeschichte nicht in der Aktivierung des angemessenen mathematischen Wissens erschöpfen, sondern den Aufbau von episodischen Situationsmodellen steuern. Da keine Kontrollgruppe mit neutraler Kontextbedingung gewählt wurde, bleibt ungeklärt, ob es auch unter den inkompatiblen Bedingungen einen Erleichterungseffekt gibt, der lediglich geringer ausfällt als unter der kompatiblen Bedingung. In jedem Falle konnte jedoch gezeigt werden, daß allein die Aktivierung eines Kontextes, in dem der Mengenvergleich thematisiert wird, noch nicht zum optimalen Erleichterungseffekt führt.

Während die Mehrheit der Erstkläßler sowohl die in Aufgaben mit unbekannter Differenzmenge verwendete Frage „Wieviel ___ hat ___ mehr/weniger ___ als ___?", als auch den in Aufgaben mit unbekannter Vergleichs- und Referenzmenge verwendeten Satz „___ hat ___ mehr/weniger ___ als ___" verstehen können, wenn ein Kontext aktiviert wird, der eine anschauliche Repräsentation der Differenzmenge erlaubt, gelingt dies Kindergartenkindern nur in eingeschränktem Maße. Ca. 40% der Kindergartenkinder können die Frage „Wieviel ___ hat ___ mehr/weniger als ___?" unter der kompatiblen Kontextbedingung verstehen, während kaum ein Kind den Satz „___ hat ___ mehr/weniger ___" verstehen kann. Kindergartenkinder haben offensichtlich noch größere Schwierigkeiten mit dem Verstehen der sprachlichen Oberflächenstruktur von Vergleichsaufgaben.

Bei Erstkläßlern hingegen wirkt sich die kompatible Kontextbedingung auf alle drei Typen von Vergleichsaufgaben positiv aus, unabhängig davon, ob es sich um Zwei-Personen-Aufgaben oder um Subekt-Objekt-Aufgaben handelt. Die Interpretation der Differenzmenge als eine konkrete Menge gelingt offensichtlich auch bei Formulierungen wie „Hans hat 3 Murmeln mehr als Peter."

Wie lassen sich die beiden theoretischen Modelle zum Verstehen und Lösen von Textaufgaben vor dem Hintergrund der vorliegenden Ergebnisse bewerten? Die Kontexteinbettungseffekte sind mit der Vorstellung der mathematisch-logischen Modelle vereinbar, wonach die Aufgabenschwierigkeit von der Abstraktheit des mathematischen Problemmodelles abhängt. Ohne Kontexteinbettung erfordern Vergleichsaufgaben den Aufbau eines Teil-Ganzes Modelles, während mit Kontexteinbettung der Aufbau eines handlungsnahen Modelles möglich ist.

Die Ergebnisse stützen jedoch die Annahmen der Textverarbeitungsmodelle, wonach die episodische Struktur den Aufbau des mathematischen Problemlöseprozesses steuert, und sprechen gegen den in den mathematisch-logischen Modellen angenommenen Structure-Mapping Prozeß. Die Überlegenheit der kompatiblen Kontextbedingungen spricht dafür, daß beim Lösen von Textaufgaben nicht „fertige" mathematische Problemmodelle abgerufen werden, sondern daß der Aufbau eines mathematischen Problemmodelles als ein Konstruktionsprozeß verstanden werden muß, der bis zum Schluß — also bis zur Lösung der Aufgabe — von der episodischen Struktur einer Aufgabe beeinflußt wird.

Summary

The importance of situational understanding in children's ability to solve quantitative comparison problems

Word problems depicting the comparison of quantities have been shown to be difficult for elementary school children in several studies. One reason for this may be that young children lack situational understanding because they are not familiar with the quantitative comparison of sets. In previous studies it has been shown that children who received comparison problems following stories that induced situational understanding of qualitative comparisons performed better than children who received comparison problems following stories that had nothing to do with the comparison of sets. It was hypothesized that children can only access the mathematical problem solving knowledge necessary to understand and solve comparison problems if the goal of making two sets equivalent in quantity is activated. In the current study we tested how strong the connection between this goal and the problem story has to be to provide the facilitating effect. In a study with 83 kindergarten children and first graders the compatibility of a goal directed story and word problems was varied and the results showed that there was a clear relation between compatibility and facilitating effect.

Literatur

Aebli, H., Staub, F. & Ruthemann, U. (1991). Textrechnungen im Mathematikunterricht: Wie und wozu? *Mathematik lehren, 44,* 12—17.

Briars, D. J. & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1,* 245—296.

Carey, S. (1982). Semantic development: The state of art. In E. Wanner & L. R. Gleitman (Eds.), *Language acquisition: The state of art* (pp. 347—389). Cambridge: Cambridge University Press.

Clark, E. V. (1973). Non-linguistic strategies and the acquisition of word meanings. *Cognition, 2,* 161—182.

Cummins, D. D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. *Cognition and Instruction, 8,* 261—289.

Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20,* 405—438.

Davis-Dorsey, J., Ross, S. M. & Morrison, G. R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology, 83,* 61—68.

De Corte, E. & Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *The Journal of Mathematical Behavior, 4,* 3—21.

De Corte, E., Verschaffel, L. & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77,* 460—470.

Dellarosa, D. (1986). A computer simulation of children's arithmetic word problem solving. *Behavior Research Methods, Instruments, and Computers, 18,* 147—154.

Fayol, M., Abdi, H. & Gombert, J.-E. (1987). Arithmetic problems formulation and working memory load. *Cognition and Instruction, 4,* 187—202.

Fletcher, C. R. (1985). Understanding and solving arithmetic word problems: A computer simulation. *Behavior Research Methods, Instruments, and Computers, 17,* 565—571.

Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243—275). New York: Macmillan.

Gentner, D. (1989). The mechanisms of analogical learning. In S. Vosniadou & A. Ortony (Eds.), *Similarity and analogical reasoning* (pp. 199—241). Cambridge: Cambridge University Press.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22,* 170—218.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child Development, 54,* 84—90.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: A construction-integration model. *Psychological Review, 95,* 163—182.

Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, 92,* 109—129.

Kintsch, W. & van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review, 85,* 363—394.

Lewis, A. B. & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 79,* 363—371.

Renkl, A. & Stern, E. (in Druck). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und Lernaufgaben für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie.*

Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109—151). New York: Academic Press.

Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist, 44,* 162—169.

Resnick, L. B. & Greeno, J. G. (1990). *Conceptual growth of number and quantity.* Unpublished manuscript, University of Pittsburgh.

Reusser, K. (1989a). *Vom Text zur Situation zur Gleichung. Kognitive Simulation von Sprachverständnis und Mathematisierung beim Lösen von Textaufgaben.* Universität Bern: Habilitationsschrift.

Reusser, K. (1989b). *Textual and situational factors in solving mathematical word problems.* Paper presented at the Third Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction (EARLI), Madrid, September 4—7, 1989.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. In H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett & H. F. Friedrich (Eds.), *Learning and instruction: Vol. 2.2. Analysis of complex skills and complex knowledge domains* (pp. 477—498). Oxford: Pergamon Press.

Riley, M. S. & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction, 5,* 49—101.

Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. H. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153—196). New York: Academic Press.

Stern, E. (1992). Warum werden Kapitänsaufgaben „gelöst"? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. *Der Mathematikunterricht, 38* (5), 7—29.

Stern, E. (1993a). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology, 85,* 7—23.

Stern, E. (1993b). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. An der Ludwigs-Maximilians-Universität München eingereichte Habilitationsschrift.

Stern, E. & Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word problems. *Cognitive Development, 7,* 259—268.

Van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension.* New York: Academic Press.

Verschaffel, L., De Corte, E. & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology, 84,* 84—94.

Anschrift der Verfasserin:

Dr. Elsbeth Stern
Max-Planck-Institut für psychologische Forschung
Leopoldstraße 24, 80802 München