

2.3 Tiefsetzsteller

Im folgenden wollen wir nun das Betriebsverhalten der Schaltung nach Bild 2.14, welche im allgemeinen als *Tiefsetzsteller* oder *Buck Converter* bezeichnet wird, näher analysieren.

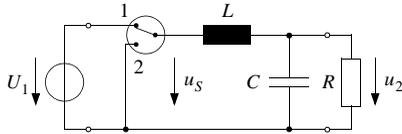


Bild 2.14: Grundstruktur des Leistungsteiles eines Tiefsetzstellers

2.3.1 Kontinuierlicher Stromfluss in der Ausgangsinduktivität

Spannungsübersetzungsverhältnis

Unter Annahme einer konstanten Eingangsspannung U_1 und unter Vernachlässigung der schaltfrequenten Schwankung Δu_2 der Ausgangsspannung u_2 werden an die Filter- bzw. Ausgangsinduktivität L des Tiefsetzstellers von Bild 2.14 abschnittsweise konstante Spannungen angelegt. Der Verlauf des Stromes i_L kann sehr einfach über die Grundgleichungen (2.19) oder (2.20) der Induktivität L berechnet werden.

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad \text{Differentialform} \quad (2.19)$$

$$i_L = \frac{1}{L} \cdot \int_t u_L dt + i_L(t=0) \quad \text{Integralform} \quad (2.20)$$

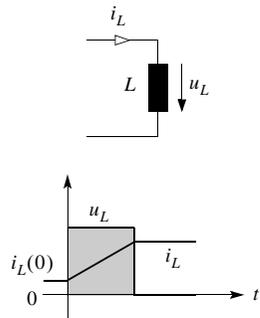


Bild 2.15: Stromverlauf i_L in einer Induktivität L beim Anlegen eines rechteckförmigen Spannungspulses

Je nach Stellung des Umschalters des Tiefsetzstellers von Bild 2.14 sind unterschiedliche Schaltkreise aktiv. Bild 2.16 zeigt die für die beiden Schaltzustände aktiven Schaltkreise sowie die an der Induktivität L auftretenden Spannungen und Ströme.

Gemäss Gleichung (2.19) gelten unter der Annahme, dass die Eingangs- und die Ausgangsspannung in sehr guter Näherung konstant sind, folgende Gleichungen:

$$\text{Schaltzustand 1: } u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} = U_1 - u_2 \approx U_1 - U_2 \quad (2.20a)$$

$$\text{Schaltzustand 2: } u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} = -u_2 \approx -U_2 \quad (2.20b)$$

In diesem Fall erfolgt die Stromänderung in der Induktivität L linear.

Für stationären Betrieb erfolgt über eine Schaltperiode T_S keine resultierende Stromänderung. Dies bedeutet, dass der Strom zu Beginn und am Ende der Schaltperiode T_S identisch ist: $i_L(0) = i_L(T_S)$. Diese Aussage ist gemäss Gleichung (2.20) gleichbedeutend mit der Forderung:

$$\int_0^{T_S} u_L dt = 0 \quad (2.21)$$

Vergleicht man die Gleichung (2.21) mit der Definition des linearen Mittelwertes, stellt man fest, dass die Spannung u_L über der Induktivität L im stationären Betrieb einen verschwindenden Mittelwert $\overline{u_L}$ aufweist:

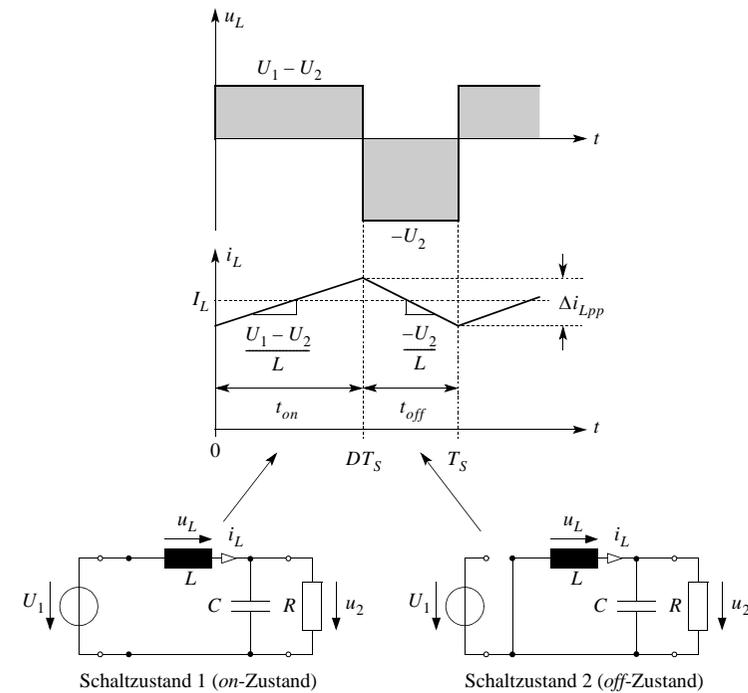


Bild 2.16: Schaltzustände sowie Verlauf der Spannung u_L an der Induktivität L und resultierender Stromverlauf i_L des Tiefsetzstellers

$$\overline{u_L} = \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} u_L dt = 0 \quad (2.22)$$

Setzt man die Ergebnisse der Gleichungen (2.20a) und (2.20b) in die Gleichung (2.22) ein und wertet sie aus, so folgt damit:

$$\overline{u_L} = \frac{1}{T_S} \cdot \left[\int_{t_{on}} (U_1 - U_2) dt + \int_{t_{off}} (-U_2) dt \right] \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{T_S} \cdot [t_{on} \cdot (U_1 - U_2) - t_{off} \cdot U_2] = 0$$

Gleichung (2.23) entspricht unmittelbar dem Gleichgewicht der an der Induktivität L angelegten und in Bild 2.16 grau gekennzeichneten positiven und negativen Spannungszeitflächen:

$$t_{on} \cdot (U_1 - U_2) = (T_S - t_{on}) \cdot U_2 \quad (2.24)$$

Durch Umformen der Gleichung (2.24) gelangt man direkt zum Spannungsübersetzungsverhältnis des Tiefsetzstellers in Funktion des Tastverhältnisses D :

$$M = \frac{U_2}{U_1} = \frac{t_{on}}{T_S} = D, \quad D = [0 \dots 1] \quad (2.25)$$

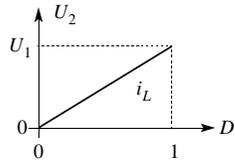


Bild 2.17: Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_2 des Tiefsetzstellers vom Tastverhältnis D

Bild 2.17 und Gleichung (2.25) zeigen, dass die mittlere Ausgangsspannung U_2 linear mit dem Tastverhältnis D gemäss der Beziehung $U_2 = D \cdot U_1$ variiert und mit $D < 1$ stets kleiner ist als die Eingangsspannung U_1 . Daher auch der Schaltungsname *Tiefsetzsteller*. Ausser von D und U_1 ist U_2 von keinem weiteren Schaltungsparameter, also auch nicht von der Belastung R abhängig. Wie wir später in Kapitel 2.3.2 sehen werden, gilt dies nur bei kontinuierlichem Stromfluss in der Ausgangsinduktivität L .

Unter Berücksichtigung des für stationären Betrieb verschwindenden Mittelwertes der Spannung an L , $\overline{u_L} = 0$, und der Maschengleichung $u_S = u_L + u_2$ kann Gleichung (2.25) im vorliegenden Fall auch ohne genaue Analyse des Spannungsverlaufs u_L an der Induktivität L einzig über die Berechnung des Mittelwertes $\overline{u_S}$ der Schalterausgangsspannung u_S abgeleitet werden:

$$\overline{u_S} = D \cdot U_1 = \overline{u_L} + \overline{u_2} = 0 + U_2 = U_2 \quad (2.26)$$

Stromübersetzungsverhältnis

Der Mittelwert $\overline{i_L} = I_L$ des Stromes i_L in der Ausgangsinduktivität L kann über eine Ladungsbilanz der Ausgangskapazität C über eine Schaltperiode T_S berechnet werden. Im sta-

tionären Fall gilt in Analogie zu Gleichung (2.22), dass die Spannung u_2 über der Kapazität C zu Beginn und am Ende des Taktintervalls gleich gross ist:

$$u_2(0) - u_2(T_S) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^{T_S} i_C dt = 0 \quad (2.27)$$

Es erfolgt somit keine resultierende Änderung des Ladungszustandes des Kondensators und für den Mittelwert $\overline{i_C}$ des Kondensatorstromes i_C gilt:

$$\begin{aligned} \overline{i_C} &= \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} i_C dt = 0 \\ &= \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} (i_L - i_2) dt = \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} i_L dt - \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} i_2 dt = I_L - I_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Daraus folgt, dass die linearen Mittelwerte I_L und I_2 des Stromes in der Induktivität L und in der Last R übereinstimmen:

$$I_L = I_2 = \frac{U_2}{R} \quad (2.29)$$

Für den Mittelwert $\overline{i_1} = I_1$ des Eingangsstromes $\overline{i_1}$ folgt unter Vernachlässigung der Verluste in den Schaltungskomponenten über eine Leistungsbilanz zwischen Ein- und Ausgang des Tiefsetzstellers:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = P_2 = U_2 \cdot I_2 \quad (2.30)$$

Daraus resultiert unmittelbar die Beziehung:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = D \quad (2.31)$$

Der Tiefsetzsteller entspricht damit bezüglich des Verhältnisses der Mittelwerte seiner Eingangs- und Ausgangsspannung und des Verhältnisses der Mittelwerte seines Eingangs- und Ausgangsstromes einem Transformator, dessen Übersetzungsverhältnis $n = U_2/U_1 = I_1/I_2$ elektronisch durch das Tastverhältnis D festgelegt werden kann. Bild 2.18 veranschaulicht diesen Zusammenhang durch die gesteuerte Stromquelle $I_1 = D \cdot I_2$ auf der Eingangs- und durch die gesteuerte Spannungsquelle $U_2 = D \cdot U_1$ auf der Ausgangsseite.

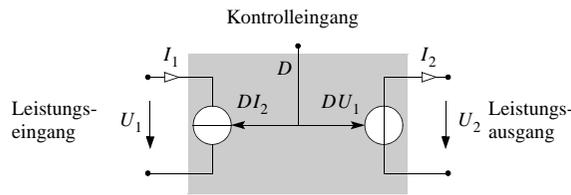


Bild 2.18: Darstellung der Grundfunktion des Tiefsetzstellers durch gesteuerte Quellen

Schaltfrequente Schwankung der Ausgangsspannung

Abschliessend soll noch die bisher vernachlässigte schaltfrequente Schwankung Δu_2 der Spannung u_2 an der Ausgangskapazität C berechnet werden. Wesentlich ist hier die Überlegung, dass der Ausgangsstrom i_2 aufgrund der nahezu konstanten Ausgangsspannung $u_2 \approx U_2$ einen nahezu konstanten Wert aufweist:

$$i_2 = \frac{u_2}{R} \approx \frac{U_2}{R} = I_2 \quad (2.32)$$

Die schaltfrequente Schwankung Δi_L des Stromes $i_L = I_L + \Delta i_L$ in der Induktivität L fliesst also ausschliesslich über den Ausgangskondensator C und nur der Gleichanteil $I_L = I_2$ des Stromes i_L in der Induktivität L fliesst über den Lastwiderstand R . In Bild 2.19 ist diese wichtige Erkenntnis festgehalten.

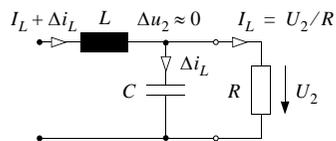


Bild 2.19: Aufteilung des Stromes $i_L = I_L + \Delta i_L$ in der Induktivität L zwischen Ausgangskondensator C und Last R

Gemäss Bild 2.16 und Gleichung (2.20) gilt für die Änderung von i_L im Ausschaltintervall $t_{off} = (1 - D) \cdot T_S$:

$$\Delta i_{Lpp} = \frac{U_2}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_S \quad (2.33)$$

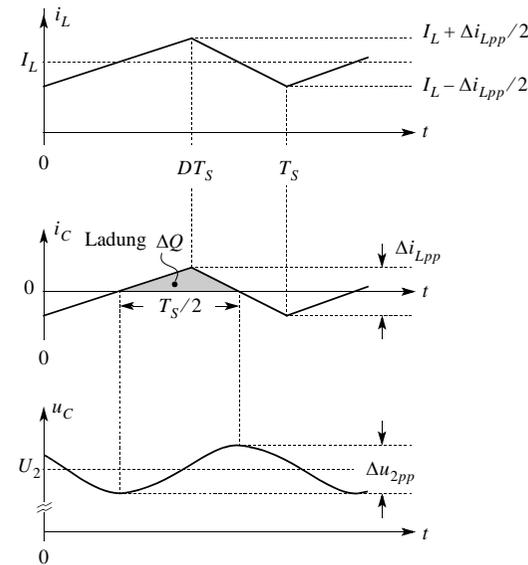


Bild 2.20: Schaltfrequente Ausgangsspannungsschwankung Δu_2 eines Tiefsetzstellers

Der Spannungsverlauf u_2 an der Kapazität C ist nach den Gleichungen (2.34) oder (2.35) zu berechnen und besteht, wie in Bild 2.20 dargestellt, aus Parabelabschnitten.

$$i_C = C \cdot \frac{du_2}{dt} \quad \text{Differentialform} \quad (2.34)$$

$$u_2 = \frac{1}{C} \cdot \int i_C dt + u_2(t=0) \quad \text{Integralform} \quad (2.35)$$

Die Schwankungsbreite Δu_{2pp} ergibt sich einfach über eine Ladungbilanz ΔQ zu:

$$\Delta u_2 = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta i_{Lpp}}{2} \cdot \frac{T_S}{2} \quad (2.36)$$

Setzt man den Ausdruck für Δi_{Lpp} nach Gleichung (2.33) in die Gleichung (2.36) ein, so folgt:

$$\Delta u_{2pp} = \Delta u_C = \frac{U_2}{L} \cdot (1 - D) \cdot T_S \cdot \frac{T_S}{8 \cdot C} \quad (2.37)$$

Für die relative Schwankung der Ausgangsspannung u_2 erhält man damit folgendes Ergebnis:

$$\frac{\Delta u_{2pp}}{U_2} = \frac{1}{8} \cdot T_S^2 \cdot \frac{(1-D)}{L \cdot C} = \frac{\pi^2}{2} \cdot (1-D) \cdot \left(\frac{f_0}{f_S}\right)^2 \quad (2.38)$$

$$\text{mit } f_S = 1/T_S \text{ und } f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Dabei stellt f_S die Schaltfrequenz und f_0 die Eigenfrequenz des durch L und C gebildeten Filters 2. Ordnung dar. Die so gefundene Beziehung stimmt mit den Überlegungen aus Kapitel 2.1 zur Übertragungsfunktion des Tiefpassfilters 2. Ordnung überein. Die Eingangsspannung u_S kann dabei für einfache Überlegungen aus einem Gleichspannungsanteil und nur einer einzelnen schaltfrequenten Harmonischen zusammengesetzt gedacht werden.

Gemäss Gleichung (2.38) ist der Ausgangsspannungsrippel Δu_{2pp} unabhängig von der Belastung R . Dies gilt nur bei kontinuierlicher Stromführung $i_L > 0$ in der Induktivität L über das gesamte Taktintervall T_S . Durch Wahl der Schaltfrequenz f_S weit über der Knickfrequenz (Eigenfrequenz f_0) des LC -Ausgangsfilters, das heisst bei $f_S \gg f_0$, kann die Schwankungsbreite Δu_{2pp} der Ausgangsspannung u_2 auf kleine Werte beschränkt werden.

Tiefsetzsteller als Serienschwingkreis mit pulsformiger Anregung

Wie die vorgehenden Überlegungen zeigen, können die schaltfrequenten Schwankungen Δu_2 der Kondensatorspannung u_2 für den Fall, dass der Stromverlauf i_L in der Induktivität L durch Geradenstücke angenähert wird, -welcher letztlich auf der Voraussetzung basiert, dass die relativen Schwankungen Δu_2 der Ausgangsspannung u_2 gering sind im Vergleich zur Gleichspannungsanteil U_2 -, sehr einfach berechnet werden, wobei der Laststrom i_2 unter der besagten Voraussetzung $\Delta u_2 \ll U_2$ als reiner Gleichstrom $I_2 = U_2/R$ betrachtet wird. Wie gesehen, erfolgt die Berechnung in diesem Fall in zwei Schritten:

- zu Beginn wird die Ausgangsspannung $u_2 = U_2$ als konstant angenommen und der Drosselstrom i_L samt seinen Schwankungen Δi_L berechnet.
- anschliessend werden die durch den Drosselstrom $i_L = I_L + \Delta i_L$ verursachten Schwankungen Δu_2 der Kondensatorspannung u_2 näherungsweise ermittelt.

Wie im folgenden gezeigt wird, wäre demgegenüber eine simultane Betrachtung der Änderungen von i_L und u_2 beziehungsweise die Betrachtung des Tiefsetzstellers als System 2. Ordnung mit wesentlich höherem Aufwand verbunden, ohne dass dabei für den in der Praxis massgeblichen Fall geringer Schwankungen $\Delta u_2 \ll U_2$ eine wesentliche Verbesserung der Genauigkeit erreicht würde.

Wir wollen beispielsweise den Verlauf des Stromes i_L in der Induktivität L des Tiefsetzstellers im Einschaltintervall $t_{on} = D \cdot T_S$ für die Anfangsbedingungen $i_L(t=0) = i_{L0}$ und $u_C(t=0) = u_{C0}$ exakt berechnen. Die Festlegung dieser Anfangsbedingungen für den stationären Betrieb kann erst nach Beschreibung des Strom- und Spannungsverlaufs einer gesamten Taktperiode T_S , also erst im Anschluss an die Beschreibung von i_L im Ausschaltintervall $t_{off} = (1-D) \cdot T_S$ erfolgen. Dies erschwert die Berechnung wesentlich, soll jedoch an dieser Stelle nicht weiter beachtet werden.

In jedem Schaltzustand stellt ein Tiefsetzsteller, wie auf Bild 2.21 a) leicht zu erkennen, ein System 2. Ordnung in Form eines durch die Last gedämpften Serienschwingkreises dar. Durch Umschaltung von $u_1 = 0$ auf $u_1 = U_1$ zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schwingkreis sprunghaft angeregt. Das vorliegende System 2. Ordnung nach Bild 2.21 a) ist mit 2 Differentialgleichungen zu beschreiben:

$$L \cdot \frac{di_L}{dt} = u_1 - u_2 \quad (2.39)$$

$$i_L = \frac{u_2}{R} + C \cdot \frac{du_2}{dt} \quad (2.40)$$

Setzt man den Ausdruck für u_2 aus Gleichung (2.39) in Gleichung (2.40) ein, so gelangt man zu folgender Differentialgleichung 2. Ordnung für den Verlauf des Stromes i_L in der Induktivität L für $t > 0$:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \cdot \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i_L = \frac{1}{LC} \cdot \frac{u_1}{R} \quad (2.41)$$

Unter Berücksichtigung der in Kapitel 2.1 eingeführten Definitionen für die Dämpfung d und für die Resonanzkreisfrequenz ω_0 kann Gleichung (2.41) wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2 \cdot d \cdot \omega_0 \cdot \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 \cdot i_L = \omega_0^2 \cdot \frac{u_1}{R} \quad (2.42)$$

$$\text{mit } d = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.43)$$

Bei Gleichung (2.42) handelt es sich um eine inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Ihre allgemeine Lösung setzt sich aus der Summe eines homogenen und eines partikulären Anteils zusammen. In unserem Fall lautet die partikuläre Lösung:

$$i_{Lp} = \frac{U_1}{R} \quad (2.44)$$

Bei der homogenen Lösung muss je nach Grösse und Verhältnis der Koeffizienten d und ω_0 zwischen einem periodischen oder einem aperiodischen Lösungsansatz unterschieden werden. So liegt beispielsweise bei geringer Last R und $d < 1$ der periodische Fall vor. Der Ansatz für die homogene Lösung lautet in diesem Fall:

$$i_{Lh} = e^{-d \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot [C_1 \cdot \sin(\omega_d t) + C_2 \cdot \cos(\omega_d t)] \quad (2.45)$$

$$\text{mit } \omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - d^2} \quad \text{und} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.46)$$

Gleichung (2.46) zeigt, dass sich die Eigenkreisfrequenz ω_d der Schwingung mit steigender Dämpfung d gegenüber der Resonanzkreisfrequenz ω_0 des ungedämpften Falles mit $d = 0$ verringert.

Anhand der Gleichungen (2.44) und (2.45) gelangt man unter Berücksichtigung der beiden Anfangsbedingungen i_{L0} und u_{C0} für den periodischen Fall zu folgender allgemeinen Lösung der Differentialgleichung (2.42):

$$i_L = e^{-d \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot [C_1 \cdot \sin(\omega_d t) + C_2 \cdot \cos(\omega_d t)] + \frac{U_1}{R} \quad (2.47)$$

$$\text{mit } C_1 = \left(\frac{U_1 - u_{C0}}{L \cdot \omega_d} \right) - \frac{d \cdot \omega_0}{\omega_d} \cdot \left(i_{L0} - \frac{U_1}{R} \right) \quad \text{und} \quad C_2 = \left(i_{L0} - \frac{U_1}{R} \right) \quad (2.48)$$

Der zeitliche Verlauf des Drosselstromes nach Gleichung (2.47) ist in Bild 2.21 b) dargestellt. Aus diesem Bild können wir nun eine einfache Näherung des Stromverlaufs i_L bis zum Umschaltzeitpunkt $t_{on} = D \cdot T_S$ gewinnen. Da die Schaltfrequenz f_S wesentlich höher als die Eigenfrequenz f_0 des Filters gewählt wird, $f_S \gg f_0$, interessiert nur ein gegenüber der Periodendauer $T_d = 2\pi/\omega_d$ der Schwingung sehr kurzer Zeitabschnitt $t_{on} = D \cdot T_S \ll T_d$. Wir können daher innerhalb des Zeitabschnittes t_{on} mit guter Genauigkeit folgende Vereinfachungen treffen:

$$\varepsilon = \omega_d \cdot t < \omega_d \cdot D \cdot T_S \ll 2\pi$$

$$\cos(\varepsilon) \approx 1, \quad \sin(\varepsilon) \approx \varepsilon$$

$$e^{-d \cdot \omega_0 \cdot t} \approx 1 \quad (2.49)$$

Mit den Näherungen (2.49) kann die allgemeine Lösung (2.47) unseres Systems 2. Ordnung wie folgt geschrieben und vereinfacht werden:

$$i_L \approx 1 \cdot [C_1 \cdot \varepsilon + C_2] + \frac{U_1}{R} \quad (2.50)$$

$$\approx \varepsilon \cdot \left(\frac{U_1 - u_{C0}}{L \cdot \omega_d} \right) + \left[\left(i_{L0} - \frac{U_1}{R} \right) \cdot \underbrace{\left(1 - \varepsilon \cdot \frac{d \cdot \omega_0}{\omega_d} \right)}_{\approx 1} \right] + \frac{U_1}{R}$$

$$\approx \omega_d \cdot t \cdot \left(\frac{U_1 - \overbrace{u_{C0}}^{\approx U_2}}{L \cdot \omega_d} \right) + i_{L0} - \frac{U_1}{R} + \frac{U_1}{R}$$

$$i_L \approx \frac{U_1 - U_2}{L} \cdot t + i_{L0} \quad (2.51)$$

Gleichung (2.51) stellt nicht anderes als die Integralform der Gleichung (2.20a) dar, welche unter der Annahme hergeleitet wurde, dass die Schwankungen Δu_2 der Ausgangsspannung u_2 gegenüber dem linearen Mittelwert U_2 vernachlässigt werden können. Dies führt dazu, dass der Stromverlauf i_L in der Induktivität L für den in der Praxis vorherrschenden Fall, dass die Schaltfrequenz f_S wesentlich höher ist als die Eigenfrequenz f_0 des Ausgangsfilters in Abschnitten näherungsweise linear ist.

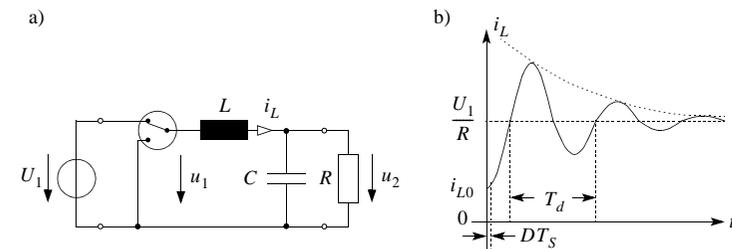


Bild 2.21: a) Betrachtung des Tiefsetzstellers als Serienschwingkreis mit pulsformiger Anregung, b) resultierender Zeitverlauf des Stromes i_L

2.3.2 Diskontinuierlicher Stromfluss in der Ausgangsinduktivität

Im folgenden wollen wir uns vorerst kurz mit der praktischen Realisierung des elektronischen Umschalters durch Leistungshalbleiter, die Strom nur in einer Richtung führen und Spannung

nur in einer Richtung sperren können, befassen. Halbleiter, die Strom nur in einer Richtung führen können, werden unidirektional genannt. Solche, die nur in einer Richtung sperrfähig sind, werden als unipolar bezeichnet. Wir werden sehen, dass diese Einschränkungen bei kleiner Last, das heisst bei kleinem Laststrom I_2 beziehungsweise bei hohem Lastwiderstand R , zu einem diskontinuierlichen oder lückenden Verlauf des Stromes i_L in der Ausgangsinduktivität L führen und damit das Betriebsverhalten des Tiefsetzstellers stark beeinflussen.

Bild 2.22 zeigt in einer Übersicht die Schaltsymbole und die idealisierten Betriebsbereiche der wichtigsten Halbleiterschaltenelemente für hochfrequent getaktete Schaltungen im unteren Leistungsbereich. Namentlich handelt es sich dabei um Dioden, Bipolartransistoren und 'Metal Oxide Semiconductor Field Effekt Transistoren' (MOSFET), die sich bezüglich Steuerbarkeit und Betriebsbereich unterscheiden:

Eine ideale Diode sperrt bei negativen Spannungen ($u < 0$) zwischen Kathode und Anode. Der Sperrstrom einer idealen Diode ist Null, ($i = 0$). Im Leitzustand fliesst ein positiver Strom, ($i > 0$). Ist die Diode ideal, fällt dabei keine Spannung ($u = 0$) über dem Element ab. Leit- und Sperrzustand werden durch den Zeitverlauf von $u(t)$ und $i(t)$ definiert. Der Übergang vom Sperr- in den Leitzustand erfolgt, wenn die Spannung $u(t)$ zwischen Kathode und Anode von negativen Werten kommend, $u = 0+$ erreicht, also positiv werden möchte. Die Diode übernimmt dann den Strom, ($i > 0$). Sie fällt erst dann wieder in den Sperrzustand ($i = 0$) zurück, wenn ihr Strom $i(t)$ schaltungsbedingt von aussen her, von positiven Werten ($i > 0$) kommend, nach 0- strebt, also negativ werden möchte. Die Diode beginnt also selbständig zu leiten, sobald die Spannung $u(t)$ über den Element positiv werden möchte, und kehrt wieder um selbständig in den Sperrzustand zurück, sobald ihr Strom $i(t)$ negativ werden möchte.

Im Gegensatz zur Diode weisen Leistungstransistoren einen Steueranschluss auf, der je nach Art und Technologie entweder Gate- oder Basisanschluss genannt wird. Über den Steuereingang können der Einschalt- oder der Ausschaltzeitpunkt oder in gewissen Fällen beide Zeitpunkte von aussen durch eine Steuereinheit vorgegeben werden. In wie weit die einzelnen Leistungshalbleiter steuerbar sind, hängt von ihrer inneren Struktur ab. Beim Bipolartransistor und beim MOSFET handelt es sich um voll steuerbare, das heisst sowohl ein- als auch ausschaltbare Schaltelemente. Allerdings ist die Stromführung $i(t)$ beim Bipolartransistor aufgrund seines inneren Aufbaus auf positive Werte $i > 0$ beschränkt, beim MOSFET sind aufgrund einer technologiebedingten parasitären antiparallelen Diode grundsätzlich auch negative Ströme $i < 0$ möglich. Wegen dieser Diode, die auch im Schaltsymbol des MOSFETs erkennbar ist, ist der Leistungsfeldeffekttransistor für negative Stromrichtung ($i < 0$) nicht steuerbar. Was die Spannung $u(t)$ betrifft, können sowohl der Bipolartransistor als auch der MOSFET nur positive Spannungen $u > 0$ sperren.

Auf die Beschreibung der detaillierten Funktionsweise der verschiedenen Leistungshalbleiter soll an dieser Stelle verzichtet werden. Darauf wird erst bei der Behandlung der Nichtidealität

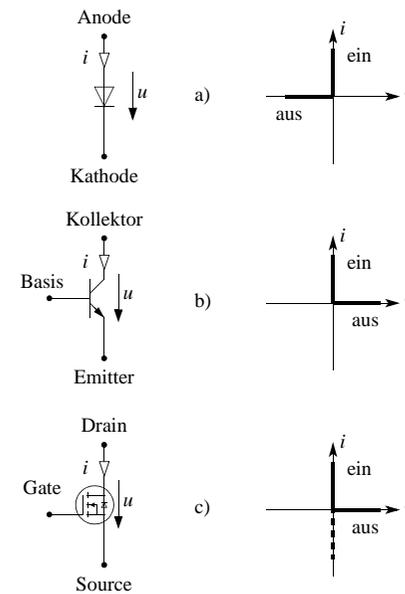


Bild 2.22: Schaltungssymbole und idealisierte Betriebsbereiche elektronischer Halbleiterschalter; (a) Diode, (b) npn-Bipolartransistor, (c) n-Kanal MOSFET

ten und parasitären Effekte der verschiedenen Bauelemente näher eingegangen. Für das Verständnis der Grundsaltungen und ihrer Funktionsweise genügt es vorerst, die Transistoren als voll steuerbare unidirektionale, unipolare, ideale Schaltelemente zu betrachten.

Aufgrund dieser Überlegungen kann die Realisierung des elektronischen Umschalters des Tiefsetzstellers gemäss Bild 2.23 a) unter den Voraussetzungen $U_1 > 0$, $u_2 > 0$, $i_L > 0$ in der in Bild 2.23 b) dargestellten Form durch zwei im Gegentakt betriebene unidirektionale, unipolare Schalter S_{13} und S_{23} erfolgen. In Bild 2.23 c) sind die für die beiden Schalter S_{13} und S_{23} erforderlichen Betriebsbereiche gezeigt. Gemäss Bild 2.22 ist dann Schalter S_{13} durch einen Leistungstransistor und Schalter S_{23} durch eine Diode zu realisieren. Man gelangt auf diese Weise zu der Darstellung des Tiefsetzstellers nach Bild 2.23 d).

Wird der Transistor T_{13} in Bild 2.23 d) durch die Steuerung abgeschaltet, tritt an der Induktivität L aufgrund der durch den Abschaltvorgang erzwungenen Stromänderung eine ebenfalls negative Spannung u_L auf:

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} < 0 \quad (2.52)$$

Bei der Drosselspannung $u_L = -u_2$ erreicht die Diodenspannung u_{23} den Wert $u_{23} = 0$, die Diode D_{23} beginnt dann zu leiten und entsprechend kommutiert der durch L eingepreßte Strom i_L vom Transistor T_{13} zur Diode D_{23} . In der Fachliteratur werden Dioden, die in dieser Art einen kontinuierlichen Stromverlauf i_L sicherstellen, vielfach als Freilaufdioden bezeichnet. Weil über der Diode im leitenden Zustand idealerweise keine Spannung $u_{23} = 0$ abfällt, liegt in diesem Zeitintervall die volle Eingangsspannung U_1 als Sperrspannung u_{13} über dem abgeschalteten Transistor T_{13} an.

Bei Wiedereinschalten des Transistors T_{13} steigt der Transistorstrom i_{13} auf den Wert i_L . Weil der Strom i_L in der Induktivität L sich während dem sehr kurzen Zeitintervall des Schaltvorganges nicht ändert, sinkt der Diodenstrom i_{23} aufgrund der Gleichung $i_{23} = i_L - i_{13}$ in derselben Zeitspanne, in welcher der Transistorstrom von 0 auf i_L ansteigt, auf Null ab. Sobald i_{23} den Wert 0 erreicht, beginnt die Diode D_{23} zu sperren. Die an D_{23} auftretende Sperrspannung wird durch die Eingangsspannung definiert: $u_{23} = -U_1$.

In Kapitel 2.3.1 haben wir für das Spannungsübersetzungsverhältnis U_2/U_1 des Tiefsetzstellers in der in Bild 2.23 a) gezeigten Form einen von der Last R unabhängigen, nur durch das Tastverhältnis D bestimmten Ausdruck erhalten. Gemäss Gleichung (2.31) gilt: $U_2 = D \cdot U_1$. Der Mittelwert I_L des Spulenstromes i_L ist bei kontinuierlichem Stromfluss in der Induktivität L gemäss Gleichung (2.32) unabhängig vom Tastverhältnis D direkt durch den Lastwiderstand R definiert:

$$\bar{i}_L = I_L = I_2 = U_2/R \quad (2.53)$$

Bei kleiner Last, das heisst bei hohen Werten des Lastwiderstandes R , würde der Drosselstrom i_L , wie in Bild 2.24 a) dargestellt, abschnittsweise negatives Vorzeichen aufweisen. Für die von uns gewählte Realisierung des elektronischen Umschalters gemäss Bild 2.23 d) wird allerdings eine Vorzeichenumkehr von i_L durch die Diode D_{23} unterbunden. Der Strom i_L in der Induktivität L weist somit bei kleiner Last einen diskontinuierlichen oder lückenden Verlauf auf. Bild 2.24 b) zeigt den Verlauf des Stromes i_L im diskontinuierlichen oder lückenden Betrieb mit den charakteristischen Intervallen $i_L = 0$. Aufgrund des grundsätzlich unterschiedlichen Verhaltens der Schaltung nach Bild 2.23 d) im kontinuierlichen und im diskontinuierlichen Betrieb müssen wir natürlich auch die Berechnung des Spannungsübersetzungsverhältnisses U_2/U_1 für den diskontinuierlichen Fall neu überdenken.

Die Berechnung des Grenzwertes I_{2g} für den mittleren Laststrom I_2 , bei dem der Übergang von einem kontinuierlichen zu einem diskontinuierlichen Verlauf des Stromes i_L stattfindet, ist anhand des Bildes 2.24 a) einfach durchführbar. Der Drosselstrom i_L beginnt dann zu lücken, wenn der lineare Mittelwert I_2 des Laststromes i_2 kleiner wird als die halbe Schwan-

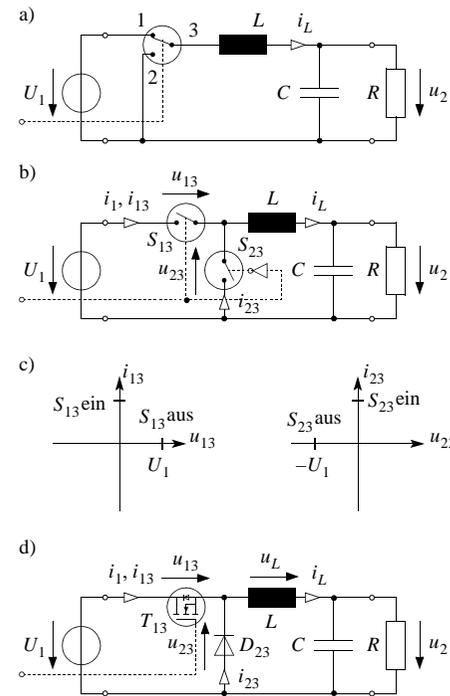


Bild 2.23: Realisierung des elektronischen Umschalters der Grundform a) des Tiefsetzstellers durch zwei im Gegenteil gesteuerte unidirektionale, unipolare Schalter S_{13} und S_{23} ; b); Erforderliche Betriebspunkte der beiden Schalter S_{13} und S_{23} c) sowie ihre Realisierung durch einen MOSFET-Transistor T_{13} und eine Diode D_{23} d)

kungsbreite $1/2 \cdot \Delta i_{Lpp}$. Zusammen mit Gleichung (2.33) gelangt man zu folgendem Ausdruck für den Grenzwert I_{2g} :

$$I_{2g} = \frac{1}{2} \cdot \Delta i_{Lpp} = \frac{U_2}{2 \cdot L} \cdot (1 - D) \cdot T_S \quad (2.54)$$

Daraus lässt sich der Grenzwiderstand R_g , der als Last R maximal zulässig ist, um noch eine kontinuierliche Stromführung i_L in der Induktivität L gewährleisten zu können, wie folgt berechnen:

$$R_g = \frac{U_2}{I_{2g}} = \frac{2 \cdot L}{(1 - D) \cdot T_S} \quad (2.55)$$

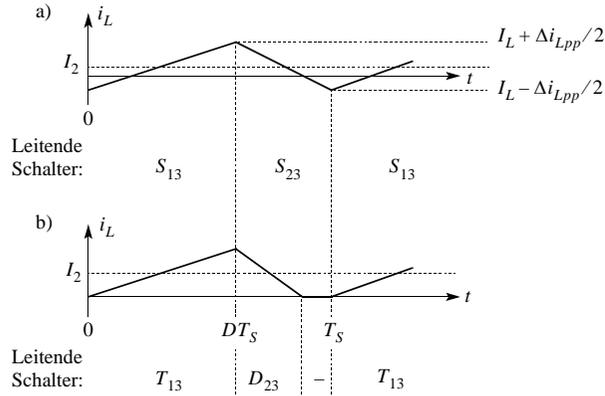


Bild 2.24: Stromverlauf i_L in der Ausgangsinduktivität L des Tiefsetzstellers bei kleinem Laststrom I_2 für die Realisierung gemäss Bild 2.23 a) mit einem idealen bidirektionalen Umschalter, welche zu dem in a) gezeichneten nichtlückenden Stromverlauf führt, oder der Realisierung mit einem Leistungs-MOSFET und einer Diode gemäss Bild 2.23 d), welche zu dem in b) dargestellten lückenden Stromverlauf i_L führt

Für $I_2 = I_{2g}$ erreicht der Strom i_L am Ende der Pulsperiode T_S gerade den Wert Null. Man nennt diesen Betriebsfall zwischen kontinuierlicher und diskontinuierlicher Stromführung die Lückgrenze. Bei gegebener Eingangsspannung U_1 folgt aus Gleichung (2.54) und der Beziehung $U_2 = D \cdot U_1$, welche an der Lückgrenze immer noch gültig ist, folgende Abhängigkeit des Grenzwertes I_{2g} vom Tastverhältnis D :

$$I_{2g} = \frac{U_1 \cdot T_S}{2 \cdot L} \cdot D \cdot (1 - D) \quad (2.56)$$

Es stellt sich nun die Frage, für welches Tastverhältnis D die Schwankungsbreite Δi_{Lpp} des Spulenstromes i_L und somit auch der Grenzstrom I_{2g} maximal werden. Die Bestimmung des Maximalwertes von I_{2g} erfolgt über $dI_{2g}/dD = 0$, woraus folgt, dass der Grenzwert I_{2g} für $D = 0.5$ maximal wird:

$$I_{2g, max} = I_{2g} \Big|_{D=0.5} = \frac{U_1 \cdot T_S}{8 \cdot L} \quad (2.57)$$

Bild 2.25 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Grenzstrom I_{2g} , welcher mit der halben Schwankungsbreite Δi_{Lpp} des Spulenstromes i_L übereinstimmt, und dem Tastverhältnis D . Dabei muss beachtet werden, dass bei konstanter Eingangsspannung U_1 die mittlere Aus-

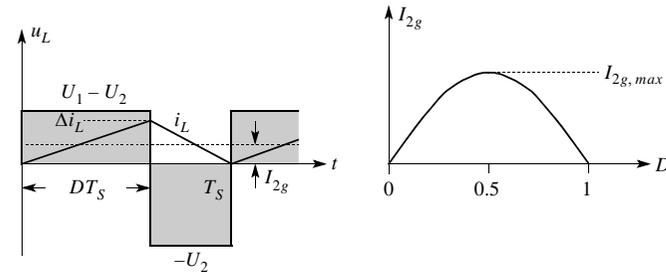


Bild 2.25: Abhängigkeit der Grenze I_{2g} zwischen kontinuierlicher und diskontinuierlicher Stromführung vom Tastverhältnis D

gangsspannung U_2 nicht konstant, sondern gemäss Gleichung (2.31) vom jeweiligen Tastverhältnis D abhängig ist.

Spannungsübersetzungsverhältnis

Im weiteren wollen wir nun das Spannungsübersetzungsverhältnis U_2/U_1 des Tiefsetzstellers bei diskontinuierlicher Stromführung berechnen. Wir können uns hierbei wieder auf das Spannungszeitflächengleichgewicht an der Induktivität L nach Gleichung (2.23) und auf das Ladungsgleichgewicht in der Ausgangskapazität C nach Gleichung über eine Taktperiode T_S beziehen.

$$\overline{u_L} = \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} u_L dt = 0 \quad (2.58)$$

$$\overline{i_C} = \frac{1}{T_S} \cdot \int_0^{T_S} i_C dt = 0 \quad (2.59)$$

Die Bedingungen (2.58) und (2.59) müssen für stationären Betrieb unabhängig von der Betriebsart des Konverters ebenfalls erfüllt sein. Für die Ausgangsspannung u_2 treffen wir wieder die Annahme, dass die Spannungsschwankungen Δu_2 vernachlässigt werden können. Unter diesen Bedingungen gilt für u_2 :

$$u_2 \approx U_2 \quad (2.60)$$

$$I_2 = \frac{U_1 T_S}{2L} \cdot D_1 \cdot D_2 \quad (2.67)$$

Unter Verwendung von Gleichung (2.57) kann der Ausdruck (2.67) wie folgt geschrieben werden:

$$I_2 = I_{2g, max} \cdot 4 \cdot D_1 \cdot D_2 \quad (2.68)$$

Löst man die Gleichung (2.68) nach D_2 auf und setzt anschliessend das Ergebnis in die Gleichung (2.62) ein, so gelangt man nach einigen Umformungen zu folgendem Ergebnis für das Verhältnis zwischen der Ausgangsspannung U_2 und der Eingangsspannung U_1 in Funktion des steuerbaren Tastverhältnisses $D = D_1$ bei diskontinuierlichem Stromverlauf in der Induktivität L :

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{I_2}{I_{2g, max}} \right)} \quad (2.69)$$

Bild 2.27 zeigt die Spannungsübersetzungscharakteristik U_2/U_1 des Tiefsetzstellers für kontinuierliche und diskontinuierliche Stromführung. Die Grenze zwischen den beiden Betriebszuständen, welche nach Gleichung (2.56) berechnet werden kann, ist in Bild 2.27 a) gestrichelt eingetragen. Wird ausgehend von dieser Grenze die Last verringert, das heisst der Lastwiderstand R erhöht beziehungsweise der Laststrom I_2 verringert, so steigt bei konstantem Tastverhältnis D die Ausgangsspannung U_2 an. Dies hat, wie in Bild 2.27 b) unschwer zu erkennen ist, zur Folge, dass einerseits die Steigung di_L/dt der Drosselstromflanke im Einschaltintervall $D \cdot T_S$ verringert und andererseits der Stromabfall $-di_L/dt$ im Entmagnetisierungsintervall $D_2 \cdot T_S$ erhöht wird. Letztendlich führt dies zu einem geringeren Mittelwert I_L des Stromes i_L in der Induktivität L .

Grundsätzlich nähert sich die Ausgangsspannung U_2 für sehr kleine Belastungen I_2 beziehungsweise gegen den Leerlauf $I_2 = 0$ hin immer mehr der Eingangsspannung U_1 , da nur für $U_2 \approx U_1$ im Einschaltintervall $D \cdot T_S$ des Transistors, ausgehend von $i_L = 0$, kein Ansteigen des Stromes i_L erfolgt und somit auch keine Leistung an den Ausgang U_2 geliefert wird. Auf diese Weise wird auch im Falle eines Leerlaufes $I_2 = 0$ am Ausgang des Tiefsetzstellers die Bedingung für stationären Betrieb, $I_L = I_2 = U_2/R \approx 0$, erfüllt.

Für kontinuierliche Stromführung ist demgegenüber, wie bereits mehrmals erwähnt, das Spannungsübersetzung U_2/U_1 von der konkreten Belastung I_2 unabhängig. Steigt die Belastung, so führt dies zu einer transienten Verringerung der Ausgangsspannung U_2 , die eine Erhöhung der Steigung di_L/dt im Einschaltintervall $D \cdot T_S$ und eine Verringerung des Abfalles $-di_L/dt$ im Ausschaltintervall $D_2 \cdot T_S$ verursacht und so ein Ansteigen des Strommittelwer-

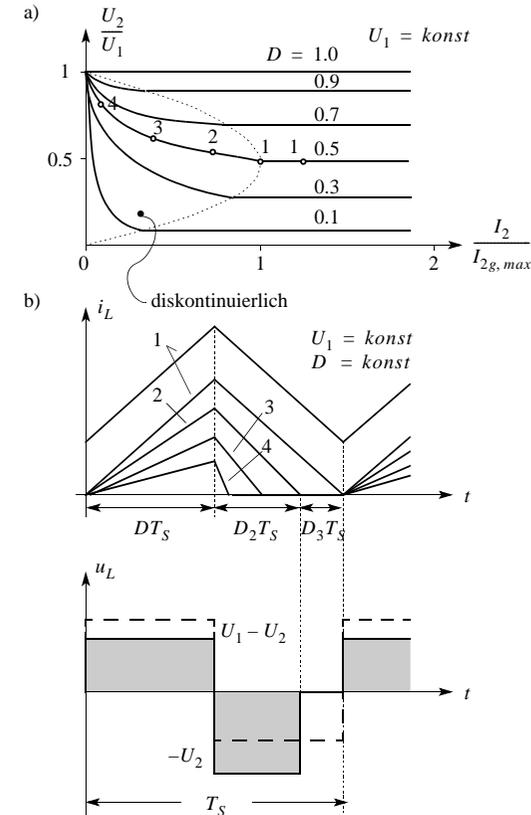


Bild 2.27: a) Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_2 des Tiefsetzstellers von der Belastung I_2 für konstantes Tastverhältnis D und konstante Eingangsspannung U_1 : die Ausgangsspannung U_2 ist nur für diskontinuierliche Stromführung belastungsabhängig; b) Verlauf des Stromes i_L und der Spannung u_L innerhalb einer Pulsperiode T_S bei kontinuierlicher (1) und bei diskontinuierlicher (2-4) Stromführung

tes I_L in der Induktivität L bewirkt bis wieder der Gleichgewichtszustand $I_L = U_2/R$ erreicht ist.

Gestützt auf Gleichung (2.69) kann auch die Frage beantwortet werden, wie das Tastverhältnis D für diskontinuierliche Stromführung durch einen Regler verändert werden muss um bei ge-

gebener Eingangsspannung U_1 einen konstanten Wert der Ausgangsspannung U_2 sicherzustellen. Nach einigen Umformungen gelangt man zu folgendem Ergebnis:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{I_2/I_{2g, max}}{U_1/U_2 - 1}} \quad (2.70)$$

Mit Gleichung (2.70) können wir das Tastverhältnis D für konstante Ausgangsspannung U_2 über den gesamten Lastbereich angeben, denn neben Gleichung (2.70) für den diskontinuierlichen Fall, kennen wir nach (2.31) mit $D = U_2/U_1$ auch die Spannungsübersetzung für den kontinuierlichen Fall. Die Grenze zwischen dem kontinuierlichen und dem diskontinuierlichen Stromverlauf berechnet sich nach Gleichung (2.56) und bildet eine Parabel. Die in Bild 2.28 graphisch dargestellten Ergebnisse zeigen, dass das Tastverhältnis D bei konstanter Eingangsspannung U_1 und sinkender Belastung im diskontinuierlichen Bereich reduziert werden muss, um ein Ansteigen der Ausgangsspannung U_2 entgegenzuwirken. Ein weiteres typisches Merkmal von Bild 2.28 b) sind die identischen Flankensteilheiten des Stromes i_L für alle Einschalt- und alle Ausschaltintervalle. Sie sind eine unmittelbare Folge der unabhängig von der Belastung konstant gehaltenen Eingangs- und Ausgangsspannung.