

EINIGE VORSCHLÄGE ZUM VERSTEHEN LEHREN VON TEXTAUFGABEN

Elsbeth Stern, München

Ausgehend von den oft beobachteten Schwierigkeiten von Kindern beim Lösen von Textaufgaben im Mathematikunterricht, werden die Voraussetzungen für das erfolgreiche Lösen solcher Aufgaben beschrieben; insbesondere wird auf die wichtige Rolle von abstrakten Problemmodellen für das Verstehen von Textaufgaben hingewiesen. Es werden drei Verfahren diskutiert, wie man den Aufbau von abstrakten Problemmodellen im Schulunterricht fördern, und die Verwendung von "Oberflächenstrategien", die zu Lösungen ohne Verständnis führen können, verhindern kann. (Red.)

Zu Beginn der Grundschulzeit werden Addition und Subtraktion auf vielfältige Weise veranschaulicht. Der "lebensweltliche Bezug" wird u.a. durch einfache Textaufgaben vermittelt, in denen die Verbindung zwischen bestimmten Handlungen und arithmetischen Operationen hergestellt wird, z.B. zwischen "etwas geschenkt bekommen" und Addition sowie zwischen "etwas verschenken" und Subtraktion.

Trotz der veranschaulichenden Wirkung bereiten Textaufgaben den meisten Kindern Schwierigkeiten. Aufgaben, die in numerischer Darbietungsform kein Problem darstellen, können oftmals nicht gelöst werden, wenn sie in einen Text eingebettet sind. Was macht Textaufgaben so schwierig? Diese Frage beschäftigt die Kognitionspsychologen ebenso wie die Mathematikdidaktiker. Kintsch und Greeno (1985) haben ein präzises Modell des Verstehens und Lösens von einfachen Textaufgaben entworfen und dazu ein Simulationsprogramm erstellt, das hier nur oberflächlich dargestellt werden kann. Eine deutschsprachige Einführung findet sich bei Arbing (1988).

Die Voraussetzungen für das Verstehen und Lösen von Textaufgaben sind gegeben, wenn das der sprachlichen Oberflächenstruktur zugrundeliegende Problem erkannt und in eine mathematische Formel umgesetzt werden kann. Dieser Vorgang wird entscheidend erleichtert, wenn bereits Vorwissen in Form eines *abstrakten Problemmodells* repräsentiert ist, dem die Textaufgabe zugeordnet werden kann. Ein abstraktes Problemmodell ist z.B. das *Vergleichsschema*, das das Wissen über den quantitativen Vergleich von Mengen enthält, z.B. in der Form: "Die Differenz zwischen der großen und der kleinen Menge ergibt die Unterschiedsmenge". Außerdem wird Wissen über mathematische Prozeduren benötigt, z.B. "Man erhält die *Unterschiedsmenge*, indem man die kleinere Menge von der größeren subtrahiert". Mit diesem Wissen kann man die Aufgabe "Hans hat 5 Murmeln. Peter hat 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Hans mehr als Peter?" lösen. Für die Lösung der Aufgabe "Hans hat 5 Murmeln. Peter hat 3 Murmeln mehr als Hans. Wie viele Murmeln hat Peter?" muß zusätzliches Wissen repräsentiert sein, z.B. "Die Summe aus der kleineren Menge und der Unterschiedsmenge ergibt die große Menge". Ein

flexibles abstraktes Problemmodell ermöglicht die Berechnung jeder unbekanntes Größe aus zwei bekannten Größen. Ist ein abstraktes Problemmodell repräsentiert, kann letztere Aufgabe wie folgt gespeichert werden: "Die kleine Menge mit der Quantität "5" und die Unterschiedsmenge mit der Quantität "3" sind bekannt, die gesuchte Menge ist die Summe aus beiden und beträgt "8"". Kann eine Aufgabe an ein abstraktes Problemmodell angebunden werden, wird, verglichen mit der verbalen Speicherung, weniger Arbeitsspeicherkapazität benötigt. Die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses ist begrenzt, wenn auch nicht fix (Neumann, 1987). Ist kein abstraktes Problemmodell gespeichert, muß jedes Wort der Textaufgabe im Arbeitsspeicher gespeichert werden, was zu einem Überlauf in diesem führen kann und Informationsverlust zur Folge hat. Die verlorengegangene Information muß "ergänzt" werden. Hierbei kann es zu systematischen Fehlern kommen. Vor allem zwei Fehlerarten sind typisch: Die "Ausführung einer falschen Operation" (Subtraktion statt Addition oder vice versa) und die "redundante Antwort" (eine in der Textaufgabe vorkommende Zahl wird als Antwort genannt). Cummins, Kintsch, Reusser und Weimer (1988) konnten zeigen, daß beide Fehler mit einer mentalen "Umstrukturierung" der Aufgabe einhergehen, d.h. der Text wird dem Fehler angepaßt.

Abstrakte Problemmodelle, also die Grundlage für das "Verstehen" von Textaufgaben, fallen nicht vom Himmel, vielmehr werden sie durch Übung allmählich erworben. Daß Textaufgaben allerdings auch ohne Verständnis des zugrundeliegenden Problems richtig gelöst werden können, ist Lehrern hinreichend bekannt. In den ersten beiden Klassenstufen erhalten die Kinder vorwiegend Aufgaben, in denen zwei Zahlen vorkommen, die entweder subtrahiert oder addiert werden müssen. Die Wahrscheinlichkeit, daß die richtige Operation geraten wird, liegt bei 50%. Mit wie wenig Verständnis Kinder an das Lösen von Textaufgaben herangehen, konnte Schoenfeld (1982) zeigen: Einige amerikanische Kinder, die zuvor die *Schlüsselwortstrategie* "wenn das Wort "left" in der Aufgabe vorkommt dann subtrahiere", gelernt hatten, taten dies auch, wenn eine in der Aufgabe vorkommende Person "Mr. Left" hieß.

In zahlreichen Fällen konnte gezeigt werden, daß Kinder auch bei unsinnigen und unlösbaren Aufgaben eine "Lösung" finden (Reusser, in diesem Band). Ergebnisse von Stern (in Vorber.) sprechen allerdings dafür, daß die Defizite im Verständnis von Textaufgaben nicht immer so gravierend sein müssen wie angenommen. In der Mitte des zweiten Schuljahres wurden Kindern eine Reihe von einfachen Textaufgaben vorgegeben, unter denen sich auch einige unlösbare Aufgaben befanden, z.B. "Hans hatte 5 Murmeln. Peter gab ihm noch 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Peter jetzt?". Der überwiegende Teil der Kinder gab "3" oder "0" zur Antwort, nur wenige Kinder antworteten mit "kann man nicht sagen" o.ä.. Die gleichen Aufgaben wurden einer vergleichbaren anderen Gruppe von Kindern vorgegeben, die zu-vor auf die Unlösbarkeit einiger Aufgaben hingewiesen wurden. In diesem Falle wurden unlösbare Aufgaben von den meisten Kindern als solche identifiziert. Offensichtlich gehen die Kinder im Zweifelsfalle davon aus, daß die in der Schule bzw. im psychologischen Versuch vorgegebenen Aufgaben wohl

stimmen werden. Wird die Aufgabe nicht verstanden, wird eine "Verlegenheitsantwort" gegeben. Unter den speziellen Instruktionsbedingungen können die Kinder durchaus angeben, ob eine Aufgabe sinnvoll ist oder nicht, was dafür spricht, daß Verständnis für die Textaufgabe vorliegt, aber im Umgang mit dem Wissen noch Unsicherheit herrscht. Für die Mathematikdidaktik stellt sich die Frage, wie man den Aufbau von abstrakten Problemmodellen im Schulunterricht fördern und die Verwendung von "Oberflächenstrategien", wie Raten oder Schlüsselwortstrategien, verhindern kann. Im folgenden werden einige Verfahren, die vorwiegend zu Forschungszwecken entwickelt wurden, unter dem Aspekt der didaktischen Verwertbarkeit diskutiert:

1) FRAGEN ZUR AUFGABE KLASSIFIZIEREN LASSEN

Das Finden einer passenden Frage ist ein Indikator für das Verstehen einer Textaufgabe. In den meisten in der Schule benutzten Rechenbüchern für die 2. Jahrgangsstufe werden Textaufgaben deshalb auch ohne Frage dargeboten. Ist bereits ein abstraktes Problemmodell entwickelt, kann auch ohne explizite Frage bei den meisten Aufgaben auf die unbekannte Größe geschlossen werden. Sind jedoch mehrere Fragen möglich, konnte Stern (in Vorber.) zeigen, daß selbst leistungsstarke Kinder die Tendenz zur einfacheren Frage zeigen. So wurde die Aufgabe "Hans hat 8 Murmeln. Peter hat 5 Murmeln." spontan fast immer mit der Frage "Wie viele Murmeln haben die beiden zusammen?" ergänzt, nicht mit der Frage "Wie viele Murmeln hat Hans mehr als Peter?". Damit Kinder verstehen lernen, welche Information man aus dem Text ableiten kann, welche Information bereits enthalten und deshalb redundant ist und welche Information nicht ableitbar ist, könnte folgendes Verfahren, das von Stern (in Vorber.) bei Kindern der zweiten Klasse eingesetzt wurde, angewendet werden: Es werden Textaufgaben mit mehreren unterschiedlichen Fragen vorgegeben, z.B. die Aufgabe "Hans hat 5 Murmeln. Peter hat 3 Murmeln weniger als Hans." mit den Fragen "Wie viele Murmeln hat Hans?", "Wie viele Murmeln hat Peter?", "Wie viele Murmeln hat Hans Peter gegeben?", "Wie viele Murmeln haben beide zusammen?". Die Kinder sollen entscheiden, welche Fragen "beantwortbar", "überflüssig" oder "nicht beantwortbar" sind.

2) AUFGABEN MIT IMPLIZITEM ZWISCHENSCHRITT

Stern (in Vorber.) konnte zeigen, daß Aufgaben mit implizitem Zwischenschritt, wie z.B. "Erik hat 5 Äpfel. Thomas hat 2 Äpfel weniger als Erik. Wie viele Äpfel haben Thomas und Erik zusammen?" zu Beginn der zweiten Klasse von weniger als 20% der Kinder richtig beantwortet werden. Derartige Aufgaben stellen kein Problem dar, wenn das "Vergleichsschema" als abstraktes Problemmodell repräsentiert ist, da bereits nach dem zweiten Satz die in der Textaufgabe enthaltene Information wie folgt reduziert werden kann: "Bekannt sind die Unterschiedsmenge und die große Menge. Die Differenz dieser beiden Mengen ergibt die kleine Menge". Bevor die Frage gelesen wird,

ist also bereits die Anzahl von Thomas' Äpfeln Teil des Arbeitsgedächtnisses und kann zur Beantwortung der Frage herangezogen werden. Der überwiegende Teil der Kinder gibt "7" zur Antwort. Die Kinder formulieren die Aufgabe wie folgt um: "Erik hat 5 Äpfel. Thomas hat 2 Äpfel. Wie viele Äpfel haben Thomas und Erik zusammen?" Dieser Fehler zeigt, daß ein abstraktes Problemmodell bei den meisten Kindern noch nicht perfekt repräsentiert ist. Die verbale Speicherung der gesamten Aufgabe im Arbeitsgedächtnis führt offensichtlich zu einem Speicherüberlauf, der Text wird passend zur Frage umstrukturiert. Bei einer Zusatzbefragung (Stern, in Vorber.) stellte sich heraus, daß die meisten Kinder nach ein- oder mehrmaligem Hinweis ihren Fehler erkannten und die richtige Lösung fanden. Offensichtlich ist ein abstraktes Problemmodell bereits repräsentiert, kann aber noch nicht bei Bedarf automatisch aktiviert werden. Dies könnte durch die häufigere Vorgabe von Aufgaben mit implizitem Zwischenschritt gefördert werden.

3) SORTIEREN VON AUFGABEN

Spätestens seit den Arbeiten zur Metakognition (prägnante Zusammenfassung bei Schneider & Hasselhorn (1988)) ist bekannt, daß sich erfolgreicher Unterricht dadurch auszeichnet, daß man nicht auf die Inferenzfähigkeit der Kinder vertraut, sondern zu vermittelndes Wissen und Strategien explizit zum Gegenstand macht. So sollten auch die abstrakten Problemmodelle explizit im Unterricht behandelt werden. Kinder müssen lernen, *Ähnlichkeiten im zugrundeliegenden Problem* zwischen Aufgaben zu erkennen, was z.B. erreicht werden kann, indem man Textaufgaben nach Ähnlichkeit sortieren läßt. Aus Experten-Novizen-Untersuchungen (Chi, Feltovich & Glaser (1981)) ist bekannt, daß Novizen Physikaufgaben nach Oberflächenmerkmalen sortieren, während Experten das zugrundeliegende Problem als Kriterium heranziehen. Ähnliche Unterschiede konnten Morales, Shute und Pellegrino (1985) für ältere und jüngere Kinder beim Sortieren von Textaufgaben nachweisen. Wurden die Kinder instruiert, für einige Textaufgaben beliebig viele Untergruppen zu bilden, zeigte sich u.a., daß ältere Kinder nach dem zugrundeliegenden Problem sortieren, während jüngere Kinder z.B. nach den in den Textaufgaben vorkommenden Gegenständen sortieren. Würde man die Sortieraufgabe schon zu einem früherem Zeitpunkt im Unterricht als Übung einsetzen, könnten die Kinder möglicherweise schneller zu "Experten" im Lösen von Textaufgaben werden. Arbing (1988) hat allerdings in der fünften Jahrgangsstufe positive Erfahrung mit dieser Methode gemacht. Ob sie sich bei entsprechender didaktischer Aufbereitung schon in der zweiten Jahrgangsstufe einsetzen läßt, muß noch erprobt werden.

Inwieweit sich die drei beschriebenen Verfahren zu Übungszwecken mit dem Ziel des Aufbaus von abstrakten Problemschemata eignen, muß noch überprüft werden. Die Vorschläge könnten aber als Anregung verstanden werden.

Literatur:

ARBINGER, R. (1988). Textverständnis und Lösen mathematischer Sachaufgaben. Heil-

pädagogische Forschung, Band XIV, 106-112. / CHI, FELTOVICH & GLASER (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. Cognitive Science, 5, 121-152. / CUMMINS, D., KINTSCH, W., REUSSER, K. & WEIMER, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. Cognitive Psychology, 20, 405-438. / KINTSCH, W. & GREENO, J.G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 92, 109-129. / MORALES, R.V., SHUTE, V.J. & PELLEGRINO, J.W. (1985). Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems. Cognition and Instruction, 2, 41-57. / NEUMANN, O. (1987). Zur Funktion der selektiven Aufmerksamkeit für die Handlungssteuerung. Sprache und Kognition, 3, 107-125. / SCHNEIDER, W. & HASSELHORN, M. (1988). Metakognitionen bei der Lösung mathematischer Probleme: Gestaltungsperspektiven für den Mathematikunterricht. Heilpädagogische Forschung, Band XIV, 113-118. / SCHOENFELD, A.H. (1982). Some thoughts on problem-solving research and mathematics education. In F.K. LESTER & J. GAROFALDO (Eds.) Mathematical problem solving: Issues and research. Philadelphia: The Franklin Institute Press. / STERN, E. (in Vorber.). Verstehensprozesse beim Lösen von Textaufgaben.