Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben

Alexander Renkl und Elsbeth Stern

Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 8(1), 1994, 27-39.

Reprint 15/1994

Zeitschrift für Pädagogische Psychologie / German Journal of Educational Psychology, 8 (1), 1994, 27–39

ALEXANDER RENKL & ELSBETH STERN

Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben

The significance of cognitive prerequisites and learning opportunities at school for solving simple and complex mathematical word problems

Summary: The goal of the present study was to focus on theoretically relevant determinants to explain interindividual difference in performance on arithmetic word problems in elementary school children. Two factors that were expected to be important for achievement growth in word problem solving and that were assumed to interact with each other were considered: cognitive prerequisites (fluid intelligence, prior knowledge) and the type of learning tasks employed by the teacher. The data, which were collected within the framework of a school-related longitudinal study (33 classrooms and 568 subjects), were analyzed by multi-level analyses. The results indicated that cognitive prerequisites explained a major proportion of achievement variance. A smaller, nevertheless significant amount of interindividual differences in achievement were due to the type of learning tasks. In particular, learning tasks that focused on conceptual knowledge proved to be an important factor in fostering achievement. In contrast to our hypothesis, no interaction between cognitive entry characteristics and type of learning tasks was found. The presentation of tasks that tapped conceptual knowledge fostered achievement in all children, regardless of their cognitive prerequisites.

Zusammenfassung: In der vorliegenden Studie stand die theoriegeleitete Erklärung interindividueller Unterschiede im Lösen einfacher und komplexer mathematischer Textaufgaben bei Grundschulkindern im Mittelpunkt. Es wurden zwei Faktoren in Betracht gezogen, von denen erwartet wurde, daß sie zum einen für die Leistungsentwicklung besonders bedeutsam seien und daß sie zum anderen miteinander in Wechselwirkung treten würden: die kognitiven Eingangsvoraussetzungen (flüssige Intelligenz und Vorwissen) und die Art der im Mathematikunterricht eingesetzten Lernaufgaben. Die Daten der vorliegenden Studie, die einer schulbezogenen Längsschnittstudie (33 Klassen, 568 Schüler) entstammten, wurden mit Hilfe von Mehrebenenanalysen ausgewertet. Die Ergebnisse zeigten, daß die kognitiven Eingangsvoraussetzungen einen Großteil der interindividuellen Unterschiede aufklärten; ein geringerer, aber dennoch bedeutsamer Teil der Leistungsvarianz wurde durch Unterrichtsmerkmale erklärt. Dabei erwiesen sich insbesondere konzeptuell anspruchsvolle Mathematikaufgaben als lernförderlich. Wider Erwarten konnte keine Wechselwirkung zwischen kognitiven Eingangsbedingungen und der Art der Lernaufgaben nachgewiesen werden, d. h. Schüler mit unterschiedlichen kognitiven Lernvoraussetzungen profitierten gleichermaßen von konzeptuell anspruchsvollen Aufgaben.

Bereits bei Grundschulkindern gibt es trotz scheinbar homogener schulischer Lerngelegenheiten große interindividuelle Unterschiede in verschiedenen Aspekten der Mathematikleistung (Baroody 1987; Klauer 1992; Stern 1992a), deren Zustandekommen bisher nur teilweise erklärt werden kann. Zur Aufklärung dieser Unterschiede lassen sich sowohl personeninterne als auch externe Faktoren heranziehen. In bezug auf personeninterne Faktoren zeigen faktorenanalytische Studien, daß Unterschiede in der Mathematikleistung mit Unterschieden in der flüssigen Intelligenz, dem kristallinen mathematischen Wissen und einem numerischen Speedfaktor einhergehen (Snow & Swanson 1992). Zu den externen Faktoren, die Mathematikleistung beeinflussen, gehören die schulischen und außerschulischen Lerngelegenheiten, die den Zugang zu Aufgaben und Übungsmöglichkeiten erschließen und die Leistungsrückmeldungen, die für den Aufbau adäquaten Wissens erforderlich sind, bieten. Während die außerschulischen Lerngelegenheiten so vielfältig sind, daß eine systematische Betrachtung schwierig ist, ist der Schulunterricht sehr häufig Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen. Die Unterrichtsforschung und speziell das Prozeß-Produkt-Paradigma (Brophy & Good 1986) haben eine Vielzahl von Unterrichtsmerkmalen als relevant für den Lernzuwachs der Schüler ausgewiesen. In den meisten Studien zur Unterrichtsforschung wurde jedoch in mehr oder weniger atheoretischer Weise eine Vielzahl von Unterrichtsvariablen erhoben und mit der

Leistungsentwicklung in Beziehung gesetzt. Dieses Vorgehen ist problematisch, da mit «signifikanten» zufälligen Zusammenhängen gerechnet werden muß (Inflationierung des Alpha-Fehlers). Ein alternativer, von uns bevorzugter Ansatz in der Unterrichtsforschung besteht darin, sich auf wenige, aber theoretisch fundierte Unterrichtsmerkmale zu konzentrieren.

Jedoch nicht nur theoretisch-konzeptuelle Mängel, sondern auch suboptimale Auswertungsverfahren lassen die Resultate der traditionellen Unterrichtsforschung in vielen Fällen als wenig aussagekräftig erscheinen. Es wird meist mittels Regressionsanalysen oder Strukturgleichungsmodellen versucht, einen möglichst hohen Anteil der Leistungsunterschiede zu erklären. In diesen Verfahren wird zwar berücksichtigt, daß unterschiedliche Faktoren nicht unabhängig voneinander sind und deshalb zum Teil dieselben Varianzanteile aufklären, es bleiben jedoch vielfach zwei bedeutsame Aspekte unberücksichtigt, nämlich (a) die Schachtelung der Schüler in Klassen (Mehrebenenproblem) und (b) potentielle Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Prädiktoren. So profitieren Kinder unterschiedlichen Leistungsniveaus möglicherweise nicht in gleichem Maße von bestimmten Unterrichtsmaßnahmen oder Instruktionsprogrammen. Die Förderung leistungsschwacher Schüler kann zur Vernachlässigung leistungsstarker Schüler führen und umgekehrt. Diese Möglichkeit wird in der Unterrichtsforschung unter dem Begriff *Aptitude-Treatment-Interaction* (*ATI*, Cronbach & Snow 1977) diskutiert. Die bisher vorliegenden Befunde beziehen sich überwiegend auf das Merkmal «Strukturiertheit des Unterrichtes». Die Ergebnisse zeigen einen negativen Zusammenhang zwischen kognitiven Eingangsvoraussetzungen und dem Nutzen eines strukturierten Unterrichtes. Schwächere Schüler profitieren von starker Strukturierung, während leistungsstärkere Kinder unter dieser Bedingung vielfach nicht ihr Leistungsoptimum erreichen.

Neben der Tatsache, daß sich bestimmte Lerngelegenheiten je nach kognitiven Voraussetzungen in unterschiedlichem Ausmaß auf den Lernzuwachs auswirken, muß auch berücksichtigt werden, daß die Begabung und die Häufigkeit, mit der Lerngelegenheiten aufgesucht und genutzt werden, nicht unabhängig voneinander sind. So werden begabtere Kinder vielleicht häufiger Lerngelegenheiten aufsuchen, von denen sie profitieren können, als weniger begabte Kinder. Dies trifft natürlich insbesondere auf außerschulische Lerngelegenheiten zu, z. B. wenn die Eltern um Aufgaben gebeten werden oder die Kinder sich mit mathematischen Spielen beschäftigen. Darüber hinaus ist aber auch eine Beeinflussung der schulischen Lerngelegenheiten denkbar. So können sich leistungsstärkere Kinder durch gezielte Fragen an den Lehrer neue Wissensquellen erschließen. Außerdem wird ein Lehrer in Klassen mit höherem Intelligenzdurchschnitt und höherem Vorwissen möglicherweise auch von sich aus andere Lerngelegenheiten bieten als in Klassen mit schwächeren Schülern. Eine genauere Analyse des Zusammenspiels zwischen Begabung und Lerngelegenheiten und dessen Auswirkung auf den Lernzuwachs bleibt in Unterrichtsstudien oftmals unberücksichtigt.

Bei der Erklärung interindividueller Unterschiede in der Mathematikleistung muß berücksichtigt werden, daß es sich hierbei keineswegs um ein homogenes Kriterium handelt. Die im Grundschulunterricht behandelten Aufgabenarten «Rechenaufgaben» und «Textaufgaben» stellen zum Teil sehr unterschiedliche Anforderungen an die Problemlösekompetenz. So können einige Rechenaufgaben auch ohne konzeptuelles Verständnis gelöst werden, während bei Textaufgaben mangelndes Verständnis in aller Regel nicht durch geschickte Prozeduranwendung kompensiert werden kann[1].

Daß Kompetenzen im Lösen von Textaufgaben und Fertigkeiten im Lösen von Rechenaufgaben durch unterschiedliche Faktoren determiniert werden, zeigen Ergebnisse aus Längsschnittuntersuchungen. So konnte mehrfach gezeigt werden, daß die in der Vorschulzeit erfaßte Intelligenz die Leistungen im Lösen von Textaufgaben in der Grundschulzeit besser vorhersagt als die Leistungen bei Arithmetikaufgaben (Stevenson & Newman 1986; Stern 1990; Weinert 1989). Bei letzteren können Intelligenzdefizite eher durch Übung ausgeglichen werden (Ashcraft 1987; Siegler 1991). Gelegenheiten zur Übung ergeben sich vorwiegend im Schulunterricht, wobei es große Unterschiede zwischen den Klassen in der Häufigkeit solcher Lerngelegenheiten gibt (Renkl 1991). So konnte auch in der Münchener Längsschnittstudie SCHOLASTIK, auf der auch die Analysen in diesem Artikel basieren, bereits gezeigt werden, daß sich die Klassenzugehörigkeit deutlich stärker auf die Leistung im Lösen von Rechenaufgaben auswirkte als auf die Leistung bei Textaufgaben (Stern 1990).

1. Das Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben

Das Verstehen einer Textaufgabe stellt, sofern es sich nicht um eine sehr simple Aufgabe handelt, ein *Problem* im Sinne Dunckers (1935; vgl. auch Dörner 1976) dar, d. h. die Lösung erfolgt nicht durch den Abruf einer bereits verfügbaren Prozedur, sondern indem in einem «bottom-up-Verfahren» eine Lösungsprozedur aufgebaut wird (Gagné 1984). Für die Lösung jeder Textaufgabe muß von den Oberflächenmerkmalen, d. h. von den in der Aufgabe vorkommenden Personen, Gegenständen und Zahlen, abstrahiert werden und die mathematische Struktur der Aufgabe muß herausgearbeitet werden.

In der Kognitiven Psychologie wurde ein systematischer Zugang zum Lösen von Textaufgaben im Grundschulalter erarbeitet. Riley, Greeno & Heller (1983) haben 14 Grundtypen von Textaufgaben identifiziert, in denen der Austausch, der Vergleich und das Zusammenfügen von Mengen thematisiert werden und die sich deutlich in der Schwierigkeit unterscheiden (Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer 1988; DeCorte, Verschaffel & De Win 1985; Riley et al. 1983; Stern 1992a; 1993). Simulationsmodelle zu den Verstehens- und Lösungsprozessen bei diesen Textaufgaben wurden entwickelt (Kintsch & Greeno 1985; Cummins et al. 1988; Riley & Greeno 1988; Reusser 1989), mit deren Hilfe erklärt werden kann, welche Schwierigkeiten im Sprach-, Sach- und Situationsverständnis (dazu Hudson 1983; Reusser 1989; Stern & Lehrndorfer 1992) sowie im mathematischen Verständnis das Lösen bestimmter Aufgaben erschweren. So können Aufgaben, in denen der Austausch von Mengen thematisiert wird, z. B.
«Hans hatte 5 Murmeln.
Dann schenkte ihm Peter noch 3 Murmeln.
Wie viele Murmeln hat Hans jetzt?»
gelöst werden, indem die Information über Quantitäten sukzessiv verarbeitet wird, etwa über interne oder externe Modellierung mit Gegenständen oder über Zählstrategien. Für das Verstehen der o. g. Austauschaufgabe ist die Repräsentation von Addition und Subtraktion als erfahrungsnahe Handlungsschemata ausreichend (Addition ist «etwas dazutun», Subtraktion ist «etwas wegnehmen»). Im Gegensatz zu einfachen Austauschaufgaben können Aufgaben, in denen der Vergleich von Mengen thematisiert wird, wie z. B.
«Peter hat 5 Murmeln.
Er hat 3 Murmeln weniger als Hans.
Wie viele Murmeln hat Hans?»
nur gelöst werden, wenn bereits eine abstrahierte Vorstellung vom quantitativen Vergleich in Form eines *quantitativen Teil-Ganzes-Schemas* repräsentiert ist. Teil-Ganzes-Verständnis, das nach Resnick (1983; 1989) zu den wichtigsten Lernzielen der Grundschulmathematik gehört, liegt vor, wenn verstanden wird, daß man eine Zahl als eine Komposition aus anderen Zahlen verstehen kann (z. B. statt «7» kann man «5+2» oder «9–2» sagen) und wenn Addition und Subtraktion als komplementäre Operationen aufgefaßt werden können, wie es z. B. für das Lösen von Platzhalteraufgaben (?+3=8) erforderlich ist. Das Teil-Ganzes-Schema erlaubt im Vergleich zu einem handlungsnahen Veränderungsschema größere Flexibilität im Umgang mit quantitativer Information. Nach Resnick (1989) und Riley & Greeno (1988) ist die Repräsentation des Teil-Ganzes-Schemas Voraussetzung dafür, daß ein *mathematisiertes abstraktes Problemmodell* einer Textaufgabe aufgebaut werden kann, mit dessen Hilfe eine Textaufgabe mathematisch, also durch das Aufstellen einer Gleichung, gelöst werden kann. In dem abstrakten Problemmodell, das Vergleichsaufgaben zugrundeliegt, ist die mathematische Beziehung zwischen den am quantitativen Vergleich beteiligten Mengen (der kleinen Menge [kM], der großen Menge [gM] und der Vergleichsmenge [VM]) repräsentiert. Diese Beziehung kann in vier möglichen Gleichungen ausgedrückt werden: gM–kM=VM, gM–VM=kM, kM+VM=gM, VM+kM=gM. Mit Hilfe eines mathematisierten abstrakten Problemmodelles kann also aus zwei gegebenen Mengen eine dritte Menge bestimmt werden, auch wenn nicht explizit nach dieser gefragt wird.
In ganz unterschiedlichen Untersuchungen in verschiedenen Ländern wurde gezeigt, daß ab der dritten Grundschulklasse die Mehrheit der Kinder alle Additions- und Subtraktionstextaufgaben, bei denen zwei Zahlen verrechnet werden müssen, lösen können. Daraus kann jedoch nicht geschlossen werden, daß für alle Aufgabentypen die zugrundeliegenden abstrakten Problemmodelle bereits sicher verfügbar sind. Werden Aufgaben präsentiert, in denen zu verrechnende Größen inferiert werden müssen, wie z. B. in der mehrstufigen, komplexen Aufgabe
«Hans hat 5 Murmeln.
Er hat 3 Murmeln mehr als Peter.
Wie viele Murmeln haben Hans und Peter zusammen?»
muß ein abstraktes quantitatives Vergleichsmodell verfügbar sein. Nur so kann man erkennen, daß in den ersten beiden Sätzen die große Menge und die Vergleichsmenge genannt wurden und daß die Differenz zwischen beiden die kleine Menge ergibt. Letztere Information wird zur Beantwortung der abschließenden Frage benötigt.
Es läßt sich also festhalten, daß das Verstehen und Lösen von Textaufgaben im allgemeinen und das Lösen komplexer, mehrstufiger Textaufgaben im besonderen, hohe Flexibilität im Umgang mit mathematischen Operationen erfordert. Dies setzt voraus, daß letztere nicht lediglich als handlungsnahe Operationen repräsentiert sind, sondern als abstrakte quantitative Beziehungen. Insbesondere benötigt eine handlungsnahe Repräsentation mathematischer Operationen mehr Arbeitsspeicherkapazität als eine abstrakte-

re (Resnick & Greeno 1990; Stern 1992b). Wird z. B. Multiplikation als wiederholte Addition verstanden und ausgeführt, absorbiert dies einen großen Teil der zur Verfügung stehenden Arbeitsspeicherkapazität. Insbesondere wenn mehrstufige komplexe Aufgaben gelöst werden sollen, die die Speicherung von Zwischeninformation im Arbeitsspeicher erfordern, sind wenig speicherintensive, abstrakt-mathematische Repräsentationen für die Aufgabenlösung erforderlich.

Anzumerken bleibt, daß konzeptuelles Wissen nicht als explizites, verbalisierbares Wissen repräsentiert sein muß, um wirksam zu werden. Konzeptuelles Wissen wird einer Person dann zugesprochen, wenn ihre Lösungsstrategien in situations- und aufgabenübergreifender Weise mathematischen Prinzipien folgen (Bisanz & LeFevre 1990; Greeno, Riley & Gelman 1984).

2. Zur Bedeutung kognitiver Eingangsvoraussetzungen für das Lösen von Textaufgaben

Flüssige Intelligenz und Vorwissen sind als bedeutsame kognitive Voraussetzungen für das Lösen von Textaufgaben anzusehen. Unter *flüssiger Intelligenz* versteht man Flexibilität im Umgang mit allgemeinen Prozeß- und Kontrollstrategien, die es ermöglichen, auch neue Aufgaben adäquat zu lösen. Bei einer Textaufgabe handelt es sich, sofern nicht eine identische Aufgabe bereits gelöst wurde, in jedem Falle um eine neue Aufgabe, auch wenn bereits eine Lösungsprozedur für die zugrundeliegende Struktur der Aufgabe vorliegt und lediglich die Oberflächenstruktur neu ist. Insbesondere wenn, wie in dieser Arbeit, Textaufgaben verwendet werden, bei denen nicht nur Oberflächenmerkmale neu sind, sondern die zum Teil auch der zugrundeliegenden Struktur nach komplexer sind als die in der Schule behandelten Aufgaben, wird ein hoher Zusammenhang zwischen dem Lösen von Textaufgaben und der flüssigen Intelligenz erwartet. Zur Lösung komplexer Aufgaben müssen nämlich bereits vorliegende abstrakt-mathematische Problemmodelle erweitert und neu strukturiert werden.

Neben der Fähigkeit, sich auf neue Situationen einzustellen, ist die Abstraktionsfähigkeit zentrales Merkmal flüssiger Intelligenz (Carpenter, Just & Shell 1990). Im vorangegangenen Abschnitt wurde erörtert, daß insbesondere das Lösen von komplexen Aufgaben eine möglichst abstrakte Repräsentation des zugrundeliegenden mathematischen Modelles erfordern. Da zu erwarten ist, daß die Fähigkeit, eine möglichst abstrakte mathematische Repräsentation aufzubauen, mit der allgemeinen Intelligenz korreliert, wird insbesondere ein Zusammenhang zwischen dieser und dem Lösen von komplexen Textaufgaben erwartet.

In Untersuchungen aus unterschiedlichsten Bereichen wurde gezeigt, daß *Vorwissen* einen größeren Varianzanteil an Schulleistung aufklärt als Intelligenz (Weinert, Helmke & Schneider 1990). Bei der Interpretation dieser Befunde muß jedoch berücksichtigt werden, daß die allgemeine Intelligenz sich nicht erst beim Lösen eines konkreten Problems auswirkt, sondern bereits die gesamte Lerngeschichte beeinflußt hat. Die durch Vorwissen und Intelligenz erklärte Leistungsvarianz ist damit auf drei Effekte zurückzuführen, (a) den spezifischen Effekt des Vorwissens, in den der intelligenzunabhängige Übungseffekt eingeht; (b) den spezifischen Effekt der Intelligenz, in den Unterschiede in der allgemeinen Problemlösekompetenz eingehen; dieser kann in der Problemlösesituation zur Kompensation fehlenden Vorwissens genutzt werden; (c) den konfundierten Effekt aus Vorwissen und Intelligenz, in den die Auswirkungen der Intelligenz auf die Lerngeschichte eingehen. Intelligentere Personen haben in der Vergangenheit häufiger Lerngelegenheiten aufgesucht und diese effektiver genutzt als weniger intelligente Personen.

Es wird erwartet, daß die Leistung im Lösen von Textaufgaben zu einem großen Teil durch den konfundierten Effekt von Intelligenz und Vorwissen vorhergesagt wird und nur zu einem geringen Teil durch die spezifischen Effekte. Defizite im mathematischen Verständnis werden sich nur in geringem Maße durch hohe allgemeine Problemlösekompetenz, also Intelligenz, kompensieren lassen und andererseits setzt der Erwerb abstrakten mathematischen Verständnisses ein bestimmtes Intelligenzniveau voraus.

3. Der Einfluß von Lernaufgaben auf das Lösen von Textaufgaben

Schulische und außerschulische Lerngelegenheiten können den Erwerb neuen Wissens unter anderem durch die Art der vorgegebenen Probleme und Aufgaben beeinflussen. Nur wer die Gelegenheit erhält, an bestimmten Problemen zu arbeiten, kann die Kompetenz erwerben, diese zu lösen. Diese sehr banale Tatsache verdient in der Unterrichtsforschung besondere Beachtung: Zwar sind in den Lehrplänen die Lernziele festgelegt, den Lehrern bleibt jedoch ein großer Freiraum bei der Wahl der im Schulunterricht verwendeten Aufgaben[2]. So können die Lehrer weitgehend selbst bestimmen, welchen Zeitanteil sie auf die Vermittlung mathematischen Verständnisses verwenden und wieviel Zeit sie mit der Konsolidierung von Rechenstrategien durch die Vorgabe von Übungsaufgaben verbringen. Zudem ist den Lehrern zwar die Behandlung von Textaufgaben im Unterricht vorgeschrieben, nicht aber, welchen Anteil der Unterrichtszeit sie darauf verwenden müssen. Die relativ große Freiheit der Lehrer in bezug auf die im Unterricht behandelten Aufgaben kann als eine wichtige Quelle interindividueller Leistungsunterschiede im Lösen von Textaufgaben angesehen werden und soll in dieser Arbeit näher untersucht werden.

Renkl (1991) konnte zeigen, daß im dritten Schuljahr in allen von ihm untersuchten Klassen, deren Daten wir in diesem Artikel reanalysieren, viel weniger Unterrichtszeit auf die Behandlung von Textaufgaben entfiel als auf die Behandlung von Arithmetikaufgaben. Zudem gab es nur geringe Unterschiede zwischen Lehrern in der Häufigkeit, mit der Textaufgaben im Mathematikunterricht präsentiert wurden, so daß durch dieses Unterrichtsmerkmal keine Leistungsunterschiede aufgeklärt werden konnten.
Aufgrund der Bedeutung konzeptuellen mathematischen Verständnisses für das Lösen von Textaufgaben kann jedoch erwartet werden, daß insbesondere Mathematikunterricht, der auf konzeptuelles numerisches Verständnis abzielt, z. B. indem der Aufbau des Teil-Ganzes-Schemas gefördert wird, sich auch positiv auf das Lösen von Textaufgaben im allgemeinen und auf komplexe Textaufgaben im besonderen auswirkt. Der Aufbau des Teil-Ganzes-Schemas wird nach Resnick (1989) und Resnick & Greeno (1990) vor allem beim Lösen von *Rechenaufgaben* gefördert.

Die Förderung von konzeptuellem numerischen Verständnis haben wir operationalisiert durch die Wahl der im Unterricht eingesetzten Lernaufgaben. Dabei wird in Anlehnung an Renkl (1990; 1991; im Druck) sowie an Renkl & Helmke (1992) zwischen performanzorientierten und strukturorientierten Aufgaben unterschieden.

Strukturorientierte Aufgaben zielen auf die Förderung des konzeptuellen Verständnisses der hinter Algorithmen und Prozeduren stehenden Prinzipien ab. Dies kann beispielsweise bei der Bearbeitung einer Serie von strukturorientierten Aufgaben geschehen, indem abstrakte Lösungsmodelle induziert werden (Stern 1992c). Werden die Prinzipien von der Oberflächenstruktur der Aufgaben, an denen sie erlernt wurden, losgelöst und auf andere Aufgaben übertragen, fördert dies die Problemlösekompetenz in Mathematik (Renkl 1991; im Druck; Renkl & Helmke 1992; Stern & Siegler 1992). Beispiele für strukturorientierte Aufgaben auf Drittklaßniveau sind etwa folgende Lehrerfragen: «Wer kann mir, ohne zu rechnen, sagen, ob 2345+1234 dasselbe ergibt wie 1234+2345?» (Kommutativgesetz); «Aus wie vielen Hundertern, Zehnern und Einsern besteht die Zahl 245?» (Zahl als Teil-Ganzes-Schema); «Warum kann es nicht sein, daß wir beim Subtrahieren 2 borgen müssen» (Rationale der schriftlichen Subtraktion).
Performanzorientierte Aufgaben dienen einerseits der Kompilierung von Algorithmen im Sinne von Anderson (1987) und damit der Konsolidierung und Automatisierung von basalen arithmetischen Fertigkeiten; andererseits stärken sie Assoziationen zwischen Aufgaben und Antworten, so daß Prozeduren bei einfacheren Aufgaben vielfach überflüssig werden (vgl. Siegler 1989). Performanzorientierte Aufgaben fördern also in erster Linie «mechanisches Wissen» (Bisanz & LeFevre 1990). Beispiele für performanzorientierte Aufgaben auf Drittklaßniveau sind: «45+23=?», «8·3=?» oder «Ist 45–21=34 korrekt?» (zu ausführlichen Beispielsammlungen siehe Renkl 1990).

Aus den oben genannten Gründen kann erwartet werden, daß das Lösen von komplexen Textaufgaben insbesondere durch die Vorgabe von strukturorientierten Lernaufgaben positiv beeinflußt wird. Lediglich bei einfacheren Textaufgaben wird erwartet, daß auch performanzorientierte Lernaufgaben förderlich sein können, da in diesem Fall fehlendes konzeptuelles Wissen zumindest partiell durch geschickten Prozedureinsatz kompensiert werden kann. Es gibt Gründe für die Annahme, daß nicht alle Schüler in gleichem Maße von der Präsentation strukturorientierter Aufgaben profitieren, sondern nur diejenigen, die die Aufgaben zur Induktion abstrakter mathematischer Prinzipien nutzen. Da zu erwarten ist, daß dies Kindern mit günstigeren kognitiven Eingangsbedingungen in höherem Maße gelingt als Schülern mit ungünstigeren kognitiven Lernvoraussetzungen, steigert sich durch die Präsentation strukturorientierter Aufgaben möglicherweise der Zusammenhang zwischen kognitiven Eingangsvoraussetzungen und der Leistung im Lösen von Textaufgaben. Schwächere Schüler hingegen können von performanzorientierten Aufgaben profitieren, da ihnen Algorithmen und Prozeduren an die Hand gegeben werden, die konzeptuelle Mängel kompensieren können. Für diese Annahme sprechen die Befunde zur

differentiellen Wirksamkeit einfacher, wenig komplexer Lernaufgaben für verschiedene Schülergruppen (z. B. Brophy & Good 1986). Der Einsatz vieler performanzorientierter Aufgaben sollte also das Leistungsgefälle zwischen Kindern mit unterschiedlichen kognitiven Lernvoraussetzungen reduzieren.
Da die Unterrichtszeit für Mathematik begrenzt ist, muß der Lehrer Schwerpunkte setzen und damit möglicherweise – implizit oder explizit – entscheiden, ob die schwächeren oder die stärkeren Schüler vermehrt gefördert werden. Es kann deshalb angenommen werden, daß Unterschiede zwischen Lehrern in bezug auf ihre Unterrichtsgestaltung zu systematisch variierenden Zusammenhängen zwischen kognitiven Eingangsvoraussetzungen und der Leistung im Lösen von Textaufgaben führen.

4. Fragestellung

Ein Ziel der vorliegenden Studie ist es, herauszufinden, zu welchem Anteil sich die Varianz beim Lösen von Textaufgaben durch Unterschiede in der fluiden Intelligenz und dem Vorwissen einerseits und der Zugehörigkeit zu einer Schulklasse andererseits erklären läßt. Weiterhin soll überprüft werden, welche Bedeutung dem hinter dem Merkmal «Zugehörigkeit zu einer Schulklasse» liegenden Faktor «Auswahl und Präsentation der Lernaufgaben» zukommt. Im einzelnen sollen folgende Hypothesen überprüft werden:
(a) *Zusammenhang zwischen kognitiven Eingangsbedingungen und Unterrichtsvariablen:* Unterrichtsqualität und Begabungsniveau sind nicht unabhängig voneinander. In Klassen mit hohem mittleren Intelligenz- und Vorwissensniveau werden häufiger strukturorientierte Aufgaben präsentiert als in Klassen mit ungünstigeren kognitiven Lernvoraussetzungen.
(b) *Aufklärung von Leistungsunterschieden bei komplexen und einfachen Textaufgaben durch Intelligenz und Vorwissen:*
(b-1) Flüssige Intelligenz und Vorwissen korrelieren mit der Leistung im Lösen von Textaufgaben. Dabei wird in bezug auf Intelligenz bei komplexen Aufgaben ein höherer Zusammenhang erwartet als bei einfachen Aufgaben. (b-2) Es wird zudem angenommen, daß sich die Intelligenz auf die Lerngeschichte ausgewirkt hat und daß deshalb die konfundierten interindividuellen Unterschiede aus Intelligenz und Vorwissen einen größeren Varianzanteil aufklären als die spezifischen Anteile der beiden Variablen.
(c) *Aufklärung von Leistungsunterschieden bei komplexen und einfachen Textaufgaben durch Lerngelegenheiten:* Die häufige Präsentation von strukturorientierten Aufgaben im Schulunterricht wirkt sich positiv auf die Leistung im Lösen von komplexen und einfachen Textaufgaben aus. Dies sollte sich auch nach statistischer Kontrolle des unter (a) vermuteten Effektes der kognitiven Eingangsvoraussetzungen auf die Art der präsentierten Lernaufgaben zeigen. Zudem wird angenommen, daß die häufige Präsentation von performanzorientierten Aufgaben einen positiven Effekt auf das Lösen von einfachen Aufgaben hat.
(d) *Wechselwirkung zwischen kognitiven Eingangsbedingungen und Lerngelegenheiten:* Es werden Unterschiede zwischen den Schulklassen im Zusammenhang zwischen Intelligenz bzw. Vorwissen und der Leistung im Lösen von Textaufgaben vermutet *(Aptitude-Treatment-Interaktionen)*. Diese Unterschiede lassen sich auf differentielle Lerngelegenheiten zurückführen. (d-1) Die häufige Präsentation strukturorientierter Aufgaben führt zu einer Erhöhung des Zusammenhanges zwischen kognitiven Eingangsbedingungen und Leistung, da durch strukturorientierte Aufgaben insbesondere Kinder mit günstigeren kognitiven Lernvoraussetzungen gefördert werden. (d-2) Die häufige Präsentation performanzorientierter Aufgaben führt zu einer Abnahme des Zusammenhanges zwischen kognitiven Eingangsbedingungen und der Leistung im Lösen *einfacher* Textaufgaben, da von performanzorientierten Aufgaben insbesondere die Kinder mit weniger günstigen Lernvoraussetzungen profitieren.

5. Methode

5.1. Untersuchungsrahmen und Stichprobe

Die Daten entstammen einem größeren Längsschnittprojekt zur kognitiven und affektiven Entwicklung im Grundschulalter (SCHOLASTIK: *Schul*organisierte *Lern*angebote und *S*ozialisation von *T*alenten, *I*nteressen und *K*ompetenzen; Helmke & Weinert 1992). Die SCHOLASTIK-Studie umfaßt insgesamt 57 Schulklassen aus städtischen und ländlichen Gegenden (Großraum München).

Für die vorliegende Arbeit werden nur diejenigen Schüler und Klassen einbezogen, die an einer Intensivstudie zur Aufgaben- und Rückmeldungsgestaltung im Mathematikunterricht teilnahmen. Damit gehen in die im vorliegenden Artikel dargestellten Analysen Daten aus 33 Klassen mit insgesamt 711 Schülern ein (568 Schüler mit vollständigem Datensatz).

5.2. Instrumente

Intelligenztest. Die flüssige Intelligenz wurde mit einem nichtsprachlichen Verfahren, dem Culture Fair Test (CFT1) von Cattell erfaßt (deutsch Version von Weiß & Osterland 1979). Die erste Unterskala (Substitutionen) wurde wegen eines deutlichen Deckeneffektes nicht in die Auswertung einbezogen.

Messung der Leistung im Lösen von Textaufgaben. Das Vorwissen wurde mittels eines Vortests erfaßt, der 12 Textaufgaben zur Addition und Subtraktion enthielt, die alle auf der Grundlage der von Riley & Greeno entwickelten Prototypen basierten. Im Nachtest wurden 20 Aufgaben vorgegeben, davon ein Teil der Vortestaufgaben und zusätzlich einige Multiplikations- und Divisionsaufgaben. 8 Aufgaben wurden als einfach klassifiziert: Zu ihrer Lösung mußten «lediglich» zwei gegebene Größen miteinander in Beziehung gesetzt, d. h. addiert, subtrahiert, multipliziert oder dividiert werden. Bei den 12 als komplex definierten Textaufgaben bestand der korrekte Lösungsweg in einem mehrschrittigen Verfahren. Ein Beispiel für eine einfache Aufgabe ist:

«Hans hat 8 Birnen.
Er hat viermal so viele Birnen wie Peter.
Wie viele Birnen hat Peter?»

Ein Beispiel für eine mehrstufige Aufgabe ist:

«Peter hat 2 Käfige mit Hamstern.
Im großen Käfig sind 7 Hamster.
Im kleinen Käfig sind 3 Hamster weniger.
Wie viele Hamster hat Peter insgesamt?»

Die Aufgaben wurden in einem Testheft präsentiert. Auf jeder Seite befanden sich 4 Aufgaben. Die für eine Seite zur Verfügung stehende Zeit (5–6 Minuten) war so gewählt, daß ohne Zeitdruck jede der vorgegebenen Aufgaben angegangen werden konnte. Die Kinder mußten die Antwortzahl und den Rechenweg angeben. Als gelöst wurde eine Textaufgabe gewertet, wenn neben dem richtigen numerischen Ergebnis auch ein korrekter Lösungsweg angegeben wurde.

Beobachtungsinstrument. Es wurde ein niedrig-inferentes Beobachtungssystem namens SOME (*S*ystem for the *O*bservation of *M*athematics Instruction in *E*lementary School; Renkl 1990) eingesetzt. Dieses dient der ereignisbezogenen Kodierung *(event sampling)* der fachbezogenen Lehrer-Schüler-Interaktion im Mathematikunterricht der Grundschule durch externe Unterrichtsbeobachter. Mittels dieses Beobachtungssystems wurde die durchschnittliche Häufigkeit performanz- und strukturorientierter Lernaufgaben pro Unterrichtsstunde bestimmt. Die Objektivität der Lernaufgabenerfassung wurde über den Vergleich der Kodierungen der drei eingesetzten Beobachter mit Kriteriumskodierungen bestimmt. Als Maß wurde der Kappa_b-Koeffizient (Brennan & Prediger 1981) verwendet. Dieser stellt eine Modifikation von Cohens (1960) Kappa dar und ist speziell für die Ermittlung kriteriumsorientierter Übereinstimmung geeignet. Wir erhielten zufriedenstellende Ergebnisse für die drei Beobachter in bezug auf die Differenzierung zwischen den Lernaufgabentypen: $\text{Kappa}_b=0.75$ (Prozentsatz der Übereinstimmung ohne Zufallskorrektur: 92%), $\text{Kappa}_b=0.78$ (93%) und $\text{Kappa}_b=0.78$ (93%). Als Maß für die Verallgemeinerbarkeit der Unterrichtsvariablen über verschiedene Unterrichtsstunden hinweg ergaben sich zufriedenstellende Generalisierungskoeffizienten von 0.74 für performanzorientierte Aufgaben und von 0.63 für strukturorientierte Aufgaben. Frühere Arbeiten (Renkl 1991; im Druck) zeigen, daß sich performanz- und strukturorientierte Aufgaben nicht wesentlich in der Aufgabenschwierigkeit unterscheiden ($p=0.85$ vs. $p=0.80$). Beide Typen von Lernaufgaben kommen in erster Linie bei der Bearbeitung von rein arithmetischen Rechenaufgaben vor (88% aller performanzorientierten und 79% aller strukturorientierten Aufgaben). Strukturorientierte Aufgaben beziehen sich also in lediglich rund 20% der Fälle auf Textaufgaben.

5.3. Untersuchungsdesign, Meßzeitpunkte und Datenanalyse

Die Tests und Beobachtungsinstrumente wurden jeweils im für die Schüler und Lehrer gewohnten Klassenzimmerkontext eingesetzt. Die Intelligenz wurde gegen Ende der ersten Jahrgangsstufe erfaßt. Ein Mathematiktest gegen Ende der zweiten Klasse diente zur Messung des Vorwissens (Vortest). Zwischen der zweiten und der dritten Klasse wechselten die Lehrer. Die Beobachtungen des Unterrichts mit dem beschriebenen SOME-Verfahren erfolgten im ersten Halbjahr der dritten Klasse in fünf bis sechs regulären Mathematikstunden. Der Nachtest (8 einfache, 12 komplexe Textaufgaben) wurde gegen Ende der dritten Klasse vorgegeben.

Bei den statistischen Auswertungen der Daten muß berücksichtigt werden, daß eine hierarchische Datenstruktur vorliegt und die Prädiktoren der Textaufgabenleistung auf unterschiedlichem Aggregationsniveau angesiedelt sind: Intelligenz und Vorwissen sind Individualvariablen, während die Art der Lernaufgaben den Unterricht auf Schulklassenebene charakterisiert. Hierarchische Datenstrukturen stellen übliche inferenzstatistische Verfahren vor etliche Probleme (Bryk & Raudenbush 1988). Aus diesem Grund verwenden wir das Hierarchisch Lineare Modell (HLM) von Raudenbush & Bryk (1986). Allgemein formuliert werden dabei zunächst Regressionen auf der ersten Ebene (hier: Individualebene) berechnet und es wird überprüft, ob sich zwischen den Einheiten auf der zweiten Ebene (hier: Schulklassen) Unterschiede in den Regressionskoeffizienten ergeben. Eventuelle Unterschiede zwischen den Einheiten der zweiten Ebene (hier: zwischen Schulklassen) werden dann möglichst durch weitere Merkmale der Einheiten auf der zweiten Ebene (hier: schulklassenspezifische Unterrichtsmerkmale) aufgeklärt. In der vorliegenden Studie wird dabei folgende Auswertungslogik zugrundegelegt: In einem ersten Schritt wird auf Individualebene eine Regression von der Leistung bei Textaufgaben auf Vorwissen und auf Intelligenz berechnet (Multiple Regression mit zwei Prädiktoren). Im nächsten Schritt wird überprüft, inwieweit sich zwischen den Schulklassen signifikante Unterschiede in den Regressionssteigungen[3] für Intelligenz und Vorwissen sowie in den Basiskoeffizienten der Regressionsgleichung ergeben. Zwischen den Klassen variierende Regressionssteigungen (Zusammenhänge) zwischen Testaufgabenleistung und Intelligenz bzw. Vorwissen entsprechen *Aptitude-Treatment-Interaktionen.* Schulklassenunterschiede in den Basiskoeffizienten können – bei um null zentrierten Prädiktorvariablen und bei über die Schulklassen homogenen Steigungen (β-Gewichten) – als kovarianzanalytisch um die Intelligenz und den Vortest bereinigte Mittelwerte des Leistungsniveaus der jeweiligen Schulklassen angesehen werden. Dieser Wert gibt an, ob eine Schulklasse eine höhere oder niedrigere Leistung zeigt, als man aufgrund des Intelligenz- und Vorwissensniveaus erwarten würde. In einem dritten Schritt wird überprüft, inwieweit sich die gefundenen Klassenunterschiede durch die Art der im Unterricht vorgegebenen Lernaufgaben aufklären lassen.

6. Ergebnisse

6.1. Deskriptive Statistiken, bivariate Zusammenhänge

Tabelle 1 zeigt die über alle Versuchsteilnehmer errechneten Mittelwerte und Standardabweichungen der Testwerte. Es treten zu keinem Zeitpunkt und bei keinem Test Boden- oder Deckeneffekte auf. Zusätzlich sind die durchschnittlichen Häufigkeiten pro Unterrichtsstunde für beide Arten von Lernaufgaben dargestellt.

Tabelle 1: Deskriptive Statistiken

	M	S
Eingangstests[a]		
Intelligenz	33.88	6.46
Textaufgaben	7.01	3.08
Nachtests[a]		
Textaufgaben - Gesamt	8.81	4.37
Textaufgaben - Einfach	4.97	1.98
Textaufgaben - Komplex	3.84	2.87
Häufigkeit der Lernaufgaben auf Klassenebene[b]		
Performanzorientierte Lernaufgaben	36.52	12.50
Strukturorientierte Lernaufgaben	16.34	9.84

Anmerkungen: [a]Leistungen als Rohpunktwerte; [b]Durchschnittliche Häufigkeit pro Unterrichtsstunde

Es zeigt sich, daß performanzorientierte Aufgaben mehr als doppelt so häufig im Unterricht gestellt werden als strukturorientierte Aufgaben. Die großen Streuungen sprechen für deutliche Lehrerunterschiede (vgl. auch die Generalisierungskoeffizienten im Abschnitt «Beobachtungsinstrumente»).

Tabelle 2: Interkorrelationen zwischen den Tests auf Individualebene (N=586–711)

	(1)	(2)	(3)	(4)
(1) Intelligenz				
(2) Vortest: Textaufgaben	.46			
(3) Nachtest: Textaufgaben - Gesamt	.49	.64		
(4) Nachtest: Textaufgaben - Einfach	.37	.50	.85[a]	
(5) Nachtest: Textaufgaben - Komplex	.49	.62	.94[a]	.61

Anmerkungen: Alle Korrelation sind auf dem 0.01%-Niveau signifikant; [a]Eine Signifikanzaussage ist hier nicht sinnvoll, da die Variablen algebraisch abhängig sind.

Die auf Individualebene berechneten Interkorrelationen zwischen den verwendeten Tests sind Tabelle 2 zu entnehmen.
Es zeigen sich hohe Interkorrelationen zwischen Vor- und Nachtest sowie zwischen komplexen und einfachen Textaufgaben. Die Intelligenz korreliert substantiell mit den Textaufgabenskalen. Dabei hängt die Leistung im Lösen komplexer Textaufgaben – wie erwartet – signifikant höher mit der Intelligenz zusammen als die Leistung im Lösen einfacher Aufgaben ($z=3.67$; $p<.001$).
Die auf Schulklassenebene ermittelte Korrelation zwischen performanzorientierten und strukturorientierten Aufgaben ist nahe Null und damit nicht signifikant ($r=-0.05$). Es handelt sich hier also um relativ unabhängige Unterrichtsmerkmale.
Das durchschnittliche Intelligenz- und Vorwissensniveau der Klasse korreliert, wie erwartet, positiv mit dem Einsatz anspruchsvollerer, d. h. strukturorientierter Lernaufgaben (Intelligenz: $r=0.46$, $p<.01$; Vorwissen: $r=0.30$, $p<.05$; jeweils einseitiger Test). In Klassen mit durchschnittlich günstigeren kognitiven Lernvoraussetzungen werden also häufiger strukturorientierte Aufgaben vorgegeben als in Klassen mit niedrigerem kognitiven Eingangsniveau. Mit performanzorientierten Aufgaben ergeben sich jeweils keine signifikanten Zusammenhänge ($r=0.01$ für Intelligenz; $r=0.24$ für Vorwissen).

6.2. Regressionsanalysen auf Individualebene: Gibt es Klassenunterschiede?

Die in Tabelle 3 dargestellten Resultate der HLM-Analysen zeigen, daß Intelligenz und Vorwissen bedeutsame Prädiktoren der Textaufga-

Tabelle 3: HLM-Analysen: Regressionen des Nachtests auf die Intelligenz und das Vorwissen (Individualebene)

	Mittleres Niveau	t-Wert	p-Wert
Textaufgaben-gesamt			
Basiskoeffizient	8.805	34.70	<.001
Steigung - Intelligenz	.130	5.25	<.001
Steigung - Vortest	.685	13.41	<.001
Einfache Textaufgaben			
Basiskoeffizient	4.969	44.86	<.001
Steigung - Intelligenz	.043	3.34	.003
Steigung - Vortest	.236	9.21	<.001
Komplexe Textaufgaben			
Basiskoeffizient	3.838	22.84	<.001
Steigung - Intelligenz	.088	5.27	<.001
Steigung - Vortest	.452	12.86	<.001

Anmerkung: "Mittleres Niveau" zeigt die über die Schulklassen gemittelten Werte der Regressionsparameter an. Der t-Test überprüft, ob der Wert von Null verschieden ist.

benleistungen sind. Die t-Tests belegen erstens, daß die Gesamtmittelwerte der Textaufgabenskalen von Null verschieden sind – dies Ergebnis ist vergleichsweise trivial –, und zweitens, daß die *über die Schulklassen gemittelten Regressionsgewichte* der Intelligenz und des Vortests für alle Textaufgabenskalen signifikant sind. Dies bedeutet, daß die Intelligenz über das Vorwissen hinausgehend Varianz aufklärt et vice versa; damit sind beide Arten von kognitiven Eingangsbedingungen für die Kompetenz, Textaufgaben zu lösen, bedeutsam. Bevor jedoch die Anteile der Varianzaufklärung durch die Prädiktoren geschätzt werden können, muß überprüft werden, ob im HLM-Modell Interaktionsterme zwischen der Klassenzugehörigkeit und der Intelligenz oder dem Vorwissen zu berücksichtigen sind. Inhaltlich entspricht dies zudem einer der zentralen Fragen dieser Arbeit (Hypothese d), nämlich ob und inwieweit sich die Klassen im Zusammenhang zwischen Intelligenz bzw. Vorwissen und Leistung unterscheiden. Tabelle 4 zeigt neben den über die Schulklassen gemittelten Basiskoeffizienten und Regressionssteigungen (die, wie bereits in Tabelle 3 dargestellt, von Null verschieden sind) die Minima, die Maxima und die geschätzten Varianzen zwischen den einzelnen Schulklassen.

Wie Tabelle 4 zu entnehmen ist, weisen die Regressionssteigungen größere Spannbreiten auf, die die Annahme bedeutsamer Klassenunterschiede nahelegen. So variieren z. B. die Regressionssteigungen im Falle der Textaufgabengesamtskala zwischen –0.134 bis 0.576 für die Intelligenz und zwischen –0.240 bis 1.030 für das Vorwissen. Ein negativer Regressionskoeffizient von z. B. –0.134 bedeu-

Tabelle 4: HLM-Analysen: Klassenunterschiede in den Regressionskoeffizienten

	M	Min	Max	Parameter varianz[b]	Chi² df=32	p-Wert
Textaufgaben-gesamt						
Basiskoeffizient	8.81	6.42	11.60	1.57	126.2	<.01
Steigung - Intelligenz	.13	-.13	.58	.01	28.5	>.50
Steigung - Vortest	.69	-.24	1.03	.01	22.2	>.50
Einfache Textaufgaben						
Basiskoeffizient	4.97	3.78	6.04	.27	93.2	<.01
Steigung - Intelligenz	.04	-.05	.39	<.01	23.8	>.50
Steigung - Vortest	.24	-.05	.74	.01	17.3	>.50
Komplexe Textaufgaben						
Basiskoeffizient	3.84	2.46	5.79	.69	129.7	<.01
Steigung - Intelligenz	.09	-.11	.21	.01	27.0	>.50
Steigung - Vortest	.45	-.19	.42	.01	23.1	>.50

Anmerkung: "Parametervarianz" bezieht sich auf die geschätzte Varianz der Regressionsparameter zwischen den Klassen. Der Chi²-Test überprüft, ob sich die Klassen signifikant voneinander unterschieden.

tet, daß die Schüler pro zusätzlichen Intelligenztestpunkt um durchschnittlich 0.134 Textaufgabenpunkte *schlechter* abschneiden. Für die Regressionssteigungen ergeben sich jedoch nur geringe geschätzte Varianzen (Tab. 4). In entsprechenden Chi²-Tests erweisen sich die Varianzen der Regressionssteigungen nicht als signifikant von Null verschieden. Mehr noch, die ebenfalls in Tabelle 4 dargestellten und im Vergleich zu den Freiheitsgraden sehr niedrig ausfallenden Chi²-Werte machen die Annahme, daß sich die Klassen bedeutsam in den Zusammenhängen zwischen kognitiven Eingangsvoraussetzungen und Textaufgabenleistung unterscheiden, sehr unwahrscheinlich. Es gibt also keine Wechselwirkung zwischen Klassenzugehörigkeit und Intelligenz bzw. Vorwissen in bezug auf die Textaufgabenleistung. In den folgenden HLM-Analysen werden die Regressionssteigungen daher als über die Klassen konstant *(fixed)* angesehen.

Da sich keine bedeutsamen Klassenunterschiede in den Regressionssteigungen ergeben, können die Basiskoeffizienten als kovarianzanalytisch adjustierte Mittelwerte betrachtet werden. Hohe Werte bedeuten damit, daß eine Schulklasse eine höhere Leistung zeigt, als man aufgrund des Intelligenz- und des Vorwissensniveaus erwarten würde, niedrige Werte indizieren eine erwartungswidrig schlechte Leistung. In bezug auf Klassenunterschiede ergibt sich hier ein ganz anderes Bild als bei den Regressionssteigungen. Die Klassen unterscheiden sich, wie die entsprechenden Chi²-Tests für die Varianz der Basiskoeffizienten zeigen, signifikant voneinander (Tab. 4).

Nachdem nun das adäquate Modell identifiziert ist (Regressionssteigungen als *fixed* und adjustiertes Leistungsniveau als zwischen den Klassen variierend), kann das Ausmaß an Varianzaufklärung durch die Intelligenz und das Vorwissen an der Leistung bestimmt werden (Tab. 5). Die spezifische Prädiktionskraft der Intelligenz (zwischen knapp 1,5% und knapp 3%) ist

Tabelle 5: Geschätzte Anteile der Varianzaufklärung (in Prozent) durch die kognitiven Eingangsbedingungen auf Individualebene für die drei Textaufgabenskalen des Nachtests

	Textaufgaben -gesamt	Einfache Textaufgaben	Komplexe Textaufgaben
Geschätztes R^2	34.51	19.93	34.21
Intelligenz - spezifisch	2.69	1.41	2.76
Vorwissen - spezifisch	18.01	10.58	17.70
Inteligenz und Vorwissen konfundiert	13.81	7.94	13.75

im Vergleich zu derjenigen des Vorwissens relativ gering (zwischen knapp 11% und 18%). Von substantieller Größe ist hingegen die Vorsagekraft der konfundierten Varianz zwischen Intelligenz und Vorwissen. Den größten Anteil an Posttest-Varianz klärt jedoch jeweils der spezifische Effekt des Vorwissens auf.

Für die Varianzaufklärung in der Textaufgabenleistung durch die Schulklassenzugehörigkeit ergeben sich folgende Prozentsätze: 11,79% bei der Gesamtskala; 8,14% bei einfachen Textaufgaben; 11,80% bei komplexen Textaufgaben.

Zusammengefaßt sprechen die bisherigen Auswertungen dafür, daß Unterrichtsunterschiede zwischen einzelnen Lehrern keine differentiellen Zusammenhänge zwischen Vorwissen bzw. Intelligenz und Leistung bewirken (indiziert durch die insignifikanten Klassenunterschiede in den Regressionssteigungen). Da sich die Klassen aber auch nach Kontrolle des Vorwissens und der Intelligenz im *Leistungsniveau* unterscheiden, wird die Annahme bestätigt, daß Lehrer in ihrer generellen, nicht schülerspezifischen Effektivität variieren. Die folgenden Auswertungen gehen der Frage nach, inwiefern die Art der präsentierten Lernaufgaben für die Niveauunterschiede zwischen den Klassen verantwortlich sind.

6.3. Analysen zur Aufklärung von Schulklassenunterschieden

Für jede Textaufgabenskala wird zunächst eine Regressionsanalyse mit den zwei einbezogenen Unterrichtsvariablen berechnet. Für die endgültige Schätzung der aufgeklärten Inter-Klassenvarianz werden insignifikante Prädiktoren aus der Schätzgleichung entfernt (*backward*-Strategie). Tabelle 6 zeigt die Resultate der resultierenden Regressionsmodelle.

Das Leistungsniveau im Gesamttest kovariiert positiv mit strukturorientierten Aufgaben, nicht jedoch mit performanzorientierten Aufgaben. Die Häufigkeit strukturorientierter Aufgaben klärt etwa 40% der Varianz zwischen den Klassen auf. Die Analysen zeigen ferner ein unterschiedliches Ergebnismuster für die Subskalen (Tab. 6). Bei einfachen Textaufgaben kann die Leistung, wie erwartet, sowohl durch performanz- als auch durch strukturorientierte Lernaufgaben vorhergesagt werden. Es wird etwa 55% der Klassenvarianz aufgeklärt. Für die beiden Prädiktoren ergeben sich folgende Prozentsätze für die spezifische Varianzaufklärung: 33,2% für strukturorientierte Aufgaben und 14,9% für performanzorientierte Aufgaben. Bei komplexen Aufgaben sind lediglich die strukturorientierten Aufgaben von Bedeutung; sie können rund ein Drittel der Leistungsvarianz aufklären. Bedenkt man, daß lediglich zwei Unterrichtsvariablen einbezogen wurden, kann das Ausmaß an Varianzaufklärung bei den jeweiligen Textaufgabenskalen als sehr hoch eingeschätzt werden.

Tabelle 6: HLM-Analysen: Regression der Klassenunterschiede im Leistungsniveau beim Nachtest auf Unterrichtsmerkmale

	Regressions-steigung	t-Wert	p-Wert	Varianzaufklärung in %
Textaufgaben - gesamt				40.50
Strukturorientierte Aufgaben	.083	3.82	<.001	
Einfache Textaufgaben				55.34
Performanzorientierte Aufgaben	.020	2.74	.007	
Strukturorientierte Aufgaben	.033	3.64	<.001	
Komplexe Textaufgaben				33.55
Strukturorientierte Aufgaben	.052	3.53	.001	

7. Diskussion

Welche Antworten geben die vorliegenden Befunde auf unsere eingangs formulierten Fragen? (a) Wie erwartet hängt es von den kognitiven Eingangsvoraussetzungen der Schüler einer Klasse ab, welche Lernaufgaben der Lehrer stellt. Es gibt einen deutlich positiven Zusammenhang zwischen dem Intelligenz- und Vorwissensniveau der Klasse und der Häufigkeit, mit der strukturorientierte Aufgaben gestellt werden.

(b) Es zeigt sich, daß die flüssige Intelligenz einen bedeutsamen, über das Vorwissen hinausgehenden Einfluß auf die Kompetenz, Textaufgaben zu lösen, hat. Dieser kann bei komplexen Textaufgaben höher eingeschätzt werden als bei einfachen. Der im Vergleich zur spezifischen Vorhersagekraft von flüssiger Intelligenz deutlich höhere Effekt der konfundierten Varianz aus Vorwissen und Intelligenz legt die Annahme nahe, daß sich die flüssige Intelligenz in erster Linie indirekt, d. h. über größeres Vorwissen auf das Leistungsniveau auswirkt. Hohe Intelligenz erlaubt also den Erwerb einer soliden Vorwissensbasis, die sich positiv auf Lern- und Leistungsprozesse auswirkt. Die jeweils stärkste Auswirkung hat jedoch der spezifische Effekt des Vorwissens.

(c) Wie erwartet wirkt sich die häufige Präsentation von strukturorientierten Aufgaben positiv auf die Leistung bei einfachen und komplexen Textaufgaben aus. Ebenso erwartungsgemäß zeigte sich, daß die häufige Präsentation von performanzorientierten Aufgaben die Leistung beim Lösen von einfachen Aufgaben fördert.

(d) Die erwarteten *Aptitude-Treatment-Interaktionen* treten *nicht* auf. Die Klassen unterscheiden sich nicht signifikant im Zusammenhang zwischen kognitiven Eingangsbedingungen und Leistung im Lösen von Textaufgaben. Die häufige Präsentation von strukturorientierten Aufgaben führt nicht zu einer einseitigen Förderung der Kinder mit hohen kognitiven Eingangsvoraussetzungen. Auch führt die häufige Präsentation von performanzorientierten Aufgaben nicht zu einer Vernachlässigung der leistungsstärkeren Schüler oder zu einer besonderen Förderung der schwächeren Kinder.

Unsere Studie zeigt, daß sowohl durch den personeninternen Faktor «kognitive Eingangsvoraussetzungen» als auch durch die externe Größe «Schulklassenzugehörigkeit» interindividuelle Unterschiede im Lösen mathematischer Textaufgaben in bedeutsamen Ausmaß aufgeklärt werden können. Bemerkenswert ist, daß, je nach Textaufgabenskala, bis über die Hälfte der mit dem Faktor «Schulklassenzugehörigkeit» aufgeklärten Varianz auf die Art der im Unterricht präsentierten Lernaufgaben zurückgeht. Mit der Auswahl geeigneter Lernaufgaben ergibt sich für den Lehrer also eine wichtige Möglichkeit, die Leistung im Lösen von Textaufgaben zu beeinflussen.

Es zeigt sich ferner, daß die Lehrer sich bei der Wahl der Lernaufgaben von den kognitiven Eingangsvoraussetzungen ihrer Schüler leiten lassen. In stärkeren Klassen werden häufiger Aufgaben gestellt, die auf mathematisches Verständnis abzielen. Diese Art der «Adaptation» von Lernaufgaben an die Klasse ist jedoch nicht als funktional anzusehen. Vielmehr zeigt die fehlende Wechselwirkung zwischen Unterrichtsmerkmalen und kognitiven Eingangsvoraussetzungen, daß alle Kinder von der Vorgabe strukturorientierter Aufgaben profitieren. Zudem kann aus der fehlenden Korrelation zwischen strukturorientierten und performanzorientierten Aufgaben geschlossen werden, daß die häufige Vorgabe von verständnisfördernden Aufgaben nicht notwendigerweise zu Lasten der auf Konsolidierung abzielenden Übungsaufgaben gehen muß.

Bemerkenswert ist der Transfer-Effekt der strukturorientierten Aufgaben. Obwohl es sich dabei zum größten Teil um Arithmetik-Aufgaben handelte, kann das erworbene Wissen beim Lösen von Textaufgaben, ja insbesondere sogar beim Lösen komplexer, neuartiger, d. h. bisher nicht im Unterricht behandelter Textaufgaben eingesetzt werden. Dieses Ergebnis steht in Einklang mit einer Trainingsstudie mit Zweitkläßlern mittleren Intelligenzniveaus von Stern (1992b), in der in einer Trainingsbedingung sehr intensiv Aufgaben zum Teil-Ganzes-Verständnis geübt wurden, während in einer anderen Trainingsbedingung Übungsaufgaben zum Sprach- und Situationsverständnis der jeweiligen Textaufgaben vorgegeben wurden. Es zeigte sich, daß die Gruppe, die rein numerische Aufgaben zum Teil-Ganzes-Verständnis geübt hatte, beim Lösen von komplexen Textaufgaben stärker profitierte als die Gruppe, in der das den jeweiligen Aufgaben zugrundeliegende Sprach- und Situationsverständnis gefördert wurde. Das übereinstimmende Ergebnis zwischen der Trainingsstudie und der Schulstudie ist bemerkenswert, insbesondere wenn man die sehr unterschiedlichen methodischen Herangehensweisen berücksichtigt.

In den letzten Jahren wurde in zahlreichen Arbeiten gezeigt, daß mathematische Lösungsstrategien und Algorithmen, die am Beispiel bestimmter Aufgaben erworben wurden, nicht bei mathematisch isomorphen Aufgaben mit veränderter Oberflächenstruktur und/oder Kontexteinbettung angewandt werden. So wurde in der Untersuchung von Bassok & Holyoak (1989) die sog. Akzelerationsformel nicht auf mathematisch isomorphe Aufgaben übertragen, wenn sie in einem physikalischen Kontext (Geschwindigkeit und Beschleunigung) erworben wurde. Wurde die Formel hingegen in einem mathematischen Kontext vermittelt, konnte sie ohne zusätzliches Training im physikalischen Kontext angewendet werden. Der Befund spricht dafür, daß eine situations- und aufgabenübergreifende Anwendung mathematischer Prozeduren und Strategien eher zu erwarten ist, wenn diese möglichst «mathematisch» vermittelt und nicht in einen spezifischen Kontext eingebettet werden. Unsere Befunde gehen in die gleiche Richtung. Sie zeigen, daß man im Mathematikunterricht die Leistung im Lösen von Textaufgaben fördern kann, indem man Aufgaben präsentiert, die nicht in einen inhaltlichen Kontext eingebettet sind, sondern rein numerische Inhalte vermitteln. Die so vermittelte Flexibilität im Umgang mit Quantitäten erlaubt offensichtlich eine aufgaben- und situationsübergreifende Nutzung, gerade auch bei Aufgaben, die in bezug auf die Komplexität und den situationalen Kontext neu sind.

Die grundlegende Annahme der Ansätze zum situierten Lernen, daß abstrakte Wissensvermittlung zu trägem, nicht anwendbaren Wissen führt, wird durch unseren Befund in Frage gestellt (Brown, Collins & Duguid 1989; Cognition and Technology Group at Vanderbilt 1990; Greeno 1989; Resnick 1987). Zumindest unter bestimmten Umständen führt das Lernen abstrakter Prinzipien zu hoher Problemlöse- und Transferleistung. Die Frage, unter welchen Rahmenbedingungen situierte und unter welchen Umständen abstrakte Wissensvermittlung zu günstigeren Lernergebnissen führt, bleibt in künftigen Untersuchungen zu klären.

Anmerkungen

1 Zwar gibt es zahlreiche Befunde, die zeigen, wie Kinder durch die Anwendung von «Oberflächenstrategien» zur richtigen Lösung einer Textaufgabe kommen, ohne diese verstanden zu haben (z. B. Stern 1992c). Durch die Wahl eines anspruchsvolleren Lösungskriteriums, wie z. B. einen vollständigen Antwortsatz formulieren lassen, kann jedoch zwischen echten und Scheinlösungen unterschieden werden.

2 Lehrer verwenden als Arbeitsgrundlage zwar weitgehend dieselben Lehrbücher. Informelle Beobachtungen zahlreicher Beobachter im Rahmen des SCHOLASTIK-Projektes (Helmke & Weinert 1992) zeigen jedoch, daß die Lehrer in erster Linie Arbeitsblätter verwenden, die sie selbst oder Kollegen erstellt haben.

3 Als Maß für den Zusammenhang zwischen Intelligenz bzw. Vorwissen und der Kompetenz, Textaufgaben zu lösen, wurden die Regressionssteigungen und nicht, wie es zunächst naheliegend erscheinen mag, der Korrelationskoeffizient verwendet. Letzterer hat bekanntlich den Nachteil, von der Ausgangsstreuung der Maße abhängig zu sein. Diese Problematik wird durch die Verwendung von Regressionssteigungen vermieden (Baron & Kenny 1986).

Literatur

Anderson, J.R. (1987). Skill acquisition: Compilation of weak-method problem solutions. Psychological Review, 94, 192–210.

Ashcraft, M.H. (1987). Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In Bisanz, J., Brainerd, C.J. & Kail, R. (Eds.). Formal methods in developmental psychology: Progress in cognitive development research. New York: Springer, 302–338.

Baron, R.M. & Kenny, D.A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic, and statistical considerations. Journal of Personality and Social Psychology, 51, 1173–1182.

Baroody, A.J. (1987). Children's mathematical thinking. New York: Teachers College Press.

Bassok, M. & Holyoak, K.J. (1989). Interdomain transfer between isomorphic topics in algebra and physics. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 15, 153–166.

Bisanz, J. & LeFevre, J. (1990). Strategic and non-strategic processing in the development of mathematical cognition. In Bjorklund, D.F. (Ed.). Children's strategies. Contemporary views of cognitive development. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 213–244.

Brennan, R.L. & Prediger, D.J. (1981). Coefficient Kappa: Some uses, misuses, and alternatives. Educational and Psychological Measurement, 41, 687–699.

Brophy, J.E. & Good, T.L. (1986). Teacher behavior and student achievement. In Wittrock, M.C. (Ed.). Handbook of research on teaching. 3rd ed. New York: Macmillan, 328–375.

Brown, J.S., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. Educational Researcher, 18, 32–42.

Bryk, A.S. & Raudenbush, S.W. (1988). Appropriate conceptualization of research on school effects: A three-level hierarchical linear model. American Journal of Education, 97, 65–108.

Carpenter, P.A., Just, M.A. & Shell, P. (1990). What one intelligence test measures: A theoretical account of the processing in the Raven Progressive Matrices Test. Psychological Review, 97, 404–431.

Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1990). Anchored instruction and its relationship to situated cognition. Educational Researcher, 19, 2–10.

Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. Educational and Psychological Measurement, 20, 37–46.

Cronbach, L.J. & Snow, R.E. (1977). Aptitudes and instructional methods. New York: Irvington.

Cummins, D.D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. Cognition and Instruction, 8, 261–289.

Cummins, D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. Cognitive Psychology, 20, 405–438.

DeCorte, E., Verschaffel, L. & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. Journal of Educational Psychology, 77, 460–470.

Dörner, D. (1976). Problemlösen als Informationsverarbeitung. Stuttgart: Kohlhammer.

Duncker, K. (1935). Zur Psychologie des produktiven Denkens. Berlin: Springer.

Gagné, R.M. (1984). Learning outcomes and their effects. American Psychologist, 39, 377–385.
Greeno, J.G. (1989). Situations, mental models, and generative knowledge. In Klahr, D. & Kotovsky, K. (Eds.). Complex information processing. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 285–318.
Greeno, J.G., Riley, M.S. & Gelman, R. (1984). Conceptual competence and children's counting. Cognitive Psychology, 16, 94–143.
Helmke, A. & Weinert, F.E. (1992). Das SCHOLASTIK-Projekt (Schulorganisierte Lernangebote und Sozialisation von Talenten, Interessen und Kompetenzen). Paper zum 38. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie, Trier.
Hudson, J. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. Child Development, 54, 84–90.
Kintsch, W. & Greeno, J.G. (1985). Understanding and solving word problems. Psychological Review, 92, 109–129.
Klauer, K.J. (1992). In Mathematik mehr leistungsschwache Mädchen, im Lesen und Rechtschreiben mehr leistungsschwache Jungen? Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 24, 48–65.
Raudenbush, S.W. & Bryk, A.S. (1986). A hierarchical model for studying school effects. Sociology of Education, 59, 1–17.
Renkl, A. (1990). System for the observation of mathematics instruction in elementary school: SOME (Paper 17/1990). München: Max-Planck-Institut für psychologische Forschung.
Renkl, A. (1991). Die Bedeutung der Aufgaben- und Rückmeldungsgestaltung für die Leistungsentwicklung im Fach Mathematik (Unveröffentlichte Dissertation). Heidelberg: Universität Heidelberg.
Renkl, A. (im Druck). The significance of learning tasks and corrective feedback for achievement growth in mathematics. In Olechowski, R. & Svik, G. (Eds.). Experimental research on teaching and learning. Bern: Lang.
Renkl, A. & Helmke, A. (1992). Discriminant effects of performance-oriented and structure-oriented mathematics tasks on achievement growth. Contemporary Educational Psychology, 17, 47–55.
Resnick, L.B. (1983). A developmental theory of number understanding. In Ginsburg, H.P. (Ed.). The development of mathematical thinking. New York: Academic Press, 109–151.
Resnick, L.B. (1987). Learning in school and out. Educational Researcher, 16, 13–20.
Resnick, L.B. (1989). Developing mathematical knowledge. American Psychologist, 44, 162–169.
Resnick, L.B. & Greeno, J.G. (1990). Conceptual growth of number and quantity. Unpublished manuscript, University of Pittsburgh.
Reusser, K. (1989). Vom Text zur Situation zur Gleichung. Kognitive Simulation von Sprachverständnis und Mathematisierung beim Lösen von Textaufgaben. Habilitationsschrift. Bern: Universität Bern.
Riley, M.S. & Greeno, J.G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. Cognition and Instruction, 5, 49–101.
Riley, M.S., Greeno, J.G. & Heller, J.I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In Ginsburg H.P. (Ed.). The development of mathematical thinking. New York: Academic Press, 153–200.
Siegler, R.S. (1989). How domain-general and domain-specific knowledge interact to produce strategy choices. Merrill-Palmer Quarterly, 35, 1–26.
Siegler, R.S. (1991). Strategy choice and strategy discovery. Learning and Instruction, 1, 89–102.
Snow, R.E. & Swanson, J. (1992). Instructional psychology: Aptitude, adaptation, and assessment. Annual Reviews of Psychology, 43, 583–626.
Stern, E. (1990). Die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten und Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse. In Weinert, F.E. (Hrsg.). Die Entwicklung kognitiver, motivationaler und sozialer Kompetenzen zwischen dem 4. und 8. Lebensjahr. (Paper 16/1990). München: Max-Planck-Institut für psychologische Forschung, Kap. 4.
Stern, E. (1992a). Warum werden Kapitänsaufgaben «gelöst»? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. Der Mathematikunterricht, 38 (5), 7–29.
Stern, E. (1992b). A microgenetic longitudinal study on the acquisition of word problem-solving skills. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA), San Francisco.
Stern, E. (1992c). Spontaneous use of conceptual mathematical knowledge in elementary school children. Contemporary Educational Psychology, 17, 266–277.
Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? Journal of Educational Psychology, 85, 1–17.
Stern, E. & Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word problems. Cognitive Development, 7, 259–268.
Stern, E. & Siegler, R.S. (1992). A microgenetic longitudinal study on the acquisition of arithmetic shortcut strategies in elementary school children. Unveröffentlichtes Manuskript. München: Max-Planck-Institut für psychologische Forschung.
Stevenson, H.W. & Newman, R.S. (1986). Long-term prediction of achievement and attitudes in mathematics and reading. Child Development, 57, 646–659.
Weinert, F.E. (1989). Is the past the best predictor of the future? Short- and long-term predictability of individual differences in children's cognitive achievement (Paper 5/1989). München: Max-Planck-Institut für psychologische Forschung.
Weinert, F.E., Helmke, A. & Schneider, W. (1990). Individual differences in learning performance and in school achievement: Some plausible parallels and some unexplained discrepancies. In Mandl, H., DeCorte, E., Bennett, N. & Friedrich, H.F. (Eds.). Learning and instruction. European research in an international context. Oxford: Pergamon, 461–479.
Weiß, R. & Osterland, J. (1979). Grundintelligenztest CFT 1 (2. Auflage). Braunschweig: Westermann.

Dr. Alexander Renkl, Universität München, Institut für Pädagogische Psychologie und Empirische Pädagogik, Leopoldstraße 13, D-80802 München, Telefon (089) 21806255
PD Dr. Elisabeth Stern, Max-Planck-Institut für psychologische Forschung, Leopoldstraße 24, D-80802 München, Telefon (089) 38602208