

# Mathematisch fundierte Strategie für Monopoly

TALIN HEROLD  
BETREUER: MARCO BETTINGLIO  
MATURITÄTSARBEIT 2018

## Vorgehen

Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine Strategie zu entwickeln, mit welcher sich die Gewinnchancen in Monopoly maximieren lassen. Die Gewinnchancen sind dann am höchsten, wenn der Gewinn eines einzelnen Spielers ebenfalls am höchsten ist. Um den Gewinn maximieren zu können, muss er zuerst berechnet werden können. Das ist mit folgender Formel möglich:

$$E_F = E_{SF} \cdot P_F$$

$E_F$  ist ein Mass für die Einnahmen, die das Feld  $F$  generiert.  $E_{SF}$  sind die Einnahmen, die das Feld  $F$  abwirft, sobald ein Spieler darauf landet. Und  $P_F$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler auf das Feld  $F$  gelangt.

Die Einnahmen allein sind aber noch kein guter Indikator dafür, wie gut oder wie nützlich ein Feld ist. Da ein Spieler nur eine begrenzte Geldmenge zum Investieren hat, hat er dann die höchsten Gewinnchancen, wenn er das Geld so investiert, dass er relativ zum investierten Geld am meisten Profit macht. Das Mass  $N_F$  für die Nützlichkeit eines Feldes ist also gleich dem Verhältnis aus den Einnahmen  $E_F$  die ein Feld generiert und der Geldmenge  $I_F$ , die in dieses Feld investiert werden musste:

$$N_F = \frac{E_F}{I_F} = \frac{E_{SF} \cdot P_F}{I_F}$$

Diese Nützlichkeit kann auch als eine Art Rendite der Investition  $I_F$  gesehen werden. Sobald ein Spieler anfängt, Häuser zu bauen, ist es für ihn nicht mehr so interessant, wie hoch der Nutzen des Feldes mit dem Haus darauf ist. Viel wichtiger ist es für ihn, wie hoch die zusätzliche Nützlichkeit  $\Delta N_F$  ist, die durch diese Investition entsteht:

$$\Delta N_F = \frac{(E_{SF1} - E_{SF0}) \cdot P_F}{I_F}$$

$E_{SF0}$  sind die Mieten des Feldes  $F$  bevor und  $E_{SF1}$  sind die Mieten nachdem das Haus gekauft wurde.  $I_F$  ist hier der Preis des gekauften Hauses.

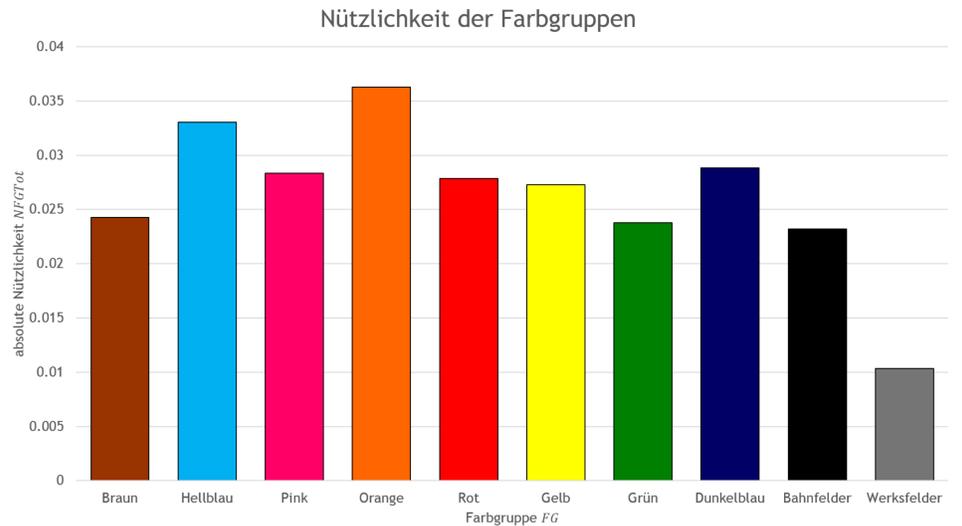
$E_{SF}$ ,  $E_{SF0}$ ,  $E_{SF1}$  und  $I_F$  lassen sich von den Grundstückskarten ablesen. Die Wahrscheinlichkeit  $P_F$ , dass ein Spieler auf dem Feld  $F$  landet, muss zuerst noch berechnet werden. Das geht am einfachsten, wenn man ein Monopolyspiel als Markow-Kette betrachtet. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit lässt sich im Eigenvektor der Übergangsmatrix der Markow-Kette finden. Die folgende Abbildung zeigt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der einzelnen Felder:

0.0262	0.0244	0.0256	0.0237	0.0280	0.0255	0.0239	0.0239	0.0237	0.0235	0.0237
26277	7481	1693	92632	6746	58443	54279	11589	16955	07692	93376
0.0250										0.0239
05732										79906
0.0267										0.0233
50238										73666
0.0254										0.0226
53658										64904
0.0256										0.0220
19047										47856
0.0243										0.0212
54335										47818
0.0231										0.0202
50698										11213
0.0209										0.0190
40346										94139
0.0218										0.0191
23262										3656
0.0242										0.0233
74351										5988
0.0202	0.0206	0.0210	0.0210	0.0207	0.0215	0.0199	0.0197	0.0193	0.0233	0.0275
86303	24478	25084	64009	80606	9545	53108	57918	33878	4422	59364

Gefängnis (ohne "nur zu Besuch"):  
0.079567531

## Die besten Felder

Basierend auf der Formel für die Nützlichkeit  $N_F$  lässt sich auch die absolute Nützlichkeit  $N_{FGTot}$  ausrechnen. Sie ist ein Mass dafür, wie hoch die Renditen maximal sein können, wenn man in die entsprechende Farbgruppe  $FG$  investiert. Je höher der Wert, desto mehr Geld bekommt man pro investiertem Franken zurück. Da im Monopoly Geld für Investitionen oft Mangelware ist, ist man daran interessiert, dieses Geld so zu investieren, dass möglichst viel davon zurückkommt. Also sind diejenigen Farbgruppen mit den höchsten Renditen, und somit der höchsten Nützlichkeit  $N_{FGTot}$  am besten. Wenn man also irgendwo im Spiel eine Wahl zwischen zwei oder mehreren verschiedenen Farbgruppen hat, sollte man diejenige wählen, welche die höchste Nützlichkeit  $N_{FGTot}$  hat. Allerdings hat ein Spieler jedoch selten eine grosse Wahl, welche Farbgruppen er kaufen kann. In den meisten Fällen muss man sich damit zufriedengeben, was man bekommt.



In diesem Diagramm ist klar ersichtlich, dass die orange Farbgruppe die höchsten Renditen hat und somit am besten ist. Auch die Hellblaue Farbgruppe schneidet gut ab. Dunkelblau, Pink, Rot und Gelb liegen im Mittelfeld. Braun und Grün schneiden schlecht ab.

Noch viel schlechter als die braunen und grünen Felder schneiden die Bahnen und die Werke ab. Die Bahnen scheinen den grünen Feldern zwar nicht besonders unterlegen zu sein, doch dies täuscht. Der schwarze Balken gilt nur, wenn ein Spieler im Besitz aller vier Bahnfeldern ist, was eher selten eintritt. Ist ein Spieler im Besitz von nur drei Bahnfeldern, ist die Nützlichkeit der Bahnen nicht mehr wesentlich höher als diejenige der Werke. Deswegen ist es ratsam, die Finger von Bahnen und Werken zu lassen (es sei denn, man hat überflüssiges Geld und keine besseren Investitionsmöglichkeiten).

## Der richtige Hauskauf

Die nachfolgenden Diagramme geben an, wie hoch der zusätzliche Nutzen  $\Delta N_F$  einer Investition ist. Oder anders ausgedrückt: Sie zeigen, wie hoch die Renditen einer bestimmten Investition sind. Die erste Investition ist der Kauf des ersten Hauses, die zweite der Kauf des zweiten Hauses usw. Die fünfte Investition ist der Kauf des Hotels, vorausgesetzt, man besitzt bereits vier Häuser. Im Falle der Bahnfelder und der Werke ist die erste Investition der Kauf des ersten Feldes, die zweite der Kauf des zweiten Feldes usw.

Das erste Diagramm zeigt, wie gross der zusätzliche Nutzen ist, wenn nur ein Haus gekauft wird. Möchte man auf einem Feld mehr als nur ein Haus aufs Mal kaufen, gelten die Nützlichkeiten aus dem ersten Diagramm nicht mehr. Der zusätzliche Nutzen für mehrere Investitionen gleichzeitig muss in diesem Fall in einem der anderen drei Diagrammen nachgeschlagen werden.

Will ein Spieler ein oder mehrere Häuser kaufen, braucht er nur all seine Möglichkeiten in den Diagrammen zu suchen und dann diejenige Investition zu tätigen, die den höchsten zusätzlichen Nutzen in den Diagrammen hat. So kann er seine Renditen, seinen Gewinn und schliesslich seine Gewinnchancen maximieren.

