Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen

Elsbeth Stern

Sonderdruck

aus: W. Schneider & M. Knopf (Hrsg.) (2003), Entwicklung, Lehren und Lernen - Zum Gedenken an Franz Emanuel Weinert (S. 207-217). Göttingen: Hogrefe.

Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen

Elsbeth Stern

Kurz vor seinem Tod erschien ein von F. E. Weinert herausgegebener Band zu Sinn und Unsinn von Leistungsmessungen an Schulen. In seinem eigenen Kapitel betonte Weinert die Bedeutung des Lernens für die kognitive Entwicklung. Die universellen und differentiellen internen Mechanismen, welche die geistige Entwicklung eines Kindes steuern, können ihre Wirkung erst entfalten, wenn die Umwelt die entsprechenden Lerngelegenheiten zur Verfügung stellt.

> „Unabhängig von den unterschiedlichen Fähigkeiten und Talenten der Schüler muss alles gelernt werden, was später gewusst und gekonnt wird. Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung. Das gilt uneingeschränkt sowohl für hochbegabte Kinder als auch für schwächer begabte Schüler. In vielen Fällen ist dabei didaktische Unterstützung notwendig und wirksam. Noch so gut gemeinte motivationspsychologische oder sozialpädagogische Maßnahmen können für den eigentlichen Lernakt kein Ersatz, sondern nur eine oft sehr wirksame Voraussetzung sein.“ *(F. E. Weinert, 2001, S.85)*

Früher als die meisten anderen Lehr-Lern-Forscher erkannte Franz Weinert, dass hohe Intelligenz nur von Vorteil ist, wenn sie zuvor in bereichsspezifisches Wissen umgesetzt wurde. In der viel zitierten Arbeit von Schneider, Körkel und Weinert (1989) wurde gezeigt, dass mangelnde Intelligenz durch Wissen kompensiert werden kann, während sich fehlendes Wissen nicht durch hohe Intelligenz ausgleichen lässt. Allerdings bezweifelten einige Intelligenzforscher die Generalisierbarkeit der Ergebnisse auf stärker an die Intelligenz gebundene Inhaltsbereiche. In diesem Beitrag werden Ergebnisse aus den von Franz E. Weinert geleiteten Längsschnittstudien LOGIK und SCHOLASTIK vorgestellt, die die Bedeutung des Vorwissens auch für einen Inhaltsbereich belegen, der wie kaum ein anderer mit der Intelligenz assoziiert wird: Mathematik.

1. Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen: von der intuitiven zur kulturellen Mathematik

Die Leichtigkeit, mit der Kinder lernen, im kleineren Zahlenbereich zu zählen und die Veränderung von Mengen zu modellieren, steht im Widerspruch zu den Ergebnissen, die die immensen Schwierigkeiten belegen, die Mathematik als Schulfach bereiten kann. Ergebnisse der Säuglingsforschung belegen inzwischen eindruckvoll die modularisierten Grundlagen mathematischer Kompetenzen (Wynn, 1992). Das universell verfügbare, intuitive mathematische Wissen erleichtert die Übertragung der mathematischen Sprache auf Situationen der wahrnehmbaren Welt. Eine Menge von Gegenständen oder Ereignissen kann durch Zählen quantifiziert werden, und die Vergrößerung oder Verkleinerung von Mengen kann mit Hilfe der Addition und Subtraktion nachvollzogen werden. Auf der Grundlage einfacher mathematischer Symbole sind insbesondere in Verbindung mit graphisch-visuellen Veranschaulichungen im Laufe der kulturellen Entwicklung komplexe mathematische Konzepte entstanden, die Wissenschaft und Technik voranbrachten. Trotz der überwältigenden Bedeutung der Mathematik in modernen Industriegesellschaften sind Menschen, die mathematische Kompetenzen problemlos erwerben, in der Minderheit. Auch bei vielen Menschen mit Abitur gehen die mathematischen Kenntnisse nicht über die Prozentrechnung hinaus. Defizite im mathematischen Verständnis werden insbesondere beim Lösen komplexer Textaufgaben offensichtlich, für die keine fertige Lösung abgerufen werden kann.

Als ich 1987 – damals Novizin in der kognitiven Psychologie – an meinem ersten Arbeitstag Franz Weinert meinen Wunsch eröffnete, mich zukünftig mit dem Phäomen des Verstehens zu beschäftigen, riet er mir, dies am Beispiel mathematischer Textaufgaben zu tun. Zielsicher griff er aus den sich auf seinem Schreibtisch staelnden Büchern und Texten einen Aufsatz von Kintsch und Greeno (1985) heraus, der meine wissenschaftliche Arbeit der nächsten Jahre entscheidend prägen sollte. In diesem Aufsatz standen 14 einfache Textaufgaben im Mittelpunkt, die mit Gleichungen wie 8-3=5 oder 5+3=8 gelöst werden konnten. Trotzdem gab es massive Schwierigeitsunterschiede zwischen den Aufgaben. Die Lösungsrate für Austauschaufgaben *(Maria hatte 8 Murmeln. Dann gab sie Hans 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Maria jetzt?)* lag bei 90%, während die Lösungsrate für Vergleichsaufgaben *(Maria hat 8 Murmeln. Sie hat 3 Murmeln mehr als Hans. Wie viele Murmeln hat Hans?)* bei 20% lag. Für Aufgaben zur Kombination von Mengen (*Maria und Hans haben zusammen 8 Murmeln. Maria hat 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans?)* wurden Lösungsraten von 50% berichtet. Die Diskrepanz in der Lösungsrate zwischen Aufgaben mit isomorpher mathematischer Struktur wird bei folgender Aufgabe besonders offensichtlich: *„5 Vögel haben Hunger. Sie finden 3 Würmer. Wie viele Vögel bekommen keinen Wurm?"* wird von 80% der Vorschulinder gelöst. Endet die Aufgabe hingegen mit der Frage *„ Wie viel mehr Vögel als Würmer gibt es?"* liegt selbst bei Drittklässlern die Lösungsrate unter 30%.

Ein defizitäres Sprachverständnis sowie mangelndes konzeptuelles mathematisches Wissen lassen Kinder an bestimmten Aufgaben scheitern (Kintsch, 1998). Um Vergleichsaufgaben zu lösen, benötigt man ein fortgeschrittenes Zahlverständnis, das über die Zählfunktion von Zahlen hinausgeht (Stern, 1993, 1998; Stern & Lehrndorfer, 1992). Die im Satz „Hans hat 5 Murmeln mehr als Peter" gegebene Information bezeichnet keine konkrete, existierende Menge, sondern beschreibt die *Relation* zwischen zwei Mengen. Man muss ein mentales Modell – also eine von den konkreten Dingen abstrahierte geistige Vorstellung – von der in der Textaufgabe beschriebenen Situation entwickeln. Wer beispielsweise mit der Zahl „5" lediglich 5 Gegenstände verbindet, der wird den Satz nicht verstehen. Wer hingegen „5" als einen Abschnitt auf dem Zahlenstrahl versteht, der die Relation zwischen zwei anderen Zahlen markiert – z. B. zwischen „2" und „7" oder zwischen „4" und „9" –, der kann Vergleichsaufgaben verstehen. Textaufgaben zum quantitativen Vergleich sind ein guter Indikator für ein fortgeschrittenes mathematisches Verständnis im Grundschulalter.

2. Früh übt sich: Die Langzeitstabilität interindividueller Unterschiede in der Mathematikleistung

In der LOGIK-Studie sowie in der SCHOLASTIK-Studie wurden während der gesamten Grundschulzeit Textaufgaben zum additiven und multiplikativen Vergleich von Mengen vorgegeben. Da derartige Aufgaben im deutschen Grundschulunterricht nur sehr selten vorkommen, müssen sich die Schüler eigenständig Lösungsstrategien erarbeiten. In der LOGIK-Follow-Up Studie, die durchgeführt wurde, als die Probanden im Durchschnitt 17 Jahre alt waren, wurde auch die mathematische Kompetenz erfasst, indem Aufgaben aus der Third International Mathematics and Science Study (TIMSS, Baumert et al., 1997) unter Zeitdruck vorgegeben wurden. Obwohl dieser Test sich vorwiegend auf den Schulstoff der 8. Klasse bezieht, sind die Lösungen auch für mathematisch gebildet Personen nicht trivial, wie folgende Beispielaufgabe zeigt: „Welcher x-Wert erfüllt die Gleichung $x^2 - 14x + 49 = 0$?: A) 7 und 0, B) 7, C) -14, D) 7 und -7, E) 14 und 0." Um die Varianz zu maximieren, wurden so viele Aufgaben dieser Art vorgegeben, dass es auch für einen Experten in Mathematik unmöglich ist, in der knappen Zeit alle Aufgaben zu lösen.

Tabelle 1: Korrelationen zwischen der Mathematikleistung in der 11. Klasse, dem Lösen von Text- und Arithmetikaufgaben in der Grundschule sowie der Intelligenz in der Grundschule und der 11. Klasse

Klasse	Lösen von Textaufgaben	Rechnen	Intelligenz
2	.58 **	.22	.04
3	.45 **	.21	.45 **
4	.42 **	.25	.44 **
5	.46 **	-	-
6	.49 **	-	.42 **
11	-	-	.41 **

- keine Erhebung
** $p<.01$

Die Korrelationen zwischen der Intelligenz und der Mathematikleistung im Grundschulalter und der Leistung in der 11. Klasse sind in Tabelle 1 wiedergegeben. Der höchste Koeffizient zeigt sich zwischen dem Lösen mathematischer Textaufgaben in der 2. Klasse und der Mathematikleistung in der 11. Klasse, während die Intelligenz der 2. Klasse nicht mit der Mathematikleistung der 11. Klasse korreliert (in der Gesamtstichprobe beträgt die Korrelation $r = .38$, $p<.01$). Die Intelligenz der 11. Klasse korreliert nicht so hoch mit der Mathematikleistung der 11. Klasse wie die Leistung im Lösen von Textaufgaben in der 2. Klasse. Abbildung 1 zeigt, dass diese Korrelation nicht auf Ausreißern basiert. Gleichzeitig zeigt sich auch – und die Bedeutung dieses Ergebnisses kann gar nicht hoch genug eingeschätzt werden – dass alle Probanden, die nicht zur Stabilität beitragen, eine ähnliche Entwicklung nehmen. Dem Scatterplot ist zu entnehmen, dass die linke obere Hälfte völlig unbesetzt ist. Mit anderen Worten, kein Teilnehmer der LOGIK-Studie, der nicht bereits in der 2. Klasse überdurchschnittliche Leistungen im Lösen von Textaufgaben zeigte, erreichte in der 11. Klasse gute bis sehr gute Werte. Hingegen ist die rechte untere Hälfte mit einigen Probanden besetzt, die zwar in der 2. Klasse noch überdurchschnittliche Leistungen erbrachten, später aber in den durchschnittlichen oder gar unterdurchschnittlichen Bereich zurückfielen. Aus den Daten geht hervor, dass ein frühes mathematisches Verständnis, das sich im Lösen anspruchsvoller Textaufgaben ausdrückt, eine notwendige, aber keinesfalls hinreichende Voraussetzung für spätere mathematische Kompetenzen ist.

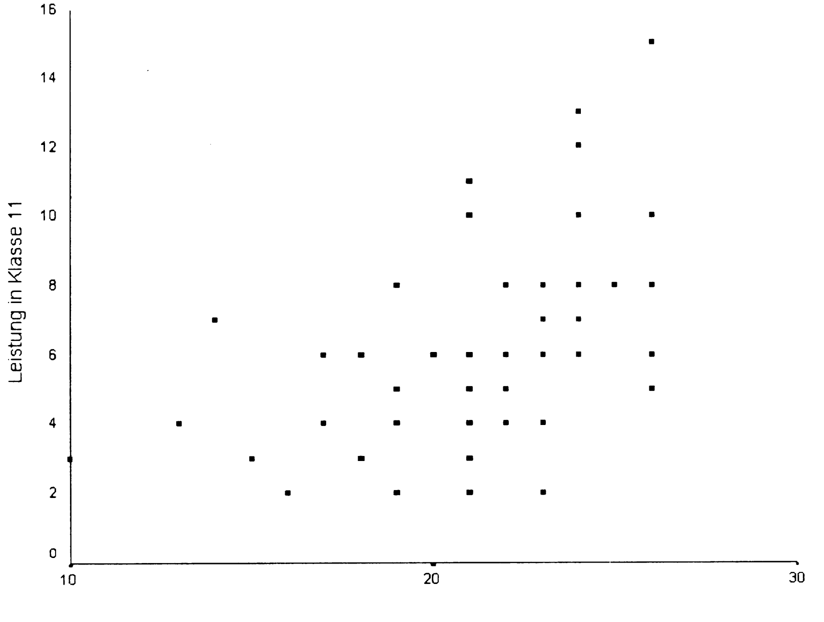

Abbildung 1: Die Beziehung zwischen der Mathematikleistung in der 2. und 11. Klasse im Scatterplot

Um den Einfluss des spezifischen Wissens und der aktuellen Intelligenz auf das Lösen von Mathematikaufgaben zu trennen, wurde eine Kommunalitätenanalyse durchgeführt, deren Ergebnisse in Abbildung 2 dargestellt sind. Es zeigte sich, dass der Anteil der „reinen" Intelligenz an den interindividuellen Unterschieden im mathematischen Problemlösen nur sehr gering ist. Der Einfluss der Intelligenz zeigt sich vorwiegend in der konfundierten Varianz. Diese sagt aus, dass sich Kinder mit einer höheren Intelligenz auf Dauer mehr mathematisches Wissen aneignen und deshalb bessere Leistung erbringen. Der durch Intelligenzunterschiede vermittelte Varianzanteil ist jedoch deutlich geringer als der von der Intelligenz unabhängige Varianzanteil des mathematischen Vorwissens. Defizite in der Intelligenz können durch Vorwissen offensichtlich kompensiert werden, Defizite im mathematischen Vorwissen hingegen nicht.

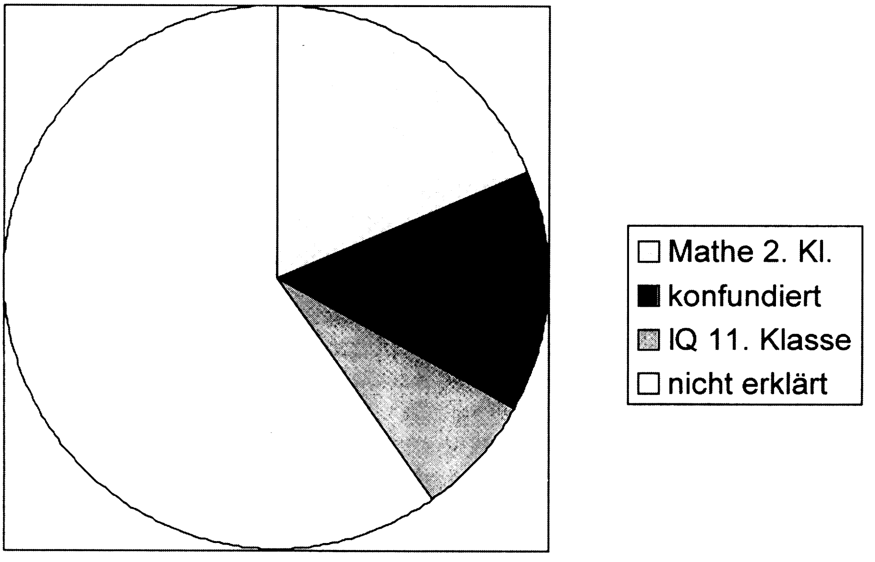

Abbildung 2: Ergebnis der Kommunalitätenanalyse: Anteile der erklärten Varianz

Die Ergebnisse der Follow-up LOGIK-Studie zeigen, dass auch in einem intelligenznahen Gebiet wie der Mathematik gute Leistungen entscheidend vom Vorwissen abhängen. Bereits in der 2. Klasse zu wissen, dass Zahlen nicht nur zur Modellierung der Mächtigkeit und der Veränderung von Mengen genutzt werden können, sondern auch zur Abbildung von Relationen zwischen Mengen, scheint eine notwendige, wenn auch nicht hinreichende Bedingung für eine hohe mathematische Leistungsfähigkeit in der späten Sekundarstufe zu sein. Die LOGIK-Daten sprechen sogar dafür, dass frühe Versäumnisse im Erwerb der kulturellen Mathematik später nicht mehr kompensiert werden können. Dieses Ergebnis könnte zu fatalistischen Einstellungen führen. So könnte man meinen, wenn die „kritische Periode" für den Zugang zur kulturellen Mathematik versäumt wurde, sei „der Zug abgefahren". Oder aber man könnte ein frühes Verständnis der kulturellen Mathematik mit einer genetisch determinierten mathematischen Begabung gleichsetzen. Beide Interpretationen sind jedoch gegenwärtig verfrüht. In unterschiedlichen Studien zum Mathematikunterricht der Grundschule zeigt sich nämlich, dass hier das Potenzial der Kinder nur unzureichend genutzt wird. Mehrfach wurde darauf hingewiesen, dass gerade anspruchsvolle Textaufgaben zum Vergleich von Mengen und später zum kartesischen Produkt so gut wie nie vorkommen (Stern, 1993, 1997, 1998; Stern & Staub, 2000). Möglichkeiten in der Nutzung und Veranschaulichung von Textaufgaben sind in der Lehrerausbildung bisher wenig verankert (dazu insbesondere Stern & Staub, 2000). Im Folgenden wird an Ergebnissen der SCHOLASTIK-Studie gezeigt, dass trotz dieser ungünstigen Randbedingungen Lehrer einen indirekten Einfluss auf das Lösen anspruchsvoller Textaufgaben haben.

3. Der Lehrer macht den Unterschied: Der Einfluss des pädagogischen Inhaltswissens der Lehrer auf die Lernfortschritte der Schüler

In Ländern mit relativ homogenen Schulbedingungen, in denen die Ausbildung der Lehrer sowie deren Zuweisung zu Schulen von staatlicher Seite zentral geregelt wird, tragen Lehrermerkmale vergleichsweise wenig zur Aufklärung interindividueller Leistungsunterschiede bei. Die Wahrung von Mindeststandards ist im Allgemeinen gewährleistet, und feste Vorgaben im Lehrplan lassen den Lehrern häufig wenig Spielraum für die Erprobung selbständig geplanter Unterrichtsmethoden. Dennoch können bestimmte Merkmale und Verhaltensweisen der Lehrer für die Leistungsentwicklung mancher Schüler entscheidend sein.

> „Obwohl die individuellen Fähigkeits-, Lern- und Leistungsunterschiede über die Zeit hinweg relativ stabil bleiben, sind die (individuell variablen) Lern- und Leistungsfortschritte eine Funktion der Quantität und Qualität des Lernens und werden mehr oder minder stark von der Wirksamkeit des Unterrichts beeinflusst. Schulleistungen sind also stets Leistungen der Schüler, die durch die Schule begünstigt oder erschwert werden.“ *(F. E. Weinert, 2001, S. 85)*

Das wissenschaftliche Potenzial der SCHOLASTIK-Studie ergibt sich insbesondere aus dem an bayerischen Grundschulen obligatorischen Lehrerwechsel von der 2. zur 3. Klasse. Dieser ermöglicht es, die zwischen den Klassen gefundenen Unterschiede im Leistungszuwachs von der 2. zur 3. Jahrgangsstufe dem Einfluss des in der dritten Klasse unterrichtenden Lehrers zuzuschreiben. Auch wenn deutschen Grundschullehrern wenig Freiraum bei der Auswahl der Inhalte des Mathematikunterrichtes bleibt, können möglicherweise recht subtile Faktoren bedeutsam werden. Ein Merkmal, dem zunehmend Bedeutung geschenkt wird, sind die fachspezifischen pädagogischen Grundhaltungen der Lehrer. Darunter versteht Shulman (1987) die Zusammenführung von Inhalt und Pädagogik zu einem Verständnis dessen, wie bestimmte Themen, Probleme oder Fragen strukturiert, dargestellt, an die Interessen und Fähigkeiten der Lernenden angepasst und für den Unterricht aufbereitet werden sollten. Ein guter Lehrer weiß, wie Schüler bestimmte Inhalte lernen. Aus unvollständigen Lösungen und Fehlern kann er erkennen, ob Kinder, selbst wenn sie noch nicht das Leistungskriterium erfüllen, auf dem richtigen Weg sind. Für den Mathematikunterricht ist die geistige Aktivität des Verstehens entscheidend. Auch wenn die Kognitionswissenschaften und die Lehr-Lern-Forschung noch weit davon entfernt sind, das Phänomen des Verstehens erklären zu können, gibt es doch einige allgemein akzeptierte Grundannahmen. Dazu gehört, dass Verstehen das Ergebnis eines aktiven Konstruktionsprozesses auf Seiten des Lernenden ist. Dieser muss Dinge erproben, Irrwege gehen und sie erkennen können, bevor ein Gegenstand wirklich verstanden wurde. Verstehen ist also nicht das Ergebnis der Übertragung von Wissen vom Lehrenden auf den Lernenden. Diese Auffassung wird unter dem Begriff des konstruktivistischen Lernens zusammengefasst. Für das Verstehen und Lösen von Textaufgaben ist eine aktive Konstruktion des zugrundeliegenden Situationsmodells und dessen Transformation in eine mathematische Gleichung entscheidend. Peterson, Fennema, Carpenter und Loef (1989) entwickelten einen Fragebogen, in dem die Grundhaltungen der Lehrer zur aktiven Rolle der Schüler beim Lösen von Textaufgaben erfasst wurden. Eine konstruktivistische Grundhaltung spiegelt sich beispielsweise in folgenden Items des Fragebogens wieder:

- Schüler sollten bereits Textaufgaben erhalten, bevor sie Rechenprozeduren gut beherrschen.
- Lehrerinnen und Lehrer sollten Schüler ermutigen, ihre eigenen Lösungswege für Mathematikaufgaben zu suchen, selbst wenn diese ineffizient sind.
- Mathematik sollte in der Schule so gelehrt werden, dass der Schüler Zusammenhänge selbst entdecken kann.

Demgegenüber drückt sich eine rezeptive Grundhaltung zum Verstehen von Textaufgaben in folgenden Items aus:

- Lehrerinnen und Lehrer sollten für das Lösen von Textaufgaben detaillierte Vorgehensweisen vermitteln.
- Um Mathematik zu lernen, ist es wichtig, daß der Schüler gut zuhören kann.
- Effektive Lehrerinnen und Lehrer führen die richtige Art und Weise vor, in der eine Textaufgabe zu lösen ist.

Auf Anregung von Fritz Staub, der 1994 als Gastwissenschaftler am Münchener Max-Planck-Institut arbeitete, wurde der übersetzte Fragebogen zwei Jahre nach Beendigung der SCHOLASTIK-Studie den teilnehmenden Lehrern zugeschickt. Es zeigte sich ein erstaunlich enger Zusammenhang zwischen einer im Fragebogen geäußerten konstruktivistischen Grundhaltung und dem mittleren Lernfortschritt der Klasse im Lösen von Textaufgaben (Staub & Stern, 2002). Tabelle 2 gibt die Ergebnisse der hierarchischen linearen Modellierung für Text- und Arithmetikaufgaben wieder. Das Vorwissen, also die am Ende der 2. Klasse gemessene Mathematikleistung, ist ein besserer Prädiktor für die Mathematikleistung am Ende der 3. Klasse als die Intelligenz, wobei allerdings zu berücksichtigen ist, dass die konfundierte Varianz aus Intelligenz und Mathematikleistung in den Koeffizienten für das Vorwissen eingeht. Für das Lösen von Textaufgaben zeigt sich, dass die Lehrerüberzeugungen fast genauso viel Varianz aufklären wie die „reine" Intelligenz. Obwohl in der deutschen Grundschulmathematik kaum die Möglichkeit genutzt wird, mit Hilfe von Textaufgaben das mathematische Verständnis zu erweitern, lassen sich indirekte Effekte der Lehrer auf die mathematische Problemlösekompetenz der Schüler nachweisen. Lehrer, die sich der Bedeutung eines aktiven, problemorientierten Lernens von Mathematik bewusst sind, unterstützen das Lösen von Textaufgaben auch indirekt. Tatsächlich zeigte sich, dass Lehrer mit konstruktivistischer Grundhaltungen häufiger konzeptuell anregende Arithmetikaufgaben präsentierten (s. Renkl & Stern, 1994). Die Ergebnisse in Tabelle 2 zeigen, dass ein auf das Verständnis ausgerichteter Mathematikunterricht keine Vernachlässigung des arithmetischen Faktenwissens mit sich bringt. Klassen mit Lehrern, die eine konstruktivistische Grundhaltung vertraten, zeigten keinen schlechteren Leistungen bei Additions- und Subtraktionsaufgaben als Klassen mit rezeptiv orientierten Lehrern, und bei Multiplikations- und Divisionsaufgaben zeigte sich sogar ein positiver Trend. Auch für den Einwand, dass ein anspruchsvoller, am Verständnis orientierter Mathematikunterricht zu Lasten der schwächeren Schüler gehe, gab es keinerlei Hinweise (Staub & Stern, 2002). Auch konnten neben der Grundhaltung der Lehrer keine weiteren Einflussmerkmale wie Klassengröße oder mittleres Intelligenz- und Leistungsniveau der Klasse identifiziert werden.

Tabelle 2: Ergebnisse einer HLM-Analyse: Erklärung der Leistungsvarianz in Mathematik am Ende der 3. Klasse aus der Mathematikleistung der 2. Klasse, dem IQ und der konstruktivistischen Grundhaltung der Lehrperson (Koeffizienten können ähnlich wie standardisierte Regressionskoeffizienten interpretiert werden)

	Textaufgaben		Arithmetikaufgaben	
	Add./Sub.	Mult.Div.	Add./Sub.	Mult./Div.
Mathematik Klasse 2	.57**	.48**	.52**	.21+
IQ	.16**	.10*	.14**	-.01
Konstruktivistische Grundhaltung	.12*	.11**	-.02	.18+

+ p<.01
* p<.05
** p<.01

Auch wenn, wie die in Tabelle 2 berichteten Koeffizienten zeigen, der Anteil der auf Individualebene aufgeklärten Varianz durch Lehrerüberzeugungen nicht übermäßig groß ist, so bleibt doch zu beachten, dass sich immerhin 25% der zwischen den Klassen zu beobachtenden Varianz im Lernzuwachs bei Textaufgaben zur Addition und Subtraktion auf die Lehrerüberzeugungen zurückführen lassen. Der in Abbildung 3 dargestellte Scatterplot zeigt den Zusammenhang zwischen Lehrerüberzeugung und Lernzuwachs auf Klassenebene.

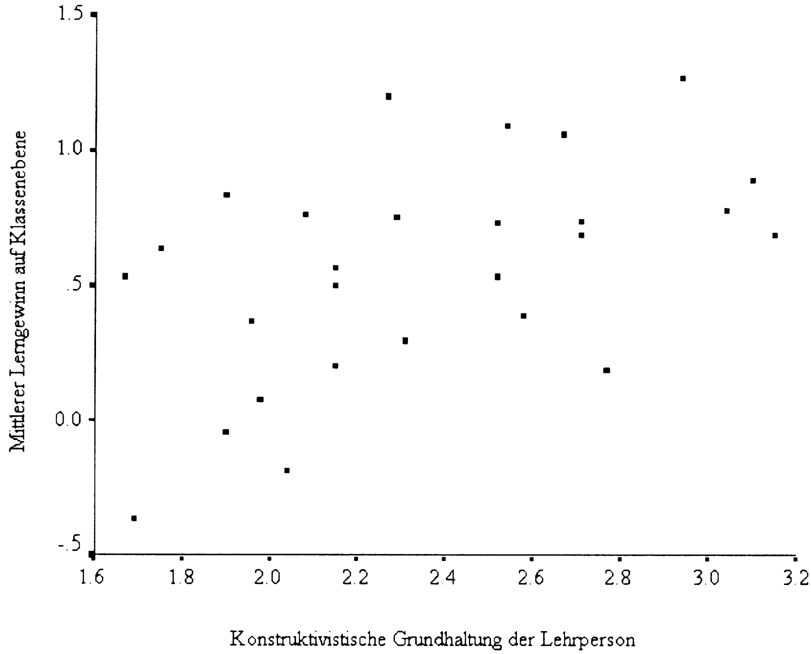

Abbildung 3: Zusammenhang zwischen der konstruktivistischen Überzeugung der Lehrer und dem Klassenmittelwert im Leistungsfortschritt im Lösen von Textaufgaben von der 2. zur 3. Jahrgangsstufe

Auch wenn generell Lehrereffekte auf individueller Ebene nur wenig Varianz aufklären, darf die Bedeutung dieser Effekte aus mindestens drei Gründen nicht unterschätzt werden. Erstens könnte es bei dem gegenwärtigen Mangel an qualifizierten Mathematikern und Naturwissenschaftlern bereits als Erfolg gewertet werden, wenn sich durch einen anregenden Unterricht 1 bis 2% mehr Schüler in diese Richtung orientieren würden. Zweitens bleibt zu bedenken, dass in der Analyse von Staub und Stern (2002) lediglich der Effekt eines einzigen Schuljahres berücksichtigt wurde. Über die Jahre aufaddiert können sich am Ende der Schulzeit beachtliche Effekte zeigen. Drittens bleibt zu berücksichtigen, dass die stark reglementierten Lehrplanvorgaben auch Lehrern mit einer konstruktivistischen Grundhaltung wenig Spielraum für die Darbietung anspruchsvoller Textaufgaben lassen. Es kann erwartet werden, dass sich eine konstruktivistische Grundhaltung der Lehrer stärker auf den Leistungszuwachs im Lösen anspruchsvoller Textaufgaben auswirken würde, wenn diese im Grundschulcurriculum vorgesehen wären.

4. Fazit

Gute mathematische Kompetenzen am Ende der Schulzeit sind das Ergebnis eines frühzeitig einsetzenden intelligenten Übungsprozesses mit intellektuell anregenden

Aufgaben. Auch für Mathematik gilt, dass fehlendes Wissen nicht durch Intelligenz kompensiert werden kann. Bereits vor Schulbeginn sind auf individueller Ebene einige der dem Erwerb mathematischer Kompetenzen zugrundeliegenden universellen und differentiellen Rahmenbedingungen festgelegt, aber für den Übergang von der intuitiven zur kulturellen Mathematik ist schulische Unterstützung unabdingbar. Die Grundschule sollte Kinder so früh wie möglich an die kulturelle Mathematik heranführen. Alle – auch die schwächer begabten Kinder – müssen frühzeitig lernen, dass Zahlen nicht nur zum Zählen genutzt werden können und dass sich die Funktion von Addition und Subtraktion nicht auf die Modellierung von Mengenveränderungen beschränkt. Der Mathematikunterricht sollte eingebettet sein in einen anregenden schulischen Kontext, den sich Franz Weinert wie folgt vorstellt:

> „Kinder brauchen eine vielfältige Allgemeinbildung, sie benötigen Strategien zur praktischen Nutzung dieses Wissens, Kompetenzen zum permanenten selbständigen Lernen und ein System verbindlicher Wertorientierungen. Und all das müssten ihnen kompetente Lehrer vermitteln.“ (Franz E. Weinert, zitiert nach Gast, 1998, S. 9)

Literatur

Baumert, J., Gruehn, S., Heyn, S., Köller, O. & Schnabel, K. (1997). *Bildungsverläufe und psychosoziale Entwicklung im Jugendalter. Dokumentation* (Vol. 1). Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Gast, M. (1998). Wann ist ein Lehrer erfolgreich? *MPG-Spiegel*, 5/6.

Kintsch, W. (1998). *Comprehension. A Paradigm for Cognition.* Cambridge: Cambridge University Press.

Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, *92*, 109-129.

Peterson, P. L., Fennema, E., Carpenter, T. P. & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and Instruction*, *6*, 1-40.

Renkl, A. & Stern, E. (1994). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *8*, 27-39.

Schneider, W., Körkel, J. & Weinert, F. (1989). Domain-specific knowledge and memory performance. *Journal of Educational Psychology*, *81*, 306-312.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*, 1-21.

Staub, F. C. & Stern, E. (2002). The nature of teacher's pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of Educational Psychology*, *93*, 144-155.

Stern, E. & Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word problems. *Cognitive Development*, *7*, 259-268.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so hard for children? *Journal of Educational Psychology*, *85*, 7-23.

Stern, E. (1997). Das Lösen mathematischer Textaufgaben: Wie Kinder lernen, was sie nicht üben. In F. E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 157-170). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Pabst Publisher.

Stern, E. & Staub, F. (2000). Mathematik lernen und verstehen: Anforderungen an die Gestaltung des Mathematikunterrichts. In E. Inckermann, J. Kahlert & A. Speck-Hamdan (Hrsg.), *Sich Lernen leisten. Grundschule vor den Herausforderungen der Wissenschaft* (S. 90-100). Neuwied: Luchterhand Verlag.

Weinert, F. E. (2001). Schulleistungen – Leistungen der Schule oder der Schüler? In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 73-86). Weinheim: Beltz.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, *358*, 749-750.