Schlussbericht eines Filep Projekts

Titel des Kleinprojektes: Real World Physics

Antragsteller: Prof. Dr. Andreas Vaterlaus

Projektlaufzeit: 1.10.2008 – 31.12.2010

Verfasst durch: Guillaume Schiltz

1. Abstract

Das Departement Physik bietet als Serviceleistung Vorlesungen und Übungen für Studierende anderer Departemente an. Ziel dieser Veranstaltungen ist es, die Studierende mit den theoretischen Grundlagen der Physik auszustatten.

Um die Vorlesungsinhalte zu vertiefen, wurde den Studierenden einer dieser Servicevorlesungen angeboten, ein Thema filmisch/fotografisch zu dokumentieren und physikalisch zu beschreiben. Diese Aufgabe war in Gruppenarbeit zu erstellen und wurde online von einem Assistenten betreut.

Innerhalb einer vorgegeben Einheit (z.B. beschleunigte Bezugssysteme, Energieerhalt) war das Thema der Projekte von den Studierenden frei wählbar. Da es sich um einen komplexen Arbeitsauftrag handelte, haben wir selbst ein Musterbeispiel erstellt und dieses den Studierenden zur Verfügung gestellt.

Ausgewählte Projektergebnisse konnten als Versuch im Anfängerpraktikum (0,5 CP) angerechnet werden. Die Teilnahme am Projekt war fakultativ.

Das Filep-Projekt wurde in drei Durchgängen (2008, 2009, 2010) eingesetzt.

2. Zielerreichung

Lernziele: Die Studierenden werden im Erkennen von physikalischen Phänomenen in ihrem Alltag geübt und können diese mit den gelernten physikalischen Grundlagen beschreiben. In der Gruppenarbeit erlangen die Studierenden grundlegende Teamkompetenz und sind zudem angehalten, einen fachlichen Diskurs zu führen.

Die am Projekt beteiligten Studierenden haben die Lernziele voll erreicht und bei der Umsetzung teilweise ein hohes persönliches Engagement aufgezeigt. Zwei Projektbeispiele liegen dem Schlussbericht bei. Diese zwei Projekte wurden als Praktikumsexperiment angerechnet.

Beteiligung: Aus curricularen Gründen war es nicht möglich, die Projektbeteiligung direkt in die Leistungsbeurteilung der Vorlesung einzubinden. Somit war die Projektteilnahme auf eine freiwillige Basis beschränkt. Im ersten Durchgang in 2008 haben sich knapp 10% der eingeschriebenen Studierenden am Projekt beteiligt. In den darauf folgenden Durchgängen war es jedoch nicht möglich, trotz verbesserter Anreize, die Teilnehmerzahlen zu erhöhen. Einzelinterviews mit den Studierenden haben deutlich gemacht, dass für sie die vertiefte Auseinandersetzung mit physikalischen Themen wenig attraktiv ist.

3. Weitere Nutzung

Nachhaltigkeit: Unsere eigene Produktion sowie die studentischen Arbeiten bieten sich hervorragend an, um in weiteren Vorlesungen zur Illustration von physikalischen Themen eingesetzt zu werden. Die aus dem Projekt hervorgegangenen Produkte wurden bereits anlässlich mehrerer Vorträge besprochen und sind auf ein breites Interesse, auch von Seiten der Mittelschulen, gestossen.

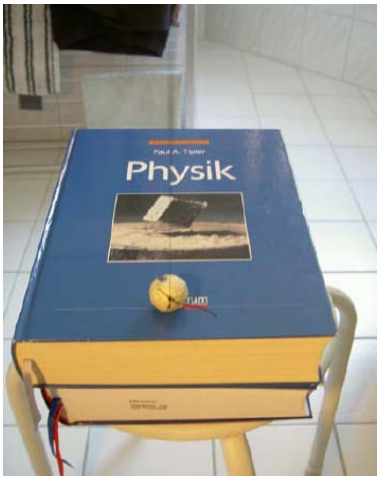
Produkte:

Eigene Produktion:

- „Drehkarussell“: http://download.podcast.ethz.ch/media/eduphys/RWP/200901_Phys_Karussell.wmv

Studentische Arbeiten:

- „Foucault'sche Pendel“: http://download.podcast.ethz.ch/media/eduphys/RWP/Pendel_film.wmv
- Versuch zur Energieerhaltung (liegt bei)
- Physik auf dem Pausenhof (liegt bei)



4. Ressourceneinsatz und Finanzierung

Bemerkungen: Ursprünglich waren zwei eigene Videoproduktionen geplant und das Projekt war auf 2008 beschränkt. Eine Videoproduktion als Musterbeispiel hat sich jedoch als ausreichend herausgestellt. Auf Anfrage bei der Lehrkommission wurde uns gestattet, die verbleibenden finanziellen Mittel zur Verlängerung des Projekts einzusetzen.

5. Erfahrungen und Evaluation

Änderungen:

- Als zusätzlicher Anreiz wurde 2009 die mögliche Anerkennung (0,5 CP) für das Anfängerpraktikum eingeführt.

Erfahrungen:

- In Serviceveranstaltungen ist es schwierig, fakultative Elemente anzubieten. Die Beteiligung dabei ist eher gering. Andererseits erlauben die curricularen Vorgaben kaum eine Änderung des Leistungsnachweises.
- Studentische Projekte müssen betreut werden. Die online-Betreuung hat sich als effizient erwiesen.

Evaluation:

- Da die Anzahl der studentischen Projekte gering war, wurden die beteiligten Personen lediglich informativ befragt. Dabei wurde ein deutlich positives Feedback wahrgenommen.

6. Beilagenverzeichnis

Studentische Projekte:

Projekt_Energieerhaltung.pdf

Projekt_Pausenplatz.pdf

Energieerhaltung

Datum der Versuchsdurchführung
3. Oktober 2010

Zusammenfassung
Mit einem Experiment wird gezeigt, dass die Energie erhalten bleibt, wenn sie von potentieller in kinetische umgewandelt wird. Dazu haben wir an einem Faden eine Kugel befestigt, sie ausgelenkt und los gelassen. Am tiefsten Punkt wurde der Faden mit Hilfe einer Rasierklinge durchtrennt, sodass die Kugel aber weiterflog. Aufgrund der Ausgangshöhen/Auslenkungen, der Fadenlänge und der Kugelmasse konnte errechnet werden, wie weit die Kugel im Idealfall fliegen sollte. Durch den Vergleich mit den anschliessend experimentell ermittelten Flugweiten konnten Rückschlüsse auf Reibungsverluste, schiefe Flugbahnen und andere Einflüsse gezogen werden, welche die Abweichung vom Idealfall erklären können. Dass Ziel des Versuchs bestand darin, die Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes zu zeigen. Die Resultate des Versuchs sind nachfolgend aufgeführt.

Beim Versuch wurden folgende Werte ermittelt:

Experimentelle Weite der Kugel bei Höhe 44.3 cm	$\overline{\Lambda} = 43.2 \pm 0.58$ cm
Experimentelle Weite der Kugel bei Höhe 50.6 cm	$\overline{\Lambda} = 51.3 \pm 0.49$ cm
Experimentelle Weite der Kugel bei der Höhe 57.4 cm	$\overline{\Lambda} = 57.9 \pm 0.36$ cm
Berechnete Weite der Kugel bei Höhe 44.3 cm	43.1 ± 0.27 cm
Berechnete Weite der Kugel bei Höhe 50.6 cm	50.4 ± 0.18 cm
Berechnete Weite der Kugel bei Höhe 57.4 cm	57.3 ± 0.21 cm

1. Einführung

Nachdem wir in der Theorie die Formeln schon oft angewendet hatten, bestand unser Antrieb darin, das Gelernte in die Praxis umzusetzen und uns so von der Richtigkeit zu überzeugen. Unser Interesse galt folglich hauptsächlich den Abweichungen der effektiven Messungen von den idealisierten Berechnungen. Deshalb gestalteten wir unseren Versuchsaufbau sehr einfach, damit nicht zu viele Faktoren in die Ergebnisse mitmischen. Trotzdem mussten noch einige Vereinfachungen und Annahmen getroffen werden, was aber dennoch nicht die exakt berechneten Resultate lieferte. Obschon die Theorie etwas von der Praxis abweicht, konnten wir uns davon überzeugen und beweisen, dass die Formel als korrekt angenommen werden kann.

Für die Ausführung legten wir uns einen einfachen Versuchsaufbau zurecht. Wir hatten 60 gleich lange Fäden und eine Kugel der Masse m. Mithilfe eines Stuhls konnte gewährleistet werden, dass die Auslenkungen bei jeder Messung exakt gleich war. Jedes Mal wurde die Kugel auf die gleiche Art und Weise an einem Faden befestigt, der Versuch (20 pro Höhe) durchgeführt und die erreichte Weite mithilfe eines Meters ermittelt. Der jeweils daraus errechnete Mittelwert wurde für die einzelnen Rechnungen benutzt und mit den ursprünglich berechneten Weiten verglichen.

2. Versuchsdurchführung

2.1. Beschreibung des Experiments

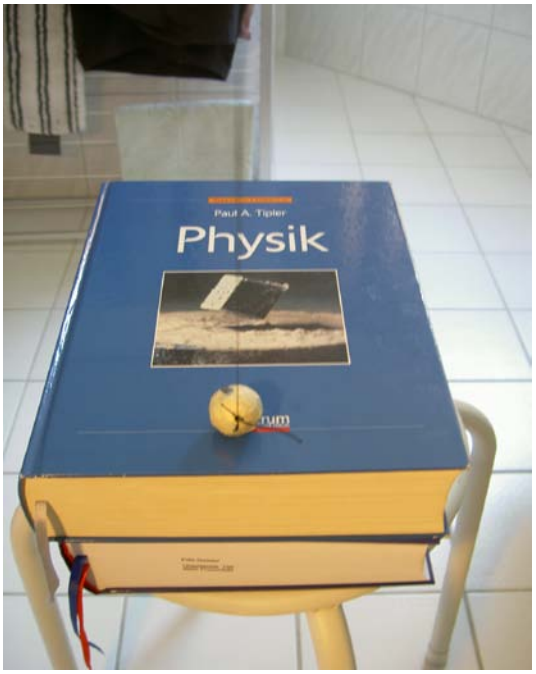
Eine kleine, massive Stahlkugel mit der Masse m wird mittels einer Klebebandhülle an einem Faden der Länge 167.0 cm fixiert und von verschiedenen Höhen losgelassen. Die verschiedenen Ausgangshöhen werden durch das Belegen des Stuhls mit dicken Büchern erreicht. Der Faden wird auf der der Höhe von 27.3 cm von einer Rasierklinge durchtrennt und die Kugel fliegt auf ihrer Bahn nach vorne. Es wird gemessen, wie weit die Kugel nach der Durchtrennung des Fadens fliegt.

Für alle Berechnungen wurde angenommen, dass der Faden eine unbedeutende Masse hat und somit vernachlässigt werden kann.

2.2. Verwendete Substanzen

- Stahlkugel der Masse *m*
- Nähfaden der Länge *l* (167.0 ± 0.2 cm)
- Rasierklinge
- Stuhl
- Bücher
- Meter

2.3. Versuchsanordnung



Versuchsanordnung

2.4. Versuch

2.4.1. Vorgehensweise zur Ermittlung der Messdaten

Um immer dasselbe Ausgangsniveau bei der Höhe zu erhalten, wird die am Faden befestigte Kugel auf den Stuhl gelegt und dieser nach hinten gezogen bis die Kugel vom Stuhl fällt. Dadurch konnte gewährleistet werden, dass die Kugel immer von derselben Höhe losgelassen wurde.

Die Weite der Kugel wurde mit Hilfe einer Decke und eines Meters über jeweils 20 Messungen gemittelt.

Messdaten:

- Fäden der Länge l = (167.0 ± 0.2 cm)
- Höhe der Rasierklinge h = (27.3 ± 0.2 cm)
- Höhe des Stuhls 1 H_1 = (44.3 ± 0.2 cm)
- Höhe des Stuhls 2 H_2 = (50.6 ± 0.2 cm)
- Höhe des Stuhls 3 H_3 = (57.4 ± 0.2 cm)

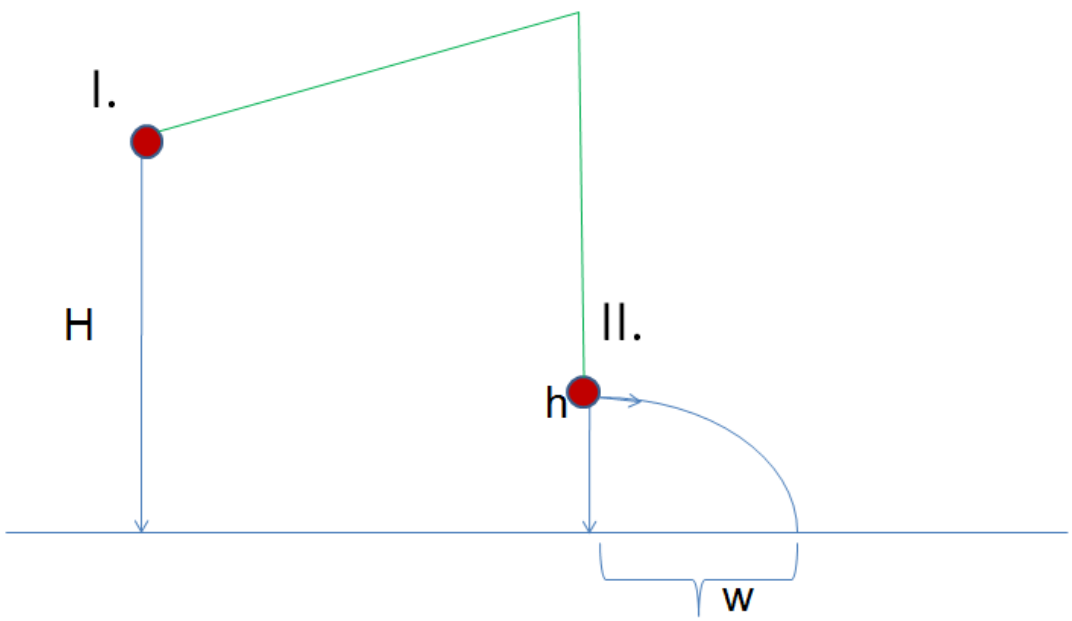
2.4.2. Physikalische Grundlagen

In unserem Versuch wird der Energieerhaltungssatz mit folgender Formel beschrieben: $mgH_x = mgh + \frac{m}{2}v^2$. Die Weite w wird daraus folgendermassen bestimmt:

$$mgH_x = mgh + \frac{m}{2}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{mg(H_x - h)}{m}2}$$

Fallzeit t: $h = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Weite w: $w = tv \Rightarrow w = \sqrt{\frac{2h}{g}2g(H_x - h)} \Rightarrow w = 2\sqrt{h(H_x - h)}$



Skizze Versuchsanordnung aufgrund physikalischer Grundlagen

Beim Versuch besteht unser System aus der Kugel am Faden, welcher durch die Rasierklinge durchtrennt wird. Wir betrachten in unserem Versuch drei Stationen: die Höhe H_x zu Beginn, die Höhe h der Rasierklinge und die Weite w der Kugel nach dem Flug. Bei

unserem Versuch wurden die Reibungskräfte und die Masse des Fadens vernachlässigt. Es wurden also ideale Annahmen getroffen.

3. Resultate

3.1. Weite der Kugel bei der Höhe H_1 = (44.3 cm)

Anzahl Versuche n	Weite w [cm]
1	42.8
2	42.6
3	40.5
4	41.5
5	44.4
6	43.6
7	44.3
8	42.7
9	43.8
10	43.4
11	46.4
12	42.9
13	43.6
14	42.8
15	44.2
16	44.0
17	43.7
18	42.4
19	41.9
20	42.7

Mittelwert mit Vertrauensintervall von 95%-iger Sicherheit:

$\overline{\Lambda} = 43.2 \pm 0.58$ cm

Standardabweichung:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{20}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \Rightarrow \pm\ 1.24 \text{ cm}$$

95%-iges Vertrauensintervall:

$$c = 2.09\frac{s_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.58 \text{ cm}$$

Korrekte Weite gemäss Formel:

$$w = 2\sqrt{h(H_1 - h)} \Rightarrow 43.1 \text{ cm}$$

Fehler der berechneten Weite mit Δh = 0.2 cm und ΔH_1 = 0.2 cm:

$$\Delta w = \sqrt{\frac{(H_1 - 2h)^2}{h(H_1 - h)}(\Delta h)^2 + \frac{h^2}{h(H_1 - h)}(\Delta H_1)^2} \Rightarrow \pm\ 0.27 \text{ cm}$$

3.2. Weite der Kugel bei der Höhe H_2 = (50.6 cm)

Anzahl Versuche n	Weite w [cm]
1	51.6
2	50.4
3	51.1
4	52.1
5	49.7
6	52.8
7	50.4
8	50.6
9	49.6
10	52.5
11	50.9
12	51.8
13	51.3
14	52.1
15	52.7
16	51.3
17	49.2
18	51.8
19	52.4
20	50.7

Mittelwert mit Vertrauensintervall von 95%-iger Sicherheit:

$\overline{\Lambda} = 51.3 \pm 0.49$ cm

Standardabweichung:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{20}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \Rightarrow \pm\ 1.05 \text{ cm}$$

95%-iges Vertrauensintervall:

$$c = 2.09\frac{s_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.49 \text{ cm}$$

Korrekte Weite gemäss Formel:

$$w = 2\sqrt{h\left(H_2 - h\right)} \Rightarrow 50.4 \text{ cm}$$

Fehler der berechneten Weite mit Δh = 0.2 cm und ΔH_2 = 0.2 cm:

$$\Delta w = \sqrt{\frac{\left(H_2 - 2h\right)^2}{h\left(H_2 - h\right)}\left(\Delta h\right)^2 + \frac{h^2}{h\left(H_2 - h\right)}\left(\Delta H_2\right)^2} \Rightarrow \pm\ 0.18 \text{ cm}$$

3.3. Weite der Kugel bei der Höhe H_3 = (57.4 cm)

Anzahl Versuche n	Weite w [cm]
1	57.6
2	56.9
3	58.3
4	56.5
5	58.3
6	57.4
7	57.9
8	57.7
9	58.3
10	57.1
11	58.1
12	58.2
13	57.5
14	57.7
15	59.8
16	58.2
17	59.3
18	58.0
19	57.2
20	57.4

Mittelwert mit Vertrauensintervall von 95%-iger Sicherheit:

$\overline{\Lambda} = 57.8 \pm 0.36$ cm

Standardabweichung:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{20}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \Rightarrow \pm\ 0.77 \text{ cm}$$

95%-iges Vertrauensintervall:

$$c = 2.09\frac{s_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.36 \text{ cm}$$

Korrekte Weite gemäss Formel:

$$w = 2\sqrt{h(H_3 - h)} \Rightarrow 57.3 \text{ cm}$$

Fehler der berechneten Weite mit Δh = 0.2 cm und ΔH_3 = 0.2 cm:

$$\Delta w = \sqrt{\frac{(H_3 - 2h)^2}{h(H_3 - h)}(\Delta h)^2 + \frac{h^2}{h(H_3 - h)}(\Delta H_3)^2} \Rightarrow \pm\ 0.21 \text{ cm}$$

4. Diskussion

4.1. Energieerhaltung

Der Versuch zeigt, dass die Energie innerhalb des Messfehlers erhalten bleibt wenn sie von potentieller zu kinetischer umgewandelt wird.

4.2. Fehler

Die Abweichung der gemessenen Weiten zur korrekten Weite kommt durch verschiedene Faktoren zustande:

- Ungenaues Messen der Weite
- Ungenaues zuschneiden des Fadens unsererseits
- Verdrehung des Fadens mit folgender schlingernder Flugbahn
- Abstumpfende oder ungleichmässig scharfe Rasierklinge, was zur Folge haben kann, dass der Faden nicht ganz durchgeschnitten wird und erst durch die Masse *m* der Kugel reisst, wenn potentielle in kinetische Energie umgewandelt wird. Die Kugel verliert somit an Geschwindigkeit und es verkürzt sich die Flugbahn.

Physik auf dem Pausenplatz - Energieerhaltung Jojo

Ein normales Kinderjojo aus Holz, an einem Faden, zeigt den Energieerhaltungssatz auf. Mit Hilfe des Energieerhaltungssatz wird das Trägheitsmoment experimentell bestimmt und mit dem angenäherten, berechneten Trägheitsmoment verglichen. Dadurch kann die Energieerhaltung überprüft werden. Als zweites wird anhand dieses Satzes untersucht, weshalb bereits nach dem ersten Fall das Jojo nicht mehr in die Ausgangshöhe zurückkommt und wohin die Energie dann „verschwindet“.

1. Beschreibung des Experimentes

Ein normales Kinderjojo aus Holz wird vor einem an der Wand fixierten Meter fallen gelassen. Es wird gemessen, wie hoch das Jojo nach dem Sturz jeweils wieder hochklettert. Das Jojo fällt senkrecht hinunter und steigt auch wieder senkrecht hoch. Während diesem Prozess kommt es idealerweise zu keiner seitlichen Bewegung oder zu einer Rotation um den Faden als Rotationsachse. Im Versuch war es aber nicht möglich das Jojo an einer horizontalen Bewegung zu hindern.
Für alle Berechnungen wurde angenommen, dass der Faden eine verschwindend kleine Masse hat und somit vernachlässigt werden kann. Bei der Form des Jojos wird angenommen, dass die Seitenstücke des Jojos und die Verbindung dazwischen jeweils die Form eines Vollzylinders haben.

Abb. 1: Versuchsaufbau

Abb. 2: Versuchsaufbau des Ausgangsniveaus

Abb. 3: Beweis, dass die Querlatte gerade ist

1.1 Vorgehensweise zur Ermittlung der Messdaten

Um immer dasselbe Ausgangsniveau zu erreichen, wurde eine Latte oberhalb des Nullpunktes montiert. Dadurch konnte jeweils der Finger mit dem Jojo immer bündig an die obere Kante angelegt werden. Das Jojo wurde jeweils so weit aufgewickelt, dass der Obere Rand im Nullpunkt des Meters liegt. Aus diesem Grund wurde die Fallhöhe auch jeweils am oberen Rand des Jojos abgelesen.
Die Falldauer des Jojos wird mit Hilfe einer Stoppuhr über fünf Messungen gemittelt. Die verschiedenen Durchmesser der Jojoseiten und der Verbindung werden mit Hilfe einer Schieblehre gemessen und in die Radien umgerechnet. Um die Krümmung auszugleichen, nehmen wir den Radius in der Hälfte von h_Z. Das Gewicht des ganzen Jojos wurde mit Hilfe einer Präzisionswaage bestimmt. Die Masse der Einzelteile wurde über die Dichte mit Hilfe der Volumen berechnet.

Messdaten:

- Masse des Jojo total: $m = (0.0448804 \pm 0.0000005)$ kg
- Masse der Verbindung: $m_{VB} = (0.000003727 \pm 0.00005)$ kg
- Masse der Seitenelemente: $m_J = (0.044877 \pm 0.00005)$ kg
- innerer Radius des Jojo: $R_J = (0.02758 \pm 0.00005)$ m
- äusserer Radius des Jojo: $r_J = (0.01865 \pm 0.00005)$ m
- Radius der angenäherten Jojohälfte: $R = (0.02700 \pm 0.00005)$ m
- Radius der zylinderförmigen Jojoachse: $R_{VB} = (0.003375 \pm 0.00005)$ m
- Höhe einer Jojohälfte: $h_Z = (0.01552 \pm 0.00005)$ m
- totale Fallhöhe des Jojo: $H = (0.828 \pm 0.0005)$ m

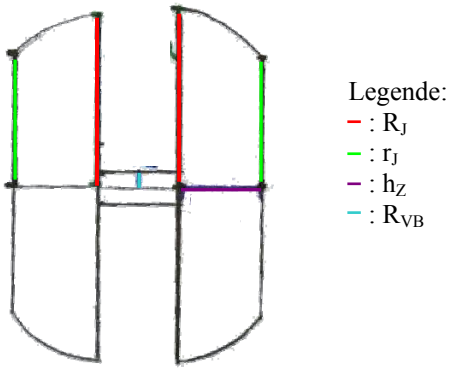


Abb. 4: Aufbau des Jojo

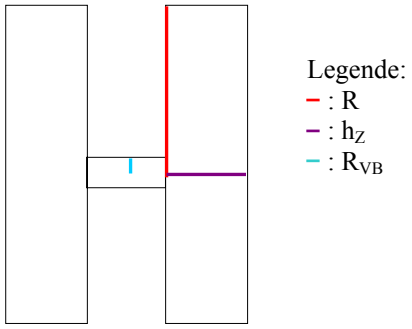


Abb. 5: angenäherter Jojoaufbau

2. Physikalische Grundlagen

In unserem System kommen nur mechanische Energien vor, deshalb lautet der Energieerhaltungssatz folgendermassen: $E_{tot} = E_{kin,1} + E_{pot,1}$, wobei gilt: $E_{kin,1} = E_{rot,1} + E_{trans,1}$
Bei diesem Satz und unserem System ist zu beachten, dass E_{tot} konstant ist und aus diesem Grund gilt: $E_{kin,1} = E_{pot,1}$ nach dem ersten Fall im Punkt H = 0.

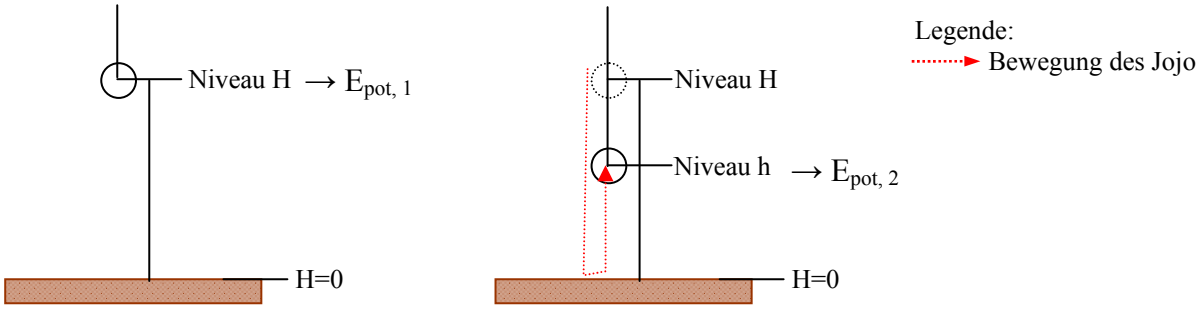


Abb. 6: Überblick über den Versuch

Bei dem gegebenen Versuch besteht das physikalische System aus dem Jojo, welches sich bewegt. Wir betrachten nun zwei Stationen: das Niveau H und das Niveau h. Dabei ist das Jojo auf dem Niveau H in ruhender Lage, es gilt also $E_{pot,1}$. Im Niveau h ist das Jojo nach dem ersten Fall wieder angekommen und befindet sich für einen kurzen Moment ebenfalls in ruhender Lage. Es gilt also auch hier $E_{pot,2}$. Wobei die beiden potentiellen Energien nicht gleich gross sind. Das bedeutet, dass unterwegs Energie verloren ging.
Im Niveau H = 0 teilt sich die kinetische Energie in einen translatorischen Betrag und in einen rotatorischen Betrag, d.h. $E_{kin,1} = E_{rot,1} + E_{trans,1}$
Nach dem Fall steht wieder die Translations- und die Rotationsenergie zur Verfügung. Dadurch müsst das Jojo wieder das Niveau H erreichen und nicht nur bis ins Niveau h gelangen.
Aus diesem Grund sollte gelten:

$$E_{pot,1} = E_{pot,2}$$

Dies sind jedoch ideale Annahmen unter Vernachlässigung sämtlicher Reibungskräfte. Da unser Experiment aber nicht unter idealen Bedingungen abgelaufen ist, trifft dies nicht zu. Der Höhenunterschied ist auf die Energieverluste durch die Reibung zu erklären.

3. Numerische Analyse

Folgende Formeln sind gegeben:

Trägheitsmoment eines Zylinders: I = $\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot m$

Potentielle Energie: E_{pot} = m·g·H

Kinetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$ und $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

3.1. Berechnung des Trägheitsmomentes

Totales I = 2 Seitenstücke und eine Verbindung
I= 2·I Vollzylinder1 (I_S) + I Verbindung (I_{VB})

Trägheitsmoment einer Seite:

$$I_S = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \frac{m_J}{2} = \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot m_J$$

Trägheitsmoment der Verbindung:

$$I_{VB} = \frac{1}{2} \cdot R_{VB}{}^2 \cdot m_{VB}$$

Totales Trägheitsmoment des Jojos:

I= 2·I_S + I_{VB}

$$I = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot m_J + \frac{1}{2} \cdot R_{VB}{}^2 \cdot m_{VB}$$

$$I = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot m_J + \frac{1}{2} \cdot R_{VB}{}^2 \cdot m_{VB}$$

I_1 = (1.636·10^{-5} ± 6.327·10^{-8}) kg·m^2

3.2. Berechnung des Energieerhaltungssatzes

$$E_{tot} = E_{pot} + E_{kin}$$

Da das Jojo aus der Ruhe losgelassen wird, entspricht die potentielle Energie am Ende des 1. Falls der kinetischen Energie, also gilt:

$$E_{kin} = E_{pot}$$

Da sich die kinetische Energie bei starren Körpern aus der Translationsenergie und der Rotationsenergie zusammensetzt gilt:

$$E_{pot} = E_{trans} + E_{rot}$$

Somit lautet die Gleichung:

$$m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Anhand dieser Gleichung, kann man das Trägheitsmoment durch Umformen ermitteln. Dabei geht man von folgenden bekannten Bedingungen aus:

$$v' = a \text{ , } H' = v; \ \omega^2 = \frac{v^2}{R_{VB}^2} \text{ ; } h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot T^2$$

Umformungen:

$$-m \cdot g \cdot H(t) + \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{R_{VB}^2} \cdot v^2(t) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2(t) = 0$$

$$-m \cdot g \cdot H(t) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{I}{R_{VB}^2} + m \right) \cdot v(t) \cdot v(t) = 0$$

das Ganze einmal nach t Ableiten um v(t) zu eliminieren:

$$-m \cdot g \cdot v(t) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{I}{R_{VB}^2} + m \right) \cdot (a(t) \cdot v(t) + v(t) \cdot a(t)) = 0$$

$$-m \cdot g \cdot v(t) + \left(\frac{I}{R_{VB}^2} + m \right) \cdot a(t) \cdot v(t) = 0$$

Alles nach der Beschleunigung a auflösen:

$$a(t) = \frac{m \cdot g \cdot v(t)}{\left(\frac{I}{R_{VB}^2} + m \right) \cdot v(t)} = \frac{m \cdot g \cdot R_{VB}^2}{I + m \cdot R_{VB}^2}$$

$$\frac{2 \cdot H}{T^2} = \frac{m \cdot g \cdot R_{VB}^2}{I + m \cdot R_{VB}^2}$$

Alles nach dem Trägheitsmoment I auflösen:

$$I = \frac{m \cdot g \cdot R_{VB}^2 \cdot T^2}{H} - m \cdot R_{VB}^2 = m \cdot R_{VB}^2 \cdot \left(\frac{g \cdot T^2}{2 \cdot H} - 1 \right)$$

$I_2 = (7.378 \cdot 10^{-6} \pm 4.506 \cdot 10^{-7})$ kg·m^2

3.3. Berechnung der Zeit T, die das Jojo zwischen dem Startpunkt und längste Fadenlänge:

Es wurde fünfmal die Zeit gestoppt und daraus die mittlere Zeit berechnet.
Die gemessenen Zeiten:

$T_1 = 1.75$ s; $T_2 = 1.53$ s; $T_3 = 1.54$ s; $T_4 = 1.65$ s; $T_5 = 1.60$ s

Mittlere Zeit T:

$$T = \frac{1}{5} \cdot \sum_{i=1}^{5} T_i = 1.614\,s$$

3.4. Berechnung der Fehler:

Fehler aus der Summe von T:

$$<\Delta T> = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{m=1}^{5} \left(T_m - \langle T \rangle\right)^2}$$

$<\Delta T> = 0.0403$ s

Fehler für I_1:

$$<\Delta I_1> = \left(\left(\frac{\partial}{\partial R} I_1 \cdot (\Delta R) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial m_J} I_1 \cdot (\Delta m_J) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial R_{VB}} I_1 \cdot (\Delta R_{VB}) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial m_{VB}} I_1 \cdot (\Delta m_{VB}) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$<\Delta I_1> = 6.327 \cdot 10^{-8}$ kg·m^2

Fehler für I_2:

$$<\Delta I_2> = \left(\left(\frac{\partial}{\partial m} I_1 \cdot (\Delta m) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial g} I_1 \cdot (\Delta g) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial \mathrm{R}} I_1 \cdot (\Delta R_{VB}) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial T} I_1 \cdot (\Delta T) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial H} I_1 \cdot (\Delta H) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$<\Delta I_2> = 4.506 \cdot 10^{-7}$ kg·m^2

4. Vorgehen

Die Höhe h des Jojos wurde gemessen, indem man das Jojo auf am höchsten Punkt vor dem 2. Fall gestoppt hat und dann jeweils die Höhe am fixierten Meter abgelesen hat. Die Messwerte stimmen sozusagen mit den Daten, die aus den Fotos entnommen werden können überrein. Doch kann man aus Qualitäts- und Tempogründen die exakte Höhe h nicht genau Ablesen und somit bleibt an dieser Messung einige Ungenauigkeit haften. Gleichzeitig wird die Höhe h über die Energieerhaltung wie unter 2. beschrieben ausgerechnet. Dadurch kann die Differenz zwischen $E_{pot,\ theoretisch}$ und $E_{pot,\ gemessen}$ berechnet werden.

Im Zweiten Versuch wurde das Jojo aus demselben Niveau H wie vorher losgelassen und gewartet bis es fast zum Stillstand kam. Auf den Fotos konnte dann die ungefähre Höhe h_x nach dem jeweiligen Fall ermittelt werden.

5. Versuchsauswertung

5.1 Vergleich der beiden Trägheitsmomente:

Das Trägheitsmoment I_1 wurde rechnerisch über eine Annäherung ermittelt, I_2 wurde durch umformen des Energieerhaltungssatzes aus den experimentellen Werten ermittelt.

$I_1 = (1.636 \cdot 10^{-5} \pm 6.327 \cdot 10^{-8})\ kg \cdot m^2$
$I_2 = (7.378 \cdot 10^{-6} \pm 4.506 \cdot 10^{-7})\ kg \cdot m^2$

Die Differenz zwischen den beiden Trägheitsmomenten beträgt:

$I_1 - I_2 = 8.980 \cdot 10^{-6}\ kg \cdot m^2$

Die ermittelte Differenz ist im Vergleich zu den beiden I's recht gross. Das hängt mit dem veränderlichen Radius der Verbindung zusammen, der mit dem Aufwickeln der Schnur zunimmt, beziehungsweise mit dem Abwickeln der Schnur abnimmt.
Misst man nun den Radius der Verbindung bei komplett aufgewickelter Schnur, erhält $R_{VB}' = 0.00485$ m. Wenn man nun diesen Radius in die Formel für I_2 einsetzt erhält man $I_2' = 1.524 \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^2$ was praktisch identisch mit I_1 ist.
Bei Beachtung der Ungenauigkeiten bei den Messungen und der Annäherung, sowie dem sich ändernden Radius kann man sagen, dass die Energieerhaltung in unserem Fall stimmt.

5.2 Erste Versuchsreihe: Vergleich von $h_{gemessen}$ mit H, jeweils nach dem 1. Fall

	1.1 Fall	1.2 Fall	1.3 Fall	1.4 Fall	1.5 Fall	Fehler
H [m]	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828	± 0.0005
$h_{gemessen}$ [m]	0.585	0.608	0.583	0.618	0.601	
Δh [m]	0.243	0.220	0.245	0.210	0.227	

Damit erhält man einen Mittelwerte von: $\langle h_{gem.} \rangle = 0.599$ m = (59.900 ± 0.670) cm
$\langle \Delta h \rangle = 0.229$ m = (22.900 ± 0.670) cm

Es ist deutlich zu sehen, dass die gemessene Höhe ca. 27.7 % weniger hoch ist, als theoretisch über den Energieerhaltungssatz berechnet. Die Vermutung liegt nun nahe, dass die Differenz durch verschiedene Reibungskräfte zwischen Jojo und Faden so wie auch durch den Luftwiderstand zustande kommt.

Es ist ebenfalls gut ersichtlich, dass die Reibung den Energieerhaltungssatz beeinflusst, so gilt im Experiment $E_{pot,1} = E_{pot,2}$ nicht mehr exakt.

$E_{pot,\ theoretisch}$ bei H [J]	0.365	0.365	0.365	0.365	0.365	$\langle 0.365 \pm 4.620 \cdot 10^{-4} \rangle$
$E_{pot,\ gemessen}$ bei h [J]	0.258	0.268	0.257	0.272	0.265	$\langle 0.264 \pm 2.965 \cdot 10^{-3} \rangle$

5.3 Zweiter Versuch: Änderungen der Höhe h_x die das Jojo im Verlauf, der wiederholten Aufstiege erreicht

	1. Fall	2. Fall	3. Fall	4. Fall	5. Fall
H [m]	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828
$h_{gemessen}$ [m]	0.603	0.460	0.340	0.243	0.165
Δh total[m]	0.225	0.368	0.488	0.585	0.663
Δh zwischen h_x und h_{x+1} [m]	0.225	0.143	0.119	0.098	0.078
Änderung in % zwischen h_x und h_{x+1}	27.17 %	23.71 %	25.87 %	28.74 %	32.10%

Damit erhält man einen Mittelwerte von:
<% Änderung zwischen h_x und h_{x+1}> = <% Δh_x>= (27.518 ± 1.411) %
< Δh zwischen h_x und h_{x+1}> = <Δh_x> = 0.133 m = (13.260 ± 2.550) cm

Aus der Tabelle geht hervor, dass die Höhe hx nach jedem weiteren Fall um 13.26 cm oder um 27.52 % verkleinert wird.

Im folgenden Diagramm ist der Verlauf der Höhe h des Jojos graphisch dargestellt. Mit Fall ist, jeweils die Zeitspanne zwischen Ausgangsposition Fall und Endposition (neue Ausgangsposition) gemeint.

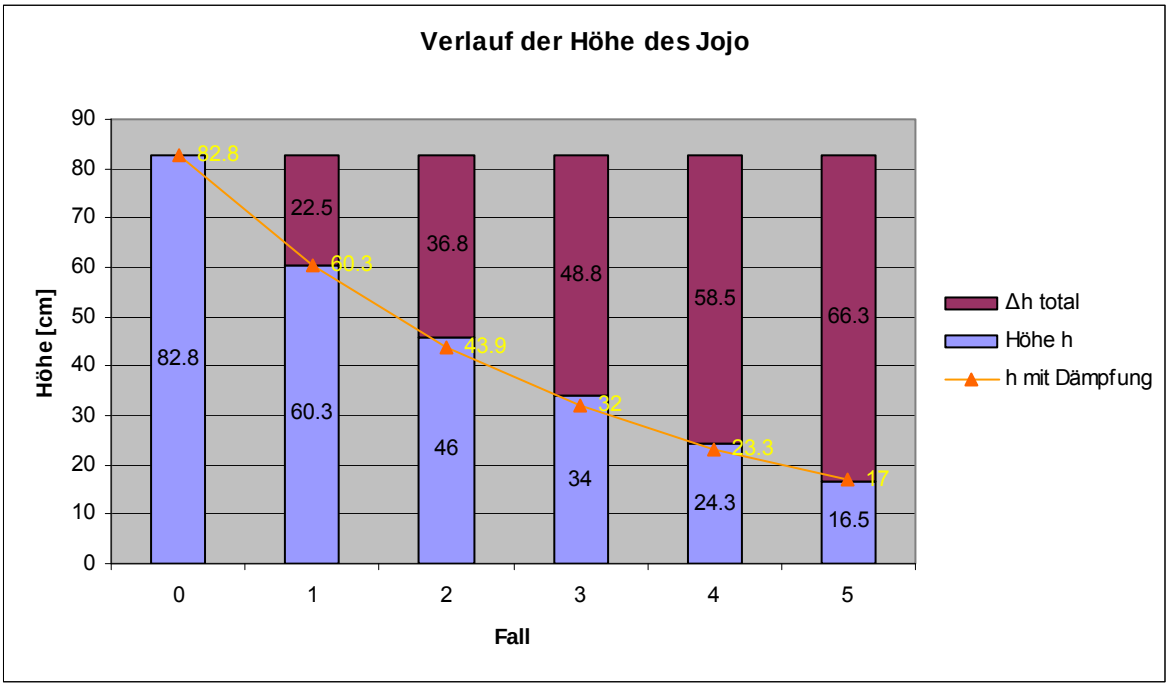


Abb. 7: Abnahme der Höhe im Vergleich zur Ausgangshöhe H

Wenn man dieses Diagramm betrachtet, kann man eine einigermassen konstante Dämpfung erkennen. $h_1 = \alpha \cdot H$, wobei $\alpha = 0.728$

Tabelliert sieht das folgendermassen aus:

	1. Fall	2. Fall	3. Fall	4. Fall	5. Fall
h_x [m]	0.603	0.460	0.340	0.243	0.165
h' [m] berechnet über α	0.603	0.439	0.320	0.233	0.170

Die Dämpfung in unseren Messwerten ist zwar nicht ganz regelmässig, aber das ist wohl auf Messungenauigkeiten zurückzuführen.

6. Fehlerrechnung

Zur Berechnung der verschiedenen Fehler wurden folgende Formeln verwendet.

6.1. Berechnung des Fehlers für $<h_{gem.}>$

$$<h_{gem.}> = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 4}\cdot\sum_{i=1}^{5}\left(\Delta h_{gem.\,i} - \left\langle \Delta h_{gem.}\right\rangle\right)^2}$$

6.2. Berechnung des Fehlers für $<\Delta h>$

$$<\Delta h> = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 4}\cdot\sum_{i=1}^{5}\left(\Delta h_{i} - \left\langle \Delta h\right\rangle\right)^2}$$

6.3. Berechnung des Fehlers für $<\%\ \Delta h_x>$

$$<\%\ \Delta h_x> = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 4}\cdot\sum_{i=1}^{5}\left(\%\ \Delta h_{x,\,i} - \left\langle \%\ \Delta h_{x}\right\rangle\right)^2}$$

6.4. Berechnung des Fehlers für $<\Delta h_x>$

$$<\Delta h_x> = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 4}\cdot\sum_{i=1}^{5}\left(\Delta h_{x,\,i} - \left\langle \Delta h_{x}\right\rangle\right)^2}$$

6.5. Berechnung des Fehlers für $< E_{pot,\ theoretisch}>$

$$<\Delta E_{pot,\ theoretisch}> = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial m}\,E_{pot\,1}\cdot(\Delta m)\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial g}\,E_{pot\,1}\cdot(\Delta g)\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial h}\,E_{pot\,1}\cdot(\Delta H)\right)^2}$$

6.6. Berechnung des Fehlers für $< E_{pot,\ gemessen}>$

$$<\Delta E_{pot,\ gemessen}> = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial m}\,E_{pot\,2}\cdot(\Delta m)\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial g}\,E_{pot\,2}\cdot(\Delta g)\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial h}\,E_{pot\,2}\cdot(\Delta h)\right)^2}$$

7. Berechnungen für die Dämpfung

Berechnung von α:

$\alpha = h_1 \cdot H^{-1}$

Berechnungen der einzelnen Höhen mit Dämpfung:

$h_1' = \alpha \cdot H$

$h_2' = \alpha \cdot h_1'$

$h_3' = \alpha \cdot h_2'$

$h_4' = \alpha \cdot h_3'$

$h_5' = \alpha \cdot h_4'$