

Michael Benz
Stephan Zentner
Simon Felsenstein
Martin Zahnert
Florian Zurbriggen
Raphael Holdener

Ranger – Invertiertes Pendel

Praktikum Mess- und Regeltechnik

Anleitung zum Versuch

Institut für Dynamische Systeme und Regelungstechnik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

19. Februar 2024



Inhaltsverzeichnis

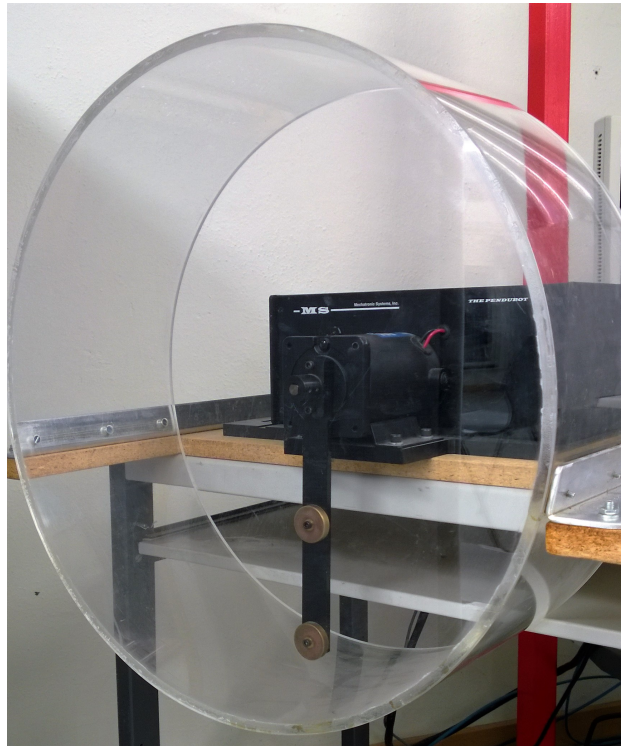
1	Einleitung	1
1.1	Vorbereitung zum Praktikum	1
2	Praktische Hinweise	2
2.1	Sicherheit	2
2.2	Systemstart	2
2.3	Umgang mit dem Pendel	3
2.4	Verwendung des GUI	3
3	Hardware und Software	4
3.1	Hardware	4
4	Modellierung	4
4.1	Aufstellen der Systemgleichung	4
4.2	Linearisieren	5
4.3	Aufstellen der Transferfunktion	6
5	Regelungstechnische Grundlagen	7
5.1	Das Nyquist Theorem	7
5.2	Einschränkungen für die Durchtrittsfrequenz	7
5.3	Der PID-Regler	7

1 Einleitung

Bei diesem Praktikumsversuch handelt es sich um die Regelung eines Pendels, welches direkt an einem Motor befestigt ist. Das gewählte System mag auf den ersten Blick etwas unspektakulär erscheinen, besitzt aber dafür entscheidende Vorteile:

- Das System ist mit nur einem Freiheitsgrad, einem Input und einem Output denkbar einfach gewählt. Aus diesem Grund ist die komplette Systemdynamik leicht verständlich und auch vorhersehbar.
- Zum Verständnis der Systemdynamik ist es sinnvoll, das System selbst zu modellieren. Wegen des einen Freiheitsgrades ist es weder schwer noch zeitaufwendig mit dem Wissen aus Mechanik 3 die Systemgleichungen aufzustellen und diese zu linearisieren.
- Da es sich um ein simples mechanisches System handelt, verhält sich die Realität fast genauso wie ein korrektes Modell. Mit mehr Freiheitsgraden oder auch nichtmechanischen Dynamiken, wäre dies weitaus weniger der Fall.

Der Lerneffekt des gesamten Praktikums baut auf einer vorgegebenen Abfolge der Versuche auf. Wir bitten deshalb darum, nicht schon von Anfang an alle Reglerelemente zuzuschalten sondern sich weitgehend an den im GUI vorgegebenen Ablauf zu halten.



1.1 Vorbereitung zum Praktikum

Vor dem Praktikum bitte die Anleitung durchlesen. Es muss allerdings kein Bericht geschrieben oder abgegeben werden.

2 Praktische Hinweise

2.1 Sicherheit

Der Motor besitzt eine hohe Leistung, was bei Systeminstabilität sehr schnell zu extremen Drehzahlen, starken Vibrationen und bei Unachtsamkeit auch zu Verletzungen führen kann. Aus diesem Grund verfügt der Systemaufbau über zwei Sicherheitsfunktionen:

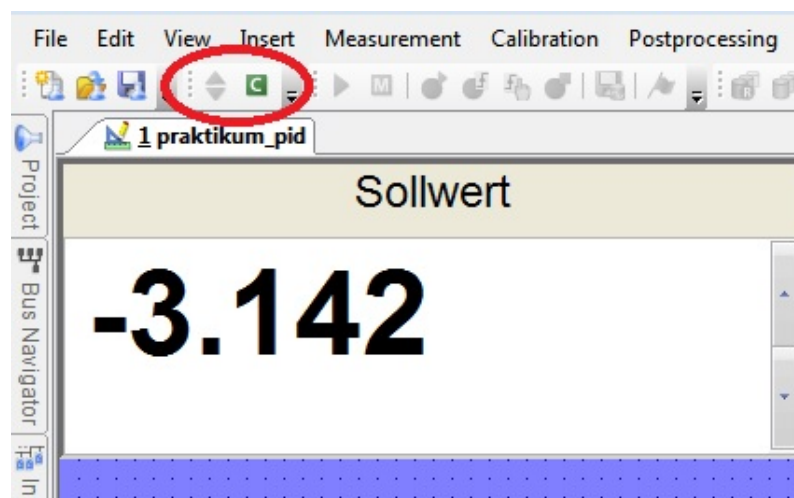
1. **Operationsknopf.** Dieser Knopf muss, damit der Regelkreis geschlossen ist, gedrückt gehalten werden. Sobald er losgelassen wird, wird die Stromzufuhr zum Motor unterbrochen und das Pendel schwingt aus.
2. **Geschwindigkeitsbegrenzung.** Als zweite Absicherung ist softwaretechnisch eine Begrenzung der Winkelgeschwindigkeit von 35 rad/s eingebaut, die bei Erreichen dieses Wertes ebenfalls die Stromzufuhr unterbricht. Allerdings schaltet sich der Motor wieder an, sobald die Geschwindigkeit unter den kritischen Wert sinkt.

Trotz dieser Sicherheitsfunktionen müssen Punkte im Umgang mit dem Pendel beachtet werden:

1. **Keine Gegenstände im Pendelbereich.** Überprüft vor dem Anschalten des Motors, dass sich keine Gegenstände oder Kabel im Bereich des Pendels befinden.
2. **Manuelle Eingriffe.** Vermeidet unbedingt, das Pendel bei eingeschaltetem Motor zu berühren. Der Motor dreht so schnell, dass dies bei Instabilität zu Verletzungen führen kann. Ihr werdet im Verlauf des Praktikum aufgefordert, das scheinbar stabilisierte Pendel mit einem Stoss zu stören. Hierzu muss auf jeden Fall ein Gegenstand zum Beispiel ein Stift benutzt werden.

2.2 Systemstart

1. kontrollieren, ob das Pendel senkrecht nach unten zeigt¹
2. Pendel Hardware einschalten.
3. Computer einschalten, der Assistent wird das Passwort eingeben. Matlab und Control Desk (dSPACE) starten und warten bis Matlab den Initialisierungsprozess abgeschlossen hat.
4. Im dSPACE Control desk unter 'File -> Open -> Project + Experiment' das Experiment 'PID Controller Layout' (in C:\Users\Ranger\Documents\Ranger_Temp\Ranger\Praktikum) öffnen.
5. in den Operationsmodus wechseln.



¹Wenn der Encoder initialisiert wird, wird die aktuelle Position dem Winkel $-\pi$ zugewiesen. Damit das Koordinatensystem stimmt, muss das Pendel bei der Initialisierung somit senkrecht nach unten zeigen.

6. Wenn nun der Sollwert verändert und der Operationsknopf gedrückt wird, sollte sich das Pendel leicht bewegen. Das Ändern der Werte in den Eingabefeldern muss immer über die Enter-Taste bestätigt werden.
7. GUI in Matlab öffnen: start.m (in C:\Users\Ranger\Documents\Ranger_Temp\RangerGUI) laufen lassen (Rechtsklick und dann run, oder direkt 'start' im Command Window eingeben).

2.3 Umgang mit dem Pendel

2.3.1 Reset

Im Verlauf des Praktikums wird es immer wieder passieren, dass das Pendel instabil wird, durchdreht und sehr schnell dreistellige Winkel erreicht. Wenn der Operationsknopf losgelassen wird, schaltet zwar der Motor ab, das Pendel dreht aber dennoch einige Zeit weiter. In diesem Fall wartet, bis das Pendel aufhört zu schwingen und senkrecht nach unten zeigt. Dann drückt auf 'Set Encoder' um die aktuelle Position des Winkels wieder auf $-\pi$ zu setzen.

2.3.2 Motortemperatur

Der Motor kann vor allem durch schnelles Schwingen heisslaufen. Fühlt ab und zu die Motortemperatur, und meldet es dem Assistenten, sobald diese zu hoch wird.

2.4 Verwendung des GUI

Für die Durchführung des Praktikums wird ein so genanntes GUI benutzt. Hinter dem Graphical User Interface steht ein komplexer MATLAB Code, was beim verwendeten PC zu längeren Ladezeiten der einzelnen Seiten und Diagrammen führt. Am schnellsten geht es trotzdem, wenn man nur einmal klickt und kurz wartet.

3 Hardware und Software

Figur 1 stellt eine Skizze des Versuchsaufbaus dar.

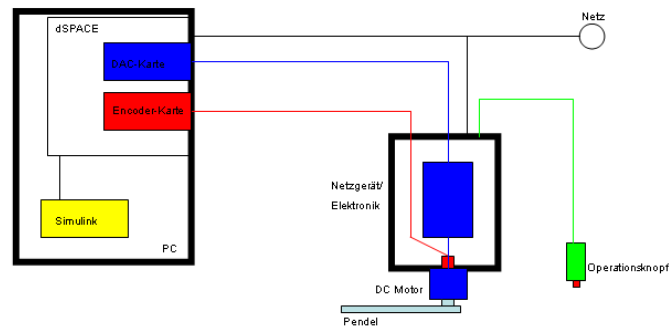


Abbildung 1: Hardwareaufbau

3.1 Hardware

Im Wesentlichen besteht der Versuchsaufbau aus den folgenden Komponenten:

- Motor mit Pendel
- Verstärker und Netzgerät, die beide im schwarzen Blechkasten untergebracht sind.
- dSPACE-Karte. Hierbei handelt es sich um eine (sehr teure) Karte mit integriertem Prozessor. Wegen der extrem hohen Rechengeschwindigkeit ist es möglich, die eingelesenen Daten (Position, Geschwindigkeit) direkt mit einem geladenen Simulinkmodell zu verarbeiten und die entsprechenden Spannungen auszugeben. Auf diese Weise ist eine nahezu analoge Regelung des Systems möglich, und somit kein Einlesen von diskretisierten Werten mittels C-Code nötig.

4 Modellierung

4.1 Aufstellen der Systemgleichung

Zur Reglerauslegung und zur Simulation benötigt man ein genaues Modell der Strecke. Zur Herleitung der Differentialgleichungen des Systems, verwendet man am einfachsten den Drallsatz bezüglich des Aufhängepunktes.

$$\Theta_{ges} \ddot{\varphi} = \sum M_i \quad (1)$$

Es dürfen folgende Approximationen getroffen werden:

- **Lineare Dämpfung.** Der Dämpfungskoeffizient d beinhaltet sowohl die mechanische Reibung, als auch die Motordynamik. Der Term ist vor allem wegen dem Übergang von Haft- zu Gleitreibung nicht linear, kann aber mit ausreichender Genauigkeit als linear zur Winkelgeschwindigkeit angenommen werden.

- **Motordynamik.** Das erzeugte Motormoment kann wie folgt eingeführt werden:

$$M_{Motor} = k_m U \quad (2)$$

wobei U der numerische Input auf der Benutzeroberfläche ist.

4.1.1 Parameterliste

Parameter		
M_{grav}	0.2747 Nm	Moment durch Gravitationskraft ($M_{grav} = m l_s g$)
k_m	5.282 Nm/V	Proportionalitätskonstante zwischen Eingabefeld und Motormoment
Θ_{ges}	0.00565 Nms ²	Gesamtträgheitsmoment
d	0.005 Nms	linearer Dämpfungskoeffizient

Tabelle 1: Parameterliste

4.2 Linearisieren

Um eine Übertragungsfunktion aufstellen zu können, muss die Differentialgleichung noch linearisiert werden. Man approximiert also die nichtlinearen Terme der Gleichung mit

$$f(x) = f(x_0) + \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x_0} \cdot (x - x_0) \quad (3)$$

wobei x_0 die Gleichgewichtslage und $(x - x_0)$ die Abweichung von dieser ist.

4.3 Aufstellen der Transferfunktion

Als letzter Schritt zur Transferfunktion muss die linearisierte Gleichung Laplace-transformiert werden. Die Ableitungsregel lautet:

$$\mathcal{L}(\dot{x}(t)) = s\mathcal{L}(x(t)) - x(0) \tag{4}$$

$$\mathcal{L}(\ddot{x}(t)) = s^2\mathcal{L}(x(t)) - sx(0) - \dot{x}(0) \tag{5}$$

Ausklammern von Input und Output führt nun zur Transferfunktion

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \tag{6}$$

5 Regelungstechnische Grundlagen

5.1 Das Nyquist Theorem

Das Nyquist Theorem erlaubt es uns durch Analyse der Kreisverstärkung (loop gain) Aussagen über die Stabilität des geschlossenen Regelkreises (closed loop) zu machen. Das ist enorm hilfreich, unter anderem weil Matlab nicht den closed loop eines Systems mit Totzeit bilden kann, vor allem aber weil der loop gain linear vom Regler abhängt und so sehr effizient manipuliert werden kann.

Das Nyquist Theorem:

Wenn n_+ die Anzahl instabiler Pole (Realteil < 0) und n_0 die Anzahl grenzstabiler Pole (Realteil $= 0$) des loop gains ist, dann und nur dann ist der closed loop asymptotisch stabil wenn für die Anzahl Umrundungen n_c (mathematisch positiv, d.h. im Gegenuhrzeigersinn) des loop gains um die -1 gilt:

$$n_c = n_+ + \frac{n_0}{2} \quad (7)$$

5.2 Einschränkungen für die Durchtrittsfrequenz

Die Durchtrittsfrequenz (crossover frequency) ω_c ist die Frequenz bei der gilt:

$$\|L(j\omega_c)\| = 1 \quad (8)$$

wobei $L(s) = P(s) \cdot C(s)$ der loop gain ist.

5.2.1 Einschränkungen durch instabile Pole

Instabile Pole π_+ stellen eine untere Grenze für die Durchtrittsfrequenz ω_c dar. Eine Strecke ohne Modellunsicherheit kann nur stabilisiert werden, wenn gilt:

$$\omega_c > \pi_+ \quad (9)$$

5.2.2 Einschränkungen durch Totzeiten

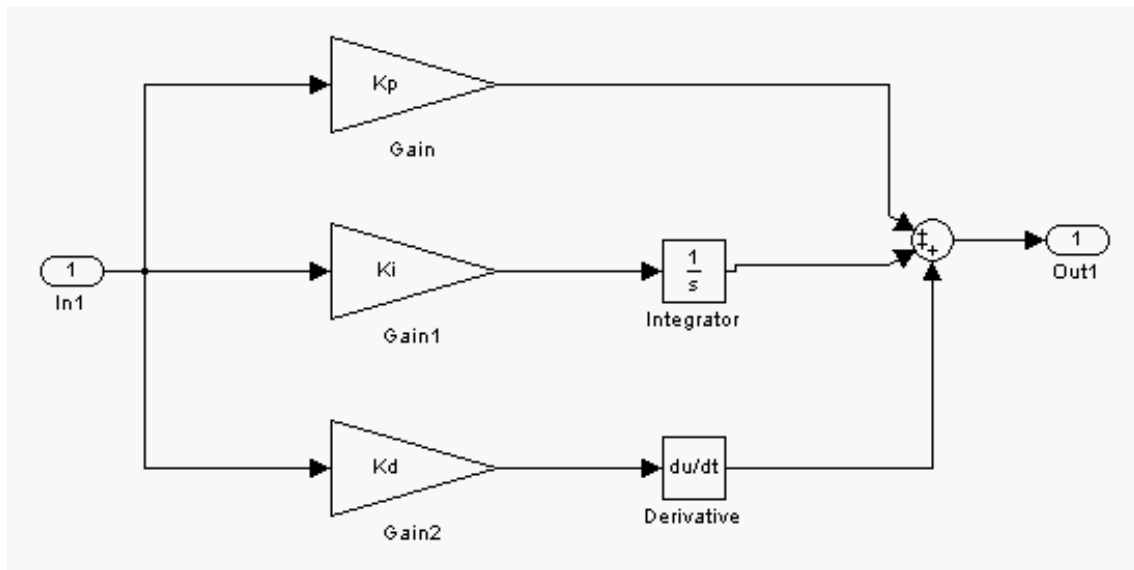
Totzeiten T stellen eine obere Grenze für die Durchtrittsfrequenz ω_c dar. Da bei hohen Frequenzen die Phase stark abfällt darf dort die Verstärkung nicht mehr gross sein. Der Durchtritt muss vor dem Phasenabfall erfolgen.

Eine Strecke mit Totzeit kann nur stabilisiert werden, wenn gilt:

$$\omega_c < \frac{1}{T} \quad (10)$$

5.3 Der PID-Regler

Der PID-Regler ist aus einem Proportionalverstärker, einem Integrator und einem Differentiator aufgebaut, die parallel geschaltet sind und nach Belieben gewichtet werden können.



5.3.1 Proportionalverstärker

Der Proportionalverstärker ist für ein Reduzieren des Fehlers zuständig. Der Fehler wird mit dem Gain K_p multipliziert und dann als Spannung ins System geführt. Ein Proportionalverstärker alleine reicht aber nicht aus, da er bei grossen Fehlern ein Überschwingen verursacht und bei kleinen Fehlern die Spannung zu klein wird um noch etwas zu bewirken, was zu einem stationären Nachlauffehler führt.

5.3.2 Differentiator

Der Differentiator ist für ein Reduzieren des Überschwingens zuständig. Er analysiert die Ableitung des Fehlers, welche uns sagt wie sich der Fehler ändert. Bei schneller Änderung des Fehlers, wirkt der Differentiator dieser Änderung entgegen, womit die Reaktion des Systems gedämpft und das Überschwingen reduziert wird.

Problematisch wird das D-Element, sobald grosse Sollsprünge und hohe Frequenzen (z.B. Rauschen) auftreten, da bei der Ableitung dieser Kurven sehr hohe Werte entstehen. Bei hoher Verstärkung des D-Anteils führt dies zu einer Zitterbewegung und zu Geräuschentwicklung. Dieser Effekt wird durch mehrere seriell geschaltete Differentiatoren noch weiter verstärkt. In der Praxis werden reale anstelle von idealen Differentiatoren verwendet. Die realen Differentiatoren enthalten einen seriellen Tiefpass, der die Verstärkung der hohen Frequenzen unterdrückt.

5.3.3 Integrator

Der Integrator ist für die Beseitigung des stationären Nachlauffehlers zuständig. Wenn der Fehler nur noch sehr klein ist, gibt der P-Anteil nur noch Spannungen aus, die für eine weitere Bewegung zu klein sind. Da der Fehlerwert nun konstant bleibt, gibt auch der D-Anteil keine Spannungen mehr aus. Der Integrator hat in diesem Moment aber noch die Summe aller Fehlerwerte gespeichert, was einer Aufintegration der Fehlerfunktion entspricht, und gibt immer noch ein Ausgangssignal.

Dies verursacht allerdings auch stärkeres Überschwingen und kann wegen dem zusätzlichem Phasenabfall zu Instabilität führen.

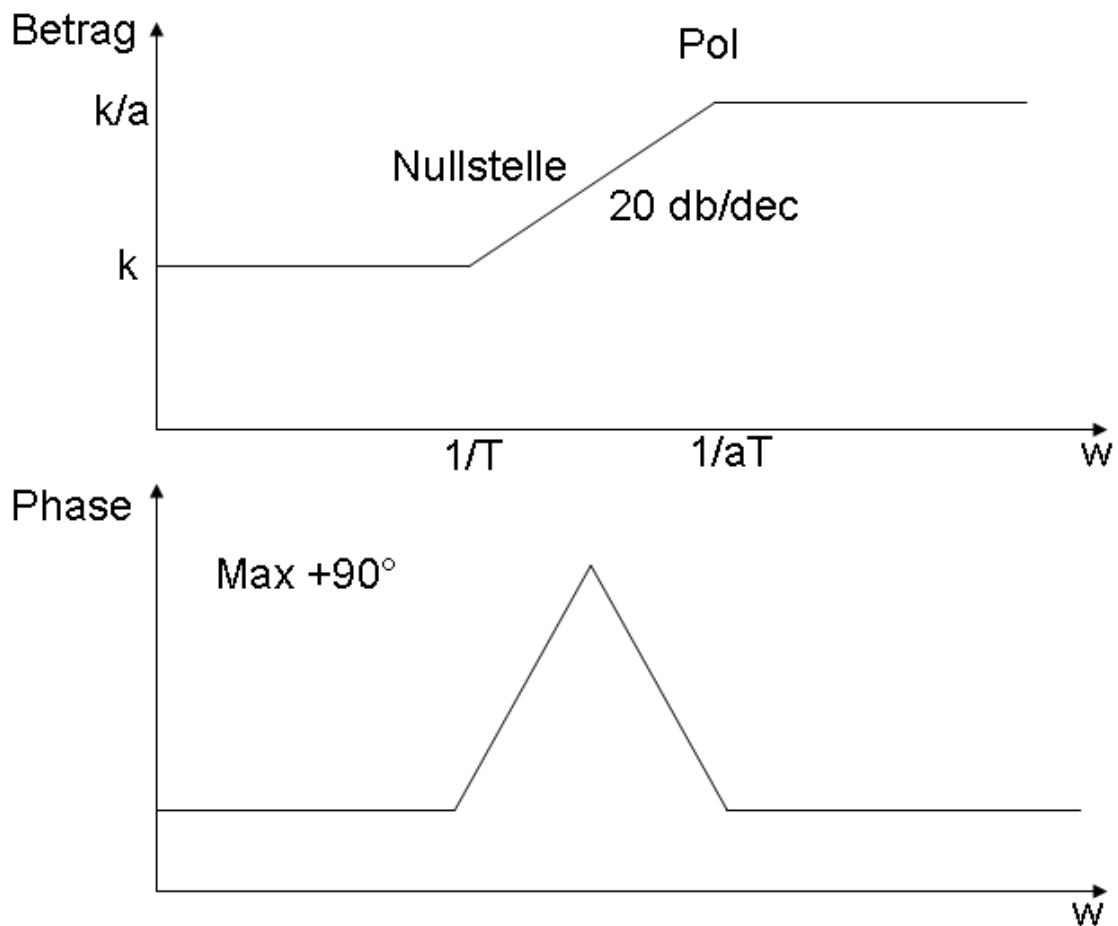
Wenn das Pendel weit von der Sollposition entfernt ist, füllt sich der Integrator immer weiter, was zu starkem Überschwingen führt.

5.3.4 Lead- und Lag-Elemente

Lead- und Lag-Elemente werden im Loopshaping benutzt, um an einer bestimmten Stelle einen Phasenanstieg (Lead) oder einen Phasenabfall (Lag) des Loopgain hervorzurufen. Dies ist zwar durch Bodes Law auch mit einem Betragsanstieg bzw. -abfall verbunden, allerdings tritt dieser erst etwas später auf und ist so weniger schädlich.

Ein Lead-Element ist eine Serienschaltung einer minimalphasigen Nullstelle und eines stabilen Pols. Die Eckfrequenz der Nullstelle ist etwas niedriger, so dass der Betrag angehoben wird, bis die Wirkung des Pols den weiteren Anstieg wieder neutralisiert. Zwischen den zwei Elementen kann die Phase also maximal $+90\text{Grad}$ erreichen.

$$C_{Lead}(s) = k \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts} \quad (11)$$



für die Umrechnung gilt.

$$\alpha = \frac{1 - \tilde{\varphi}}{1 + \tilde{\varphi}} \quad (12)$$

$$T = \frac{1}{\tilde{\omega} \sqrt{\alpha}} \quad (13)$$

wobei $\tilde{\omega}$ die Frequenz am Maximum der Phase und $\tilde{\varphi}$ die gewünschte Phase ist.

Ein Lag-Element funktioniert identisch, nur dass hier die Wirkung des Pols vor der der Nullstelle beginnt. Somit verursacht ein Lag-Element eine Absenkung von Betrag und Phase. Es gilt also $\alpha > 1$.